

### Zadatak 181 (Nina, maturantica)

Ako se neko tijelo kroz 4 s ubrzava akceleracijom  $1 \text{ m/s}^2$ , a zatim usporava deceleracijom istog iznosa kroz daljnjih 4 s, kolika je srednja brzina kroz 8 s?

#### Rješenje 181

$$t_1 = 4 \text{ s}, \quad a_1 = 1 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = -1 \text{ m/s}^2, \quad t_2 = 4 \text{ s}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ . Kad je akceleracija  $a$  negativna, gibanje zovemo jednoliko usporeno gibanje i vrijedi isti izraz:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Kod jednoliko ubrzanog (usporenog) gibanja srednja brzina računa se pomoću izraza

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje je  $v_1$  početna brzina gibanja,  $v_2$  konačna brzina gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme, i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje su  $s$  i  $v$  put, odnosno brzina za tijelo koje se giba stalnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

1. inačica

Računamo srednju brzinu:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 \\ s_2 &= \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \right] \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1 \cdot t_1^2 + a_2 \cdot t_2^2}{t_1 + t_2} =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2}{4 \text{ s} + 4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Određimo srednju brzinu  $\bar{v}_1$  na prvom dijelu puta kada se tijelo ubrzava akceleracijom  $a_1$  za vrijeme  $t_1$ :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= a_1 \cdot t_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{v}_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Konačna brzina na prvom dijelu puta ujedno je početna brzina za drugi dio puta.

Određimo srednju brzinu  $\bar{v}_2$  na drugom dijelu puta kada se tijelo usporava deceleracijom  $a_2$  za vrijeme  $t_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 4 \frac{m}{s} \\ v_2 = 0 \frac{m}{s} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{v}_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{4 \frac{m}{s} + 0 \frac{m}{s}}{2} = 2 \frac{m}{s}.$$

Računamo srednju brzinu:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = \bar{v}_1 \cdot t_1 \\ s_2 = \bar{v}_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \right] \Rightarrow \bar{v} = \frac{\bar{v}_1 \cdot t_1 + \bar{v}_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{2 \frac{m}{s} \cdot 4 s + 2 \frac{m}{s} \cdot 4 s}{4 s + 4 s} = 2 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 181

Ako se neko tijelo kroz 4 s ubrzava akceleracijom  $2 \text{ m/s}^2$ , a zatim usporava deceleracijom istog iznosa kroz daljnjih 4 s, kolika je srednja brzina kroz 8 s?

**Rezultat:** 4 m/s.

### Zadatak 182 (Tajanstvena, medicinska škola)

U trenutku kad se odvojio od zemlje zrakoplov je imao brzinu  $255 \text{ km/h}$ . Prije toga se ubrzavao na betonskoj pisti prevalivši  $850 \text{ m}$ . Kako se dugo zrakoplov kretao po zemlji prije nego što je uzletio i kojom akceleracijom? Pretpostavimo da je gibanje bilo jednoliko ubrzano.

### Rješenje 182

$$v = 255 \text{ km/h} = [255 : 3.6] = 70.83 \text{ m/s}, \quad s = 850 \text{ m}, \quad t = ?, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

gdje su  $s$  i  $v$  put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Vrijeme gibanja zrakoplova po zemlji prije uzlijetanja iznosi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v} = \frac{2 \cdot 850 \text{ m}}{70.83 \frac{m}{s}} = 24 \text{ s}.$$

Akceleracija zrakoplova je:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{\left(70.83 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 850 \text{ m}} = 2.95 \frac{m}{s^2}.$$

**S**



### Vježba 182

U trenutku kad se odvojio od zemlje zrakoplov je imao brzinu  $255 \text{ km/h}$ . Prije toga se ubrzavao na betonskoj pisti prevalivši  $1700 \text{ m}$ . Kako se dugo zrakoplov kretao po zemlji prije nego što je uzletio? Pretpostavimo da je gibanje bilo jednoliko ubrzano.

**Rezultat:** 48 s.

### Zadatak 183 (Tajanstvena, medicinska škola)

Pod utjecajem stalne sile  $150 \text{ N}$ , tijelo za  $10$  sekundi prijeđe put  $50 \text{ m}$ . Kolika je težina tog tijela? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 183

$$F = 150 \text{ N}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad s = 50 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad G = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put za tijelo počto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} / \cdot m \Rightarrow F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a}.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Akceleracija a dobije se iz formule za put s pri jednoliko ubrzanom gibanju:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot s = a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}.$$

Uporabom drugog Newtonovog poučka nađemo masu m:

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{F}{a} \\ a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot s}{t^2}} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s}.$$

Težina G tijela iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow G = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} \cdot g = \frac{150 \text{ N} \cdot (10 \text{ s})^2}{2 \cdot 50 \text{ m}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1471.5 \text{ N}.$$

### Vježba 183

Pod utjecajem stalne sile 300 N, tijelo za 10 sekundi prijeđe put 100 m. Kolika je težina tog tijela? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1471.5 N.

