

Zadatak 321 (Sanja, srednja škola)

Tijelo mase 2 kg vuče se po horizontalnoj površini pomoću elastične opruge konstante elastičnosti 200 N/m. Odredi faktor trenja, ako je gibanje jednoliko, a opruga se izduži 2 cm. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 321

$$m = 2 \text{ kg}, \quad k = 200 \text{ N/m}, \quad x = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Elastična sila rezultanta je sila između molekula tijela koja se suprotstavlja vanjskoj sili deformacije tijela.

$$F = -k \cdot x.$$

Harmoničko titranje je gibanje tijela (titranje) pri kojemu je sila koja uzrokuje titranje (elastična sila) razmjerna udaljenosti tijela od položaja ravnoteže.

Sila ima uvijek smjer prema položaju ravnoteže, stoga se u izrazu nalazi predznak minus (-).

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Budući da se tijelo giba jednoliko po pravcu, zbog prvog Newtonova poučka, vučna sila F (elastična sila opruge) po iznosu jednaka je sili trenja na vodoravnoj podlozi.

$$F = F_{tr} \Rightarrow k \cdot x = \mu \cdot G \Rightarrow k \cdot x = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow k \cdot x = \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{k \cdot x}{m \cdot g} = \frac{200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0.02 \text{ m}}{2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.2 = \frac{20}{100} = 20\%.$$

Vježba 321

Tijelo mase 4 kg vuče se po horizontalnoj površini pomoću elastične opruge konstante elastičnosti 200 N/m. Odredi faktor trenja, ako je gibanje jednoliko, a opruga se izduži 4 cm. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 20%.

Zadatak 322 (Petar, pomorska škola)

Tijelo mase 2 kg počinje kliziti niz kosinu koja je nagnuta prema horizontali za 45° i u prvoj sekundi prijeđe put 2.5 m. Kolika je sila trenja i kolikom bi silom trebalo djelovati da bi se tijelo gibalo uz kosinu? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 322

$$m = 2 \text{ kg}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad t = 1 \text{ s}, \quad s = 2.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu

podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine hipotenuze.

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Treći Newtonov poučak (sila i protusila)

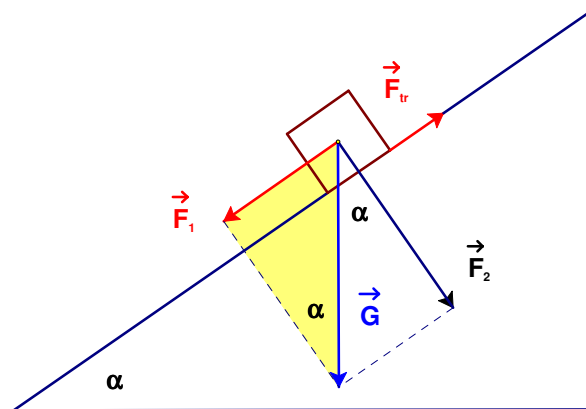
Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom, onda istodobno drugo djeluje na prvo silom jednake vrijednosti, ali suprotnog smjera.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$$

Tijelo počinje kliziti niz kosinu pa njegova akceleracija iznosi:

$$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}.$$

Silu težu \vec{G} koja djeluje okomito prema zemlji možemo rastaviti u dvije komponente: komponentu \vec{F}_2 okomitu na kosinu i komponentu \vec{F}_1 paralelnu s kosinom. Sa slika vidi se:



$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_1}{G} / \cdot G \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

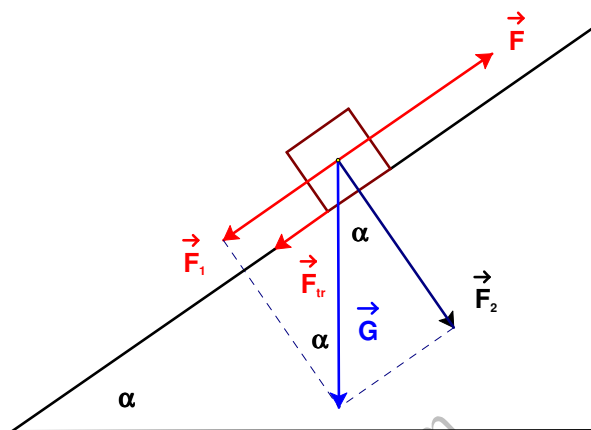
Budući da tijelo počinje kliziti niz kosinu rezultantna sila F koja ga ubrzava jednaka je razlici sila F_1 i F_{tr} .

$$F = F_1 - F_{tr}$$

Prema drugom Newtonovom poučku dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = F_1 - F_{tr} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = F_1 - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F_1 - m \cdot a \Rightarrow F_{tr} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} \Rightarrow$$

$$F_{tr} = m \cdot \left(g \cdot \sin \alpha - \frac{2 \cdot s}{t^2} \right) = 2 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 45^\circ - \frac{2 \cdot 2.5 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} \right) = 3.87 \text{ N}.$$



