

Zadatak 261 (Gimnazijalci, gimnazija)

Tijelo slobodno pada i u točki A ima brzinu 2 m/s, a u točki B 14 m/s. Za koje će vrijeme prijeći udaljenost od A do B? Koliko su udaljene točke A i B? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

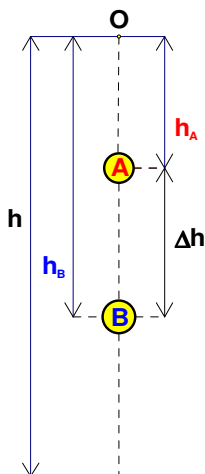
Rješenje 261

$$h, \quad v_A = 2 \text{ m/s}, \quad v_B = 14 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta h = ?, \quad \Delta t = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h.$$

gdje su v brzina pada, h visina pada.



Odredimo vremena za koje će tijelo najprije doći u točku A, a zatim u točku B:

- vrijeme za koje tijelo dođe u točku A

$$v_A = g \cdot t_A \Rightarrow t_A = \frac{v_A}{g}.$$

- vrijeme za koje tijelo dođe u točku B

$$v_B = g \cdot t_B \Rightarrow t_B = \frac{v_B}{g}.$$

Vrijeme za koje tijelo prijeđe put od točke A do točke B jednako je razlici vremena t_B i t_A :

$$\Delta t = t_B - t_A \Rightarrow \Delta t = \frac{v_B}{g} - \frac{v_A}{g} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_B - v_A}{g} = \frac{14 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.22 \text{ s}.$$

1. inačica

Da bismo izračunali visinsku razliku točaka A i B najprije odredimo udaljenosti od početne točke do točaka A i B:

- udaljenost od početne točke do točke A

$$h_A = \frac{1}{2} g \cdot t_A^2.$$

- udaljenost od početne točke do točke B

$$h_B = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2.$$

Visinska razlika točaka A i B (duljina puta AB) jednaka je razlici udaljenosti h_B i h_A :

$$\begin{aligned} \Delta h &= h_B - h_A \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_B^2 - t_A^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\left(\frac{v_B}{g} \right)^2 - \left(\frac{v_A}{g} \right)^2 \right) \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_B^2}{g^2} - \frac{v_A^2}{g^2} \right) \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{g^2} \cdot (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{g^2} \cdot (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot (v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \left(\left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 9.79 \text{ m}. \end{aligned}$$

2. inačica

Da bismo izračunali visinsku razliku točaka A i B najprije odredimo udaljenosti od početne točke do točaka A i B:

- udaljenost od početne točke do točke A

$$h_A = \frac{v_A^2}{2 \cdot g}$$

- udaljenost od početne točke do točke B

$$h_B = \frac{v_B^2}{2 \cdot g}$$

Visinska razlika točaka A i B (duljina puta AB) jednaka je razlici udaljenosti h_B i h_A :

$$\begin{aligned} \Delta h = h_B - h_A &\Rightarrow \Delta h = \frac{v_B^2}{2 \cdot g} - \frac{v_A^2}{2 \cdot g} \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot (v_B^2 - v_A^2) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \left(\left(14 \frac{m}{s} \right)^2 - \left(2 \frac{m}{s} \right)^2 \right) = 9.79 \text{ m.} \end{aligned}$$

Vježba 261

Tijelo slobodno pada i u točki A ima brzinu 4 m/s, a u točki B 16 m/s. Za koje će vrijeme prijeći udaljenost od A do B? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.22 s.

Zadatak 262 (Gimnazijalci, gimnazija)

Koliki će ukupni put prijeći tijelo tijekom četvrte i pete sekunde zajedno, ako slobodno pada s visine 200 m? Na kojoj se visini iznad tla nalazi u trenutku kada mu je brzina 50 m/s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 262

$$H = 200 \text{ m}, \quad v = 50 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta h_{4,5} = ?, \quad h_1 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

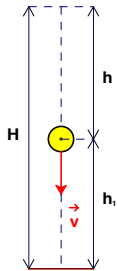
$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodan pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje za koje vrijede identični izrazi (samo se umjesto puta s piše visina h, umjesto akceleracije a piše akceleracija slobodnog pada g):

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

gdje je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ akceleracija slobodnog pada.



Da bismo našli put koji tijelo prilikom slobodnog pada prijeđe tijekom četvrte i pete sekunde zajedno, moramo najprije izračunati putove koje tijelo prijeđe za prve tri sekunde i prvih pet sekundi. Razlika tih putova dat će traženi put:

$$\begin{aligned} \Delta h_{4,5} = h_5 - h_3 &\Rightarrow \Delta h_{4,5} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (5^2 - 3^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (5^2 - 3^2) s^2 = 78.48 \text{ m.} \end{aligned}$$

Tijelo je počelo padati sa visine H. U trenutku kada mu je brzina v, prešlo je put h pa je udaljenost od zemlje jednaka h_1 :

$$\left. \begin{array}{l} H = h + h_1 \\ v^2 = 2 \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_1 = H - h \\ h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow h_1 = H - \frac{v^2}{2 \cdot g} = 200 \text{ m} - \frac{\left(50 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 72.58 \text{ m.}$$

Vježba 262

Koliki će ukupni put prijeći tijelo tijekom pete i šeste sekunde zajedno, ako slobodno pada s visine 200 m? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 98.1 m.

