

Zadatak 601 (Jaska, srednja škola)

Većina automobila prilikom naglog kočenja postižu akceleraciju -7 m/s^2 . Vozaču je obično potrebno oko 0.5 sekundi da reagira i počne kočiti. Pri određivanju ograničenja brzine na nekom dijelu puta obično se zahtijeva da se automobili zaustave prešavši odgovarajući dopušteni put.

- a) Kolika bi bila maksimalna dopuštena brzina ako želite da se svi automobili zaustave nakon 4 m?
b) Koliki će dio ovog puta automobili prijeći prije kočenja?

Rješenje 601

$$a = 7 \text{ m/s}^2, \quad t = 0.5 \text{ s}, \quad s = 4 \text{ m}, \quad v_0 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom v za vrijeme t .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

a)

Kada se vozač giba brzinom v_0 i u trenutku kada ugleda prepreku do kočenja prođe vrijeme t pa put reagiranja iznosi:

$$s_r = v_0 \cdot t.$$

Pri brzini v_0 počinje kočiti, gibanje je jednoliko usporeno akceleracijom a pa put kočenja iznosi

$$s_k = \frac{v_0^2}{2 \cdot a}.$$

Tada je ukupni zaustavni put jednak

$$s = s_r + s_k \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{v_0^2}{2 \cdot a}.$$

Maksimalna dopuštena brzina iznosi:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{v_0^2}{2 \cdot a} \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{v_0^2}{2 \cdot a} \cdot 2 \cdot a \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = 2 \cdot a \cdot v_0 \cdot t + v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a \cdot t \cdot v_0 + v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 2 \cdot a \cdot t \cdot v_0 + v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s = 0 \Rightarrow v_0^2 + 2 \cdot a \cdot t \cdot v_0 + v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 7 \\ t = 0.5 \\ s = 4 \end{array} \right] \Rightarrow v_0^2 + 2 \cdot 7 \cdot 0.5 \cdot v_0 - 2 \cdot 7 \cdot 4 = 0 \Rightarrow v_0^2 + 7 \cdot v_0 - 56 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0^2 + 7 \cdot v_0 - 56 = 0 \\ a = 1, b = 7, c = -56 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 7, c = -56 \\ (v_0)_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_0)_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow (v_0)_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 224}}{2} \Rightarrow (v_0)_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{273}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_0)_{1,2} = \frac{-7 \pm 16.52}{2} \Rightarrow$$

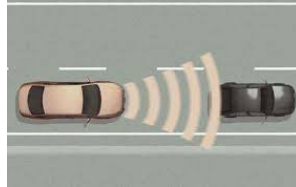
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_0)_1 = \frac{-7 + 16.52}{2} \\ (v_0)_2 = \frac{-7 - 16.52}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_0)_1 = 4.76 \\ (v_0)_2 = -11.76 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 = 4.76 \frac{m}{s}.$$

Maksimalna brzina je 4.76 m / s.

b)

Prije kočenja automobil će prijeći put

$$s_r = v_0 \cdot t = 4.76 \frac{m}{s} \cdot 0.5 s = 2.38 m.$$



Vježba 601

Većina automobila prilikom naglog kočenja postižu akceleraciju -7 m/s^2 . Vozaču je obično potrebno oko 0.5 sekundi da reagira i počne kočiti. Pri određivanju ograničenja brzine na nekom dijelu puta obično se zahtijeva da se automobili zaustave prešavši odgovarajući dopušteni put. Kolika bi bila maksimalna dopuštena brzina ako želite da se svi automobili zaustave nakon 40 dm?

Rezultat: 4.76 m / s.

Zadatak 602 (Marija, gimnazija)

Dva kamena spuštena su sa ruba stijene visoke 60 m. Drugi kamen pušten je 1.6 sekundi nakon prvog. Na kojoj se visini nalazi drugi kamen u trenutku kada je njegova udaljenost od prvog 36 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 602

$$H = 60 \text{ m}, \quad \Delta t = 1.6 \text{ s}, \quad \Delta h = 36 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h_2 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Za vrijeme t prvi je kamen, slobodno padajući, prešao put h_1 .

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Drugi kamen je pušten Δt vremena nakon prvog pa je prešao put h_2 .

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2.$$

Budući da udaljenost drugog kamena od prvog mora biti Δh , vrijedi:

$$\begin{aligned} \Delta h = h_1 - h_2 &\Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t^2 - 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + g \cdot t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \end{aligned}$$

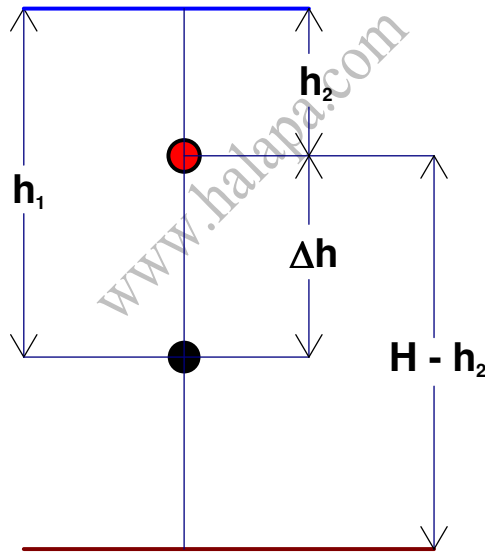
$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + g \cdot t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta h = g \cdot t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h = g \cdot t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot \Delta h = 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t = 2 \cdot \Delta h + g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t = 2 \cdot \Delta h + g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot g \cdot \Delta t} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot \Delta h + g \cdot (\Delta t)^2}{2 \cdot g \cdot \Delta t} = \\ &= \frac{2 \cdot 36 \text{ m} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1.6 \text{ s})^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.6 \text{ s}} = 3.1 \text{ s}. \end{aligned}$$

Drugi je kamen prešao put h_2 koji iznosi

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3.1 \text{ s} - 1.6 \text{ s})^2 = 11.04 \text{ m}$$

i od tla je udaljen

$$H - h_2 = 60 \text{ m} - 11.04 \text{ m} = 48.96 \text{ m}.$$



Vježba 602

Dva kamena spuštena su sa ruba stijene visoke 600 dm. Drugi kamen pušten je 1.6 sekundi nakon prvog. Na kojoj se visini nalazi drugi kamen u trenutku kada je njegova udaljenost od prvog 360 dm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 48.96 m.