Tijelo se giba uz kosinu pa sila trenja ima smjer suprotan gibanju, tj. ima smjer niz kosinu. Budući da se tijelo giba jednoliko uz kosinu, (prvi Newtonov poučak) rezultantna sila F po iznosu jednaka je zbroju iznosa sila F_1 i F_{tr} .

$$F = F_1 + F_{tr} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \alpha + F_{tr} = 2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 45^\circ + 3.87 \text{ N} = 17.74 \text{ N}.$$

Vježba 322

Tijelo mase 2 kg počinje kliziti niz kosinu koja je nagnuta prema horizontali za 50° i u prvoj sekundi prijeđe put 2.5 m. Kolika je sila trenja i kolikom bi silom trebalo djelovati da bi se tijelo gibalo uz kosinu? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $F_{tr} = 5.03 \text{ N}$, $F = 20.06 \text{ N}$.

Zadatak 323 (Vesna, gimnazija)

Imamo dvije jednake kuglice na istoj visini od tla. Prvu samo ispustimo, dok drugu bacimo vodoravno. Vrijeme nakon kojega prva kuglica padne na tlo označimo s t_1 , a vrijeme nakon kojega padne druga kuglica označimo s t_2 . Kako će se odnositi vremena t_1 i t_2 ?

$$A) t_1 < t_2 \quad B) t_1 = t_2 \quad C) t_1 > t_2$$

Rješenje 323

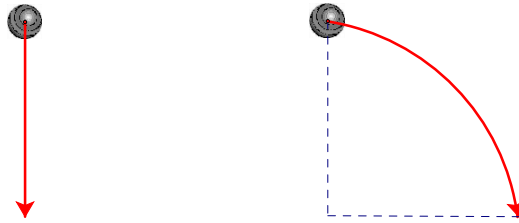
$$t_1, \quad t_2$$

Jednostavno gibanje je ono gibanje tijela koje nastaje pod utjecajem samo jedne sile. Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja: kad tijelo istodobno izvodi dva ili više gibanja, ona ne utječu jedno na drugo pa se tijelo u svakom trenutku nalazi u točki staze do koje bi stiglo da je najprije obavilo samo jedno gibanje, a zatim drugo gibanje u jednakom vremenu.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada.



Prva kuglica izvodila je samo slobodni pad, a druga jednoliko pravocrtno gibanje i istodobno slobodan pad (horizontalan hitac). Iako druga kuglica pri horizontalnom hucu izvodi istodobno dva gibanja, zbog načela neovisnosti gibanja, na zemlju padne za isto vrijeme kao da je izvodila samo slobodan pad.

Odgovor je pod B.

Vježba 323

Kakvo gibanje bi izvodilo tijelo izbačeno s neke visine u horizontalnom smjeru uz pretpostavku da nema slobodnog pada?

Rezultat: Jednoliko pravocrtno gibanje.

Zadatak 324 (Mirela, gimnazija)

Nacrtajte graf ovisnosti brzine o vremenu i odredite ubrzanje tijela, ako mu se u tijeku 1 min brzina jednoliko poveća s 80 m/s na 200 m/s.

Rješenje 324

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v_0 = 80 \text{ m/s}, \quad v = 200 \text{ m/s}, \quad a = ?$$

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer). Akceleracija opisuje promjenu brzine u jedinici vremena (u 1 sekundi). Srednja akceleracija definira se:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja, v_2 konačna brzina gibanja.

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje jest gibanje stalnim ubrzanjem (akceleracijom).

Kada se tijelo giba pravocrtno, vrijedi:

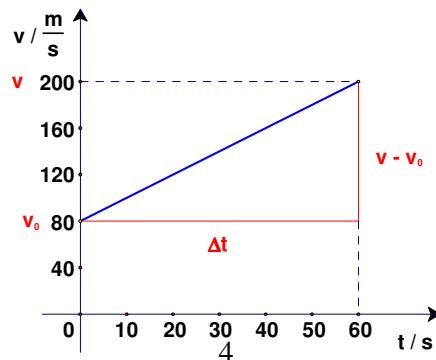
- akceleracija pozitivna , $a > 0 \Rightarrow$ tijelo ubrzava
- akceleracija negativna , $a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava

Akceleracija a tijela iznosi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{200 \frac{m}{s} - 80 \frac{m}{s}}{60 \text{ s}} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Crtamo v, t – graf. U početnom trenutku brzina automobila iznosi v_0 , a zatim se jednoliko povećava i poslije vremena Δt brzina je jednaka v .