Zadatak 263 (Gimnazijalci, gimnazija)

Tijelo slobodno pada sa visine 180 m. Koliki će put prewalkiti u drugoj trećini vremena? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 263

$$h = 180 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \Delta h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodan pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje za koje vrijedi identičan izraz (samo se umjesto puta s piše visina h, umjesto akceleracije a piše akceleracija slobodnog pada g):

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

gdje je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ akceleracija slobodnog pada.

Računamo ukupno vrijeme pada tijela sa visine h:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 6 \text{ s}.$$

Budući da je ukupno vrijeme pada $t = 6 \text{ s}$, vrijedi:

- jedna trećina vremena pada iznosi

$$t_1 = \frac{1}{3} \cdot t = \frac{1}{3} \cdot 6 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

- dvije trećine vremena pada iznose

$$t_2 = \frac{2}{3} \cdot t = \frac{2}{3} \cdot 6 \text{ s} = 4 \text{ s}$$

- tri trećine vremena pada je ukupno vrijeme pada

$$t = t_3 = \frac{3}{3} \cdot t = \frac{3}{3} \cdot 6 \text{ s} = 6 \text{ s}.$$

Put koji tijelo, slobodno padajući, prevali u drugoj trećini vremena jednak je razlici puta koji tijelo prijeđe za dvije trećine vremena i puta koji prijeđe za jednu trećinu vremena:

$$\Delta h = h_2 - h_1 \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_2^2 - t_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot ((4 \text{ s})^2 - (2 \text{ s})^2) = 60 \text{ m}.$$

Vježba 263

Tijelo slobodno pada sa visine 0.18 km. Koliki će put prewalkiti u drugoj trećini vremena? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 60 m.

Zadatak 264 (Suzana, gimnazija)

Koliko se dugo spušta tijelo niz kosinu visine $h = 2 \text{ m}$ i nagiba $\alpha = 45^\circ$ ako je maksimalni kut pri kojem tijelo može mirovati na kosini $\beta = 30^\circ$? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 264

$$h = 2 \text{ m}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad \beta = 30^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

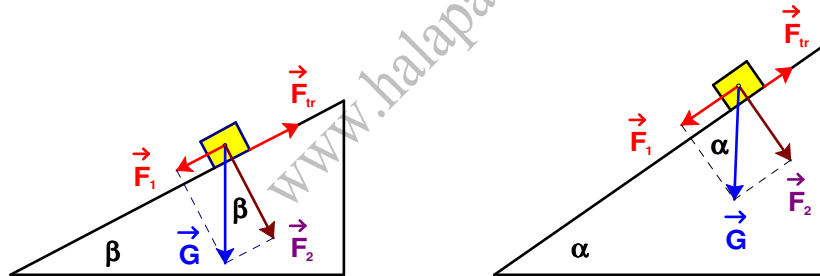
Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).



Sa prve slike pomoću pravokutnog trokuta (čije su katete F_1 i F_2 , a hipotenuza G) dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \beta = \frac{F_1}{G} \\ \cos \beta = \frac{F_2}{G} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = G \cdot \sin \beta \\ F_2 = G \cdot \cos \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = m \cdot g \cdot \sin \beta \\ F_2 = m \cdot g \cdot \cos \beta \end{array} \right\}.$$

Budući da tijelo miruje na kosini nagiba β , sa prve slike vidi se da sila trenja F_{tr} mora biti u ravnoteži sa komponentom F_1 sile teže koja je paralelna sa kosinom:

$$F_{tr} = F_1 \Rightarrow \mu \cdot F_2 = F_1 \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \beta = m \cdot g \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot \cos \beta} \Rightarrow \mu = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \beta.$$

Dobili smo koeficijent trenja (faktor trenja) μ između tijela i kosine.

Sa druge slike pomoću pravokutnog trokuta (čije su katete F_1 i F_2 , a hipotenuza G) dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{F_1}{G} \\ \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = G \cdot \sin \alpha \\ F_2 = G \cdot \cos \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha \end{array} \right\}.$$

Kada se tijelo nalazi na kosini nagiba α , počinje se ubrzavati akceleracijom a zbog djelovanja

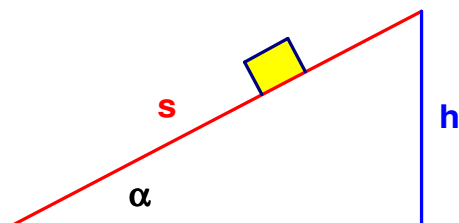
rezultantne sile F koja je jednaka razlici komponente F_1 sile teže paralelne sa kosinom i sile trenja F_{tr} .

$$F = F_1 - F_{tr} \Rightarrow F = F_1 - \mu \cdot F_2 \Rightarrow F = F_1 - \mu \cdot G \cdot \cos \alpha \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad /: m \Rightarrow a = g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow [\mu = \operatorname{tg} \beta] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = g \cdot \sin \alpha - \operatorname{tg} \beta \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow a = g \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta).$$

Vrijeme za koje se tijelo spusti niz kosinu, duljine s i visine h, možemo dobiti iz formule za put pri jednolikom ubrzanom pravocrtном gibanju.