Zadatak 603 (Alen, gimnazija)

Tijelo se nalazi u točki B na visini $H = 45 \text{ m}$ od tla i počne padati. Istodobno iz točke A, koja se nalazi na razmaku $h = 21 \text{ m}$ ispod točke B, bačeno je drugo tijelo vertikalno uvis. Koliku početnu brzinu treba imati drugo tijelo da bi oba istodobno pala na tlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 603

$$H = 45 \text{ m}, \quad h = 21 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

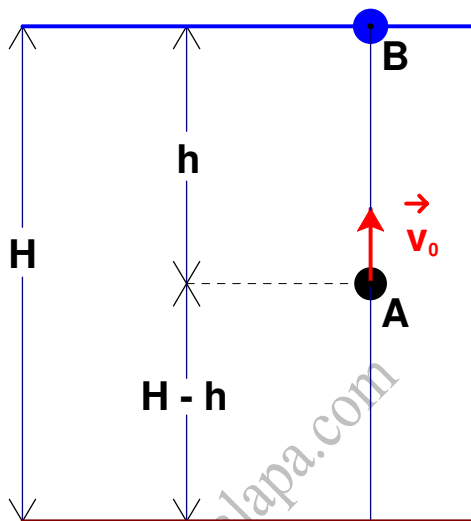
Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put h u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



Vrijeme za koje prvo tijelo padne sa visine H , slobodno padajući, iznosi:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}.$$

Udaljenost drugog tijela od tla tijekom gibanja dana je jednačbom

$$h_2 = H - h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Budući da za jednako vrijeme t i drugo tijelo padne na zemlju ($h_2 = 0$), vrijedi sustav jednačba iz kojeg izračunamo v_0 .

$$\left. \begin{array}{l} t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \\ h_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \\ H - h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow H - h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \right)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H - h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{2 \cdot H}{g} = 0 \Rightarrow H - h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{2 \cdot H}{g} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H - h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} - H = 0 \Rightarrow H - h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} - H = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -h + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = 0 \Rightarrow v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = h \Rightarrow v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = h \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot H}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = h \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot H}} = 21 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 45 \text{ m}}} = 6.93 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 603

Tijelo se nalazi u točki B na visini $H = 450 \text{ dm}$ od tla i počne padati. Istodobno iz točke A, koja se nalazi na razmaku $h = 210 \text{ dm}$ ispod točke B, bačeno je drugo tijelo vertikalno uvis. Koliku početnu brzinu treba imati drugo tijelo da bi oba istodobno pala na tlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6.93 m/s .

Zadatak 604 (Mislav, gimnazija)

Brod plovi brzinom v i sa njega izbacimo tijelo brzinom v_0 vertikalno uvis. Koliko je vrijeme gibanja tijela? (g ubrzanje slobodnog pada)

Rješenje 604

$$v, \quad v_0, \quad g, \quad t_u = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Najviši domet što ga tijelo može postići pri vertikalnom hici jest u času kad je $v = 0$. Onda je

$$v_0 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.



Budući da su vremena za koje bačeno tijelo dosegne najveću visinu i za koje padne na brod (na isto mjesto!) jednaka, ukupno vrijeme gibanja tijela iznosi:

$$t_u = 2 \cdot t \Rightarrow \left[t = \frac{v_0}{g} \right] \Rightarrow t_u = 2 \cdot \frac{v_0}{g}.$$

Vježba 604

Brod plovi brzinom v i sa njega izbacimo tijelo brzinom v_0 vertikalno uvis. Koliko je vrijeme potrebno da postigne najveću visinu? (g ubrzanje slobodnog pada)

Rezultat: $t = \frac{v_0}{g}$.

Zadatak 605 (Vedran, srednja škola)

Koliki je vremenski razmak Δt ekspozicije pri fotografiranju sitne kuglice koja je padala ispred centimetarske skale, ako je kuglica puštena kod znaka 0 na skali, a na fotografiji se slika kuglice za vrijeme ekspozicije razvukla od 4.9 cm do 19.6 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 605

$$h_1 = 4.9 \text{ cm} = 0.049 \text{ m}, \quad h_2 = 19.6 \text{ cm} = 0.196 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

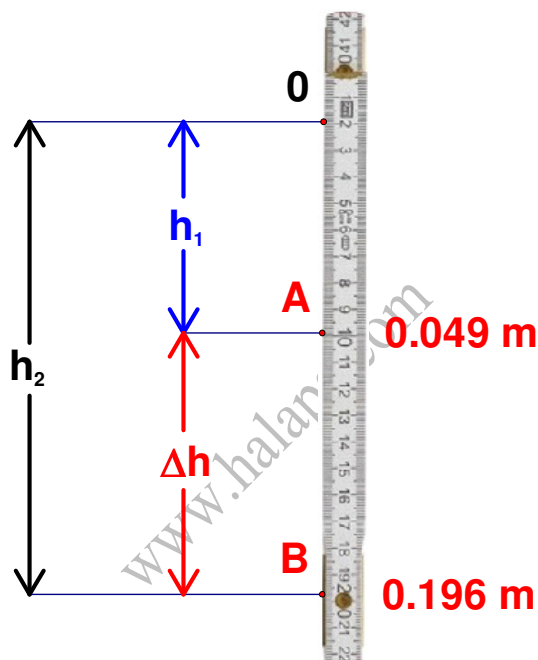
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}, \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, \quad v = g \cdot t,$$

gdje je h visina pada, v trenutna brzina.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



1. inačica

Kuglica slobodno pada pa vremena za koja dođe od znaka 0 do točaka A i B iznose:

- $t_A = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}$
- $t_B = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}$

Slika kuglice se razvukla u vremenskom razmaku Δt .

$$\Delta t = t_B - t_A \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} - \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.196 \text{ m}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 0.048 \text{ m}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.1 \text{ s}.$$

2. inačica

Ako je kuglica puštena kod znaka 0 na skali imat će brzinu v_0 u točki A.