Pomoću v, t – dijagrama predočavamo ovisnost brzine o vremenu. Budući da je brzina u svakom času upravo razmjerna vremenu, a faktor razmjernosti je akceleracija a , brzina je linearna funkcija vremena pa će grafički prikaz biti pravac kroz točke s koordinatama $(0, 80)$ i $(60, 200)$ čiji će nagib ovisiti o veličini akceleracije.



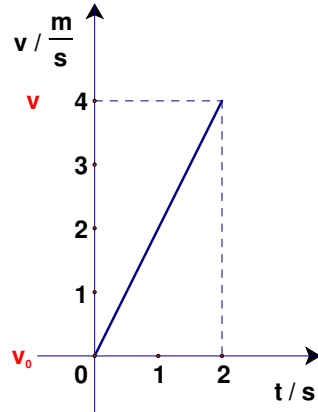
Vježba 324

Odredite ubrzanje tijela, ako mu se u tijeku 1 min brzina jednoliko poveća s 20 m/s na 200 m/s.

Rezultat: 3 m/s².

Zadatak 325 (Mirela, gimnazija)

Graf brzine tijela dan je na slici. Kolika je sila djelovala na tijelo ako je njegova masa 1.5 kg?



Rješenje 325

$$m = 1.5 \text{ kg}, \quad F = ?$$

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer). Akceleracija opisuje promjenu brzine u jedinici vremena (u 1 sekundi). Srednja akceleracija definira se:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja, v_2 konačna brzina gibanja.

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje jest gibanje stalnim ubrzanjem (akceleracijom).

Kada se tijelo giba pravocrtno, vrijedi:

- akceleracija pozitivna , $a > 0 \Rightarrow$ tijelo ubrzava
- akceleracija negativna , $a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Sa slike vidi se da je početna brzina

$$v_0 = 0 \frac{m}{s},$$

a na kraju druge sekunde, $\Delta t = 2$ s, brzina tijela iznosi:

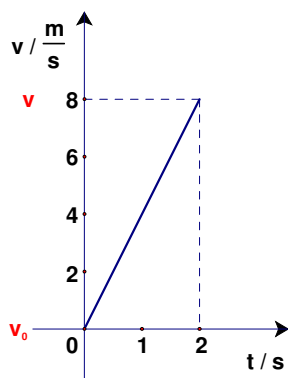
$$v = 4 \frac{m}{s}.$$

Sila koja je djelovala na tijelo je:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v - v_0}{\Delta t} = 1.5 \text{ kg} \cdot \frac{4 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{2 \text{ s}} = 3 \text{ N}.$$

Vježba 325

Graf brzine tijela dan je na slici. Kolika je sila djelovala na tijelo ako je njegova masa 1.5 kg?



Rezultat: 6 N.

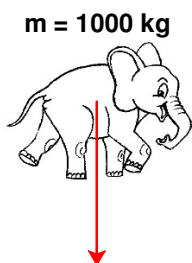
Zadatak 326 (Maturantica, medicinska škola)

Akceleracija tijela koje slobodno pada uz zanemariv otpor zraka:

- A) jednaka je umnošku sile i mase tijela
- B) proporcionalna je masi tijela
- C) neovisna je o masi tijela
- D) obrnuto je proporcionalna masi tijela

Rješenje 326

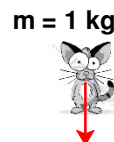
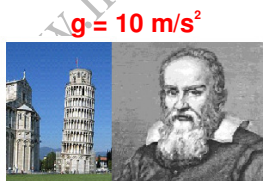
U blizini Zemljine površine tijela slobodno padaju zbog privlačne sile Zemlje. Na brzinu padanja tijela, u zrakopraznom prostoru, ne utječe njegova masa, ni oblik. Sva tijela na Zemlji padnu za isto vrijeme s iste visine i udare u zemlju istom brzinom. Dakle, akceleracija tijela ne ovisi o njegovoj masi. Talijanski znanstvenik Galileo Galilei, prije više od 350 godina, obavio je pokuse u kosom tornju u Pisi i zaključio da bi u sredstvu u kojem ne bi bilo nikakva otpora sva tijela padala jednakom brzinom. Odgovor je pod C.



$$F_g = m \cdot g = 10000 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{10000 \text{ N}}{1000 \text{ kg}}$$

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$F_g = m \cdot g = 10 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ kg}}$$

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Vježba 326

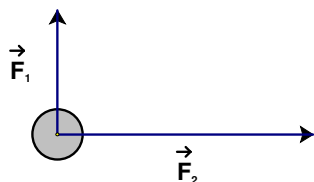
Kako će na Zemlji slobodno padati ptičje pero i čelična kuglica u cijevi iz koje je isisan zrak ako ih istodobno ispustimo s iste visine?

