

Zadatak 241 (Tomislav, srednja škola)

Na tijelo, mase 1 kg, djeluje stalna sila od 10.81 N okomito u vis. Za koliko će se tijelo podići ako sila djeluje 10 s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 241

$$m = 1 \text{ kg}, \quad F = 10.81 \text{ N}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Rezultantna sila F_r koja djeluje na tijelo jednaka je razlici sile F koja djeluje vertikalno u vis na tijelo i sile teže G koja djeluje vertikalno prema dolje:

$$F_r = F - G \Rightarrow F_r = F - m \cdot g.$$

Rezultantna sila F_r koja djeluje na tijelo određena je drugim Newtonovim poučkom pa za akceleraciju a vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F_r = m \cdot a \\ F_r = F - m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a = \frac{F - m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - \frac{m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - \frac{m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - g.$$

Tijelo će se podići za:

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ a = \frac{F}{m} - g \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{F}{m} - g \right) \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10.81 \text{ N}}{1 \text{ kg}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (10 \text{ s})^2 = 50 \text{ m}.$$

Vježba 241

Na tijelo, mase 1 kg, djeluje stalna sila od 10.81 N okomito u vis. Za koliko će se tijelo podići ako sila djeluje 20 s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 200 m.

Zadatak 242 (Tomislav, srednja škola)

Tijelo, mase 50 g, krene iz mirovanja i za vrijeme 5 s prijeđe put 2 m gibajući se jednoliko ubrzano. Nađi silu koja djeluje na tijelo.

Rješenje 242

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad s = 2 \text{ m}, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Sila koja djeluje na tijelo određena je drugim Newtonovim poučkom

$$F = m \cdot a.$$

Budući da je gibanje tijela jednoliko ubrzano, bez početne brzine, prevaljeni put s iznosi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 / \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}.$$

Sila F koja djeluje na tijelo ima vrijednost:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} = 0.05 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 2 \text{ m}}{(5 \text{ s})^2} = 0.008 \text{ N} = 8 \text{ mN}.$$

Vježba 242

Tijelo, mase 50 g, krene iz mirovanja i za vrijeme 2 s prijeđe put 2 m gibajući se jednoliko ubrzano. Nađi silu koja djeluje na tijelo.

Rezultat: 0.05 N.

Zadatak 243 (Hrvoje, tehnička škola)

Tijelo, mase 0.6 kg, krene iz mirovanja pod djelovanjem stalne sile. Poslije prijednog puta od 10 m ima brzinu 5 m/s. Nađi iznos sile koja djeluje na tijelo.

Rješenje 243

$$m = 0.6 \text{ kg}, \quad s = 10 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Sila koja djeluje na tijelo određena je drugim Newtonovim poučkom

$$F = m \cdot a.$$

Budući da je gibanje tijela jednoliko ubrzano, bez početne brzine, njegova brzina je

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v^2 = 2 \cdot a \cdot s / \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}.$$

Sila F koja djeluje na tijelo ima vrijednost:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = 0.6 \text{ kg} \cdot \frac{\left(\frac{5 \text{ m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 10 \text{ m}} = 0.75 \text{ N}.$$

Vježba 243

Tijelo, mase 0.4 kg, krene iz mirovanja pod djelovanjem stalne sile. Poslije prijednog puta od 10 m ima brzinu 5 m/s. Nađi iznos sile koja djeluje na tijelo.

Rezultat: 0.5 N.

Zadatak 244 (Malena, gimnazija)

Sa visine 10 m iznad tla bačeno je tijelo pod kutom 30° prema horizontu početnom brzinom 20 m/s. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

a) Kolika će biti najveća visina?

b) Koliki će domet postići?

Rješenje 244

$$h = 10 \text{ m}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad y_{\max} = ?, \quad x = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada. Izrazi za komponente puta i brzine u smjerovima koordinatnih osi x i y su:

$$\text{komponente puta} \begin{cases} x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases}, \quad \text{komponente brzine} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t \end{cases}$$

Tijelo dostiže najveću visinu H za vrijeme t:

$$t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Najveća visina H je

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g},$$

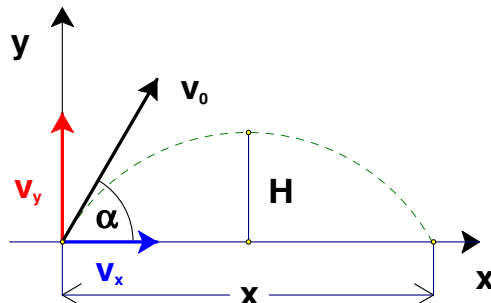
a domet x iznosi:

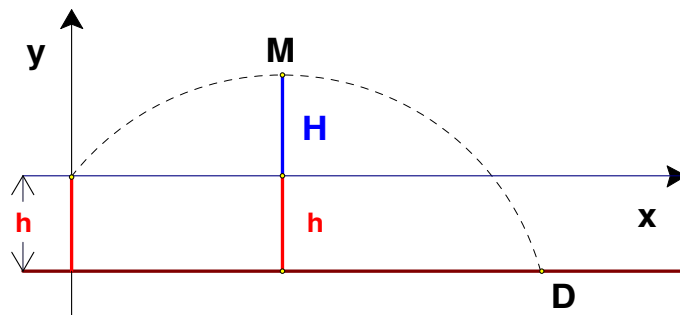
$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Budući da je slobodni pad jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i akceleracijom $a = g$, relacija za ubrzano gibanje vrijedi i za slobodni pad:

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je s visina tijela iznad tla.





a) U najvišoj točki M visina tijela y_{\max} jednaka je zbroju visina h i H .

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \\ y_{\max} &= h + H \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{\max} = h + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} = 10 \text{ m} + \frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 15.1 \text{ m.}$$

b) Vrijeme gibanja tijela u uzlaznoj putanji do točke M (najveće visine) je:

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Vrijeme gibanja tijela u silaznoj putanji od točke M (najveće visine) do točke D jednako je vremenu za koje bi tijelo slobodno padalo sa visine y_{\max} :

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \\ y_{\max} &= h + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 = h + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 = h + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \quad / \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t_2^2 = \frac{2 \cdot h}{g} + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g} \Rightarrow t_2^2 = \frac{1}{g} \cdot (2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2^2 = \frac{1}{g} \cdot (2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{g} \cdot (2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{g} \cdot (2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha)} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{g} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Vrijeme t gibanja tijela do pada na zemlju iznosi:

$$\left. \begin{aligned} t &= t_1 + t_2 \\ t_1 &= \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}, \quad t_2 = \frac{1}{g} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} + \frac{1}{g} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right).$$

Dometa x tijela (horizontalna udaljenost do mjesta pada) je:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} x &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ t &= \frac{1}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = v_0 \cdot \frac{1}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right) \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\
 & \Rightarrow x = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right) = \\
 & = \frac{20 \frac{m}{s} \cdot \cos 30^0}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \left(20 \frac{m}{s} \cdot \sin 30^0 + \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m + \left(20 \frac{m}{s} \right)^2 \cdot \sin^2 30^0} \right) = 48.04 m.
 \end{aligned}$$

Vježba 244

Sa visine 20 m iznad tla bačeno je tijelo pod kutom 30° prema horizontu početnom brzinom 20 m/s. Kolika će biti najveća visina? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 25.1 m.

Zadatak 245 (Vidra, medicinska škola)

Skijaš se spušta niz brijeg i pri brzini 26 m/s dođe na ravnu površinu gdje mu se brzina u 4 sekunde smanji na 18 m/s. Kolika je njegova akceleracija na ravnom dijelu staze?

Rješenje 245

$$v_0 = 26 \text{ m/s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad v = 18 \text{ m/s}, \quad a = ?$$

Jednoliko usporeno pravocrtno gibanje početne brzine v_0 duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$v = v_0 - a \cdot t,$$

gdje su v_0 i v početna brzina odnosno konačna brzina (trenutna brzina) za tijelo pošto se gibalo početnom brzinom v_0 jednoliko usporeno akceleracijom a za vrijeme t .

Jednoliko usporeno pravocrtno gibanje početne brzine v_0 je gibanje tijela stalnom akceleracijom sve do zaustavljanja. Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer).

$a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava (a se zove retardacija, deceleracija)



Usporeno gibanje možemo opisati istom relacijom kojom se opisuje ubrzano s početnom brzinom većom od nule, ali pri uporabi te relacije koristimo negativnu akceleraciju.

$$v = v_0 + a \cdot t, \quad a \text{ negativan broj.}$$

Računamo akceleraciju skijaša:

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t} = \frac{26 \frac{m}{s} - 18 \frac{m}{s}}{4 s} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Akceleracija skijaša na ravnom dijelu staze iznosi -2 m/s^2 .

Vježba 245

Skijaš se spušta niz brijeg i pri brzini 30 m/s dođe na ravnu površinu gdje mu se brzina u 4 sekunde smanji na 22 m/s. Kolika je njegova akceleracija na ravnom dijelu staze?

Rezultat: -2 m/s^2 .

Zadatak 246 (Vidra, medicinska škola)

Automobil pri brzini 36 km/h počne pretjecati kamion ubrzavajući se akceleracijom 4 m/s^2 . Pretjecanje traje 5 sekundi. Koliku je brzinu automobil postigao na kraju pretjecanja?

