

Zadatak 161 (Ivan, srednja škola)

Horizontalno bačena lopta udara u zid na udaljenosti 5 m. Mjesto u kojem udara u zid je 1 m niže od mjesta s kojeg je bačena. Pod kojim kutom ona udara u zid? Zanemari otpor zraka.

Rješenje 161

$$d = 5 \text{ m}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad \alpha = ?$$

Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku. Za slobodan pad vrijedi izraz

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada.

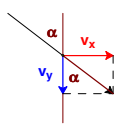
Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Horizontalna i vertikalna komponenta brzine kod horizontalnog hica nakon vremena t jesu:

$$v_x = v_0, \quad v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Najprije izračunamo brzinu v_0 u horizontalnom smjeru. Prema načelu neovisnosti gibanja vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} d = v_0 \cdot t \\ h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 = \frac{d}{t} \\ t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 = \frac{d}{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}} \Rightarrow v_0 = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}}.$$

Kut pronalazimo iz odnosa horizontalne i vertikalne komponente brzine:


$$\left. \begin{array}{l} v_x = v_0, \quad v_0 = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} \\ v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{v_x}{v_y} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{v_0}{v_y} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \Rightarrow$$
$$\text{tg } \alpha = d \cdot \sqrt{\frac{\frac{g}{2 \cdot h}}{2 \cdot g \cdot h}} \Rightarrow \text{tg } \alpha = d \cdot \sqrt{\frac{1}{4 \cdot h^2}} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{d}{2 \cdot h} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1} \left(\frac{d}{2 \cdot h} \right) = \text{tg}^{-1} \left(\frac{5 \text{ m}}{2 \cdot 1 \text{ m}} \right) \approx 68^\circ 12'.$$

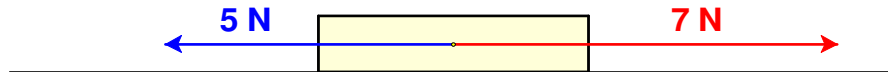
Vježba 161

Horizontalno bačena lopta udara u zid na udaljenosti 10 m. Mjesto u kojem udara u zid je 2 m niže od mjesta s kojeg je bačena. Pod kojim kutom ona udara u zid? Zanemari otpor zraka.

Rezultat: $\approx 68^\circ 12'$.

Zadatak 162 (Martina, gimnazija)

Na tijelo, koje se giba stalnom brzinom udesno, počnu djelovati dvije sile, kako je prikazano na slici (trenje je zanemarivo). Kako će to utjecati na gibanje tijela?



Tijelo će se:

- A) nastaviti gibati stalnom brzinom B) odmah zaustaviti C) početi ubrzavati
D) početi usporavati E) početi gibati ulijevo

Rješenje 162

$$F_1 = 5 \text{ N}, \quad F_2 = 7 \text{ N}, \quad F = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ukupna (rezultantna) sila je:

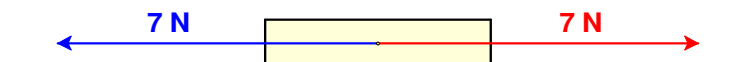
$$F = F_2 - F_1 = 7 \text{ N} - 5 \text{ N} = 2 \text{ N}.$$

Budući da ukupna (rezultantna) sila nije nula, tijelo će se ubrzavati (drugi Newtonov poučak).

Odgovor je pod C.

Vježba 162

Na tijelo, koje se giba stalnom brzinom udesno, počnu djelovati dvije sile, kako je prikazano na slici (trenje je zanemarivo). Kako će to utjecati na gibanje tijela?



Tijelo će se:

- A) nastaviti gibati stalnom brzinom B) odmah zaustaviti C) početi ubrzavati
D) početi usporavati E) početi gibati ulijevo

Rezultat: Odgovor je pod A.

Zadatak 163 (Viki, gimnazija)

Na Mjesecu je akceleracija slobodnog pada šest puta manja nego na Zemlji. Želimo li da tijelo blizu površine Mjeseca ima jednaku potencijalnu energiju kao isto tijelo blizu površine Zemlje, onda ono mora biti na:

- A) 6 puta manjoj visini nego na Zemlji. B) istoj visini kao na Zemlji.
C) 6 puta većoj visini nego na Zemlji. D) 36 puta većoj visini nego na Zemlji.
E) 2 puta manjoj visini nego na Zemlji.

Rješenje 163

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

1. inačica

Budući da je gravitacijska potencijalna energija upravo razmjerna s akceleracijom slobodnog pada g i visinom h , slijedi:

- ako je akceleracija slobodnog pada šest puta manja, bit će gravitacijska potencijalna energija šest puta manja
- ako je visina šest puta veća, bit će gravitacijska potencijalna energija šest puta veća.

Da bi tijelo na Mjesecu imalo jednaku potencijalnu energiju, kao isto takvo tijelo blizu površine Zemlje, mora biti na 6 puta većoj visini nego na Zemlji.

Odgovor je pod C.

2. inačica

Neka je g ubrzanje sile teže na Zemlji, a g_M ubrzanje sile teže na Mjesecu:

$$g_M = \frac{1}{6} \cdot g.$$

Tijelo je na visini h iznad površine Zemlje i ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Računamo visinu H na kojoj tijelo mora biti na Mjesecu da bi imalo istu gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ E_{gp} = m \cdot g_M \cdot H \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot g_M \cdot H = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{m \cdot g_M} \Rightarrow H = \frac{g \cdot h}{g_M} \Rightarrow H = \frac{g \cdot h}{\frac{1}{6} \cdot g} \Rightarrow H = 6 \cdot h.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 163

Na Mjesecu je akceleracija slobodnog pada šest puta manja nego na Zemlji. Želimo li da tijelo blizu površine Mjeseca ima dva puta veću potencijalnu energiju od istog tijela blizu površine Zemlje, onda ono mora biti na:

- A) 12 puta manjoj visini nego na Zemlji. B) istoj visini kao na Zemlji.
 C) 6 puta većoj visini nego na Zemlji. D) 12 puta većoj visini nego na Zemlji.
 E) 3 puta manjoj visini nego na Zemlji.

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 164 (Marijana, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko usporeno akceleracijom -15 km/h^2 . Za vrijeme od 30 s zaustavi se. Kolika mu je bila početna brzina i koliki je put prešlo tijelo tijekom usporavanja?