$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{h}{s} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{h}{\sin \alpha} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{h}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot h}{a \cdot \sin \alpha} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a \cdot \sin \alpha}} \Rightarrow [a = g \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 45^\circ - \cos 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ) \cdot \sin 45^\circ}} = 1.39 \text{ s.}$$

Vježba 264

Koliko se dugo spušta tijelo niz kosinu visine $h = 8$ m i nagiba $\alpha = 45^\circ$ ako je maksimalni kut pri kojem tijelo može mirovati na kosini $\beta = 30^\circ$? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2.78 s.

Zadatak 265 (Neno, gimnazija)

Automobil, mase $m = 4000$ kg, giba se brzinom $v = 120$ km/h po horizontalnom putu. Ako je sila trenja pri gibanju automobila $F_{tr} = 10$ kN, odrediti duljinu puta koju će automobil prijeći poslije prestanka rada motora.

Rješenje 265

$$m = 4000 \text{ kg}, \quad v = 120 \text{ km/h} = [120 : 3.6] = 33.33 \text{ m/s}, \quad F_{tr} = 10 \text{ kN} = 10000 \text{ N}, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano (usporeno) gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t. Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.

Jednoliko usporeno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

gdje je v početna brzina za tijelo pošto se počelo usporavati i gibalo jednoliko usporeno akceleracijom (deceleracijom, retardacijom) a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.



Poslije prestanka rada motora automobil će se zbog sile trenja zaustaviti na putu s. Sila trenja je, dakle, sila koja usporava automobil. Prema drugom Newtonovom poučku slijedi:

$$F = F_{tr} \Rightarrow m \cdot a = F_{tr}.$$

Zaustavni put s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot a = F_{tr} \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot a = F_{tr} \\ a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = F_{tr} \quad / \cdot 2 \cdot s \Rightarrow m \cdot v^2 = 2 \cdot s \cdot F_{tr} \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot F_{tr}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot F_{tr}} = \frac{4000 \text{ kg} \cdot \left(33.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10000 \text{ N}} = 222.2 \text{ m}.$$

Vježba 265

Automobil, mase $m = 2 \text{ t}$, giba se brzinom $v = 120 \text{ km/h}$ po horizontalnom putu. Ako je sila trenja pri gibanju automobila $F_{tr} = 5 \text{ kN}$, odrediti duljinu puta koju će automobil prijeći poslije prestanka rada motora.

Rezultat: 222.2 m.

Zadatak 266 (Neno, gimnazija)

Da bi mogao uzletjeti, zrakoplov, mase 4 t , na kraju uzletišta treba imati brzinu 144 km/h . Duljina uzletišta je 100 m . Kolika je potrebna snaga motora za uzlijetanje zrakoplova ako je njegovo gibanje jednoliko ubrzano? Koeficijent trenja između kotača i uzletišta je 0.2 . ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 266

$$m = 4 \text{ t} = 4000 \text{ kg}, \quad v = 144 \text{ km/h} = [144 : 3.6] = 40 \text{ m/s}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad \mu = 0.2,$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja (koeficijent trenja), m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} = F \cdot v.$$



Sila F koja ubrzava zrakoplov jednaka je razlici vučne sile motora F_v i sile trenja F_{tr} :

$$F = F_v - F_{tr} \Rightarrow F_v = F + F_{tr} \Rightarrow F_v = m \cdot a + \mu \cdot G \Rightarrow F_v = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g.$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}.$$

Tada vučna sila motora F_v iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_v = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_v = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \\ a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_v = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_v = m \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot g \right).$$

Snaga P motora za uzlijetanje zrakoplova ima vrijednost:

$$P = F_v \cdot v \Rightarrow P = m \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot g \right) \cdot v = 4000 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 100 \text{ m}} + 0.2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 1593920 \text{ W} = 1.59 \cdot 10^6 \text{ W} = 1.59 \text{ MW}.$$

Vježba 266

Da bi mogao uzletjeti, zrakoplov, mase 8 t, na kraju uzletišta treba imati brzinu 144 km/h. Duljina uzletišta je 100 m. Kolika je potrebna snaga motora za uzlijetanje zrakoplova ako je njegovo gibanje jednoliko ubrzano? Koeficijent trenja između kotača i uzletišta je 0.2. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 3.19 MW.