Rješenje 246

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad a = 4 \text{ m/s}^2, \quad t = 5 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje početne brzine v_0 duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

gdje su v_0 i v početna brzina odnosno konačna brzina (trenutna brzina) za tijelo pošto se gibalo početnom brzinom v_0 jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer).

$$a > 0 \Rightarrow \text{tijelo ubrzava.}$$



Brzina automobila na kraju pretjecanja iznosi:

$$v = v_0 + a \cdot t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [30 \cdot 3.6] = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 246

Automobil pri brzini 36 km/h počne pretjecati kamion ubrzavajući se akceleracijom 6 m/s^2 . Pretjecanje traje 4 sekundi. Koliku je brzinu automobil postigao na kraju pretjecanja?

Rezultat: 34 m/s.

Zadatak 247 (Dino, gimnazija)

Promatrač stoji pokraj početka prvog vagona vlaka. Vlak se počinje gibati jednoliko ubrzano. Vrijeme koje je potrebno da pred promatračem prođe prvi vagon iznosi 4 s. Koliko će dugo pred promatračem prolaziti n -ti vagon?

Rješenje 247

$$t = 4 \text{ s}, \quad \Delta t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer).

$$a > 0 \Rightarrow \text{tijelo ubrzava.}$$

Označimo slovom d duljinu jednog vagona. Vlak se počinje gibati jednoliko ubrzano i za vrijeme t pred promatračem prođe prvi vagon pa vrijedi:

$$d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 16 \Rightarrow d = 8 \cdot a.$$

Neka je:

- t_1 vrijeme za koje pred promatračem prođe prvih $n - 1$ vagona. Duljina tog dijela vlaka iznosi

$$(n-1) \cdot d$$

pa slijedi:

$$\left. \begin{aligned} (n-1) \cdot d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 &\Rightarrow (n-1) \cdot d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \\ d = 8 \cdot a & \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow (n-1) \cdot 8 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-1) \cdot 8 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \quad / \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow 16 \cdot (n-1) = t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = 16 \cdot (n-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1^2 = 16 \cdot (n-1) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t_1 = \sqrt{16 \cdot (n-1)} \Rightarrow t_1 = 4 \cdot \sqrt{n-1}.$$

- t_2 vrijeme za koje pred promatračem prođe prvih n vagona. Duljina tog dijela vlaka iznosi $n \cdot d$

pa slijedi:

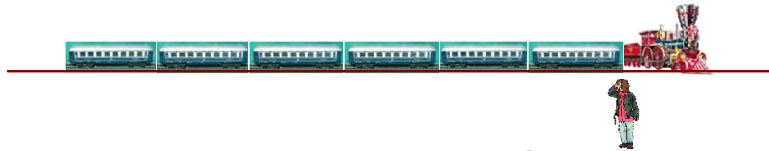
$$n \cdot d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n \cdot d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \\ d = 8 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow n \cdot 8 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cdot 8 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \quad / \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow 16 \cdot n = t_2^2 \Rightarrow t_2^2 = 16 \cdot n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2^2 = 16 \cdot n \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t_2 = \sqrt{16 \cdot n} \Rightarrow t_2 = 4 \cdot \sqrt{n}.$$

Vrijeme za koje će pred promatračem prolaziti n -ti vagon iznosi:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = 4 \cdot \sqrt{n} - 4 \cdot \sqrt{n-1} \Rightarrow \Delta t = 4 \cdot (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}).$$



Vježba 247

Promatrač stoji pokraj početka prvog vagona vlaka. Vlak se počinje gibati jednoliko ubrzano. Vrijeme koje je potrebno da pred promatračem prođe prvi vagon iznosi 6 s. Koliko će dugo pred promatračem prolaziti n -ti vagon?

Rezultat: $6 \cdot (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}).$

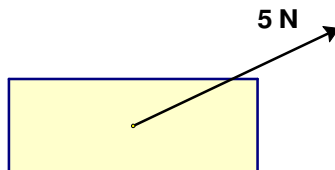
Zadatak 248 (Maturantica, gimnazija)

Na tijelo mase 1 kg koje se giba jednoliko udesno, počne djelovati sila, kako je prikazano na slici. Kako će to utjecati na smjer gibanja tijela?

- Tijelo će početi ubrzavati, ali se neće odvojiti od podloge
- Tijelo će se nastaviti gibati jednoliko udesno.
- Tijelo će se odvojiti od podloge.
- Odgovor ovisi o nagibu vektora sile.
- Nijedno od navedenog.

Rješenje 248

$$m = 1 \text{ kg}, \quad F = 5 \text{ N},$$



Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer).