- A) past će istodobno različitim brzinama
- B) past će istodobno istom brzinom
- C) prije će pasti čelična kuglica
- D) prije će pasti ptičje pero

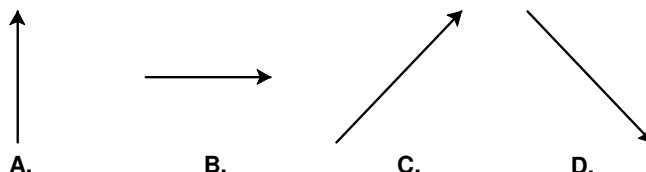
Rezultat: B.

Zadatak 327 (Maturantica, medicinska škola)

Na hokejsku pločicu na ledu, gledanu odozgor, djeluju sile \vec{F}_1 i \vec{F}_2 kako je prikazano na slici.



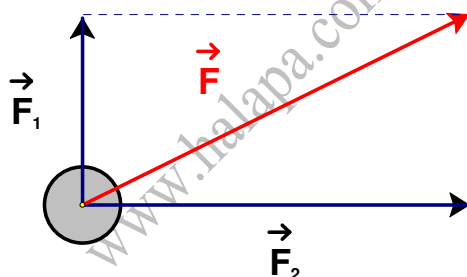
Koji od navedenih vektora najbolje prikazuje smjer akceleracije pločice?



Rješenje 327

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te **ima isti smjer kao i sila**.

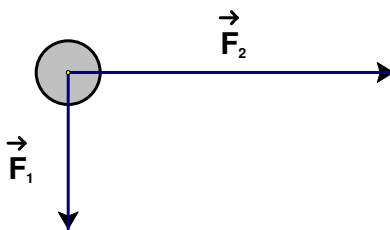
Rezultantna sila F dobije se po pravilu paralelograma sila. Budući da sile F_1 i F_2 imaju isti početak, konstruirat ćemo paralelogram čije stranice čine te sile. Zbroj ili rezultanta F bit će dijagonala paralelograma koja ima isti početak kao i zadane sile F_1 i F_2 .



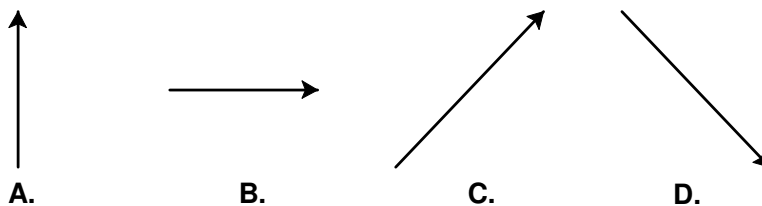
Odgovor je pod C.

Vježba 327

Na hokejsku pločicu na ledu, gledanu odozgor, djeluju sile \vec{F}_1 i \vec{F}_2 kako je prikazano na slici.



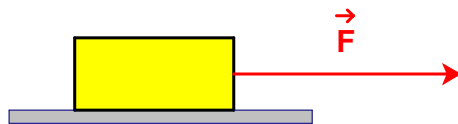
Koji od navedenih vektora najbolje prikazuje smjer akceleracije pločice?



Rezultat: D.

Zadatak 328 (Maturantica, medicinska škola)

Na tijelo mase 10 kg, prikazano na slici, djelujemo vanjskom silom F , čiji je iznos 3 N, no tijelo ostaje u stanju mirovanja.



Koliki je iznos sile trenja između podloge i tijela?

- A) Nije moguće odrediti iz ovih podataka.
- B) 0 N
- C) 3 N
- D) 100 N

Rješenje 328

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

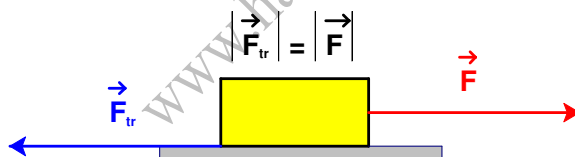
gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

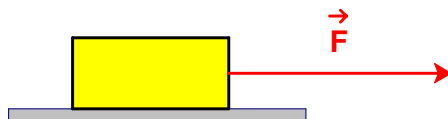
gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo. Budući da tijelo ostaje u stanju mirovanja, rezultantna sila koja djeluje na tijelo jednaka je nuli. Zato sila trenja F_{tr} po iznosu mora biti jednaka vanjskoj sili F . Odgovor je pod C.

**Vježba 328**

Na tijelo mase 5 kg, prikazano na slici, djelujemo vanjskom silom F , čiji je iznos 100 N, no tijelo ostaje u stanju mirovanja.



Koliki je iznos sile trenja između podloge i tijela?

- A) Nije moguće odrediti iz ovih podataka.
- B) 0 N
- C) 3 N
- D) 100 N

Rezultat: D.