Zadatak 267 (Jelena, srednja škola)

Tijelo krenuvši iz mirovanja jednoliko se ubrzava. Koliko puta veći put prijeđe tijelo u osmoj sekundi nego u trećoj sekundi?

Rješenje 267

$$\Delta s_8 : \Delta s_3 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put za tijelo počto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Put koji tijelo prijeđe samo u osmoj sekundi jednak je razlici puta koji tijelo prevali za prvih osam sekundi i puta koji prevali za prvih sedam sekundi krenuvši iz mirovanja.

$$\Delta s_8 = s_8 - s_7 \Rightarrow \Delta s_8 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 8^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 7^2 \Rightarrow \Delta s_8 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (8^2 - 7^2) \Rightarrow \Delta s_8 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (64 - 49) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta s_8 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 15.$$

Put koji tijelo prijeđe samo u trećoj sekundi jednak je razlici puta koji tijelo prevali za prve tri sekunde i puta koji prevali za prve dvije sekunde krenuvši iz mirovanja.

$$\Delta s_3 = s_3 - s_2 \Rightarrow \Delta s_3 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta s_3 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (3^2 - 2^2) \Rightarrow \Delta s_3 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (9 - 4) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta s_3 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5.$$

Omjer putova Δs_8 i Δs_3 daje odgovor na pitanje koliko će veći put tijelo prijeći u osmoj sekundi nego u trećoj sekundi:

$$\frac{\Delta s_8}{\Delta s_3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot 15}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot 5} \Rightarrow \frac{\Delta s_8}{\Delta s_3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot 15}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot 5} \Rightarrow \frac{\Delta s_8}{\Delta s_3} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{\Delta s_8}{\Delta s_3} = 3.$$

Vježba 267

Tijelo krenuvši iz mirovanja jednoliko se ubrzava. Koliko puta veći put prijeđe tijelo u petoj sekundi nego u drugoj sekundi?

Rezultat: 3 puta.

Zadatak 268 (Ante, tehnička škola)

Tijelo mase 35 kg giba se stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi pod utjecajem sile od 100 N koja je paralelna s podlogom. Koliko iznosi koeficijent trenja između tijela i podloge? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 268

$$m = 35 \text{ kg}, \quad v = \text{const.}, \quad F = 100 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).



Prvi Newtonov poučak:

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Zato kažemo da je tijelo tromo. Mjera tromosti tijela je masa.

Budući da se tijelo giba stalnom brzinom, rezultantna sila F jednaka je nuli (prvi Newtonov poučak) pa sila F koja djeluje na tijelo po iznosu mora biti jednaka sili trenja F_{tr} .

$$F = F_{tr} \Rightarrow F = \mu \cdot G \Rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{100 \text{ N}}{35 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.29.$$



Vježba 268

Tijelo mase 35 kg giba se stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi pod utjecajem sile od 200 N koja je paralelna s podlogom. Koliko iznosi koeficijent trenja između tijela i podloge? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.58.

Zadatak 269 (Sabina, gimnazija)

Lopta je bačena pod kutom α prema horizontu početnom brzinom v_0 . Vrijeme gibanja lopte iznosi 2.4 s. Odrediti najveću visinu na kojoj će se lopta naći pri tome gibanju. Otpor zraka zanemariti. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 269

$$\alpha, \quad v_0, \quad t_u = 2.4 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad y_{\max} = ?$$

Kosi hitac je složeno gibanje sastavljeno od jednolikoga gibanja duž kosog pravca (pod kutom elevacije α prema horizontali) i slobodnog pada. Vrijeme za uzlazni dio staze jednako je vremenu za silazni dio staze i iznosi:

$$t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

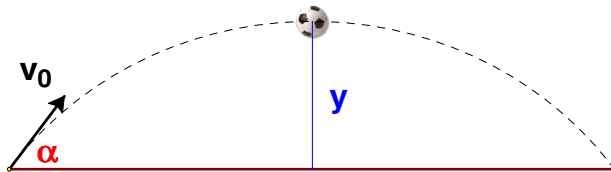
Izraz za komponentu puta u smjeru koordinatne osi y (visine) glasi:

$$y = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

Iz tih izraza dobije se najveća (maksimalna) visina y_{\max} :

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \\ y = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \quad / \cdot g \\ y = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 \cdot \sin \alpha = g \cdot t \\ y = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow y = \frac{(g \cdot t)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{g^2 \cdot t^2}{2 \cdot g} \Rightarrow y = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



Budući da je zadano ukupno vrijeme t_u od bacanja lopte do padanja, ona će biti na najvećoj visini za polovicu toga vremena t:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{1}{2} \cdot t_u \\ y_{\max} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot t_u \right)^2 \Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot t_u^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{8} \cdot g \cdot t_u^2 = \frac{1}{8} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (2.4 s)^2 = 7.063 m.$$

Vježba 269

Tijelo je bačeno pod kutom α prema horizontu početnom brzinom v_0 . Vrijeme gibanja tijela iznosi 2 s. Odrediti najveću visinu na kojoj će se tijelo naći pri tome gibanju. Otpor zraka zanemariti. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.905 m.