### Zadatak 184 (Luna, srednja škola)

Molekula mase  $4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  leti brzinom 600 m/s, udari okomito na stijenku posude i odbije se elastično. Treba naći impuls sile koji je stijenka posude dala molekuli.

### Rješenje 184

$$m = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, \quad v = 600 \text{ m/s}, \quad I = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m. Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .



Ako uvedemo koordinatni sustav tada za brzine  $v_1$  i  $v_2$  vrijedi:

$$v_1 = -v = -600 \frac{m}{s}, \quad v_2 = +v = 600 \frac{m}{s}.$$

Budući da je promjena količine gibanja jednaka impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao, vrijedi:

$$\begin{aligned} F \cdot \Delta t &= m \cdot (v_2 - v_1) = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \left( 600 \frac{m}{s} - \left( -600 \frac{m}{s} \right) \right) = \\ &= 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \left( 600 \frac{m}{s} + 600 \frac{m}{s} \right) = 5.58 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

### Vježba 184

Molekula mase  $4.65 \cdot 10^{-26}$  kg leti brzinom 800 m/s, udari okomito na stijenku posude i odbije se elastično. Treba naći impuls sile koji je stijenka posude dala molekuli.

**Rezultat:**  $7.44 \cdot 10^{-23}$  kg m/s.

### Zadatak 185 (Luna, srednja škola)

Tijelo mase 5 kg giba se jednoliko brzinom 20 m/s. Odjednom počinje na tijelo djelovati neka stalna sila koja uzrokuje da tijelo nakon 5 sekundi ima brzinu 5 m/s u suprotnom smjeru od početne brzine. Izračunaj impuls sile te veličinu i smjer sile.

#### Rješenje 185

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v_1 = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 5 \text{ s}, \quad v_2 = -5 \text{ m/s}, \quad I = ?, \quad F = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Budući da je promjena količine gibanja jednaka impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao, vrijedi:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) = 5 \text{ kg} \cdot \left( -5 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s} \right) = -125 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s} = \left[ \text{kg} \cdot \frac{m}{s} = \text{N} \cdot \text{s} \right] = -125 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

Veličina i smjer sile iznose:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow F = \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{\Delta t} = \frac{5 \text{ kg} \cdot \left( -5 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s} \right)}{5 \text{ s}} = -25 \text{ N}.$$

Predznak minus ( - ) znači da sila ima suprotan smjer od smjera početne brzine.

### Vježba 185

Tijelo mase 6 kg giba se jednoliko brzinom 20 m/s. Odjednom počinje na tijelo djelovati neka stalna sila koja uzrokuje da tijelo nakon 6 sekundi ima brzinu 5 m/s u suprotnom smjeru od početne brzine. Izračunaj impuls sile.

**Rezultat:** - 25 N.

### Zadatak 186 (Luna, srednja škola)

Lopta mase 0.4 kg bačena je vertikalno uvis brzinom 2 m/s. Kolika je početna količina gibanja lopte, a kolika na najvišoj točki putanje? Koliki je impuls sile koji je zaustavio loptu i koliko dugo je sila djelovala? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 186

$m = 0.4 \text{ kg}$ ,  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = \text{ m/s}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $p_1 = ?$ ,  $p_2 = ?$ ,  $I = ?$ ,  $\Delta t = ?$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Početna količina gibanja  $p_1$  lopte iznosi:

$$p_1 = m \cdot v_1 = 0.4 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Količina gibanja  $p_2$  u najvišoj točki putanje lopte (gdje je brzina jednaka 0 m/s) iznosi:

$$p_2 = m \cdot v_2 = 0.4 \text{ kg} \cdot 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Budući da je promjena količine gibanja jednaka impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao, vrijedi:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) = 0.4 \text{ kg} \cdot \left( 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = -0.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{s} \right] = -0.8 \text{ Ns}.$$

Vrijeme djelovanja sile iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \\ F = G \end{array} \right\} \Rightarrow G \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{G} \Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{v_2 - v_1}{g} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = -0.2 \text{ s} \Rightarrow |\Delta t| = 0.2 \text{ s}.$$

### Vježba 186

Lopta mase 0.6 kg bačena je vertikalno uvis brzinom 2 m/s. Kolika je početna količina gibanja lopte, a kolika na najvišoj točki putanje?

**Rezultat:** 1.2 kg m/s, 0 kg m/s.

### Zadatak 187 (Luna, srednja škola)

Svemirski brod srednjeg presjeka  $50 \text{ m}^2$  uleti u oblak mikrometeora te ima relativnu brzinu  $10 \text{ km/s}$ . U svakome kubičnom metru prostora nalazi se prosječno jedan mikrometeor mase  $0.02 \text{ g}$ . Koliko se mora povećati pogonska sila broda da bi brzina ostala ista? Pretpostavljamo da je sudar broda i mikrometeora neelastičan.