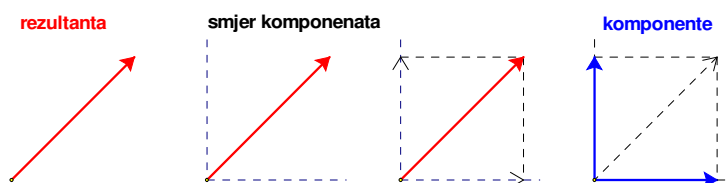
$$a > 0 \Rightarrow \text{tijelo ubrzava.}$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

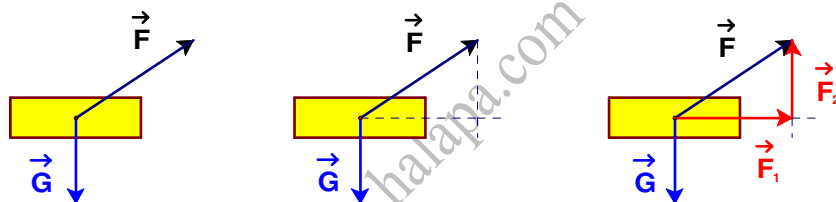
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Ako na tijelo u istom hvatištu djeluju dvije sile ili više sila, rezultantna se sila dobije pomoću paralelograma sile, odnosno pomoću vektorskog zbroja jer su sile vektori. Pomoću zakona o zbrajanju i oduzimanju vektora sile se mogu i rastaviti na komponente.



Silu \vec{F} rastavimo na dvije komponente:

- komponentu \vec{F}_1 u smjeru gibanja (usporedno sa podlogom)
- komponentu \vec{F}_2 u suprotnom smjeru od smjera sile teže (okomito na podlogu).



Budući da rezultantna sila iznosi 5 N, sa slike vidi se da je iznos komponente \vec{F}_2 manji od 5 N.

Težina tijela je

$$G = m \cdot g = 1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9.81 \text{ N}.$$

Iznos težine tijela veći je od iznosa komponente \vec{F}_2 pa tijelo neće biti podignuto od podloge. Prema

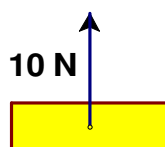
drugom Newtonovom poučku komponenta \vec{F}_1 uzrok je što se tijelo počinje ubrzavati udesno.

Odgovor je pod A.

Vježba 248

Na tijelo mase 1 kg koje se giba jednoliko udesno, počne djelovati sila, kako je prikazano na slici. Kako će to utjecati na smjer gibanja tijela?

- Tijelo će početi ubrzavati, ali se neće odvojiti od podloge
- Tijelo će se nastaviti gibati jednoliko udesno.
- Tijelo će se odvojiti od podloge.
- Odgovor ovisi o nagibu vektora sile.
- Nijedno od navedenog.



Rezultat: C.

Zadatak 249 (Sanja, gimnazija)

- S tornja visokoga 30 m bacimo kamen početnom brzinom 10 m/s u horizontalnom smjeru.
- Treba odrediti kako dugo će se kamen gibati.
 - Koliki mu je domet?
 - Kojom će brzinom pasti na zemlju? Otpor zraka zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 249

$$y = 30 \text{ m}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad D = ?, \quad v = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Za vrijeme t tijelo je prešlo put

$$x = v_0 \cdot t,$$

a u vertikalnom je smjeru palo za

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Brzine nakon vremena t jesu:

- u horizontalnom smjeru

$$v_x = v_0$$

- u vertikalnom smjeru

$$v_y = g \cdot t.$$

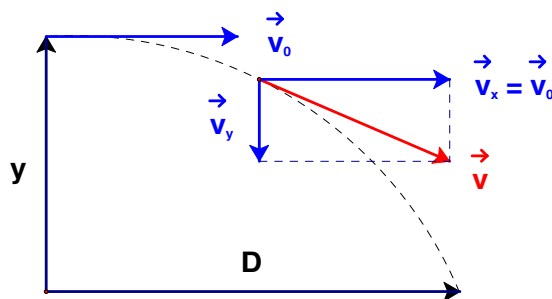
Domet D horizontalnog hica, ako je zadana početna brzina v_0 i visina y , iznosi:

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}$$

Rezultantna brzina v može se izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente v_x i v_y međusobno okomite.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}.$$

Vektor brzine v tangenta je na stazu gibanja u promatranoj točki.



a) Vrijeme gibanja kamena iznosi:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot y}{g} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2.47 \text{ s}.$$

b) Domet kamena je:

$$x = v_0 \cdot t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2.47 \text{ s} = 24.7 \text{ m}.$$

Ili ovako:

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = 10 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 30 m}{9.81 \frac{m}{s^2}}} = 24.73 m.$$

Mala odstupanja u rezultatu su zbog zaokruživanja.

c) Kamen će pasti na zemlju brzinom:

$$\left. \begin{array}{l} v_x = v_0 \\ v_y = g \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right] \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2} = \sqrt{\left(10 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 2.47 s\right)^2} = 26.21 \frac{m}{s}.$$

Vježba 249

S tornja visokoga 120 m bacimo kamen početnom brzinom 10 m/s u horizontalnom smjeru. Treba odrediti kako dugo će se kamen gibati. Otpor zraka zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.95 s.