Zadatak 329 (Nino, gimnazija)

Dječak mase 60 kg nalazi se na glatkoj ledenoj površini. U jednom trenutku baci svoju torbu mase 15 kg prema betonskoj ogradi. Torba je u ogradu udarila brzinom 15 m/s, odbila se savršeno elastično i vratila dječaku. On je uhvati i zadrži. Odredite dječakovu brzinu nakon toga.

Rješenje 329

$$m = 60 \text{ kg}, \quad m_1 = 15 \text{ kg}, \quad v_1 = 15 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su v_1 i v_2 početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu Δt .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su v_1 i v_2 brzine tijela mase m_1 odnosno m_2 nakon njihova međusobnog djelovanja.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

U trenutku izbacivanja torbe, zbog zakona očuvanja količine gibanja, vrijedi jednadžba

$$m \cdot v_0 = m_1 \cdot v_1,$$

gdje je m masa dječaka, v_0 brzina dječaka nakon izbacivanja torbe, m_1 masa torbe, v_1 brzina torbe. Uočimo da je brzina dječaka v_0 suprotnog smjera od brzine v_1 torbe i iznosi:

$$m \cdot v_0 = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow m \cdot v_0 = m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow v_0 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m} = \frac{15 \text{ kg} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ kg}} = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Budući da torba nakon odbijanja od betonskog zida sustigne dječaka, u trenutku hvatanja torbe njegova brzina v , zbog zakona očuvanja količine gibanja, iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot v_1 - \text{količina gibanja torbe} \\ m \cdot v_0 - \text{količina gibanja dječaka kad je bacio torbu} \\ (m_1 + m) \cdot v - \text{količina gibanja dječaka i torbe nakon odbijanja} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m \cdot v_0 = (m_1 + m) \cdot v \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m \cdot v_0 = (m_1 + m) \cdot v \cdot \frac{1}{m_1 + m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m \cdot v_0}{m_1 + m} = \frac{15 \text{ kg} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 60 \text{ kg} \cdot 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15 \text{ kg} + 60 \text{ kg}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 329

Dječak mase 60 kg nalazi se na glatkoj ledenoj površini. U jednom trenutku baci svoju torbu mase 1500 dag prema betonskoj ogradi. Torba je u ogradu udarila brzinom 54 km/h, odbila se savršeno elastično i vratila dječaku. On je uhvati i zadrži. Odredite dječakovu brzinu nakon toga.

Rezultat:

6

m/s.

Zadatak 330 (Marina, gimnazija)

Teret je ovješten o dinamometar u dizalu. Dinamometar pokazuje 200 N kad je dizalo u stanju mirovanja. Ako dinamometar pokazuje 190 N, dizalo se giba prema:

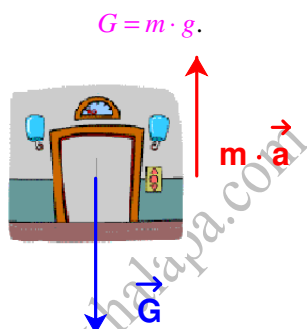
- A. dolje, stalnom brzinom
- B. dolje, brzinom koja se jednoliko povećava
- C. gore, stalnom brzinom
- D. gore, brzinom koja se jednoliko povećava

Rješenje 330

$$G_1 = 200 \text{ N}, \quad G_2 = 190 \text{ N}$$

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $-m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijalnom silom.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,



Inercijalna sila $m \cdot a$ javlja se zbog toga što se dizalo zajedno s teretom spušta akceleracijom a . Budući da inercijalna sila djeluje na teret u suprotnom smjeru od sile teže, ukupna sila koju pokazuje dinamometar manja je od sile koju dinamometar pokazuje kad je dizalo u stanju mirovanja.

$$F = G - m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot g - m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g - a).$$

Odgovor je pod B.

Vježba 330

Teret je ovješten o dinamometar u dizalu. Dinamometar pokazuje 200 N kad je dizalo u stanju mirovanja. Ako dinamometar pokazuje 210 N, dizalo se giba prema:

- A. dolje, stalnom brzinom
- B. dolje, brzinom koja se jednoliko povećava
- C. gore, stalnom brzinom
- D. gore, brzinom koja se jednoliko povećava

Rezultat: D.

Zadatak 331 (Marina, gimnazija)

Kolica mase 20 kg gibaju se po horizontalnoj podlozi brzinom 1 m/s. U susret im dotrči djevojčica mase 40 kg brzinom 2 m/s i uskoči u kolica. Brzina djevojčice i kolica nakon uskakanja je:

- A. 1 m/s u smjeru početnog gibanja djevojčice
- B. 1 m/s u smjeru početnog gibanja kolica
- C. $\frac{5}{3} \frac{m}{s}$ u smjeru početnog gibanja kolica
- D. $\frac{5}{3} \frac{m}{s}$ u smjeru početnog gibanja djevojčice

Rješenje 331

$m_1 = 20 \text{ kg}$, $v_1 = 1 \text{ m/s}$, $m_2 = 40 \text{ kg}$, $v_2 = -2 \text{ m/s}$ (brzina djevojčice ima suprotan smjer od smjera brzine kolica), $v = ?$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su v_1 i v_2 početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu Δt .