#### Rješenje 187

$$S = 50 \text{ m}^2, \quad v = 10 \text{ km/s} = 10^4 \text{ m/s}, \quad m = 0.02 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg}, \quad F = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Najprije izračunamo broj mikrometeora koji padne na svemirski brod u 1 sekundi (jedinici vremena,  $\Delta t = 1 \text{ s}$ ):



$$N = S \cdot v \cdot \Delta t \cdot 1 \frac{\text{meteor}}{3} = 50 \text{ m}^2 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} \cdot 1 \frac{\text{meteor}}{3} = 5 \cdot 10^5 \text{ meteora}.$$

Tada ukupna masa svih mikrometeora iznosi:

$$m = N \cdot m_1 \Rightarrow m = 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg} = 10 \text{ kg}.$$

Budući da je promjena količine gibanja jednaka impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao, pogonska sila  $F$  mora iznositi:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v \Rightarrow F = \frac{m \cdot v}{\Delta t} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ s}} = 10^5 \text{ N}.$$

#### Vježba 187

Svemirski brod srednjeg presjeka  $50 \text{ m}^2$  uleti u oblak mikrometeora te ima relativnu brzinu  $10 \text{ km/s}$ . U svakome kubičnom metru prostora nalazi se prosječno jedan mikrometeor mase  $0.2 \text{ g}$ . Koliko se mora povećati pogonska sila broda da bi brzina ostala ista? Pretpostavljamo da je sudar broda i mikrometeora neelastičan.

**Rezultat:**  $10^6 \text{ N}$ .

### Zadatak 188 (Luna, srednja škola)

Koju brzinu postiže raketa mase  $1 \text{ kg}$  ako iz nje izađe produkt izgaranja mase  $20 \text{ g}$  brzinom  $1200 \text{ m/s}$ ?

#### Rješenje 188

$$m_1 = 1 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}, \quad v_2 = 1200 \text{ m/s}, \quad v_1 = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m. Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Budući da je raketa prije polijetanja mirovala (brzina rakete i brzina istjecanja produkta izgaranja jednaka je nuli), slijedi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = -\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1} = -\frac{0.02 \text{ kg} \cdot 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ kg}} = -24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Predznak minus ( - ) znači da brzina rakete ima suprotan smjer od smjera brzine istjecanja produkta izgaranja.

### Vježba 188

Koju brzinu postiže raketa mase 2 kg ako iz nje izađe produkt izgaranja mase 40 g brzinom 1200 m/s?

**Rezultat:** - 24 m/s.

### Zadatak 188 (Luna, srednja škola)

U času kad dvostupanjska raketa mase 1.00 tone ima brzinu 171 m/s, od nje se odijeli njezin drugi stupanj mase 0.40 tona. Pritom se brzina drugog stupnja poveća na 185 m/s. Kolika je sada brzina prvog stupnja rakete?

### Rješenje 188

$$m = 1.00 \text{ t} = 1000 \text{ kg}, \quad v = 171 \text{ m/s}, \quad m_2 = 0.40 \text{ t} = 400 \text{ kg}, \quad v_2' = 185 \text{ m/s}, \\ m_1 = m - m_2 = 1000 \text{ kg} - 400 \text{ kg} = 600 \text{ kg}, \quad v_1' = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m. Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.



Prije raspada rakete (kada su prvi i drugi stupanj rakete bili zajedno) količina gibanja iznosila je:

$$m \cdot v.$$

Nakon raspada rakete na prvi i drugi stupanj zbroj količina gibanja dijelova iznosi:

$$m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Iz zakona o očuvanju količina gibanja slijedi:

$$\begin{aligned} m \cdot v &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_1 \cdot v_1' = m \cdot v - m_2 \cdot v_2' \Rightarrow v_1' = \frac{m \cdot v - m_2 \cdot v_2'}{m_1} = \\ &= \frac{1000 \text{ kg} \cdot 171 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 400 \text{ kg} \cdot 185 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{600 \text{ kg}} = 161.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

### Vježba 188

U času kad dvostupanjska raketa mase 2.00 tona ima brzinu 171 m/s, od nje se odijeli njezin drugi stupanj mase 0.80 tona. Pritom se brzina drugog stupnja poveća na 185 m/s. Kolika je sada brzina prvog stupnja rakete?

**Rezultat:** 161.67 m/s.

### Zadatak 189 (Luna, srednja škola)

Ledolamac mase 5000 tona kreće se ugašenog motora brzinom 10 m/s i nalijeće na nepomičnu santu leda koju gura dalje ispred sebe brzinom 2 m/s. Kolika je masa sante ako zanemarimo otpor vode?