Zadatak 250 (Sanja, gimnazija)

S tornja visokoga 50 m bacimo horizontalno kamen početnom brzinom 30 m/s.

a) Koliko dugo će kamen padati?

b) Na kojoj će udaljenosti od tornja pasti na zemlju? Otpor zraka zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 250

$$y = 50 \text{ m}, \quad v_0 = 30 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad D = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Za vrijeme t tijelo je prešlo put

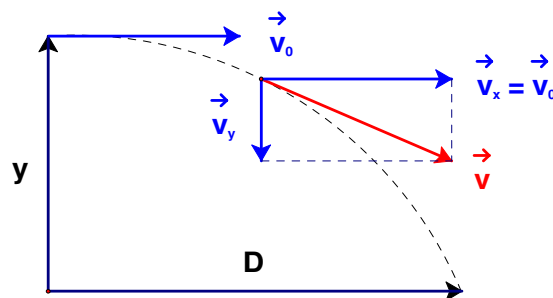
$$x = v_0 \cdot t.$$

a u vertikalnom je smjeru palo za

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Dometa D horizontalnog hica, ako je zadana početna brzina v_0 i visina y , iznosi:

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}.$$



a) Vrijeme padanja kamena iznosi:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot y}{g} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 m}{9.81 \frac{m}{s^2}}} = 3.19 s.$$

b) Domet kamena je:

$$x = v_0 \cdot t = 30 \frac{m}{s} \cdot 3.19 s = 95.7 m.$$

Ili ovako:

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = 30 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \frac{m}{s^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}}} = 95.78 \text{ m.}$$

Mala odstupanja u rezultatu su zbog zaokruživanja.

Vježba 250

S tornja visokoga 50 m bacimo horizontalno kamen početnom brzinom 30 m/s. Koliko dugo će kamen padati? Otpor zraka zanemarimo. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6.39 s.

Zadatak 251 (Medicinka, medicinska škola)

Brzina tijela je 3 m/s. Kolika mu je akceleracija ako nakon 6 s brzina naraste na 15 m/s?

Rješenje 251

$$v_0 = 3 \text{ m/s}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad v = 15 \text{ m/s}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje sa početnom brzinom v_0 duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

gdje je v trenutna brzina, v_0 početna brzina za tijelo koje se gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Akceleracija tijela iznosi:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v - v_0 \Rightarrow a \cdot t = v - v_0 \quad / \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{15 \frac{m}{s} - 3 \frac{m}{s}}{6 \text{ s}} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 251

Brzina tijela je 4 m/s. Kolika mu je akceleracija ako nakon 6 s brzina naraste na 16 m/s?

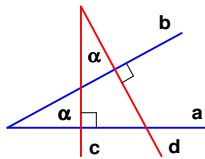
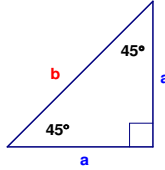
Rezultat: 2 m/s².

Zadatak 252 (Učenik-1d, gimnazija)

Tijelo se nalazi na nagnutoj površini. Sila koja ga privlači vertikalno prema dolje iznosi 50 N. Odredi računski silu koja je paralelna i okomita na kosinu, ako je kut kosine 45°.

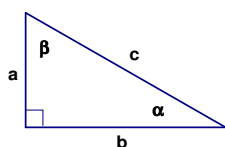
Rješenje 252

$$F = 50 \text{ N}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad F_1 = ?, \quad F_2 = ?$$

Kutovi s okomitim kracima	Jednakokrčan pravokutan trokut
 <p>Krak a okomit je na krak c. Krak b okomit je na krak d. Kutovi su jednaki.</p>	 $b = a \cdot \sqrt{2}, \quad a = b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

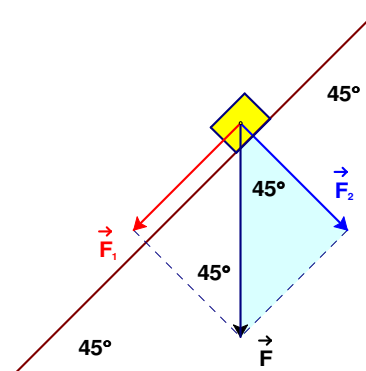
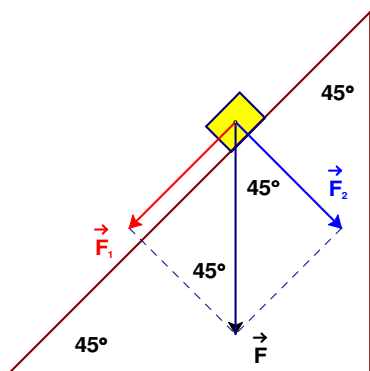
Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tom kutu i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \cos \beta = \frac{a}{c}$$



Rezultantnu silu F rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 paralelnu sa kosinom
- komponentu F_2 okomitu na kosinu.