Zadatak 270 (Mario, gimnazija)

Koliki je put kočenja do zaustavljanja automobila koji se u trenutku početka kočenja giba brzinom 20 m/s, ako je vrijeme kočenja do zaustavljanja 5 sekundi? Pretpostavite da je sila kočenja konstantna.

Rješenje 270

$$v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom brzinom v za vrijeme t .

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Srednja brzina je

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja i v_2 konačna brzina gibanja.

Ako tijelo ima početnu brzinu v_0 , a giba se jednoliko usporeno, formula za put s glasi:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

1. inačica

Budući da srednja brzina gibanja automobila od početka kočenja do zaustavljanja je

$$v = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow v = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot v_0,$$

put kočenja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{1}{2} \cdot v_0 \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 5 s = 50 m.$$

2. inačica

Akceleracija kojom se automobil jednoliko usporava dana je izrazom

$$a = \frac{v_0}{t}.$$

Put kočenja koji automobil prevali od početka kočenja do zaustavljanja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v_0}{t} \\ s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 5 s = 50 m.$$

3. inačica

Akceleracija kojom se automobil jednoliko usporava dana je izrazom

$$a = \frac{v_0}{t}.$$

Put kočenja koji automobil prevali od početka kočenja do zaustavljanja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v_0}{t} \\ v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot \frac{v_0}{t} \cdot s \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot \frac{v_0}{t} \cdot s \cdot \frac{t}{2 \cdot v_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 5 s = 50 m.$$

Vježba 270

Koliki je put kočenja do zaustavljanja automobila koji se u trenutku početka kočenja giba brzinom 40 m/s, ako je vrijeme kočenja do zaustavljanja 6 sekundi? Pretpostavite da je sila kočenja konstantna.

Rezultat: 120 m.

Zadatak 271 (Milan, srednja škola)

Nepomična kolotura pričvršćena je na rubu stola. Preko koloture prebačena je nit na krajevima koje se nalaze utezi A i B mase po 1 kg. Koeficijent trenja utega B prema stolu jest 0.1. Nađi:

- akceleraciju kojom se gibaju utezi,
- napetost niti. Trenje koloture zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 271

$$m_A = m_B = 1 \text{ kg}, \quad \mu = 0.1, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?, \quad N = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže).

a) Akceleraciju kojom se gibaju utezi naći ćemo iz osnovnog zakona gibanja

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje sustava mase

$$m = m_A + m_B$$

akceleracijom a jednaka je razlici težine utega A i sile trenja utega B po podlozi stola, tj.

$$F = G_A - F_{tr} \Rightarrow m \cdot a = m_A \cdot g - \mu \cdot G_B \Rightarrow (m_A + m_B) \cdot a = m_A \cdot g - \mu \cdot m_B \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_A + m_B) \cdot a = (m_A - \mu \cdot m_B) \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{m_A + m_B} \Rightarrow a = \frac{m_A - \mu \cdot m_B}{m_A + m_B} \cdot g =$$

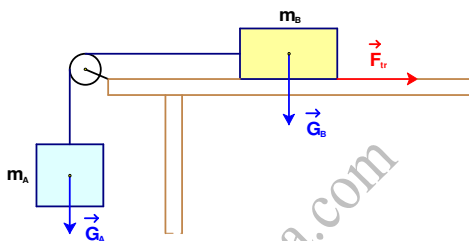
$$= \frac{1 \text{ kg} - 0.1 \cdot 1 \text{ kg}}{1 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4.41 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Kada sustav miruje napetost niti N jednaka je težini utega A:

$$N = G_A \Rightarrow N = m_A \cdot g.$$

Budući da se sustav giba prema dolje akceleracijom a , napetost niti N iznosi:

$$N = m_A \cdot g - m_A \cdot a \Rightarrow N = m_A \cdot (g - a) = 1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 4.41 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 5.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



Vježba 271

Nepomična kolotura pričvršćena je na rubu stola. Preko koloture prebačena je nit na krajevima koje se nalaze utezi A i B mase po 2 kg. Koeficijent trenja utega B prema stolu jest 0.1. Nađi akceleraciju kojom se gibaju utezi. Trenje koloture zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.41 m/s².

Zadatak 272 (Milan, srednja škola)

Na glatkome horizontalnom stolu leži tijelo mase m . Faktor trenja između stola i tijela jest μ . Na tijelo je privezana nit koja je prebačena preko koloture učvršćene na rubu stola. Na drugom kraju niti visi tijelo najveće moguće težine koja još ne uzrokuje klizanje prvog tijela po stolu. Kolika je masa m_1 tijela koje visi?