### Rješenje 189

$$m_1 = 5000 \text{ t}, \quad v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}, \quad v_1' = v_2' = v = 2 \text{ m/s}, \quad m_2 = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$





Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

Ako je sudar središnji (kad svi vektori brzina leže na pravcu koji prolazi središtem masa obaju tijela), zakon održanja količina gibanja glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v + m_2 \cdot v \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2},$$

gdje je  $v$  zajednička brzina za oba tijela koja su se sudarila.

Masa sante leda iznosi:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \\ v_1' &= v_2' = v \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v + m_2 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot v_2 - m_2 \cdot v = m_1 \cdot v - m_1 \cdot v_1 \Rightarrow m_2 \cdot (v_2 - v) = m_1 \cdot (v - v_1) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (v - v_1)}{v_2 - v} =$$

$$= \frac{5000 \text{ t} \cdot \left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 20000 \text{ t} = 2 \cdot 10^4 \text{ t}.$$

### Vježba 189

Ledolamac mase 8000 tona kreće se ugašenog motora brzinom 10 m/s i nalijeće na nepomičnu santu leda koju gura dalje ispred sebe brzinom 2 m/s. Kolika je masa sante ako zanemarimo otpor vode?

**Rezultat:** 32 000 t.

### Zadatak 190 (Ivan, tehnička škola)

Iz oružja mase 450 kg izleti tane mase 5 kg u horizontalnom smjeru brzinom 450 m/s. Pri trzaju natrag oružje se pomaknulo 0.45 m. Kolika je srednja sila otpora koji je zaustavio oružje?

### Rješenje 190

$$m_1 = 450 \text{ kg}, \quad m_2 = 5 \text{ kg}, \quad v_2 = 450 \text{ m/s}, \quad s = 0.45 \text{ m}, \quad F = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Računamo brzinu  $v_1$  kojom se oružje trzne natrag nakon ispaljena taneta:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}.$$

Iz formule za brzinu pri jednoliko ubrzanom gibanju dobije se akceleracija:

$$v_1^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{\left(-\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}\right)^2}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{2 \cdot s \cdot m_1^2}.$$

Tada srednja sila otpora iznosi:

$$F = m_1 \cdot a \Rightarrow F = m_1 \cdot \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{2 \cdot s \cdot m_1^2} \Rightarrow F = \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{2 \cdot s \cdot m_1} = \frac{\left(5 \text{ kg} \cdot 450 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0.45 \text{ m} \cdot 450 \text{ kg}} = 12500 \text{ N}.$$

### Vježba 190

Iz oružja mase 1800 kg izleti tane mase 10 kg u horizontalnom smjeru brzinom 450 m/s. Pri trzaju natrag oružje se pomaknulo 0.9 m. Kolika je srednja sila otpora koji je zaustavio oružje?

**Rezultat:** 6250 N.

### Zadatak 191 (Ivan, tehnička škola)

Granata leti brzinom 10 m/s. Pri eksploziji razleti se u dva podjednako velika dijela. Veći dio ima 60 % cijele mase i nastavlja gibanje u istom smjeru brzinom 25 m/s. Kolika je brzina manjeg dijela?

### Rješenje 191

$$v = 10 \text{ m/s}, \quad m_1 = 60 \% \cdot m = 0.60 \cdot m, \quad m_2 = m - 0.60 \cdot m = 0.40 \cdot m, \quad v_1' = 25 \text{ m/s}, \quad v_2' = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.


Prije raspada granate količina gibanja iznosila je:

$$m \cdot v.$$

Nakon raspada granate na dva podjednako velika dijela zbroj količina gibanja dijelova iznosi:

$$m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Iz zakona o očuvanju količina gibanja slijedi:



$$m \cdot v = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_2 \cdot v_2' = m \cdot v - m_1 \cdot v_1' \Rightarrow v_2' = \frac{m \cdot v - m_1 \cdot v_1'}{m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{m \cdot v - 0.60 \cdot m \cdot v_1'}{0.40 \cdot m} \Rightarrow v_2' = \frac{m \cdot (v - 0.60 \cdot v_1')}{0.40 \cdot m} \Rightarrow v_2' = \frac{v - 0.60 \cdot v_1'}{0.40} = \frac{10 \frac{m}{s} - 0.60 \cdot 25 \frac{m}{s}}{0.40} =$$

$$= -12.5 \frac{m}{s}.$$

Predznak minus ( - ) znači da brzina drugog dijela granate ima suprotan smjer od smjera brzine prvog dijela granate.

### Vježba 191

Granata leti brzinom 20 m/s. Pri eksploziji razleti se u dva podjednako velika dijela. Veći dio ima 60 % cijele mase i nastavlja gibanje u istom smjeru brzinom 50 m/s. Kolika je brzina manjeg dijela?