Rješenje 164

$$a = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 15 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{(3600 \text{ s})^2} = 1.16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad t = 30 \text{ s}, \quad v = ?, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Kad je akceleracija a negativna, gibanje zovemo jednoliko usporeno gibanje i vrijede isti izrazi:

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Početna brzina iznosi:

$$v = a \cdot t = 1.16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ s} = 0.0348 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [0.0348 \cdot 3.6] = 0.13 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Put koji je tijelo prešlo tijekom usporavanja iznosi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ s})^2 = 0.522 \text{ m} = 52.2 \text{ cm}.$$

Vježba 164

Tijelo se giba jednoliko usporeno akceleracijom -15 m/s^2 . Za vrijeme od 30 s zaustavi se. Kolika mu je bila početna brzina i koliki je put prešlo tijelo tijekom usporavanja?

Rezultat: $v = 450 \text{ m/s}$, $s = 6750 \text{ m}$.

Zadatak 165 (Marijana, gimnazija)

Marijana ☺ vozi brzinom 80 km/h kad ugleda prepreku. Od trenutka kad je ugledala prepreku do početka kočenja prošla je 1 s . Usporavanje je iznosilo -4 m/s^2 . Koliki je ukupni put prešao automobil od trenutka kad je Marijana ugledala prepreku do zaustavljanja?

Rješenje 165

$$v_0 = 80 \text{ km/h} = [80 : 3.6] = 22.22 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad a = 4 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Kod jednoliko usporenog gibanja, tj. gibanja sa stalnom negativnom akceleracijom a prijedeni put s za vrijeme t iznosi:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina. Ukupni put je:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 22.22 \frac{m}{s} \cdot 1 s - \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (1 s)^2 = 20.22 m.$$

Vježba 165

Marijana ☺ vozi brzinom 10 m/s kad ugleda prepreku. Od trenutka kad je ugledala prepreku do početka kočenja prošla je 1 s. Usporavanje je iznosilo -4 m/s^2 . Koliki je ukupni put prešao automobil od trenutka kad je Marijana ugledala prepreku do zaustavljanja?

Rezultat: 8 m.

Zadatak 166 (Marijana, gimnazija)

Udaljenost između dvije autobusne postaje iznosi 1 km. Da bi autobus postigao brzinu 60 km/h treba prijeći put od 100 m, a da bi se usporavanjem zaustavio potreban mu je put od 200 m. Za koje vrijeme stigne s prve na drugu postaju?

Rješenje 166

$$s = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad v = 60 \text{ km/h} = [60 : 3.6] = 16.67 \text{ m/s}, \quad s_1 = 100 \text{ m}, \quad s_3 = 200 \text{ m}, \\ s_2 = s - (s_1 + s_3) = 1000 \text{ m} - (100 \text{ m} + 200 \text{ m}) = 700 \text{ m}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se giba stalnom brzinom za vrijeme t .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Kad je akceleracija a negativna, gibanje zovemo jednoliko usporeno gibanje i vrijede isti izrazi:

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Pomoću navedenih formula možemo izvesti još jednu formulu za put s kod jednoliko ubrzanog (usporenog) gibanja:

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot (a \cdot t) \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t.$$

Sada računamo vremena na pojedinim dijelovima puta.

Na putu s_1 autobus se ubrzava i postigne brzinu v za vrijeme t_1 :

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2 \cdot s_1}{v}.$$

Na putu s_2 autobus se giba jednoliko pravocrtno brzinom v za vrijeme t_2 :

$$s_2 = v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{s_2}{v}.$$

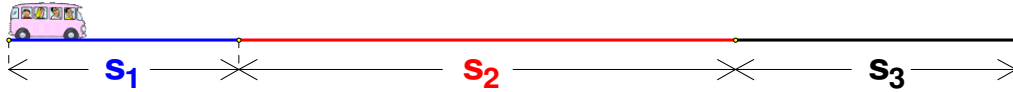
Na putu s_3 autobus s početnom brzinom v usporava se da bi se zaustavio za vrijeme t_3 :

$$s_3 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{v}.$$

Autobus stigne s prve na drugu postaju za vrijeme t :

$$t = t_1 + t_2 + t_3 \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s_1}{v} + \frac{s_2}{v} + \frac{2 \cdot s_3}{v} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s_1 + s_2 + 2 \cdot s_3}{v} =$$

$$= \frac{2 \cdot 100 \text{ m} + 700 \text{ m} + 2 \cdot 200 \text{ m}}{16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 77.98 \text{ s} = 1 \text{ min } 17.98 \text{ s}.$$



Vježba 166

Udaljenost između dvije autobusne postaje iznosi 1 km. Da bi autobus postigao brzinu 72 km/h treba prijeći put od 100 m, a da bi se usporavanjem zaustavio potreban mu je put od 200 m. Za koje vrijeme stigne s prve na drugu postaju?

Rezultat: 65 s.

Zadatak 167 (Marijana, gimnazija)

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 2 m/s^2 . Kolika mu je brzina nakon 4 s?

Rješenje 167

$$a = 2 \text{ m/s}^2, \quad t = 4 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Tražena brzina iznosi:

$$v = a \cdot t = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 167

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 2 m/s^2 . Kolika mu je brzina nakon 10 s?

Rezultat: $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 168 (Marijana, gimnazija)

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 2 m/s^2 . Za koje vrijeme je prešlo put od 120 m i koju brzinu je postiglo za to vrijeme?

Rješenje 168

$$a = 2 \text{ m/s}^2, \quad s = 120 \text{ m}, \quad t = ?, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Računamo traženo vrijeme:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot s = a \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot s}{a} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 10.95 \text{ s}.$$

Postignuta brzina iznosi:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 120 \text{ m}} = 21.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 168

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 1 m/s^2 . Za koje vrijeme je prešlo put od 120 m i koju brzinu je postiglo za to vrijeme?

Rezultat: $t = 15.49 \text{ s}$, $v = 15.49 \text{ m/s}$.

Zadatak 169 (Marijana, gimnazija)

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 2 m/s^2 . Koliki put je tijelo prešlo u prvih 15 s?

Rješenje 169

$$a = 2 \text{ m/s}^2, \quad t = 15 \text{ s}, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Računamo traženi put:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (15 \text{ s})^2 = 225 \text{ m}.$$

Vježba 169

Tijelo se ubrzano giba akceleracijom 2 m/s^2 . Koliki put je tijelo prešlo u prvih 20 s?

Rezultat: 400 m.

Zadatak 170 (Roby, gimnazija)

Tijelo, mase 600 g, krene iz mirovanja pod djelovanjem stalne sile. Nakon prijednog puta od 10 metara tijelo ima brzinu 5 m/s. Nađite silu.

Rješenje 170

$$m = 600 \text{ g} = 0.6 \text{ kg}, \quad s = 10 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Pomoću navedenih formula možemo izvesti još jednu formulu za put s kod jednoliko ubrzanog (usporenog) gibanja:

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot (a \cdot t) \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak $I = F \cdot t$ zovemo impulsom sile F , a umnožak $p = m \cdot v$ količinom gibanja mase m .