1. inačica

Sa slika se vidi da je pravokutan trokut (obojan plavo) jednakokračan pa su komponente F_1 i F_2 međusobno jednake i iznose:

$$F_1 = F_2 = F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 25 \cdot \sqrt{2} \text{ N}.$$

2. inačica

Sa slika se vidi da je pravokutan trokut (obojan plavo) jednakokračan pa su komponente F_1 i F_2 međusobno jednake. Uporabom funkcije sinus (ili kosinus) dobije se:

$$\sin 45^\circ = \frac{F_1}{F} \Rightarrow F_1 = F \cdot \sin 45^\circ = \left[\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = 50 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 25 \cdot \sqrt{2} \text{ N}.$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_2}{F} \Rightarrow F_2 = F \cdot \cos 45^\circ = \left[\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = 50 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 25 \cdot \sqrt{2} \text{ N}.$$

Vježba 252

Tijelo se nalazi na nagnutoj površini. Sila koja ga privlači vertikalno prema dolje iznosi 100 N. Odredi računski silu koja je paralelna i okomita na kosinu, ako je kut kosine 45° .

Rezultat: $F_1 = F_2 = 50 \cdot \sqrt{2} \text{ N}.$

Zadatak 253 (Suzana, gimnazija)

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom 10 m/s. U trenutku kada dostigne najvišu točku svoga gibanja, baci se drugo tijelo vertikalno uvis, istom početnom brzinom. Na kojoj će se visini tijela sudariti? Otpor zraka zanemariti. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 253

$$v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h_1 = ?$$

Vertikalni hitac uvis je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada.

Zato su brzina v i visina h tijela u času kad je prošlo vrijeme t dani ovim izrazima:

$$v = v_0 - g \cdot t, \quad h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

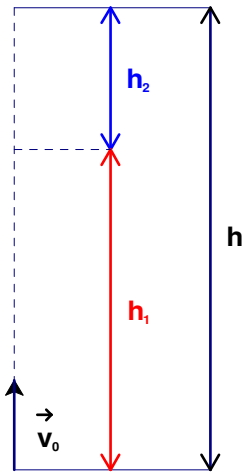
Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u trenutku kad je $v = 0$.

Onda je

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

U najvišoj točki vertikalnog hica brzina tijela jednaka je nuli pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - g \cdot t \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 - g \cdot t = 0 \Rightarrow -g \cdot t = -v_0 \quad /: (-g) \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \text{ vrijeme penjanja.}$$



Maksimalna visina h tijela koje je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom v_0 iznosi:

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Pretpostavimo da se tijela sudare u trenutku t . Za to vrijeme tijelo koje pada, iz najviše točke, prijeći će put h_2 :

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

a tijelo koje je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom v_0 prijeći će put h_1 :

$$h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Zbroj tih putova jednak je maksimalnoj visini h :

$$h_1 + h_2 = h.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_1 + h_2 = h \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot t = h \Rightarrow v_0 \cdot t = h \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow t = \frac{h}{v_0}.$$

Sada se visina h_1 lako nađe:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 + h_2 = h \\ h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}, h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, t = \frac{h}{v_0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_1 = h - h_2 \\ h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}, h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 \\ h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}}{v_0}\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}}{\frac{v_0}{1}}\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}}{\frac{v_0}{1}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0}{2 \cdot g}\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{4 \cdot g^2} \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{4 \cdot g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{v_0^2}{8 \cdot g} \Rightarrow h_1 = \frac{4 \cdot v_0^2 - v_0^2}{8 \cdot g} \Rightarrow h_1 = \frac{3 \cdot v_0^2}{8 \cdot g} = \frac{3 \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{8 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 3.823 \text{ m.}$$

Vježba 253

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom 20 m/s. U trenutku kada tijelo dostigne najvišu točku svoga gibanja, baci se drugo tijelo vertikalno uvis, istom početnom brzinom. Na kojoj će se visini tijela sudariti? Otpor zraka zanemariti. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 15.29 m.

Zadatak 254 (Gimnazijalci, gimnazija)

Tijelo težine 200 N giba se akceleracijom 2 m/s^2 . Kolika stalna sila djeluje na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 254

$$G = 200 \text{ N}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Iz formule za težinu tijela G odredimo masu m i uporabom drugog Newtonova poučka izračunamo silu F :

$$\left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ a = \frac{F}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{G}{g} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = \frac{G}{g} \cdot a = \frac{200 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40.77 \text{ N}.$$

Vježba 254

Tijelo težine 0.2 kN giba se akceleracijom 200 cm/s^2 . Kolika stalna sila djeluje na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 40.77 N.