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

Budući da je brzina kolica i djevojčice nakon uskakanja ista, slijedi:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \\ v_1' &= v_2' = v \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v + m_2 \cdot v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 40 \text{ kg} \cdot \left(-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{20 \text{ kg} + 40 \text{ kg}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Brzina kolica i djevojčice u njima je u smjeru početnog gibanja djevojčice.

Odgovor je pod A.

Vježba 331

Kolica mase 40 kg gibaju se po horizontalnoj podlozi brzinom 1 m/s. U susret im dotrči djevojčica mase 80 kg brzinom 2 m/s i uskoči u kolica. Brzina djevojčice i kolica nakon uskakanja je:

A. 1 m/s u smjeru početnog gibanja djevojčice

B. 1 m/s u smjeru početnog gibanja kolica

C. $\frac{5}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ u smjeru početnog gibanja kolica

D. $\frac{5}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ u smjeru početnog gibanja djevojčice

Rezultat: A.

Zadatak 332 (Ante, maturant)

Dva tijela počnu se gibati u istom trenutku jednoliko usporeno po pravcu jedno u susret drugom. Početne brzine i usporenja su im $v_{01} = 10 \text{ m/s}$, $v_{02} = 20 \text{ m/s}$, $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ i $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$. Kolika mora biti najveća početna udaljenost da bi se tijela sudarila tijekom gibanja?

Rješenje 332

$$v_{01} = 10 \text{ m/s}, \quad v_{02} = 20 \text{ m/s}, \quad a_1 = 2 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 1 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za brzinu:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s.$$

Do zaustavljanja tijelo prijeđe put s :

$$\left. \begin{array}{l} v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow 0^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 0 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_0^2 \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2 \cdot a}.$$

Zadatak se lako riješi prijelazom u referentni sustav, na primjer, drugog tijela. Tada prvo tijelo u tom sustavu ima konstantno usporenje (deceleraciju)

$$a = a_1 - (-a_2) \Rightarrow a = a_1 + a_2,$$

a početna mu brzina iznosi:

$$v_0 = v_{01} - (-v_{02}) \Rightarrow v_0 = v_{01} + v_{02}.$$

Do zaustavljanja tijelo prijeđe udaljenost d :

$$d = \frac{v_0^2}{2 \cdot a} \Rightarrow d = \frac{(v_{01} + v_{02})^2}{2 \cdot (a_1 + a_2)}.$$

Da bi se tijela sudarila tijekom gibanja početna udaljenost s mora ispunjavati uvjet:

$$\left. \begin{array}{l} s \leq d \\ d = \frac{(v_{01} + v_{02})^2}{2 \cdot (a_1 + a_2)} \end{array} \right\} \Rightarrow s \leq \frac{(v_{01} + v_{02})^2}{2 \cdot (a_1 + a_2)} \Rightarrow s \leq \frac{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \Rightarrow s \leq 150 \text{ m}.$$

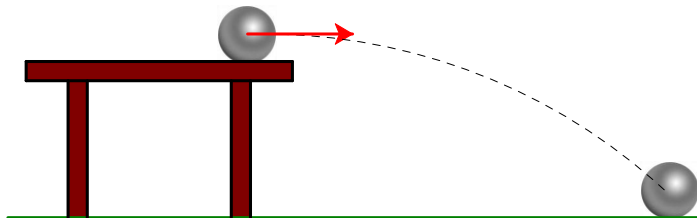
Vježba 332

Dva tijela počnu se gibati u istom trenutku jednoliko usporeno po pravcu jedno u susret drugom. Početne brzine i usporenja su im $v_{01} = 10 \text{ m/s}$, $v_{02} = 20 \text{ m/s}$, $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$ i $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$. Kolika mora biti najveća početna udaljenost da bi se tijela sudarila tijekom gibanja?

Rezultat: 150 m.

Zadatak 333 (Ina, srednja škola)

Kugla se kotrlja po horizontalnom stolu, otkotrlja se preko ruba te nakon 0.4 s udari o tlo. Koliko iznosi visina stola? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 333

$$t = 0.4 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Za vrijeme t tijelo je prešlo put u horizontalnom smjeru

$$x = v_0 \cdot t,$$

a u vertikalnom je smjeru palo za

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.

Budući da vrijedi načelo neovisnosti gibanja, vrijeme za koje se kuglica otkotrlja sa stola i udari o tlo isto je kao da slobodno pada sa ruba stola. Visina stola iznosi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot (0.4 s)^2 = 0.8 m.$$

Vježba 333

Kugla se kotrlja po horizontalnom stolu, otkotrlja se preko ruba te nakon 0.8 s udari o tlo. Koliko iznosi visina stola? ($g = 10$ m/s²)

Rezultat: 3.2 m.