1. inačica

Sila koja djeluje na tijelo određena je drugim Newtonovim poučkom

$$F = m \cdot a.$$

Budući da je gibanje tijela jednoliko ubrzano (jer na tijelo djeluje stalna sila), bez početne brzine, brzina tijela iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}.$$

Računamo silu F :

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} / 2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} =$$

$$= 0.6 \text{ kg} \cdot \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ m}} = 0.75 \text{ N}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \cdot 2 \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot s = v \cdot t \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot s}{v} \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow F \cdot \frac{2 \cdot s}{v} = m \cdot v \cdot \frac{v}{2 \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = 0.6 \text{ kg} \cdot \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ m}} = 0.75 \text{ N}.$$

Vježba 170

Tijelo, mase 1200 g, krene iz mirovanja pod djelovanjem stalne sile. Nakon prijednog puta od 10 metara tijelo ima brzinu 5 m/s. Nađite silu.

Rezultat: 1.5 N.

Zadatak 171 (Matija, medicinska škola)

Rudar gura vagončić natovaren rudom djelujući 5 sekundi horizontalno stalnom silom 700 N. Masa vagončića s rudom je 2030 kg. Ako su na početku kolica mirovala, koliki će put prijeći za naznačeno vrijeme?

Rješenje 171

$$t = 5 \text{ s}, \quad F = 700 \text{ N}, \quad m = 2030 \text{ kg}, \quad s = ?$$



Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila (drugi Newtonov poučak):

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{700 \text{ N}}{2030 \text{ kg}} \cdot (5 \text{ s})^2 = 4.31 \text{ m}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{m} \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{700 \text{ N}}{2030 \text{ kg}} \cdot (5 \text{ s})^2 = 4.31 \text{ m}.$$

Vježba 171

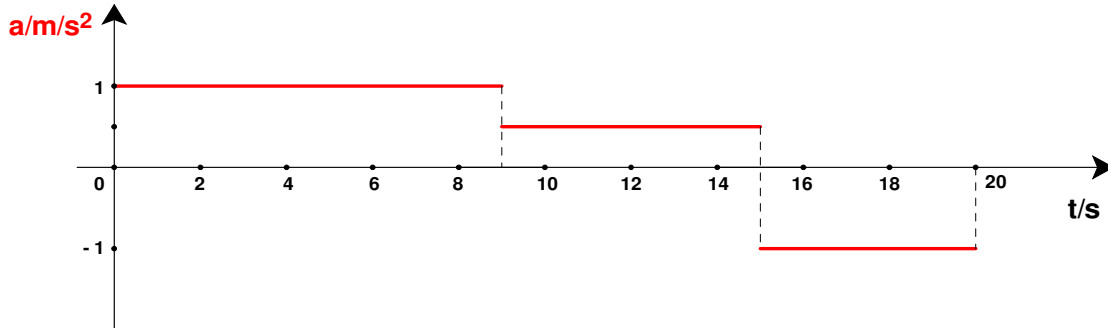
Rudar gura vagončić natovaren rudom djelujući 5 sekundi horizontalno stalnom silom 1400 N. Masa vagončića s rudom je 2030 kg. Ako su na početku kolica mirovala, koliki će put prijeći za naznačeno vrijeme?

Rezultat: 8.62 m.

Zadatak 172 (Emanuela, gimnazija)

Tijelo kreće iz mirovanja, a njegovo gibanje predočeno je a, t – dijagramom na slici.

- Iz danog a, t – dijagrama nacrtajte v, t – dijagram.
- Odredite ukupan prijeđeni put tog tijela za 20 sekundi.
- Odredite prosječnu brzinu tog tijela za 20 sekundi gibanja.



Rješenje 172

Ponovimo!

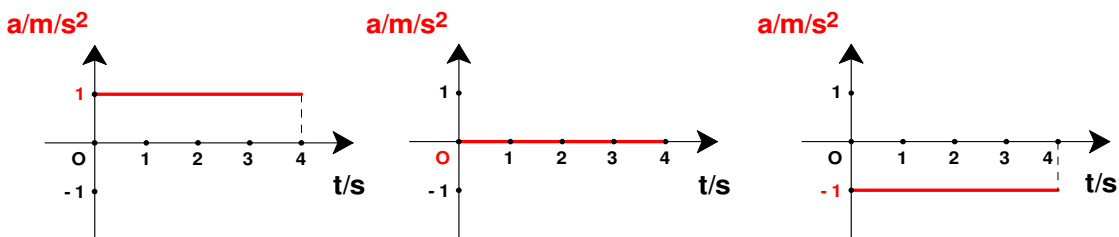
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Kad je a negativno, gibanje zovemo jednoliko usporenim gibanjem.

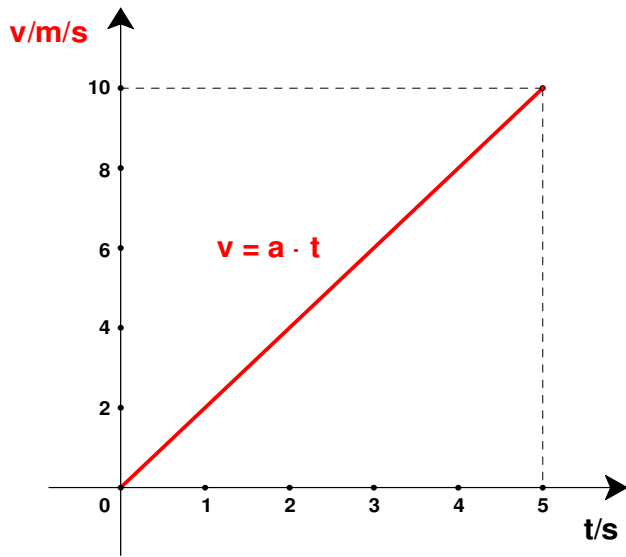
Pomoću a, t – dijagrama predočavamo ovisnost akceleracije o vremenu. Budući da je kod jednolikog ubrzanog (usporenog) gibanja akceleracija stalna (konstantna), pravac je usporedan (paralelan) sa osi t (vremenska os, apscisa).

Primjer 1 Nacrtaj a, t – dijagram za $t = 4$ s, ako je: a) $a = 1 \text{ m/s}^2$ b) $a = 0 \text{ m/s}^2$ c) $a = -1 \text{ m/s}^2$



Pomoću v, t – dijagrama predočavamo ovisnost brzine o vremenu. Budući da je brzina u svakom času upravo razmjerna vremenu, a faktor razmjernosti je akceleracija a , brzina je linearna funkcija vremena pa će grafički prikaz biti pravac kroz ishodište (ako je tijelo u početku mirovalo) čiji će nagib ovisiti o veličini akceleracije.