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.049 \text{ m}} = 0.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Put Δh koji je prešla od točke A do točke B iznosi:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 0.196 \text{ m} - 0.049 \text{ m} = 0.147 \text{ m}.$$

Na tom putu gibala se jednoliko ubrzano sa početnom brzinom v_0 pa vrijedi jednačba:

$$\Delta h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \Delta h \Rightarrow v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \Delta h = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \Delta h = 0 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 - 2 \cdot \Delta h = 0 \Rightarrow g \cdot t^2 + 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot \Delta h = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} g = 9.8 \\ v_0 = 0.98 \\ \Delta h = 0.147 \end{array} \right] \Rightarrow 9.8 \cdot t^2 + 2 \cdot 0.98 \cdot t - 2 \cdot 0.147 = 0 \Rightarrow 9.8 \cdot t^2 + 1.96 \cdot t - 0.294 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9.8 \cdot t^2 + 1.96 \cdot t - 0.294 = 0 \quad / : 9.8 \Rightarrow t^2 + 0.2 \cdot t - 0.03 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 + 0.2 \cdot t - 0.03 = 0 \\ a = 1, b = 0.2, c = -0.03 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1, b = 0.2, c = -0.03 \\ \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-0.2 \pm \sqrt{0.2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-0.03)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-0.2 \pm \sqrt{0.04 + 0.12}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-0.2 \pm \sqrt{0.16}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-0.2 \pm 0.4}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{-0.2 + 0.4}{2} \\ t_2 = \frac{-0.2 - 0.4}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{0.2}{2} \\ t_2 = -\frac{0.6}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{0.2}{2} \\ t_2 = -\frac{0.6}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 0.1 \\ t_2 = -0.3 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow t = 0.1 \text{ s}.$$

3. inačica

Brzina koju kuglica ima u točki A, slobodno padajući, može se izraziti na dva načina:

$$\left. \begin{array}{l} v_A = g \cdot t_A \\ v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \end{array} \right\} \Rightarrow g \cdot t_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \Rightarrow g \cdot t_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow t_A = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{g}.$$

Brzina koju kuglica ima u točki B, slobodno padajući, također se može izraziti na dva načina:

$$\left. \begin{array}{l} v_B = g \cdot t_B \\ v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \end{array} \right\} \Rightarrow g \cdot t_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow g \cdot t_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow t_B = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}}{g}.$$

Slika kuglice razvukla se u vremenskom razmaku Δt koji iznosi:

$$\Delta t = t_B - t_A \Rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}}{g} - \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{g} =$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.196 \text{ m}}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{\sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.049 \text{ m}}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.1 \text{ s}.$$

Vježba 605

Koliki je vremenski razmak Δt ekspozicije pri fotografiranju sitne kuglice koja je padala ispred centimetarske skale, ako je kuglica puštena kod znaka 0 na skali, a na fotografiji se slika kuglice za vrijeme ekspozicije razvukla od 49 mm do 196 mm? (ubrzanje slobodnog pada $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.1 s.

Zadatak 606 (Marija, gimnazija)

Udaljenost između dvije željezničke postaje je 3 km. Vlak taj put prevali srednjom brzinom 54 km/h. Pri tome prvo se giba jednoliko ubrzano 20 s, a zatim neko vrijeme ide stalnom brzinom, a na kraju 10 s jednoliko usporava dok ne stane. Odredite maksimalnu brzinu koju vlak postigne.

Rješenje 606

$$s_1 = 3 \text{ km} = 3000 \text{ m}, \quad v_s = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad t_1 = 20 \text{ s}, \quad t_3 = 10 \text{ s},$$
$$v_m = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v = a \cdot t,$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put koji je tijelo prešlo pošto se počelo usporavati akceleracijom a za vrijeme t.

Vozeći srednjom brzinom v_s vlak cijeli put s prijeđe za vrijeme t.

$$t = \frac{s}{v_s} = \frac{3000 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 200 \text{ s}.$$

Vremenski interval t_2 u kojem vlak ide stalnom maksimalnom brzinom iznosi:

$$t_1 + t_2 + t_3 = t \Rightarrow t_2 = t - t_1 - t_3 = 200 \text{ s} - 20 \text{ s} - 10 \text{ s} = 170 \text{ s}.$$

U prvom vremenskom intervalu t_1 vlak jednoliko ubrzava akceleracijom a i postigne maksimalnu brzinu v_m .

$$v_m = a \cdot t_1.$$

Tom brzinom giba se u drugom vremenskom intervalu t_2 , a u trećem jednoliko usporava.

Put koji vlak prijeđe za vrijeme t_1 je

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2.$$

Nakon toga vlak se za vrijeme t_2 giba jednolikom brzinom v_m te je

$$s_2 = v_m \cdot t_2 \Rightarrow s_2 = (a \cdot t_1) \cdot t_2 \Rightarrow s_2 = a \cdot t_1 \cdot t_2.$$

Za vrijeme t_3 , za vrijeme kočenja, vlak jednoliko usporava akceleracijom a pa je

$$s_3 = v_m \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow s_3 = (a \cdot t_1) \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow s_3 = a \cdot t_1 \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2.$$

Ukupan je put, dakle,

$$s_1 + s_2 + s_3 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 = s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 20^2 + a \cdot 20 \cdot 170 + a \cdot 20 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2 = 3000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 400 + 3400 \cdot a + 200 \cdot a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100 = 3000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 400 + 3400 \cdot a + 200 \cdot a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100 = 3000 \Rightarrow 200 \cdot a + 3400 \cdot a + 200 \cdot a - 50 \cdot a = 3000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3750 \cdot a = 3000 \Rightarrow 3750 \cdot a = 3000 / \cdot \frac{1}{3750} \Rightarrow a = 0.8 \frac{m}{s^2}.$$

Maksimalna brzina v_m iznosi:

$$v_m = a \cdot t_1 = \left[\begin{array}{l} a = 0.8 \frac{m}{s^2} \\ t_1 = 20 s \end{array} \right] = 0.8 \frac{m}{s^2} \cdot 20 s = 16 \frac{m}{s} = [16 \cdot 3.6] = 57.6 \frac{km}{h}.$$

Vježba 606

Udaljenost između dvije željezničke postaje je 3 km. Vlak taj put prevali srednjom brzinom 54 km/h. Pri tome prvo se giba jednoliko ubrzano, a zatim 170 s ide stalnom brzinom, a na kraju 10 s jednoliko usporava dok ne stane. Odredite maksimalnu brzinu koju vlak postigne.

Rezultat: 57.6 km/h.