**Rezultat:** - 25 m/s.

### Zadatak 192 (Ivan, tehnička škola)

Raketa mase 250 g sadrži 350 g goriva. Pri ispaljivanju rakete gorivo je izišlo iz rakete brzinom 0.30 km/s vertikalno dolje. Do koje će visine stići raketa ako joj otpor zraka smanji domet 6 puta? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 192

$$m_1 = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}, \quad m_2 = 350 \text{ g} = 0.35 \text{ kg}, \quad v_2 = 0.30 \text{ km/s} = 300 \text{ m/s}, \quad d = \frac{1}{6} \cdot s,$$

$d = ?$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Računamo početnu brzinu  $v_1$  rakete uvis:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}.$$

Visinu  $s$  možemo dobiti iz izraza

$$v_1^2 = 2 \cdot g \cdot s,$$

gdje je brzina  $v_1$  veličinom jednaka brzini koju bi imala raketa da je slobodno padala s visine  $s$  (slobodni pad!).

$$v_1^2 = 2 \cdot g \cdot s \Rightarrow s = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \Rightarrow s = \frac{\left(-\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}\right)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow s = \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{2 \cdot g \cdot m_1^2}.$$

Tada domet  $d$  iznosi:

$$d = \frac{1}{6} \cdot s \Rightarrow d = \frac{1}{6} \cdot \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{2 \cdot g \cdot m_1^2} \Rightarrow d = \frac{(m_2 \cdot v_2)^2}{12 \cdot g \cdot m_1^2} = \frac{\left(0.35 \text{ kg} \cdot 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{12 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.25 \text{ kg})^2} = 1498.47 \text{ m}.$$

### Vježba 192

Raketa mase 500 g sadrži 700 g goriva. Pri ispaljivanju rakete gorivo je izišlo iz rakete brzinom 0.30 km/s vertikalno dolje. Do koje će visine stići raketa ako joj otpor zraka smanji domet 6 puta? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1498.47 m.

### Zadatak 193 (Ivan, tehnička škola)

Dva tijela masa  $m_1 = 4 \text{ kg}$  i  $m_2 = 1 \text{ kg}$  povezana su tankim koncem i leže na glatkome horizontalnom stolu. Oba tijela pokrenemo istodobno impulsom od 20 Ns. Pritom konac pukne, tijelo mase  $m_2$  odleti velikom brzinom, a tijelo mase  $m_1$  kreće se brzinom 50 cm/s u istom smjeru. Trenje možemo zanemariti. Koliki je impuls primilo tijelo mase  $m_1$ , a koliki tijelo mase  $m_2$  te kolika je brzina tijela mase  $m_2$ ?

### Rješenje 193

$$m_1 = 4 \text{ kg}, \quad m_2 = 1 \text{ kg}, \quad I = F \cdot t = 20 \text{ Ns}, \quad v_1 = 50 \text{ cm/s} = 0.5 \text{ m/s}, \quad I_1 = (F \cdot t)_1 = ?, \\ I_2 = (F \cdot t)_2 = ?, \quad v_2 = ? \\ t_1 = 4 \text{ s}, \quad a_1 = 1 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = -1 \text{ m/s}^2, \quad t_2 = 4 \text{ s}, \quad \bar{v} = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Zakon održanja količine gibanja ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine tijela mase  $m_1$  odnosno  $m_2$  nakon njihova međusobnog djelovanja.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. Analogno zakonu održanja količine gibanja vrijedi i zakon impulsa sile.

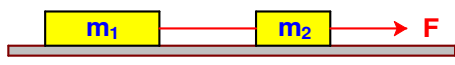
Impuls sile koje je primilo tijelo mase  $m_1$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = (F \cdot t)_1 \\ (F \cdot t)_1 = m_1 \cdot v_1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = m_1 \cdot v_1 = 4 \text{ kg} \cdot 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{s} \right] = 2 \text{ Ns}.$$

Budući da vrijedi zakon impulsa sile, impuls sile koje je primilo tijelo mase  $m_2$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} I = F \cdot t \\ I_1 = (F \cdot t)_1 \\ I_2 = (F \cdot t)_2 \end{array} \right\} \Rightarrow I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 \Rightarrow (F \cdot t)_2 = F \cdot t - (F \cdot t)_1 = 20 \text{ Ns} - 2 \text{ Ns} = 18 \text{ Ns}.$$

Brzina tijela mase  $m_2$  je:


$$(F \cdot t)_2 = m_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{(F \cdot t)_2}{m_2} = \frac{18 \text{ Ns}}{1 \text{ kg}} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 193

Dva tijela masa  $m_1 = 8 \text{ kg}$  i  $m_2 = 1 \text{ kg}$  povezana su tankim koncem i leže na glatkome horizontalnom stolu. Oba tijela pokrenemo istodobno impulsom od  $20 \text{ Ns}$ . Pritom konac pukne, tijelo mase  $m_2$  odleti velikom brzinom, a tijelo mase  $m_1$  kreće se brzinom  $50 \text{ cm/s}$  u istom smjeru. Trenje možemo zanemariti. Koliki je impuls primilo tijelo mase  $m_1$ ?