Primjer 2 Automobil se počeo ubrzavati, iz stanja mirovanja, akceleracijom $a = 2 \text{ m/s}^2$. Nacrtajte v, t – dijagram ako se automobil ubrzavao $t = 5$ s.



Sa slike vidi se:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s^2} \cdot t$$

t/s	0	1	2	3	4	5
v/m/s	0	2	4	6	8	10

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 0 \frac{m}{s}, v_2 = 10 \frac{m}{s} \\ \Delta t = 5 s \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{10 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{5 s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Primjer 3 Automobil pri brzini 10 m/s počne usporavati akceleracijom $a = 2 \text{ m/s}^2$ i zaustavi se za 5 s. Nacrtajte v, t – dijagram.

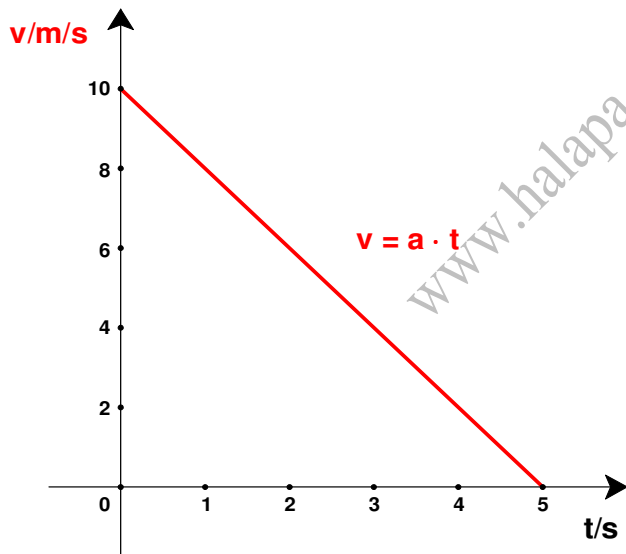
Sa slike vidi se:

$$v = v_1 - a \cdot t \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s} - 2 \frac{m}{s^2} \cdot t$$

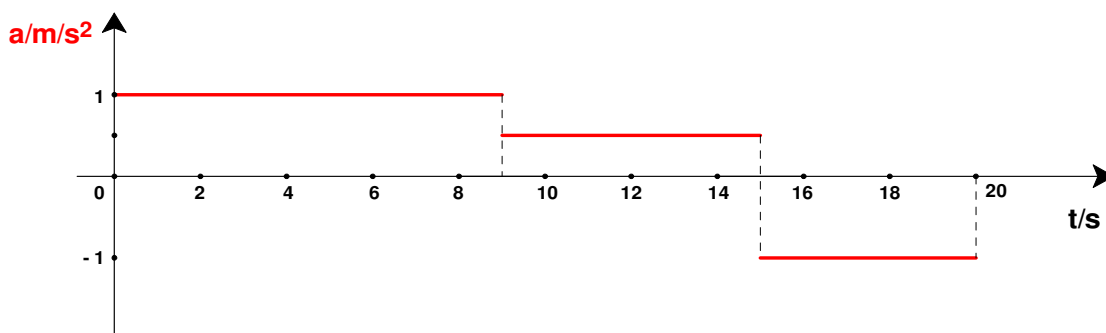
t/s	0	1	2	3	4	5
v/m/s	10	8	6	4	2	0

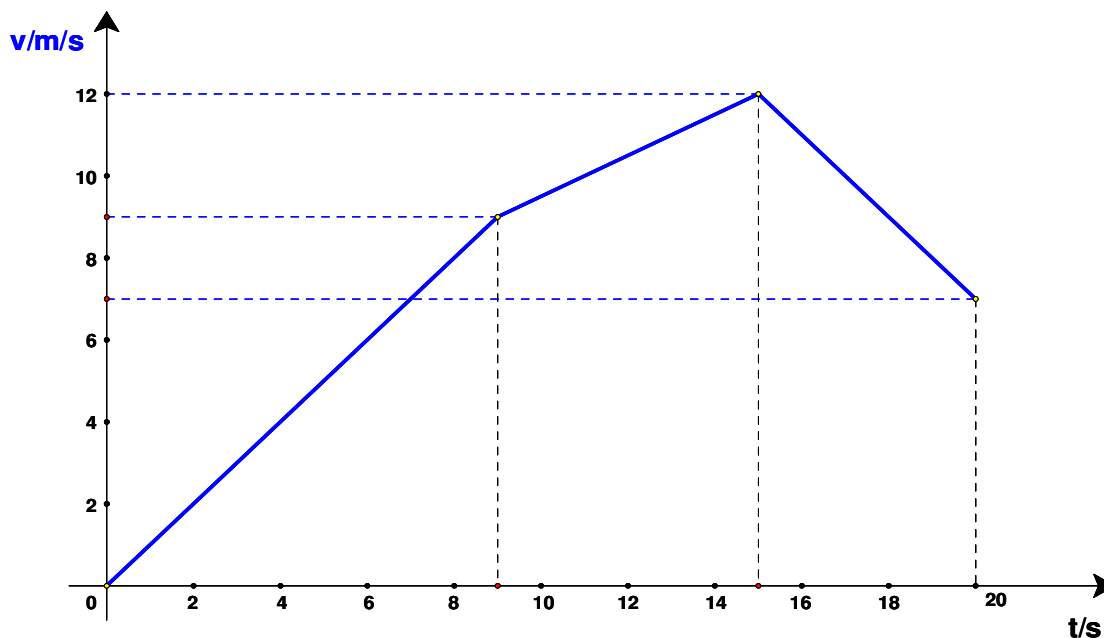
$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 10 \frac{m}{s}, v_2 = 0 \frac{m}{s} \\ \Delta t = 5 s \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s}}{5 s} = -2 \frac{m}{s^2}$$



Iz a, t – dijagrama crtamo pripadni v, t – dijagram.





Put je u v, t – dijagramu predočen površinom ispod krivulje $v(t)$. Termin "površina ispod krivulje" nije ploština plohe u uobičajenom prostoru i ne iskazuje se četvornim metrom.