Zadatak 607 (Ana, gimnazija)

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 110 m počinju istodobno kočiti s usporenjima $7 m/s^2$ i $8 m/s^2$. Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rješenje 607

$$v_1 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad v_2 = 108 \text{ km/h} = [108 : 3.6] = 30 \text{ m/s},$$

$$s = 110 \text{ m}, \quad a_1 = 7 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 8 \text{ m/s}^2, \quad d = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

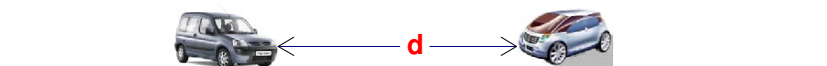
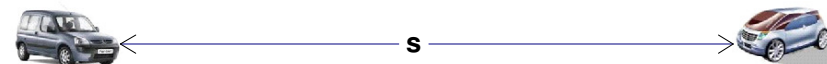
$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

Kada se automobil prilikom usporavanja zaustavi prijeći će jednak put kao da je iz stanja mirovanja ubrzavao do jednake brzine. Zato je:

$$d = s - (s_1 + s_2) \Rightarrow d = s - \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot a_1} + \frac{v_2^2}{2 \cdot a_2} \right) =$$

$$= 110 \text{ m} - \left(\frac{\left(25 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 7 \frac{m}{s^2}} + \frac{\left(30 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 8 \frac{m}{s^2}} \right) = 9.11 \text{ m}.$$



Vježba 607

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 0.11 km počinju istodobno kočiti s usporenjima 7 m/s² i 8 m/s². Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rezultat: 9.11 m.

Zadatak 608 (Domagoj, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i prešavši put 10 m dostigne brzinu v_1 , a kad prijeđe put 90 m, brzinu v_2 . Nađite omjer tih brzina.

Rješenje 608

$$s_1 = 10 \text{ m}, \quad s_2 = 90 \text{ m}, \quad \frac{v_2}{v_1} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

Omjer brzina iznosi:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot s_2}}{\sqrt{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{90 \text{ m}}{10 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3.$$

Vježba 608

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i prešavši put 10 m dostigne brzinu v_1 , a kad prijeđe put 40 m, brzinu v_2 . Nađite omjer brzina.

Rezultat: 2.

Zadatak 609 (Mirna, gimnazija)

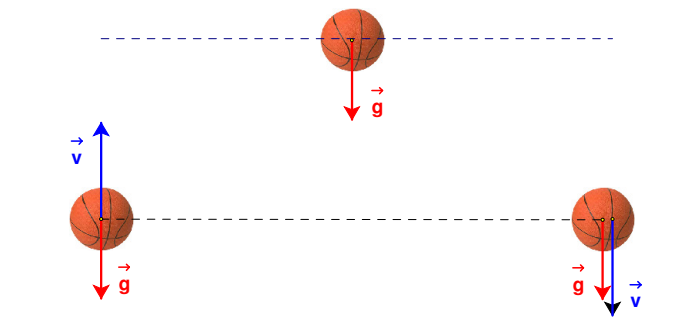
Lopta je bačena vertikalno prema gore i vraća se dolje. Tijekom leta lopte vektori brzine i akceleracije lopte:

- A. uvijek su jednake orijentacije
- B. uvijek su suprotne orijentacije
- C. prvo su suprotne orijentacije, a zatim jednake orijentacije
- D. prvo su jednake orijentacije, a zatim suprotne orijentacije

Rješenje 609

$$v, \quad g$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Vektorske su veličine određene pravcem (nosilac vektora), orijentacijom i iznosom (modul, apsolutna vrijednost) iskazanim odgovarajućim jedinicama. Vektorske veličine su: brzina, akceleracija, ... Slobodni pad je jednoliko ubrzano gibanje sa stalnom akceleracijom za sva tijela. Ubrzanje slobodnog pada zovemo još ubrzanje sile teže jer je posljedica gravitacijskog privlačenja Zemlje i tijela. To je vektorska veličina koja ima orijentaciju prema središtu Zemlje. Kod bacanja lopte uvis vektor akceleracije sile teže uvijek ima orijentaciju prema središtu Zemlje. Orijentacija vektora brzine najprije je prema gore, a zatim prema dolje. Odgovor je pod C.



Vježba 609

Lopta je bačena vertikalno prema dolje. Tijekom leta lopte vektori brzine i akceleracije lopte:

- A. uvijek su jednake orijentacije
- B. uvijek su suprotne orijentacije
- C. prvo su suprotne orijentacije, a zatim jednake orijentacije
- D. prvo su jednake orijentacije, a zatim suprotne orijentacije

Rezultat: A.

Zadatak 610 (Mirna, gimnazija)

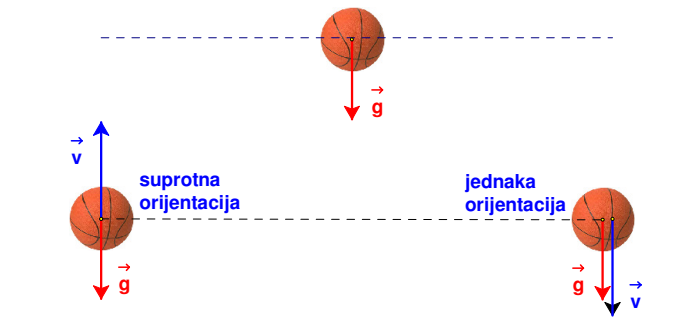
Može li tijelo mijenjati orijentaciju brzine kada je akceleracija konstantna?

- A. Ne, jer se uvijek ubrzava.
- B. Ne, jer brzina uvijek raste za jednaki iznos.
- C. Da, primjerice kod bacanja lopte u visinu.
- D. Da, primjerice automobil se iz stanja mirovanja ubrzava, a zatim se pred semaforom usporava.

Rješenje 610

v , a

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Vektorske su veličine određene pravcem (nosilac vektora), orijentacijom i iznosom (modul, apsolutna vrijednost) iskazanim odgovarajućim jedinicama. Vektorske veličine su: brzina, akceleracija, ... Slobodni pad je jednoliko ubrzano gibanje sa stalnom akceleracijom za sva tijela. Ubrzanje slobodnog pada zovemo još ubrzanje sile teže jer je posljedica gravitacijskog privlačenja Zemlje i tijela. To je vektorska veličina koja ima orijentaciju prema središtu Zemlje. Kada loptu bacimo prema gore vektori brzine i akceleracije suprotne su orijentacije. Kada lopta pada prema dolje vektori brzine i akceleracije jednake su orijentacije. Odgovor je pod C.