Rješenje 272

$$m, \quad \mu, \quad m_1 = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

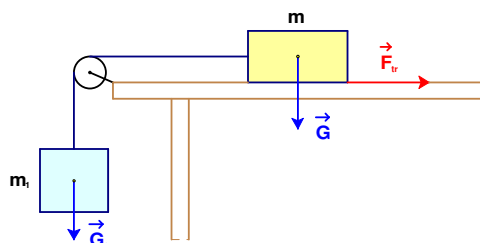
$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Da bi sustav mirovao (tj. da nema klizanja) težina G_1 tijela mase m_1 koje visi na niti mora po iznosu biti jednaka sili trenja F_{tr} između tijela mase m i podloge stola.

$$G_1 = F_{tr} \Rightarrow G_1 = \mu \cdot G \Rightarrow m_1 \cdot g = \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m_1 = \mu \cdot m.$$



Vježba 272

Na glatkome horizontalnom stolu leži tijelo mase m . Faktor trenja između stola i tijela jest 0.2. Na tijelo je privezana nit koja je prebačena preko koloturice učvršćene na rubu stola. Na drugom kraju niti visi tijelo najveće moguće težine koja još ne uzrokuje klizanje prvog tijela po stolu. Kolika je masa m_1 tijela koje visi?

Rezultat: $m_1 = 0.2 \cdot m.$

Zadatak 273 (Mira, gimnazija)

Žicu na kojoj visi uteg mase 16 kg dovedemo u novi položaj djelovanjem sile 120 N u horizontalnom smjeru.

- Kolika je napetost žice?
- Koliki je kut odklona α pri tom položaju? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 273

$$m = 16 \text{ kg}, \quad F = 120 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad N = ?, \quad \alpha = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

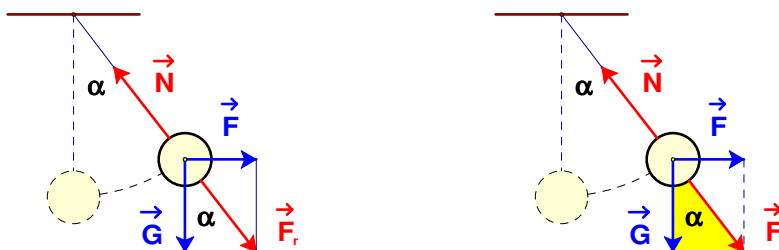
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Tangens šiljastog kuta u pravokutnom trokutu jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz kut.

Pitagorin poučak:

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.



- Uočimo pravokutan trokut čije su katete težina G i sila F , a hipotenuza rezultantna sila F_r . Tada je:

$$F_r^2 = G^2 + F^2 \Rightarrow F_r^2 = G^2 + F^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow F_r = \sqrt{G^2 + F^2} \Rightarrow F_r = \sqrt{(m \cdot g)^2 + F^2}.$$

Sa slika vidi se da je napetost žice N u ravnoteži sa rezultantom F_r zadanih sila (težine G i sile F) pri kutu α . Napetost žice N iznosi:

$$N = F_r \Rightarrow N = \sqrt{(m \cdot g)^2 + F^2} = \sqrt{\left(16 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + (120 \text{ N})^2} = 197.58 \text{ N}.$$

b) Iz pravokutnog trokuta, čije su katete težina G i sila F, dobije se pomoću funkcije tangens vrijednost kuta α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{m \cdot g} \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{F}{m \cdot g}\right) \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{120 \text{ N}}{16 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right) \Rightarrow \alpha = 37^{\circ} 23' 56''.$$

Vježba 273

Žicu na kojoj visi uteg mase 1600 dag dovedemo u novi položaj djelovanjem sile 0.12 kN u horizontalnom smjeru. Kolika je napetost žice? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 197.58 N.

Zadatak 274 (Mira, gimnazija)

O nit je obješena kuglica mase 50 g. Kolikom je silom nategnuta nit kad je otklonjena od položaja ravnoteže za 30° ? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 274

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^{\circ}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad N = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g;$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Kosinus šiljastog kuta u pravokutnom trokutu jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



Sa slika vidi se da je napetost niti N u ravnoteži sa resultantnom silom F_r pri kutu α . Napetost žice N iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} N = F_r \\ \cos \alpha = \frac{G}{F_r} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \cos \alpha = \frac{G}{N} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{G}{N} \cdot \frac{N}{\cos \alpha} \Rightarrow N = \frac{G}{\cos \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} = \frac{0.05 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos 30^{\circ}} = 0.566 \text{ N}.$$

Vježba 274

O nit je obješena kuglica mase 5 dag. Kolikom je silom nategnuta nit kad je otklonjena od položaja ravnoteže za 30° ? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.566 N.

Zadatak 275 (Mira, gimnazija)

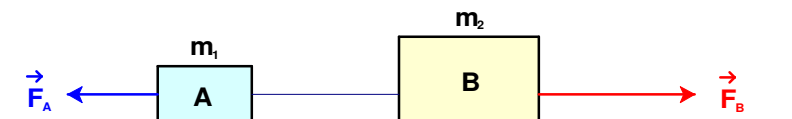
Na glatkoj podlozi leže dva utega međusobno povezani tankom niti. Masa m_1 utega A iznosi 300 g, a masa m_2 utega B 500 g. Na uteg B djeluje sila 2 N, a na uteg A sila 1.5 N. Kojom se akceleracijom kreću utezi?