Prisjetimo se:

- površina pravokutnog trokuta jednaka je polovici produkta osnovice i visine:

$$P = \frac{a \cdot v}{2}$$

- površina trapeza jednaka je polovici produkta zbroja donje i gornje osnovice i visine:

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v.$$

Promatrajući v, t – dijagram vidimo da se u prvih devet sekundi brzina jednoliko mijenja od 0 do 9 m/s. Put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnog trokuta (žuta boja):

$$s_1 = \left[\frac{9 \cdot 9}{2} \right] = 40.5 \text{ m.}$$

U idućih šest sekundi (od 9 s do 15 s) brzina se jednoliko mijenja od 9 m/s do 12 m/s. Put ćemo izračunati iz izraza za površinu trapeza (plava boja):

$$s_2 = \left[\frac{9+12}{2} \cdot 6 \right] = 63 \text{ m.}$$

Zadnjih pet sekundi (od 15 s do 20 s) brzina se jednoliko mijenja od 12 m/s do 7 m/s. Put ćemo izračunati iz izraza za površinu trapeza (zelena boja):

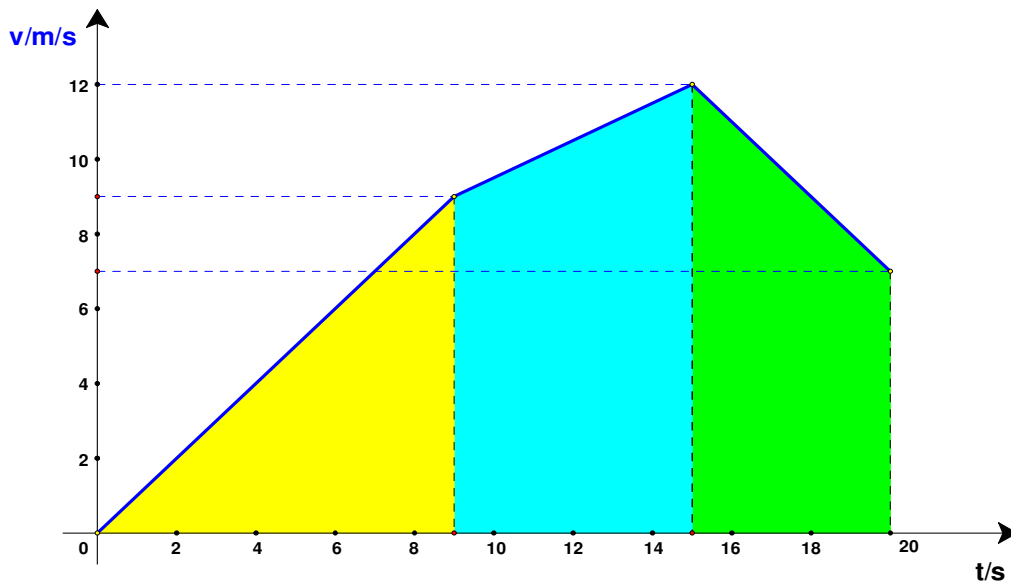
$$s_3 = \left[\frac{12+7}{2} \cdot 5 \right] = 47.5 \text{ m.}$$

Ukupan prijeđeni put tog tijela za 20 sekundi iznosi:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 40.5 \text{ m} + 63 \text{ m} + 47.5 \text{ m} = 151 \text{ m.}$$

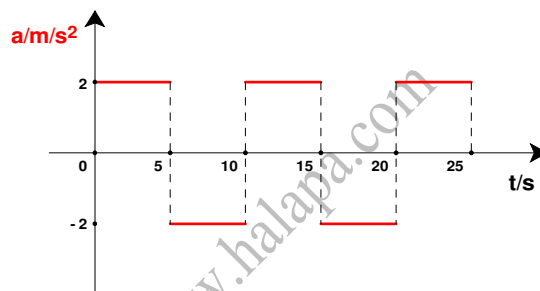
Prosječna brzina tog tijela za 20 sekundi gibanja je:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{151 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 7.55 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

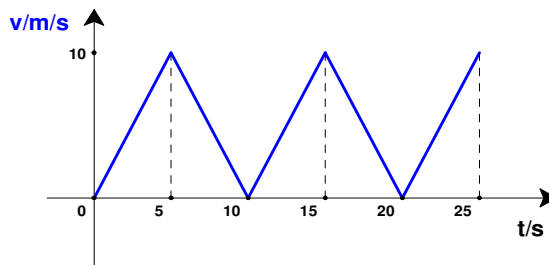


Vježba 172

Na slici je dan a, t – dijagram. Nacrtajte odgovarajući v, t – dijagram.



Rezultat: Traženi v, t – dijagram je:



Zadatak 173 (Emanuela i Sandra, gimnazija) ☺

Iz danog v, t – dijagrama odredite:

- put što ga je prošlo tijelo trećeg i četvrtog sata
- prosječnu vrijednost brzine za prvih pet sati
- nacrtajte a, t – dijagram za prvih pet sati gibanja.

Rješenje 173

Ponovimo!

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t \quad , \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad , \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s \quad , \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano

akceleracijom a za vrijeme t . Kad je a negativno, gibanje zovemo jednoliko usporenim gibanjem.

Pomoću a , t – dijagrama predočavamo ovisnost akceleracije o vremenu. Budući da je kod jednolikog ubrzanog (usporenog) gibanja akceleracija stalna (konstantna), pravac je usporedan (paralelan) sa osi t (vremenska os, apscisa).

Pomoću v , t – dijagrama predočavamo ovisnost brzine o vremenu. Budući da je brzina u svakom času upravno razmjerna vremenu, a faktor razmjernosti je akceleracija a , brzina je linearna funkcija vremena pa će grafički prikaz biti pravac kroz ishodište (ako je tijelo u početku mirovalo) čiji će nagib ovisiti o veličini akceleracije.

Put je u v , t – dijagramu predočen površinom ispod krivulje $v(t)$. Termin "površina ispod krivulje" nije ploština plohe u uobičajenom prostoru i ne iskazuje se četvornim metrom.

Prisjetimo se:

- površina pravokutnog trokuta jednaka je polovici produkta osnovice i visine:

$$P = \frac{a \cdot v}{2}.$$

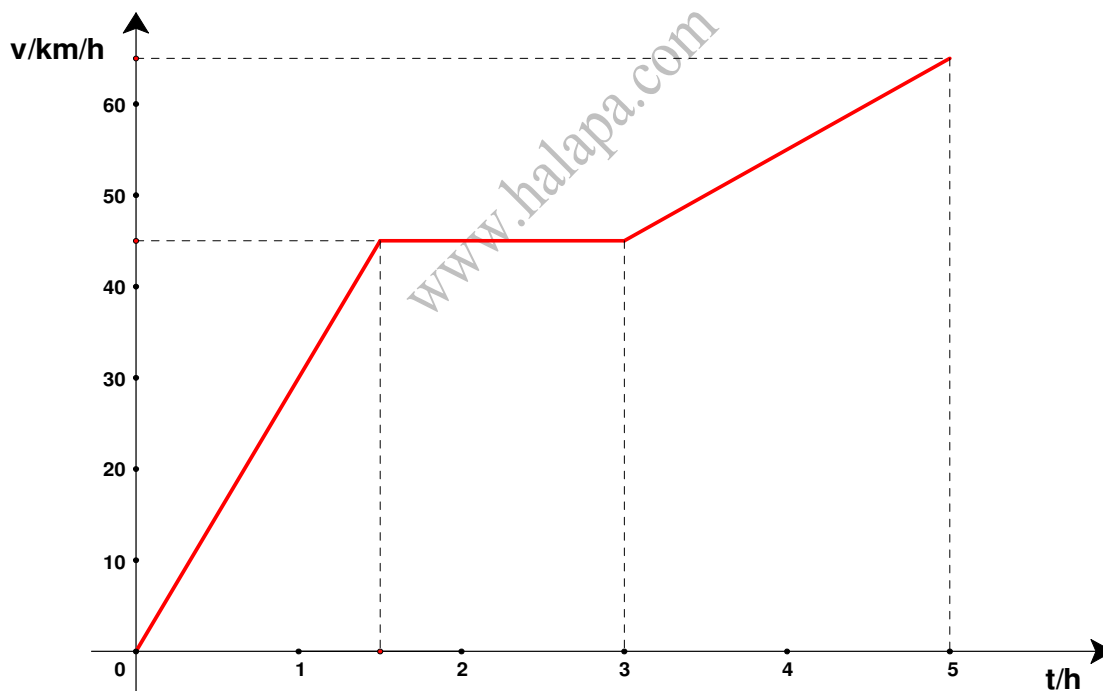
- površina pravokutnika jednaka je produktu osnovice i visine:

$$P = a \cdot b.$$

- površina trapeza jednaka je polovici produkta zbroja donje i gornje osnovice i visine:

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v.$$

Najprije pogledajmo koje su veličine naznačene za koordinatne osi.



Vidimo da je riječ o vremenu t iskazanom satima t/h i brzini v iskazanoj kilometrima na sat $v/km/h$. To znači da dijagram prikazuje promjenu brzine nekog gibanja.

Put možemo odrediti pomoću površine što je graf zatvara s osi t .

Uočimo da se u prvih sat i pol (od 0 h do 1.5 h) brzina jednoliko mijenja od 0 km/h do 45 km/h .

Put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnog trokuta (žuta boja):

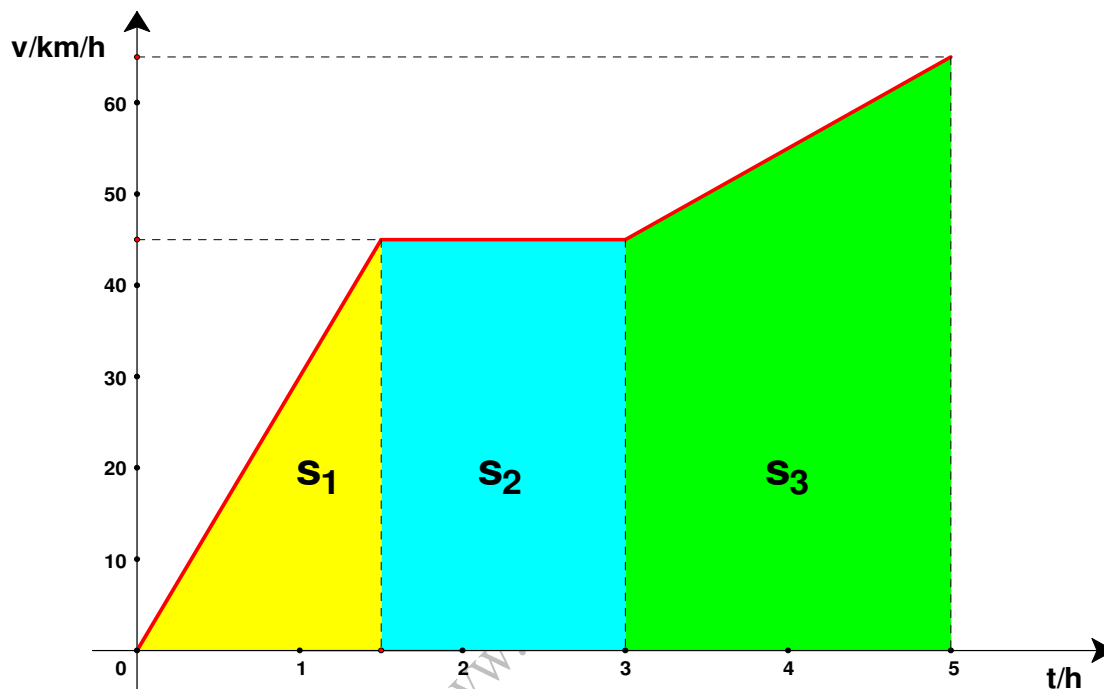
$$s_1 = \left[\frac{1.5 \cdot 45}{2} \right] = 33.75 \text{ km}.$$

U drugom dijelu vremena (od 1.5 h do 3 h) brzina se ne mijenja, konstantna je.
Put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnika (plava boja):

$$s_2 = [1.5 \cdot 45] = 67.5 \text{ km.}$$

U trećem dijelu vremena (od 3 h do 5 h) brzina se ponovno jednoliko mijenja od 45 km/h do 65 km/h.
Put ćemo izračunati iz izraza za površinu trapeza (zeleno boja):

$$s_3 = \left[\frac{45 + 65}{2} \cdot 2 \right] = 110 \text{ km.}$$



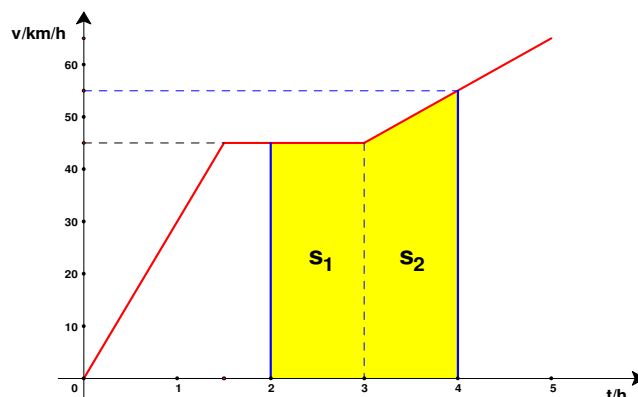
Ukupan prijeđeni put tog tijela za 5 sati iznosi:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 33.75 \text{ km} + 67.5 \text{ km} + 110 \text{ km} = 211.25 \text{ km.}$$

Prosječna brzina tog tijela za 5 sati gibanja je:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{211.25 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 42.25 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Sada se iz v, t – dijagrama lako izračuna i put što ga je tijelo prošlo trećeg i četvrtog sata (treba izračunati površinu žuto obojanog lika, pravokutnika i trapeza):



$$s = s_1 + s_2 = [45 \cdot 1] + \left[\frac{45 + 55}{2} \cdot 1 \right] = 95 \text{ km.}$$

Iz v, t – dijagrama crtamo pripadni a, t – dijagram.