Vježba 610

Pretpostavite da automobil usporava približavajući se semaforu. Koja od navedenih tvrdnji najbolje opisuje to gibanje?

- A. Automobil usporava i njegova akceleracija je pozitivna.
- B. Automobil usporava i njegova akceleracija je negativna.
- C. Automobil usporava i njegova akceleracija je nula.
- D. Sva ti gore navedena odgovora su moguća.

Rezultat: B.

Zadatak 611 (Božidar, srednja škola)

Dokažite da tijelo koje se baci vertikalno uvis, a zatim slobodno pada po istoj stazi, ima u bilo kojoj točki staze brzine jednake po iznosu (a suprotne orijentacije). Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rješenje 611

g, v

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = g \cdot t,$$

gdje je h visina pada, v trenutna brzina.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put h u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2.$$

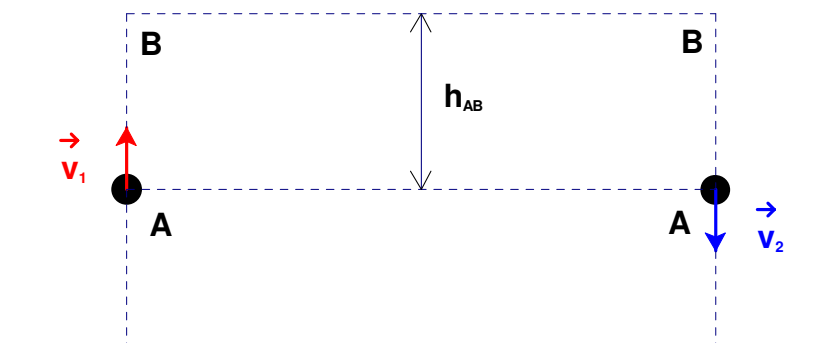
Brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana je ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Najviši domet što ga tijelo može postići pri vertikalnom hici jest u času kad je $v = 0$. Onda je

$$v_0 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.



Pretpostavimo da je u točki A brzina tijela v_1 (orijentacije prema gore). Tada se vrijeme gibanja do maksimalne visine (najviše točke B) dobije iz uvjeta:

$$\left. \begin{array}{l} v_B = 0 \\ v_B = v_1 - g \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = v_1 - g \cdot t_1 \Rightarrow g \cdot t_1 = v_1 \Rightarrow g \cdot t_1 = v_1 / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{g}.$$

Put od točke A do B je:

$$h_{AB} = v_1 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow \left[t_1 = \frac{v_1}{g} \right] \Rightarrow h_{AB} = v_1 \cdot \frac{v_1}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_1}{g} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{AB} = \frac{v_1^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_1^2}{g^2} \Rightarrow h_{AB} = \frac{v_1^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_1^2}{g^2} \Rightarrow h_{AB} = \frac{v_1^2}{g} - \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{AB} = \frac{2 \cdot v_1^2 - v_1^2}{2 \cdot g} \Rightarrow h_{AB} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g}.$$

Pri gibanju iz točke B prema dolje tijelo slobodno pada pa vrijeme t_2 za koje je prešlo put od točke B do A iznosi:

$$h_{AB} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow \left[h_{AB} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right] \Rightarrow \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t_2^2 = \frac{v_1^2}{g} \Rightarrow t_2^2 = \left(\frac{v_1}{g} \right)^2 \Rightarrow t_2^2 = \left(\frac{v_1}{g} \right)^2 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow t_2 = \frac{v_1}{g}.$$

Tada brzina v_2 (orijentacije prema dolje) u točki A iznosi:

$$v_2 = g \cdot t_2 \Rightarrow \left[t_2 = \frac{v_1}{g} \right] \Rightarrow v_2 = g \cdot \frac{v_1}{g} \Rightarrow v_2 = g \cdot \frac{v_1}{g} \Rightarrow v_2 = v_1.$$

Vježba 611

Dokažite da let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 612 (Una, gimnazija)

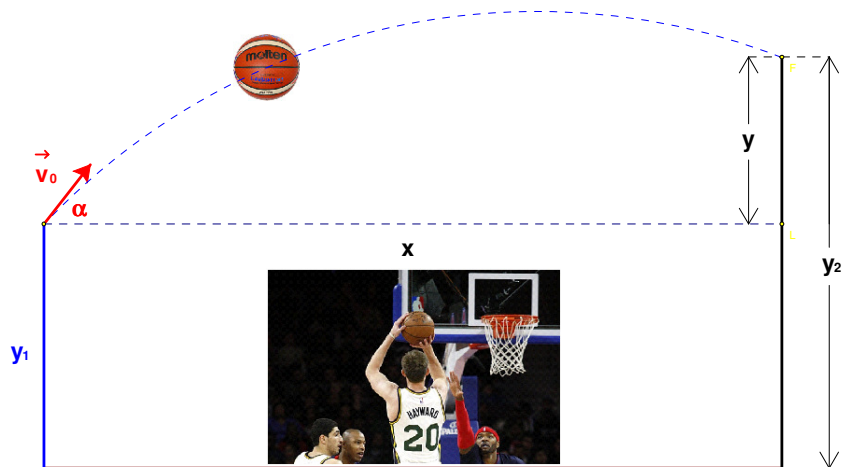
Košarkaš visok 2 m pokušava ubaciti koš sa udaljenosti 10 m. Ako baci loptu pod kutom 40° u odnosu na horizontalnu ravninu kolika mora biti početna brzina lopte da bi pala u koš? Visina koša je 3.05 m. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 612

$$y_1 = 2 \text{ m}, \quad x = 10 \text{ m}, \quad \alpha = 40^\circ, \quad y_2 = 3.05 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada. Zanimarimo li otpor zraka tijelo izbačeno početnom brzinom v_0 pod kutom elevacije α prema vodoravnoj podlozi opisuje stazu danu jednadžbom

$$y = x \cdot \tan \alpha - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad (\text{parabola}).$$



$$\begin{aligned}
 y &= x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \Rightarrow \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y}{1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g \cdot x^2} = \frac{1}{x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y} \Rightarrow \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g \cdot x^2} = \frac{1}{x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y} \cdot \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y)} \Rightarrow v_0 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y)} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y)}} \Rightarrow v_0 = \frac{x}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y)}} \Rightarrow [y = y_2 - y_1] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v_0 = \frac{x}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - (y_2 - y_1))}} \Rightarrow v_0 = \frac{x}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot (x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y_2 + y_1)}} = \\
 &= \frac{10 \text{ m}}{\cos 40^\circ} \cdot \sqrt{\frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot (10 \text{ m} \cdot \operatorname{tg} 40^\circ - 3.05 \text{ m} + 2 \text{ m})}} = 10.67 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [10.67 \cdot 3.6] = 38.41 \frac{\text{km}}{\text{h}}.
 \end{aligned}$$

Vježba 612

Košarkaš visok 2.05 m pokušava ubaciti koš sa udaljenosti 10 m. Ako baci loptu pod kutom 40° u odnosu na horizontalnu ravninu kolika mora biti početna brzina lopte da bi pala u koš? Visina koša je 3.10 m. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 10.67 m/s.