Zadatak 255 (Gimnazijalci, gimnazija)

Na tijelo mase 7 kg koje miruje počne djelovati stalna sila 21 N. Koliki će put tijelo prijeći za 0.4 min? Koliku će brzinu postići za 15 s?

Rješenje 255

$$m = 7 \text{ kg}, \quad F = 21 \text{ N}, \quad t = 0.4 \text{ min} = [0.4 \cdot 60] = 24 \text{ s}, \quad t_1 = 15 \text{ s}, \quad v_1 = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak $I = F \cdot t$ zovemo impulsom sile F , a umnožak $p = m \cdot v$ količinom gibanja mase m . Impuls sile je:

1. inačica

Put s koji će tijelo prijeći za vrijeme t iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{21 \text{ N}}{7 \text{ kg}} \cdot (24 \text{ s})^2 = 864 \text{ m}.$$

2. inačica

Put s koji će tijelo prijeći za vrijeme t iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{m} \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{21 \text{ N}}{7 \text{ kg}} \cdot (24 \text{ s})^2 = 864 \text{ m}.$$

Za vrijeme t_1 tijelo će imati brzinu v_1 :

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v_1 = a \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v_1 = \frac{F}{m} \cdot t_1 = \frac{21 \text{ N}}{7 \text{ kg}} \cdot 15 \text{ s} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 255

Na tijelo mase 700 dag koje miruje počne djelovati stalna sila 21 N. Koliki će put tijelo prijeći za 0.4 min?

Rezultat: 864 m.

Zadatak 256 (Gimnazijalci, gimnazija)

Pod djelovanjem stalne sile od 15 N tijelo postigne brzinu 54 km/h za 10 s. Koliki put pri tome tijelo prijeđe? Na početku je tijelo mirovalo.

Rješenje 256

$$F = 15 \text{ N}, \quad v = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad s = ?,$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Put koji tijelo prijeđe iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \\ = \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} = 75 \text{ m}.$$

Napomena: Sila je ovdje bila suvišna!

Vježba 256

Pod djelovanjem stalne sile od 15 N tijelo postigne brzinu 54 km/h za 20 s. Koliki put pri tome tijelo prijeđe? Na početku je tijelo mirovalo.

Rezultat: 150 m.

Zadatak 257 (Gimnazijalci, gimnazija)

Tijelo slobodno pada. Brzina tijela neposredno prije udara o tlo je 20 m/s. Koliko je dugo trajao pad? S koje je visine tijelo palo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 257

$$v = 20 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Slobodan pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje za koje vrijede identični izrazi (samo se umjesto puta s piše visina h , umjesto akceleracije a piše akceleracija slobodnog pada g):

$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

gdje je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ akceleracija slobodnog pada.

Vrijeme padanja tijela iznosi:

$$v = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{g} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2.04 \text{ s.}$$

Tijelo je palo s visine h :

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20.39 \text{ m.}$$

Vježba 257

Tijelo slobodno pada. Brzina tijela neposredno prije udara o tlo je 40 m/s. Koliko je dugo trajao pad? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 4.08 s.

Zadatak 258 (Gimnazijalci, gimnazija)

Tijelo slobodno pada s visine 50 m. Koliko je trajao pad? Kolika je brzina tijela neposredno prije udara o tlo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 258

$$h = 50 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Slobodan pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje za koje vrijede identični izrazi (samo se umjesto puta s piše visina h , umjesto akceleracije a piše akceleracija slobodnog pada g):

$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

gdje je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ akceleracija slobodnog pada.

Vrijeme trajanja pada iznosi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 3.19 \text{ s.}$$

Brzina tijela neposredno prije udara o tlo je:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50} = 31.32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 258

Tijelo slobodno pada s visine 200 m. Koliko je trajao pad? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 6.39 s.

Zadatak 259 (Gimnazijalci, gimnazija)

Na glatkoj vodoravnoj podlozi nalaze se dva tijela mase 2 kg i 3 kg. Tijela su spojena tankom niti. Kolika je akceleracija ako na prvo tijelo djeluje sila od 20 N u smjeru gibanja?

Rješenje 259

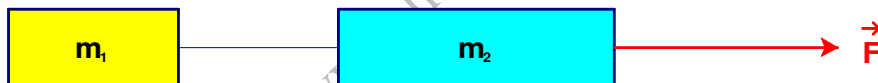
$$m_1 = 2 \text{ kg}, \quad m_2 = 3 \text{ kg}, \quad F = 20 \text{ N}, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Budući da su tijela povezana preko niti, gibaju se zajedno akceleracijom a . Sila F ubrzava oba tijela (čija je ukupna masa jednaka zbroju pojedinačnih masa) pa akceleracija a iznosi:

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{20 \text{ N}}{2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



Vježba 259

Na glatkoj vodoravnoj podlozi nalaze se dva tijela mase 3 kg i 7 kg. Tijela su spojena tankom niti. Kolika je akceleracija ako na prvo tijelo djeluje sila od 20 N u smjeru gibanja?