U prvih sat i pol (od 0 h do 1.5 h) brzina se jednoliko mijenja od 0 km/h do 45 km/h pa se akceleracija određuje pomoću nagiba dužine:

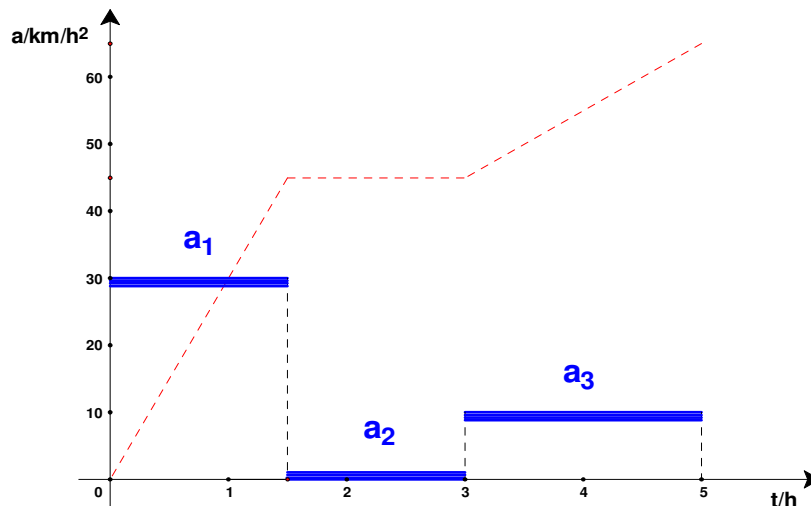
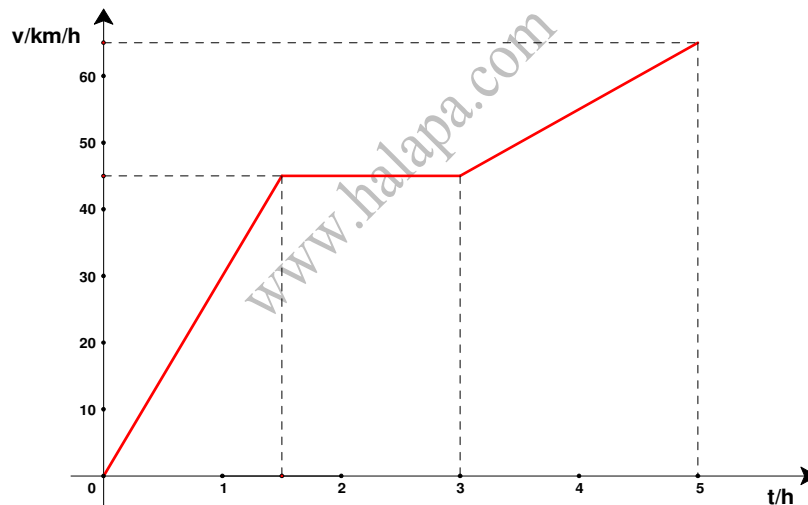
$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}, v_2 = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ t_1 = 0 \text{ h}, t_2 = 1.5 \text{ h} \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{45 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{1.5 \text{ h} - 0 \text{ h}} = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}.$$

U drugom dijelu vremena (od 1.5 h do 3 h) brzina se ne mijenja, konstantna je. Gibanje je jednoliko pa je akceleracija jednaka nuli:

$$a_2 = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}.$$

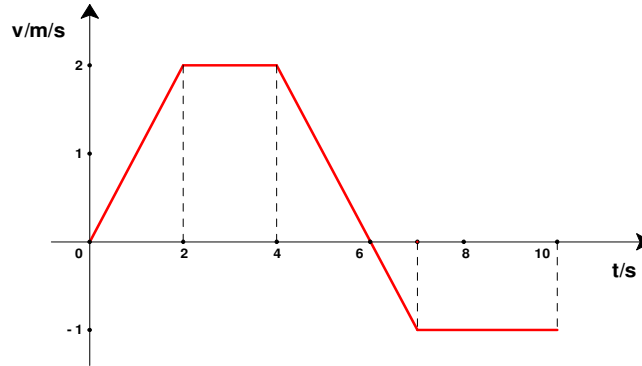
U trećem dijelu vremena (od 3 h do 5 h) brzina se ponovno jednoliko mijenja od 45 km/h do 65 km/h pa se akceleracija određuje pomoću nagiba dužine:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}, v_3 = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ t_3 = 3 \text{ h}, t_4 = 5 \text{ h} \end{array} \right\} \Rightarrow a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_4 - t_3} = \frac{65 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{5 \text{ h} - 3 \text{ h}} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}.$$

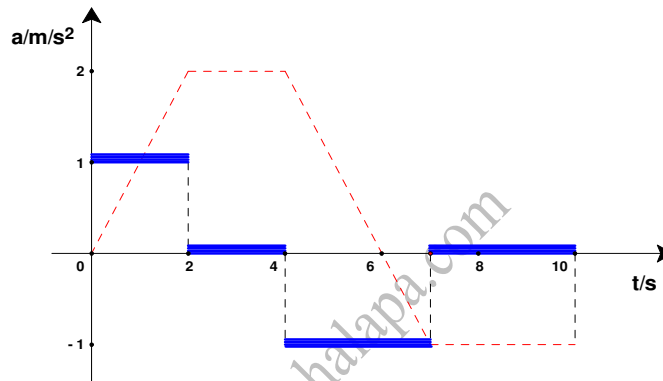


Vježba 173

Na slici je dan v, t – dijagram. Nacrtajte odgovarajući a, t – dijagram.



Rezultat: Traženi a, t – dijagram je:



Zadatak 174 (Silvy, gimnazija)

Kuglica mase 10 g sa visine 1 m padne na metalnu ploču i odbije se, pri čemu dosegne visinu koja je za 10 cm manja od one sa koje je puštena. Za koliko se promijeni brzina kuglice pri odbijanju od ploče? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 174

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad \Delta h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za slobodan pad vrijedi formula

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je g akceleracija sile teže, h visina.