Zadatak 613 (Una, gimnazija)

Dva tijela istodobno bačena su iz jedne točke, jedno vertikalno uvis, a drugo pod kutom 60° u odnosu na horizont. Početna brzina oba tijela je 25 m/s. Nađite njihovu međusobnu udaljenost nakon 1.7 s. Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 613

$$\alpha = 60^\circ, \quad v_0 = 25 \text{ m/s}, \quad t = 1.7 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad d = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtnoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina h u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina.

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada.

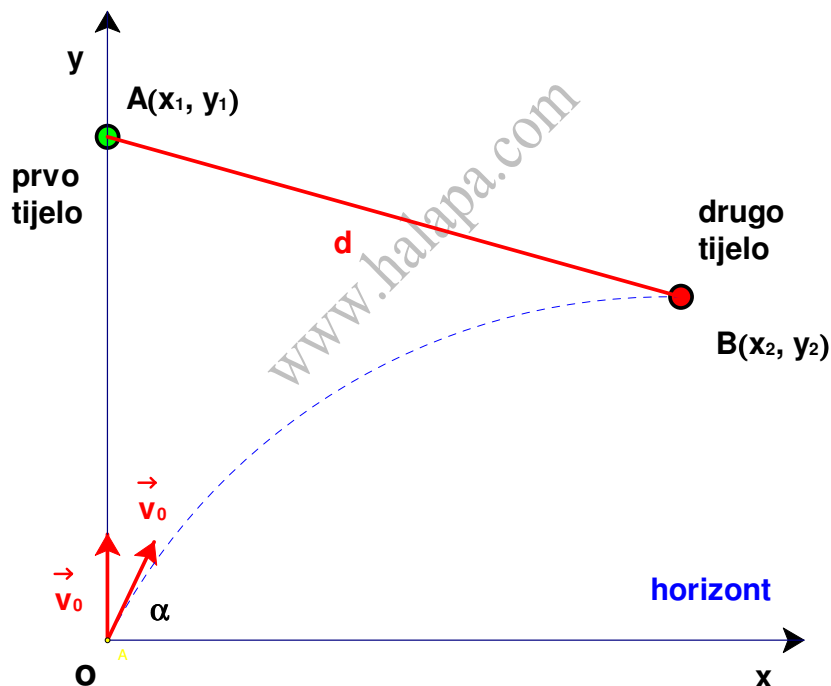
Izrazi za komponente puta u smjerovima koordinatnih osi x i y u trenutku t glase:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y &= v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\}$$

Udaljenost točaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Gibanja tijela razložimo po osi x (horizontalni smjer) i osi y (vertikalni smjer).



Prvo tijelo bačeno vertikalno uvis

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= 25 \frac{m}{s} \cdot 1.7 s - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (1.7 s)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= 28.32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A(x_1, y_1) = A(0, 28.32).$$

Drugo tijelo bačeno pod kutom α .

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y_2 &= v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_2 &= 25 \frac{m}{s} \cdot 1.7 s \cdot \cos 60^\circ \\ y_2 &= 25 \frac{m}{s} \cdot 1.7 s \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (1.7 s)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x_2 &= 21.25 \\ y_2 &= 22.63 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B(x_2, y_2) = B(21.25, 22.63).$$

Udaljenost dviju točaka A i B u Kartezijevom koordinatnom sustavu je:

$$\left. \begin{aligned} A(x_1, y_1) &= A(0, 28.32) \\ B(x_2, y_2) &= B(21.25, 22.63) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(21.25 - 0)^2 + (22.63 - 28.32)^2} \Rightarrow d = 22 \text{ m.}$$

Vježba 613

Dva tijela istodobno bačena su iz jedne točke, jedno vertikalno uvis, a drugo pod kutom 60° u odnosu na horizont. Početna brzina oba tijela je 90 km/h . Nađite njihovu međusobnu udaljenost nakon 1.7 s . Zanimajte otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 22 m.

Zadatak 614 (Una, gimnazija)

Dva tijela istodobno bačena su iz jedne točke, jedno vertikalno uvis, a drugo pod kutom 45° u odnosu na horizont. Početna brzina oba tijela je 30 m/s . Nađite njihovu međusobnu udaljenost nakon 2 s . Zanimajte otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 614

$$\alpha = 45^\circ, \quad v_0 = 30 \text{ m/s}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad d = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtnoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina h u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina.

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada.

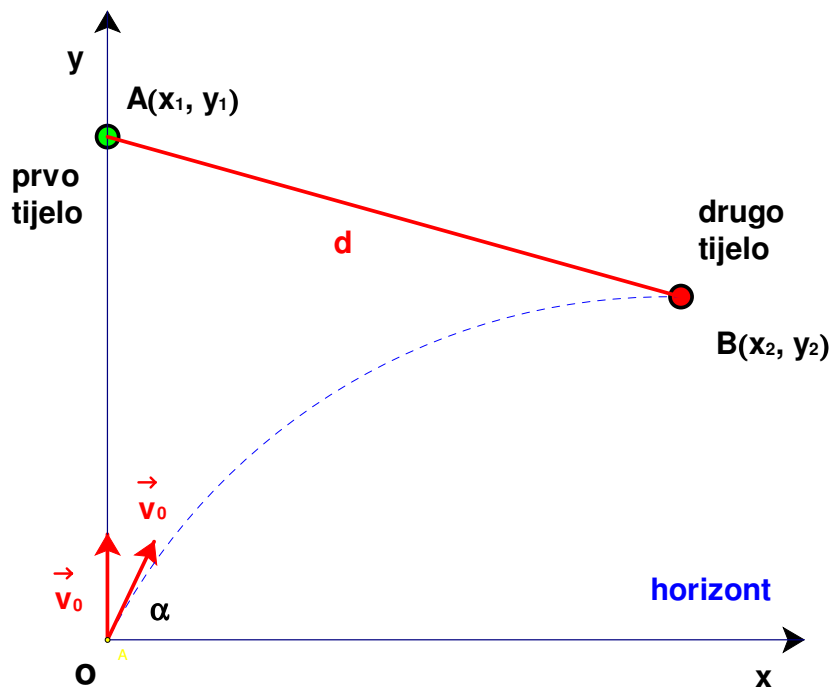
Izrazi za komponente puta u smjerovima koordinatnih osi x i y u trenutku t glase:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y &= v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\}.$$

Udaljenost točaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Gibanja tijela razložimo po osi x (horizontalni smjer) i osi y (vertikalni smjer).