**Rezultat:** 4 Ns.

**Zadatak 194 (Ivan, tehnička škola)**

Koliki put prevali tijelo mase 15 kg za 10 sekundi ako na njega djeluje sila 200 N? Kolika je njegova brzina na kraju tog puta?

**Rješenje 194**

$$m = 15 \text{ kg}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad F = 200 \text{ N}, \quad s = ?, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

gdje su v i s brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Prevaljeni put s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200 \text{ N}}{15 \text{ kg}} \cdot (10 \text{ s})^2 = 666.67 \text{ m}.$$

Brzina tijela na kraju tog puta je:

1. inačica

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{200 \text{ N} \cdot 10 \text{ s}}{15 \text{ kg}} = 133.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{200 \text{ N}}{15 \text{ kg}} \cdot 10 \text{ s} = 133.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s} = \sqrt{2 \cdot \frac{200 \text{ N}}{15 \text{ kg}} \cdot 666.67 \text{ m}} = 133.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

4. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \cdot \frac{2}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t} = \frac{2 \cdot 666.67 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 133.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Vježba 194**

Koliki put prevali tijelo mase 30 kg za 10 sekundi ako na njega djeluje sila 400 N?

**Rezultat:** 666.67 m.

**Zadatak 195 (Ivan, tehnička škola)**

Sila 200 N djeluje na neko tijelo 20 sekundi te ga pomakne za 800 metara. Kolika je masa tog tijela?

### Rješenje 195

$$F = 200 \text{ N}, \quad t = 20 \text{ s}, \quad s = 800 \text{ m}, \quad m = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

gdje su v i s brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Masa tijela iznosi:

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F}{a} \\ a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot s}{t^2}} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} = \frac{200 \text{ N} \cdot (20 \text{ s})^2}{2 \cdot 800 \text{ m}} = 50 \text{ kg}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F \cdot t}{v} \\ v = \frac{2 \cdot s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t}{\frac{2 \cdot s}{t}} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} = \frac{200 \text{ N} \cdot (20 \text{ s})^2}{2 \cdot 800 \text{ m}} = 50 \text{ kg}.$$

### Vježba 195

Sila 400 N djeluje na neko tijelo 20 sekundi te ga pomakne za 1600 metara. Kolika je masa tog tijela?

**Rezultat:** 50 kg.

### Zadatak 196 (Ivan, tehnička škola)

Vlak mase 50 t giba se brzinom 50 km/h. Vlak se mora zaustaviti na putu dugome 20 m. Kolika mora biti sila kočnja?

### Rješenje 196

$$m = 50 \text{ t} = 50000 \text{ kg}, \quad v = 50 \text{ km/h} = [50 : 3.6] = 13.89 \text{ m/s}, \quad s = 20 \text{ m}, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

gdje su v i s brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala.



Sila kočenja iznosi:

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = 50000 \text{ kg} \cdot \frac{\left(13.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 20 \text{ m}} = 241165.13 \text{ N}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot s}{v} \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow F \cdot \frac{2 \cdot s}{v} = m \cdot v \quad / \cdot \frac{v}{2 \cdot s} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} =$$

$$= 50000 \text{ kg} \cdot \frac{\left(13.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 20 \text{ m}} = 241165.13 \text{ N}.$$

### Vježba 196

Vlak mase 100 t giba se brzinom 50 km/h. Vlak se mora zaustaviti na putu dugome 40 m. Kolika mora biti sila kočenja?

**Rezultat:** 241165.13 N.

### Zadatak 197 (Marissol, gimnazija)

Kolika je akceleracija tijela koje se giba jednoliko ubrzano, a za vrijeme desete i jedanaeste sekunde zajedno prevali put 63 m?

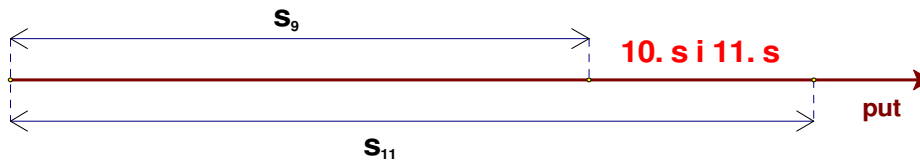
### Rješenje 197

$$s_{11} - s_9 = 63 \text{ m}, \quad t_{11} = 11 \text{ s}, \quad t_9 = 9 \text{ s}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .



Da bismo izračunali put za vrijeme desete i jedanaeste sekunde zajedno moramo naći koliki je put tijelo prevalo za prvih 11 sekundi i za prvih 9 sekundi i te putove oduzeti:

$$\left. \begin{array}{l} s_{11} - s_9 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{11}^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_9^2 \\ s_{11} - s_9 = 63 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 11^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 9^2 = 63 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 121 \cdot a - 81 \cdot a = 126 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 \cdot a = 126 \quad / : 40 \Rightarrow a = 3.15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



### Vježba 197

Kolika je akceleracija tijela koje se giba jednoliko ubrzano, a za vrijeme osme i devete sekunde zajedno prevali put 40 m?

**Rezultat:**  $2.5 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 198 (Igor, gimnazija)

Drvena greda mase 40 kg i duljine 2 m obješena je 45 cm daleko od jednoga svojeg kraja. Kolikom će silom drugi kraj pritiskati našu ruku ako gredu držimo u horizontalnom položaju? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 198

$$m = 40 \text{ kg}, \quad d = 2 \text{ m}, \quad x = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

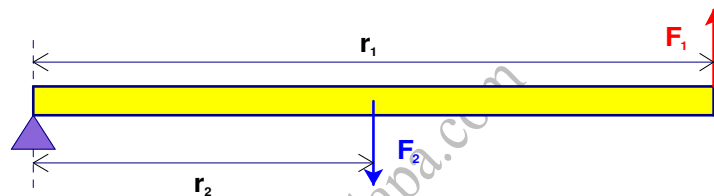
Moment  $M$  sile  $F$  u odnosu prema osi jest umnožak sile  $F$  i udaljenosti  $r$ , pravca sile od te osi:

$$M = r \cdot F.$$

Tijelo je u ravnoteži ako je zbroj momenata sila koje zakreću tijelo u jednom smjeru jednak zbroju momenata sila koje ga zakreću u suprotnom smjeru.

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljinog privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

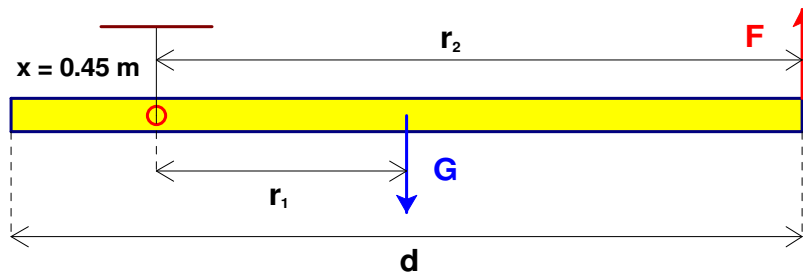


Iz toga proizlazi da je jednostrana poluga u ravnoteži kad je

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2.$$

Na drvenu gredu djeluju dvije sile: sila teža  $G$  s hvatištem u težištu koje se nalazi na polovici duljine cijele grede i sila ruke  $F$  koja gredu drži u horizontalnom položaju. Ravnoteža će biti ako je

$$M_2 = M_1 \Rightarrow F \cdot r_2 = G \cdot r_1.$$



Sa slike vidi se:

$$r_1 = \frac{d}{2} - x \Rightarrow r_1 = \frac{2 \text{ m}}{2} - 0.45 \text{ m} \Rightarrow r_1 = 0.55 \text{ m}.$$

$$r_2 = d - x \Rightarrow r_2 = 2 \text{ m} - 0.45 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 1.55 \text{ m}.$$

Sila iznosi:

$$F \cdot r_2 = G \cdot r_1 \Rightarrow F = \frac{G \cdot r_1}{r_2} \Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot r_1}{r_2} = \frac{40 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.55 \text{ m}}{1.55 \text{ m}} = 141.94 \text{ N} \approx 142 \text{ N}.$$

### Vježba 198

Drvena greda mase 80 kg i duljine 2 m obješena je 45 cm daleko od jednoga svojeg kraja. Kolikom će silom drugi kraj pritiskati našu ruku ako gredu držimo u horizontalnom položaju?

**Rezultat:** 284 N.

### Zadatak 199 (Ana, gimnazija)

Metarski štap položen je na dasku stola tako da četvrtinom duljine viri izvan stola. Najveći uteg  $m_1$ , koji možemo objesiti na vanjski kraj štapa a da se pritom štap ne preokrene, jest uteg od 250 g. Kolika je masa štapa?

### Rješenje 199

$$m_1 = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}, \quad m = ?$$

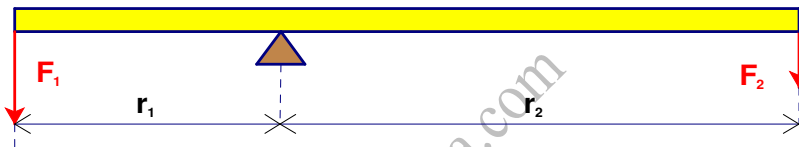
Moment  $M$  sile  $F$  u odnosu prema osi jest umnožak sile  $F$  i udaljenosti  $r$ , pravca sile od te osi:

$$M = r \cdot F.$$

Tijelo je u ravnoteži ako je zbroj momenata sile koje zakreću tijelo u jednom smjeru jednak zbroju momenata sile koje ga zakreću u suprotnom smjeru.