Rješenje 275

$$m_1 = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}, \quad m_2 = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}, \quad F_B = 2 \text{ N}, \quad F_A = 1.5 \text{ N}, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$



Rezultantna sila F koja uvjetuje gibanje utega A i B jednaka je razlici sila F_B i F_A i ima smjer sile F_B .

$$F = F_B - F_A$$

Prema drugom Newtonovom poučku sila F daje sustavu mase

$$m_1 + m_2$$

akceleraciju a :

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot a.$$

Akceleracija kojom se gibaju utezi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = F_B - F_A \\ F = (m_1 + m_2) \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot a = F_B - F_A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot a = F_B - F_A \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow a = \frac{F_B - F_A}{m_1 + m_2} = \frac{2 \text{ N} - 1.5 \text{ N}}{0.3 \text{ kg} + 0.5 \text{ kg}} = 0.625 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 275

Na glatkoj podlozi leže dva utega međusobno povezani tankom niti. Masa m_1 utega A iznosi 600 g, a masa m_2 utega B 1000 g. Na uteg B djeluje sila 4 N, a na uteg A sila 3 N. Kojom se akceleracijom kreću utezi?

Rezultat: 0.625 m/s^2 .

Zadatak 276 (Ivica, strojarska škola)

Na tijelo mase 4 kg djeluje 1 minutu stalna sila koja mu daje brzinu 3 m/s. Odredi veličinu sile i kinetičku energiju tijela.

Rješenje 276

$$m = 4 \text{ kg}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = 3 \text{ m/s}, \quad F = ?, \quad E_k = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

1. inačica

Sila F koja djeluje na tijelo iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{v}{t} = 4 \text{ kg} \cdot \frac{3 \frac{m}{s}}{60 \text{ s}} = 0.2 \text{ N}.$$

2. inačica

Sila F koja djeluje na tijelo iznosi:

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v}{t} = \frac{4 \text{ kg} \cdot 3 \frac{m}{s}}{60 \text{ s}} = 0.2 \text{ N}.$$

Kinetička energija tijela ima vrijednost:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{m}{s} \right)^2 = 18 \text{ J}.$$

Vježba 276

Na tijelo mase 4 kg djeluje 2 minute stalna sila koja mu daje brzinu 6 m/s. Odredi veličinu sile.

Rezultat: 0.2 N.

Zadatak 277 (Željka, srednja škola)

Kamen mase 0.5 kg pada s vrha nebodera visoka 67 m. U času pada kamen ima brzinu 19 m/s. Kolika je srednja sila otpora zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 277

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad h = 67 \text{ m}, \quad v = 19 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_0 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

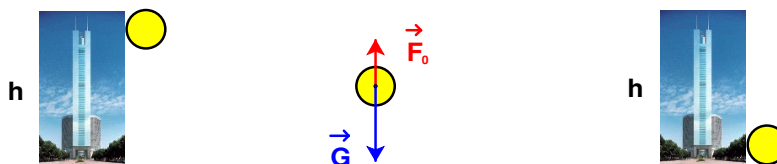
$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.



Rezultantna sila F koja izvodi gibanje akceleracijom a jednaka je razlici sile teže G koja djeluje na kamen i sili otpora zraka F_0 .

$$F = G - F_0 \Rightarrow F_0 = G - F \Rightarrow F_0 = m \cdot g - m \cdot a \Rightarrow F_0 = m \cdot (g - a).$$

Akceleraciju dobijemo iz izraza

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot h,$$

pa sila otpora zraka F_0 iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot h \\ F_0 = m \cdot (g - a) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2}{2 \cdot h} \\ F_0 = m \cdot (g - a) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_0 = m \cdot \left(g - \frac{v^2}{2 \cdot h} \right) =$$

$$= 0.5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{\left(19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 67 \text{ m}} \right) = 3.56 \text{ N}.$$

Vježba 277

Kamen mase 1 kg pada s vrha nebodera visoka 67 m. U času pada kamen ima brzinu 19 m/s. Kolika je srednja sila otpora zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 7.12 N.

Zadatak 278 (Ana, srednja škola)

Na tijelo mase 4 kg djeluju dvije sile svaka 2 N. Kakvi će biti smjer i veličina ubrzanja:

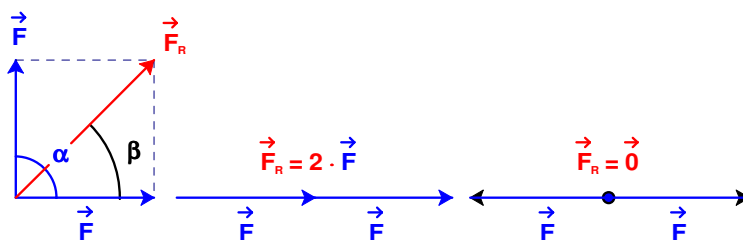
- ako sile djeluju pod kutom 90°
- ako sile imaju isti smjer
- ako sile imaju suprotan smjer?