Prvo tijelo bačeno vertikalno uvis

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= 30 \frac{m}{s} \cdot 2 s - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (2 s)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ y_1 &= 40.38 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A(x_1, y_1) = A(0, 40.38).$$

Drugo tijelo bačeno pod kutom α .

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y_2 &= v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_2 &= 30 \frac{m}{s} \cdot 2 s \cdot \cos 45^\circ \\ y_2 &= 30 \frac{m}{s} \cdot 2 s \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (2 s)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_2 &= 42.43 \\ y_2 &= 22.81 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B(x_2, y_2) = B(42.43, 22.81).$$

Udaljenost dviju točaka A i B u Kartezijevu koordinatnom sustavu je:

$$\left. \begin{aligned} A(x_1, y_1) &= A(0, 40.38) \\ B(x_2, y_2) &= B(42.43, 22.81) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow d = \sqrt{(42.43 - 0)^2 + (22.81 - 40.38)^2} \Rightarrow d = 45.92 m.$$

Vježba 614

Dva tijela istodobno bačena su iz jedne točke, jedno vertikalno uvis, a drugo pod kutom 45° u odnosu na horizont. Početna brzina oba tijela je 108 km/h . Nadite njihovu međusobnu udaljenost nakon 2 s . Zanimajte otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 45.92 m.

Zadatak 615 (Mehaničarka, srednja škola)

Marsovac istražujući Zemlju zabilježi da kamen, ispušten sa visoke litice, prijeđe duljinu jednog glonga u vremenu jednog togga. Koju duljinu će prijeći u vremenu 2 togga?



Poštovana, slučajno sam bio na razmjeni studenata i boravio na Marsu pa tako naučio njihov jezik.

Marsovac istražujući Zemlju zabilježi da kamen, ispušten sa visoke litice, prijeđe duljinu h u vremenu t . Koju duljinu će prijeći u vremenu $2 \cdot t$?

Rješenje 615

$$h_1 = h, \quad t_1 = t, \quad t_2 = 2 \cdot t, \quad h_2 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \\ h_2 &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{2 \cdot t}{t} \right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{2 \cdot t}{t} \right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 4 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 4 \cdot \frac{h_1}{h_1} \Rightarrow h_2 = 4 \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = 4 \cdot h.$$

Na Marsu to bi se reklo: "U vremenu 2 togga kamen će prijeći duljinu 4 glonga."

2. inačica

A ovako se radi na Zemlji!

Pogledajmo formulu za slobodni pad!

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Uočimo da je visina h razmjerna sa kvadratom vremena t^2 .

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h \sim t^2.$$

Za 2 puta dulje vrijeme kamen će prijeći 4 (2^2) puta dulji put.

Vježba 615

Marsovac istražujući Zemlju zabilježi da kamen, ispušten sa visoke litice, prijeđe duljinu jednog glonga u vremenu jednog togga. Koju duljinu će prijeći u vremenu 3 togga?

Rezultat: Devet puta veću duljinu.

Zadatak 616 (Mehaničarka, srednja škola)

Kamen je bačen vertikalno prema gore brzinom 30 m / s. Jednu sekundu kasnije drugi je kamen bačen s istog mjesta prema gore tako da su se sudarili u trenutku kada je prvi dostigao najveću visinu. Kojom je brzinom bačen drugi kamen? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 616

$$v_0 = 30 \text{ m / s}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad v_1 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put s u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Najviši domet H što ga tijelo može postići pri vertikalnom hici jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

$$t = \frac{v_0}{g}, \quad H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Prvi kamen postigao je najviši domet H za vrijeme t :

$$\bullet \quad H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 45.87 \text{ m}$$

$$\bullet \quad t = \frac{v_0}{g} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3.06 \text{ s}.$$

Sekundu kasnije bačen je drugi kamen početnom brzinom v_1 . Da bi postigao najviši domet H prvog kamena za gibanje drugog kamena mora vrijediti jednačba:

$$\begin{aligned} H &= v_1 \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow v_1 \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 = H \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot (t - \Delta t) = H + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow v_1 \cdot (t - \Delta t) = H + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \cdot \frac{1}{t - \Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 = \frac{H + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2}{t - \Delta t} = \frac{45.87 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3.06 \text{ s} - 1 \text{ s})^2}{3.06 \text{ s} - 1 \text{ s}} = 32.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 616

Kamen je bačen vertikalno prema gore brzinom 108 km / h. Jednu sekundu kasnije drugi je kamen bačen s istog mjesta prema gore tako da su se sudarili u trenutku kada je prvi dostigao najveću visinu. Kojom je brzinom bačen drugi kamen? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 32.37 m / s.