Zadatak 334 (Ina, srednja škola)

Padobranac ima zajedno s opremom masu 110 kg. Kad se padobran otvori, padobranac pada stalnom brzinom. Koliko iznosi sila otpora zraka na padobranca? ($g = 10$ m/s²)

Rješenje 334

$$m = 110 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Prvi Newtonov poučak:

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.



Budući da padobranac jednoliko pada (ima stalnu brzinu), sila otpora zraka \vec{F} po iznosu mora biti jednaka sili teži \vec{G} .

$$\left. \begin{array}{l} F = G \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot g = 110 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1100 \text{ N} = 1.1 \cdot 10^3 \text{ N} = 1.1 \text{ kN}.$$

Vježba 334

Padobranac ima zajedno s opremom masu 150 kg. Kad se padobran otvori, padobranac pada stalnom brzinom. Koliko iznosi sila otpora zraka na padobranca? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.5 kN.

Zadatak 335 (Matija, srednja škola)

Dječak se zatrči na klizalište i počne klizati brzinom 5.2 m/s. Koliki je faktor trenja između dječakovih cipela i leda, ako se dječak zaustavi nakon 4.7 s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 335

$$v = 5.2 \text{ m/s}, \quad t = 4.7 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak:

Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .



Tu je trenje sila koja prisiljava dječaka da se zaustavi na klizalištu.

$$F = F_{tr} \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \quad | : m \Rightarrow a = \mu \cdot g \Rightarrow \frac{v}{t} = \mu \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v}{t} = \mu \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \mu = \frac{v}{t \cdot g} = \frac{5.2 \frac{m}{s}}{4.7 s \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 0.11.$$

Vježba 335

Dječak se zatrči na klizalište i počne klizati brzinom 5.2 m/s. Koliki je faktor trenja između dječakovih cipela i leda, ako se dječak zaustavi nakon 4.7 s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.11.

Zadatak 336 (Nina, medicinska škola)

Iznos ukupne sile na tijelo koje se giba jednoliko ubrzano po pravcu:

- A. jednoliko raste
- B. jednak je nuli
- C. jednoliko se smanjuje
- D. stalan je i različit od nule

Rješenje 336

Sila je vektorska veličina kojom se opisuje djelovanje jednog tijela na drugo tijelo. Sila može ubrzati ili usporiti neko tijelo, tj. promijeniti mu stanje gibanja.

Drugi (Newtonov) zakon mehanike

Ako na tijelo djeluje **stalna sila** u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Budući da se tijelo giba jednoliko ubrzano po pravcu (ima akceleraciju), iznos ukupne sile na tijelo je stalan i različit od nule. Odgovor je pod D.

Vježba 336

Iznos ukupne sile na tijelo koje se giba jednoliko po pravcu:

- A. jednoliko raste
- B. jednak je nuli
- C. jednoliko se smanjuje
- D. stalan je i različit od nule

Rezultat: B.

Zadatak 337 (Tomo, srednja škola)

Luka i Matija čekićem zabijaju čavao u dasku i pritom razgovaraju. "Znaš, kad čekić djeluje silom na čavao, onda i čavao djeluje na čekić silom jednakoga iznosa, samo u suprotnom smjeru", kaže Luka. "Varaš se, te sile nikako ne mogu biti jednakoga iznosa. Sila čekića mora biti većega iznosa jer inače ne bismo mogli zabiti čavao", usprotivi se Matija. Tko je u pravu?

- A. samo Luka
- B. samo Matija
- C. nijedan od njih
- D. obojica

Obrazloži kratko svoj odgovor.

Rješenje 337

Treći Newtonov poučak (sila i protusila)

Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom, onda istodobno drugo djeluje na prvo silom jednake vrijednosti, ali suprotnog smjera.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$$

Čekić međudjeluje s čavlom jer prema trećem Newtonovom poučku sila kojom čekić djeluje na čavao jednaka je iznosom sili kojom čavao djeluje na čekić, ali suprotnog smjera. Odgovor je pod A.



Vježba 337

Luka i Matija čekićem zabijaju čavao u dasku i pritom razgovaraju. "Znaš, kad čekić djeluje silom na čavao, onda i čavao djeluje na čekić silom jednakoga iznosa i istog smjera", kaže Luka. "Varaš se, te sile nikako ne mogu biti jednakoga iznosa. Sila čekića mora biti većega iznosa jer inače ne bismo mogli zabiti čavao", usprotivi se Matija. Tko je u pravu?