Rezultat: 2 m/s^2 .

Zadatak 260 (Gimnazijalci, gimnazija)

Dva utega mase 7 kg i 11 kg obješena su na krajeve nerastezljive niti prebačene preko nepomične koloture. U početnom trenutku oba su utega bila na istoj visini. Nakon koliko će vremena lakši uteg biti 10 cm iznad težeg? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) $R=0.214 \text{ s}$

Rješenje 260

$$m_1 = 7 \text{ kg}, \quad m_2 = 11 \text{ kg}, \quad h = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Drugi Newtonov zakon: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

1. inačica

Akceleraciju utega možemo naći iz osnovnog zakona gibanja (drugi Newtonov poučak):

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje kolotura jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_2 i tijelo mase m_1 , tj.

$$F = G_2 - G_1 \Rightarrow F = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \Rightarrow F = (m_2 - m_1) \cdot g.$$

Budući da sila F pokreće oba tijela, ukupna masa m sustava iznosi:

$$m = m_1 + m_2$$

pa je

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a.$$

Akceleracija a utega iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = (m_2 - m_1) \cdot g \\ F = (m_1 + m_2) \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow (m_2 - m_1) \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g =$$

$$= \frac{11 \text{ kg} - 7 \text{ kg}}{7 \text{ kg} + 11 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. inačica

Prema uvjetu zadatka masa kolotura je zanemariva pa su napetosti niti N_1 i N_2 jednake:

$$N_1 = N_2 = N.$$

Uteg manje mase m_1 gibaće se jednoliko ubrzano nagore pod djelovanjem rezultantne sile:

$$F_1 = N - G_1 \Rightarrow F_1 = N - m_1 \cdot g.$$

Uteg veće mase m_2 gibaće se jednoliko ubrzano nadolje pod djelovanjem rezultantne sile:

$$F_2 = G_2 - N \Rightarrow F_2 = m_2 \cdot g - N.$$

Prema drugom Newtonovom poučku možemo pisati:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = m_1 \cdot a \\ F_2 = m_2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m_1 \cdot a = N - m_1 \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\}.$$

Akceleracija a utega iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot a = N - m_1 \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = N - m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot (m_1 + m_2) = (m_2 - m_1) \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{11 \text{ kg} - 7 \text{ kg}}{7 \text{ kg} + 11 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Budući da svaki uteg za vrijeme t prevali put

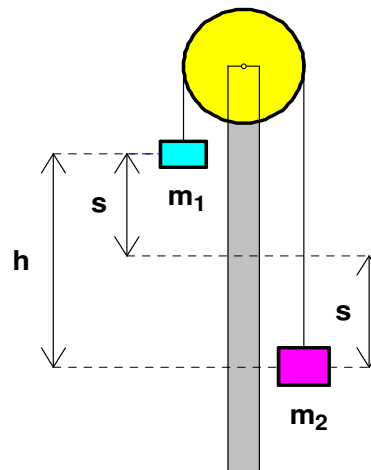
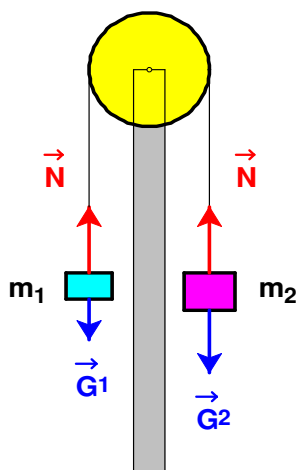
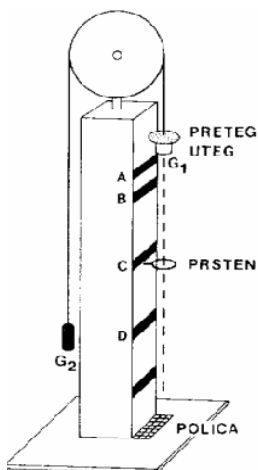
$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

razmak između utega nakon vremena t iznosi:

$$h = 2 \cdot s \Rightarrow h = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow h = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow h = a \cdot t^2.$$

Vrijeme nakon kojega će lakši uteg biti za visinu h iznad težeg je:

$$h = a \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{h}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{0.1 \text{ m}}{2.18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.214 \text{ s}.$$



Vježba 260

Dva utega mase 14 kg i 22 kg obješena su na krajeve nerastezljive niti prebačene preko nepomične koloture. U početnom trenutku oba su utega bila na istoj visini. Nakon koliko će vremena lakši uteg biti 10 cm iznad težeg? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.214 s.