Rješenje 278

$$m = 4 \text{ kg}, \quad F_1 = F_2 = F = 2 \text{ N}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad F_R = ?, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$



a)

Pitagorin poučak: Trokut je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

Tangens šiljastog kuta u pravokutnom trokutu jednak je omjeru katete nasuprot tog kuta i katete uz taj kut.

Budući da sile djeluju pod kutom 90° , rezultantna sila izračuna se pomoću Pitagorina poučka pa akceleracija iznosi:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_R^2 = F^2 + F^2 \Rightarrow F_R^2 = 2 \cdot F^2 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow F_R = \sqrt{2 \cdot F^2} \Rightarrow F_R = F \cdot \sqrt{2}.$$

$$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow a = \frac{F \cdot \sqrt{2}}{m} = \frac{2 \text{ N} \cdot \sqrt{2}}{4 \text{ kg}} = 0.71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Smjer je:

$$\text{tg } \beta = \frac{F}{F} \Rightarrow \text{tg } \beta = \frac{F}{F} \Rightarrow \text{tg } \beta = 1 \Rightarrow \beta = \text{tg}^{-1} 1 \Rightarrow \beta = 45^\circ.$$

b)

Budući da sile imaju isti smjer, rezultanta je jednaka njihovom zbroju pa akceleracija iznosi:

$$F_R = F_1 + F_2 \Rightarrow F_R = F + F \Rightarrow F_R = 2 \cdot F.$$

$$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot F}{m} = \frac{2 \cdot 2 \text{ N}}{4 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

c)

Budući da sile imaju suprotan smjer, rezultanta je jednaka nuli pa akceleracija iznosi:

$$F_R = F_1 - F_2 \Rightarrow F_R = F - F \Rightarrow F_R = 0 \text{ N}.$$

$$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow a = \frac{0 \text{ N}}{4 \text{ kg}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 278

Na tijelo mase 4 kg djeluju dvije sile svaka 5 N. Kakvi će biti smjer i veličina ubrzanja ako sile imaju suprotan smjer?

Rezultat: 0.

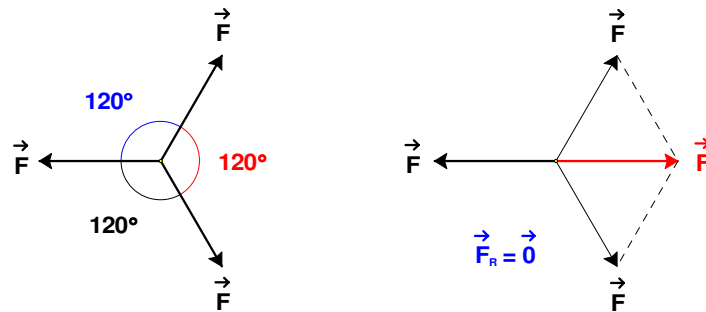
Zadatak 279 (Ana, srednja škola)

Na kruto tijelo djeluju tri jednake sile koje međusobno zatvaraju kut 120° . Hoće li se tijelo pod utjecajem tih sila gibati?

Rješenje 279

$$F_1 = F_2 = F_3 = F, \quad \alpha = 120^\circ, \quad F_R = ?$$

Prvi Newtonov poučak: Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.



$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \text{tijelo se neće gibati.}$$

Budući da je rezultantna sila triju sila jednaka nuli, prema prvom Newtonovom poučku tijelo se neće gibati, mirovat će.

Vježba 279

Na kruto tijelo djeluju četiri jednake sile koje međusobno zatvaraju kut 90° . Hoće li se tijelo pod utjecajem tih sila gibati?

Rezultat: $F_R = 0$, tijelo se neće gibati.

Zadatak 280 (Tina, medicinska škola)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po pravcu. Što od navedenoga vrijedi za iznos ukupne sile na tijelo tijekom gibanja?

- A. Iznos ukupne sile na tijelo jednoliko raste.
- B. Iznos ukupne sile na tijelo jednak je nuli.
- C. Iznos ukupne sile na tijelo se jednoliko smanjuje.
- D. Iznos ukupne sile na tijelo je stalan i različit od nule.

Rješenje 280

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Prema drugom Newtonovom poučku tijelo će se gibati jednoliko ubrzano po pravcu ako na njega djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja. Odgovor je pod D.

Vježba 280

Tijelo se giba jednoliko po pravcu. Što od navedenoga vrijedi za iznos ukupne sile na tijelo tijekom gibanja?

- A. Iznos ukupne sile na tijelo jednoliko raste.
- B. Iznos ukupne sile na tijelo jednak je nuli.
- C. Iznos ukupne sile na tijelo se jednoliko smanjuje.
- D. Iznos ukupne sile na tijelo je stalan i različit od nule.

Rezultat: Odgovor je pod B.