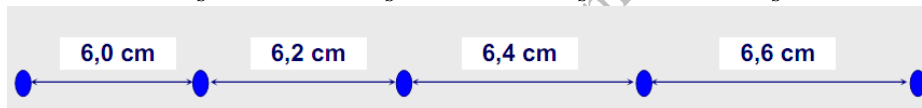
- A. samo Luka
- B. samo Matija
- C. nijedan od njih
- D. obojica

Rezultat: C.

Zadatak 338 (Miroslava, srednja škola)

Kolica se gibaju nizbrdicom. Na njih je bila pričvršćena vrpca, koja je prolazila tipkalom (vidi crtež). Tipkalo udara u vrpca i ostavi trag (točku) svakih 0.02 s. Akceleracija kolica iznosila je:

- A) $5 \frac{m}{s^2}$ B) $10 \frac{m}{s^2}$ C) $20 \frac{m}{s^2}$ D) $30 \frac{m}{s^2}$



Rješenje 338

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja akceleracija je omjer razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Kada se tijelo giba pravocrtno, vrijedi:

- akceleracija pozitivna , $a > 0 \Rightarrow$ tijelo ubrzava
- akceleracija negativna , $a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava

Računamo srednje brzine tijela na svakom dijelu puta

$$\bar{v}_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6.0 \text{ cm}}{0.02 \text{ s}} = 300 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6.2 \text{ cm}}{0.02 \text{ s}} = 310 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_3 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6.4 \text{ cm}}{0.02 \text{ s}} = 320 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_4 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6.6 \text{ cm}}{0.02 \text{ s}} = 330 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tada akceleracija kolica iznosi:

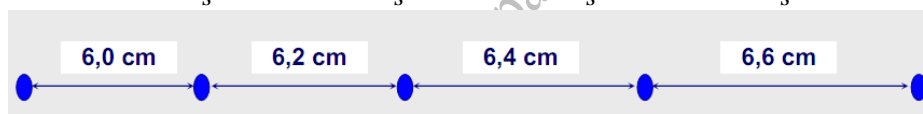
$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\Delta t} = \frac{3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.02 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{\Delta t} = \frac{3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.02 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_4 - \bar{v}_3}{\Delta t} = \frac{3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.02 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 338

Kolica se gibaju nizbrdicom. Na njih je bila pričvršćena vrpca, koja je prolazila tipkalom (vidi crtež). Tipkalo udara u vrpcu i ostavi trag (točku) svakih 0.01 s. Akceleracija kolica iznosila je:

- A) $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B) $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C) $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D) $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Rezultat: B.

Zadatak 339 (Miroslava, srednja škola)

Lopta je bačena vertikalno uvis. U najvišoj točki putanje:

- A) brzina lopte $v \neq 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$
 B) brzina lopte $v = 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$
 C) brzina lopte $v = 0$; akceleracija lopte $a = 0$
 D) brzina lopte $v \neq 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$.

Rješenje 339

Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikoga pravocrtnog gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Prema gore tijelo ima stalnu brzinu v_0 , a prema dolje brzinu pri slobodnom padu $g \cdot t$. Brzina tijela u nekom trenutku nakon vremena t od izbacivanja razlika je tih dviju brzina.

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Tijelo se zaustavi kada postigne najveću visinu, odnosno tada ima brzinu

$$v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kada tijelo postigne najviši položaj, ono će početi slobodno padati. Djelovanje otpora zraka smo zanemarili.

Odgovor je pod B.

Vježba 339

Lopta je bačena vertikalno uvis. U nekoj točki putanje:

- A) brzina lopte $v \neq 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$
- B) brzina lopte $v = 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$
- C) brzina lopte $v = 0$; akceleracija lopte $a = 0$
- D) brzina lopte $v \neq 0$; akceleracija lopte $a \neq 0$.

Rezultat: D.

Zadatak 340 (Admira, gimnazija)

Tijelo se giba brzinom 54 km/h i zaustavi na putu dugačkom 250 m. Odredi:

- a) ukupno vrijeme gibanja
- b) akceleraciju

Rješenje 340

$$v = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad s = 250 \text{ m}, \quad t = ?, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijede isti izrazi.

a) Računamo ukupno vrijeme gibanja

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \cdot \frac{2}{v} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v} = \frac{2 \cdot 250 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 33.33 \text{ s}.$$

b) Računamo akceleraciju

1. inačica

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = a \cdot t \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{33.33 \text{ s}} = 0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 250 \text{ m}}{(33.33 \text{ s})^2} = 0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

3. inačica

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v^2 = 2 \cdot a \cdot s \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 250 \text{ m}} = 0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Napomena. Možemo najprije izračunati akceleraciju uporabom formule

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

jer je zadana brzina i put pa tek onda računati vrijeme.

Vježba 340

Tijelo se giba brzinom 108 km/h i zaustavi na putu dugačkom 500 m. Odredi ukupno vrijeme gibanja.

Rezultat: 33.33 s.