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljinog privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

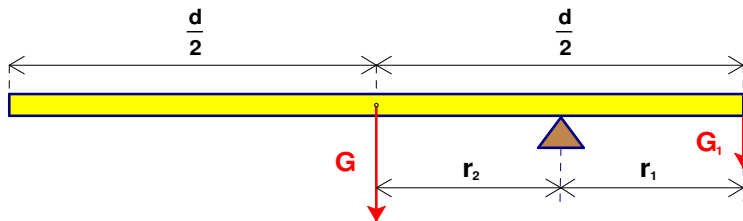


Iz toga proizlazi da je dvostrana poluga u ravnoteži kad je

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2.$$

Na metarski štap djeluju dvije sile: sila teža  $G$  s hvatištem u težištu koje se nalazi na polovici duljine cijelog metarskog štapa i uteg svojom težinom  $G_1$ . Ravnoteža će biti ako je

$$M = M_1 \Rightarrow G \cdot r_2 = G_1 \cdot r_1.$$



Sa slike vidi se:

$$r_1 = \frac{d}{4}, \quad r_2 = \frac{d}{2} - r_1 \Rightarrow r_2 = \frac{d}{2} - \frac{d}{4} \Rightarrow r_2 = \frac{d}{4}.$$

Masa metarskog štapa iznosi:

$$\begin{aligned} G \cdot r_2 = G_1 \cdot r_1 &\Rightarrow m \cdot g \cdot r_2 = m_1 \cdot g \cdot r_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot r_2 = m_1 \cdot g \cdot r_1 \cdot \frac{1}{g \cdot r_2} \Rightarrow m = m_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m = m_1 \cdot \frac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{4}} \Rightarrow m = m_1 \cdot \frac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{4}} \Rightarrow m = m_1 = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}. \end{aligned}$$

### Vježba 199

Metarski štap položen je na dasku stola tako da četvrtinom duljine viri izvan stola. Najveći uteg  $m_1$ , koji možemo objesiti na vanjski kraj štapa a da se pritom štap ne preokrene, jest uteg od 450 g. Kolika je masa štapa?

**Rezultat:** 0.45 kg.

### Zadatak 200 (Mira, maturantica)

Ako se neko tijelo kroz 4 s ubrzava akceleracijom  $1 \text{ m/s}^2$ , a zatim usporava deceleracijom istog iznosa kroz daljnjih 4 s, kolika je srednja brzina kroz 8 s?

#### Rješenje 200

$$t_1 = 4 \text{ s}, \quad a_1 = 1 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = -1 \text{ m/s}^2, \quad t_2 = 4 \text{ s}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je  $s$  put za tijelo počto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ . Kad je akceleracija  $a$  negativna, gibanje zovemo jednoliko usporeno gibanje i vrijedi isti izraz:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Kod jednoliko ubrzanog (usporenog) gibanja srednja brzina računa se pomoću izraza

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje je  $v_1$  početna brzina gibanja,  $v_2$  konačna brzina gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme, i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje su  $s$  i  $v$  put, odnosno brzina za tijelo koje se giba stalnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

#### 1. inačica

Računamo srednju brzinu:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 \\ s_2 &= \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \right] \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1 \cdot t_1^2 + a_2 \cdot t_2^2}{t_1 + t_2} =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2}{4 \text{ s} + 4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

#### 2. inačica

Određimo srednju brzinu  $\bar{v}_1$  na prvom dijelu puta kada se tijelo ubrzava akceleracijom  $a_1$  za vrijeme  $t_1$ :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= a_1 \cdot t_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{v}_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Konačna brzina na prvom dijelu puta ujedno je početna brzina za drugi dio puta.

Određimo srednju brzinu  $\bar{v}_2$  na drugom dijelu puta kada se tijelo usporava deceleracijom  $a_2$  za vrijeme  $t_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 4 \frac{m}{s} \\ v_2 = 0 \frac{m}{s} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{v}_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{4 \frac{m}{s} + 0 \frac{m}{s}}{2} = 2 \frac{m}{s}.$$

Računamo srednju brzinu:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = \bar{v}_1 \cdot t_1 \\ s_2 = \bar{v}_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \right] \Rightarrow \bar{v} = \frac{\bar{v}_1 \cdot t_1 + \bar{v}_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{2 \frac{m}{s} \cdot 4 s + 2 \frac{m}{s} \cdot 4 s}{4 s + 4 s} = 2 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 200

Ako se neko tijelo kroz 4 s ubrzava akceleracijom  $2 \text{ m/s}^2$ , a zatim usporava deceleracijom istog iznosa kroz daljnjih 4 s, kolika je srednja brzina kroz 8 s?

**Rezultat:** 4 m/s.