Zadatak 617 (Davor, srednja škola)

Kolika je brzina tijela ako bačeno vertikalno uvis postigne najviši domet 20 m na Veneri i na Zemlji? Nađite omjer tih brzina. (ubrzanje slobodnog pada na Veneri $g_1 = 8.86 \text{ m / s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_2 = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 617

$$h = 20 \text{ m}, \quad g_1 = 8.86 \text{ m / s}^2, \quad g_2 = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad v_{10} = ? \quad v_{20} = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac uvis sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Da bi tijelo postiglo najviši domet h njegova početna brzina mora biti:

- na Veneri

$$v_{10} = \sqrt{2 \cdot g_1 \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 8.86 \frac{m}{s^2} \cdot 20 m} = 18.83 \frac{m}{s}$$

- na Zemlji

$$v_{20} = \sqrt{2 \cdot g_2 \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 20 m} = 19.81 \frac{m}{s}.$$

Omjer brzina iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{v_{20}}{v_{10}} &= \frac{\sqrt{2 \cdot g_2 \cdot h}}{\sqrt{2 \cdot g_1 \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_{20}}{v_{10}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_2 \cdot h}{2 \cdot g_1 \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_{20}}{v_{10}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_2 \cdot h}{2 \cdot g_1 \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_{20}}{v_{10}} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_{20}}{v_{10}} = \sqrt{\frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{8.86 \frac{m}{s^2}}} \Rightarrow \frac{v_{20}}{v_{10}} = 1.05. \end{aligned}$$



Vježba 617

Kolika je brzina tijela ako bačeno vertikalno uvis postigne najviši domet 0.02 km na Veneri i na Zemlji? (ubrzanje slobodnog pada na Veneri $g_1 = 8.86 \text{ m/s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_2 = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 18.83 m / s, 19.81 m / s.

Zadatak 618 (Fizičarka, gimnazija)

Tijelo klizi niz kosinu koja je prema horizontali nagnuta za 45° . Pošto je tijelo prešlo put 36.4 cm dobilo je brzinu 2 m / s. Koliki je faktor trenja između tijela i kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 618

$$\alpha = 45^\circ, \quad s = 36.4 \text{ cm} = 0.364 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}.$$

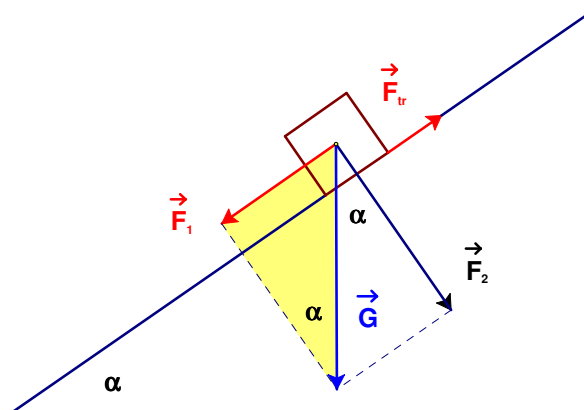
gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Tijelo počinje kliziti niz kosinu pa njegova akceleracija iznosi:

$$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}.$$

Silu težu G koja djeluje okomito prema zemlji možemo rastaviti u dvije komponente: komponentu

F_2 okomitu na kosinu i komponentu F_1 paralelnu s kosinom. Sa slika vidi se:



- $\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow \frac{F_1}{G} = \sin \alpha \Rightarrow \frac{F_1}{G} = \sin \alpha \cdot G \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$
- $\cos \alpha = \frac{F_2}{G} \Rightarrow \frac{F_2}{G} = \cos \alpha \Rightarrow \frac{F_2}{G} = \cos \alpha \cdot G \Rightarrow F_2 = G \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$

Budući da tijelo počinje kliziti niz kosinu, rezultantna sila F koja ga ubrzava jednaka je razlici

komponente F_1 i sile trenja F_{tr} .

$$\begin{aligned}
 F &= F_1 - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F_1 - F \Rightarrow \mu \cdot F_2 = F_1 - F \Rightarrow \mu \cdot F_2 = F_1 - F \cdot \frac{1}{F_2} \Rightarrow \mu = \frac{F_1 - F}{F_2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Drugi Newtonov poučak} \\ F = m \cdot a \end{array} \right] \Rightarrow \mu = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot a}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \mu = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} - \frac{m \cdot a}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \mu = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} - \frac{m \cdot a}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{a}{g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \left[\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \mu = \text{tg } \alpha - \frac{a}{g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \left[a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \right] \Rightarrow \mu = \text{tg } \alpha - \frac{\frac{v^2}{2 \cdot s}}{g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \mu = \text{tg } \alpha - \frac{\frac{v^2}{2 \cdot s}}{\frac{g \cdot \cos \alpha}{1}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \mu = \text{tg } \alpha - \frac{v^2}{2 \cdot s \cdot g \cdot \cos \alpha} = \text{tg } 45^\circ - \frac{\left(2 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 0.364 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \cos 45^\circ} = 0.21.
 \end{aligned}$$

Vježba 618

Tijelo klizi niz kosinu koja je prema horizontali nagnuta za 45° . Pošto je tijelo prešlo put 3.64 dm dobilo je brzinu 2 m / s. Koliki je faktor trenja između tijela i kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$).

Rezultat: 0.21.

Zadatak 619 (Dominik, srednja škola)

Koliko je puta domet na Mjesecu veći od dometa na Zemlji, ako su jednaki početni uvjeti gibanja tijela? (ubrzanje slobodnog pada na Mjesecu $g_1 = 1.62 \text{ m / s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_2 = 9.81 \text{ m / s}^2$).

Rješenje 619

$$g_1 = 1.62 \text{ m / s}^2, \quad g_2 = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \frac{x_1}{x_2} = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada. Domet kod kosog hica računa se po formuli:

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_1} \text{ domet na Zemlji} \\ x_2 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_2} \text{ domet na Mjesecu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_1}}{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_1}}{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_2}} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{g_2}{g_1} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{13.80 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} \approx 0.71$$

Vježba 619

Koliko je puta domet na Zemlji veći od dometa na Neptunu, ako su jednaki početni uvjeti gibanja tijela? (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Neptunu $g_2 = 13.80 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 1.41.

Zadatak 620 (Dominik, srednja škola)

Dometa $x_1 = 100 \text{ m}$ na Zemlji odgovara domet x_2 na Neptunu. Koliko on iznosi uz iste početne uvjete? (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Neptunu $g_2 = 13.80 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 620

$$x_1 = 100 \text{ m}, \quad g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad g_2 = 13.80 \text{ m/s}^2, \quad x_2 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada. Domet kod kosog hica računa se po formuli:

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_1} \text{ domet na Zemlji} \\ x_2 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_2} \text{ domet na Neptunu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_2}}{\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{g_1}{g_2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{13.80 \frac{m}{s^2}} \cdot x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{9.81}{13.80} \cdot 100 \text{ m} = 71.09 \text{ m}.$$

Vježba 620

Dometa $x_1 = 10 \text{ dm}$ na Zemlji odgovara domet x_2 na Neptunu. Koliko on iznosi uz iste početne uvjete? (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$, ubrzanje slobodnog pada na Neptunu $g_2 = 13.80 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 71.09 m.