Promjena brzine iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - \Delta h)} \\ \Delta v = v_1 - v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} - \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - \Delta h)} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{2 \cdot g} \cdot \sqrt{h} - \sqrt{2 \cdot g} \cdot \sqrt{h - \Delta h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta v = \sqrt{2 \cdot g} \cdot (\sqrt{h} - \sqrt{h - \Delta h}) = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot (\sqrt{1 \text{ m}} - \sqrt{1 \text{ m} - 0.1 \text{ m}}) = 0.227 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 174

Kuglica mase 10 g sa visine 100 cm padne na metalnu ploču i odbije se, pri čemu dosegne visinu koja je za 100 mm manja od one sa koje je puštena. Za koliko se promijeni brzina kuglice pri odbijanju od ploče? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.227 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 175 (Pero, srednja škola)

Sa zgrade visoke 15 m bačen je vertikalno prema tlu kamen početnom brzinom 10 m/s. Izračunajte vrijeme padanja. Zanimajte otpor zraka. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 175

$$h = 15 \text{ m}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Kvadratna jednačina $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ ima rješenja:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Budući da je hitac prema dolje složeno gibanje sastavljeno od jednolikog gibanja po pravcu i slobodnog pada u istom smjeru, za visinu h vrijedi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t - h = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 + 10 \cdot t - 15 = 0 \Rightarrow 5 \cdot t^2 + 10 \cdot t - 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & \Rightarrow 5 \cdot t^2 + 10 \cdot t - 15 = 0 \quad / : 5 \Rightarrow t^2 + 2 \cdot t - 3 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ & \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & t_1 = \frac{-2 + 4}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} & t_1 = \frac{2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} & t_1 = 1 \text{ s rješenje} \\ & t_2 = \frac{-2 - 4}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} & t_2 = \frac{-6}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_2 = -3 \text{ s nema smisla} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \end{aligned}$$

Vježba 175

Sa zgrade visoke 7 m bačen je vertikalno prema tlu kamen početnom brzinom 2 m/s. Izračunajte vrijeme padanja. Zanimajte otpor zraka. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1 s.

Zadatak 176 (Zlata, Vesna, srednja škola)

Preko kolutura (Atwoodova padostroja) prebačena je tanka čelična žica na čijim krajevima vise utezi mase 0.18 kg i 0.22 kg.

a) Izračunajte akceleraciju utega i napetost niti.

b) Ako se u $t = 0$ oba utega počinju gibati s iste visine, koliki je razmak među njima u $t = 2 \text{ s}$? Zanimajte trenje te masu žice i kolutura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 176

$$m_1 = 0.18 \text{ kg}, \quad m_2 = 0.22 \text{ kg}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?, \quad N = ?, \quad h = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

1. inačica

Akceleraciju utega možemo naći iz osnovnog zakona gibanja (drugi Newtonov poučak):

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje kolotura jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_2 i tijelo mase m_1 , tj.

$$F = G_2 - G_1 \Rightarrow F = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \Rightarrow F = (m_2 - m_1) \cdot g.$$

Budući da sila F pokreće oba tijela, ukupna masa m sustava iznosi:

$$m = m_1 + m_2$$

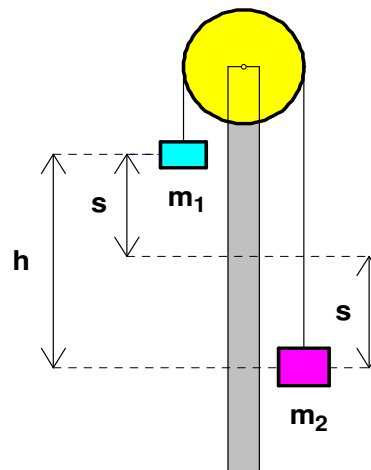
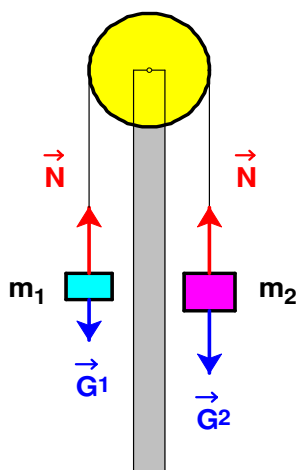
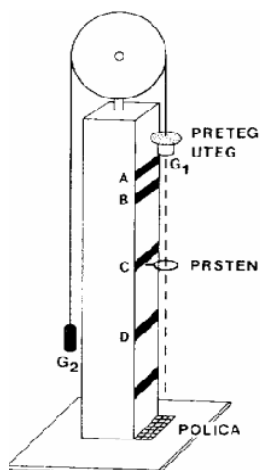
pa je

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a.$$

Akceleracija a utega iznosi:

$$\left. \begin{aligned} F &= (m_2 - m_1) \cdot g \\ F &= (m_1 + m_2) \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow (m_2 - m_1) \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g =$$

$$= \frac{0.22 \text{ kg} - 0.18 \text{ kg}}{0.18 \text{ kg} + 0.22 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.981 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



2. inačica

Prema uvjetu zadatka masa kolotura je zanemariva pa su napetosti niti N_1 i N_2 jednake:

$$N_1 = N_2 = N.$$

Uteg manje mase m_1 gibat će se jednoliko ubrzano nagore pod djelovanjem rezultantne sile:

$$F_1 = N - G_1 \Rightarrow F_1 = N - m_1 \cdot g.$$

Uteg veće mase m_2 gibat će se jednoliko ubrzano nadolje pod djelovanjem rezultantne sile:

$$F_2 = G_2 - N \Rightarrow F_2 = m_2 \cdot g - N.$$

Prema drugom Newtonovom poučku možemo pisati:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = m_1 \cdot a \\ F_2 = m_2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m_1 \cdot a = N - m_1 \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\}.$$

Akceleracija a utega iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot a = N - m_1 \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = N - m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot (m_1 + m_2) = (m_2 - m_1) \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{0.22 \text{ kg} - 0.18 \text{ kg}}{0.18 \text{ kg} + 0.22 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.981 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Napetost N niti dobije se ako izraz za akceleraciju uvrstimo u jednu od jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot a = N - m_1 \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\}.$$

Napetost N niti iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \\ m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - N \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \\ N = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \\ N = m_2 \cdot (g - a) \end{array} \right\} \Rightarrow N = m_2 \cdot \left(g - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = m_2 \cdot g \cdot \left(1 - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \Rightarrow N = m_2 \cdot g \cdot \frac{m_1 + m_2 - m_2 + m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow N = 2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g =$$

$$= 2 \cdot \frac{0.18 \text{ kg} \cdot 0.22 \text{ kg}}{0.18 \text{ kg} + 0.22 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.94 \text{ N}.$$

b) Budući da svaki uteg za vrijeme t prevali put

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

razmak između utega bit će:

$$h = 2 \cdot s \Rightarrow h = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow h = a \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \cdot t^2 =$$

$$= \frac{0.22 \text{ kg} - 0.18 \text{ kg}}{0.18 \text{ kg} + 0.22 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2 = 3.924 \text{ m}.$$

Vježba 176

Preko kolotura (Atwoodova padostroja) prebačena je tanka čelična žica na čijim krajevima vise utezi mase 0.36 kg i 0.44 kg. Izračunajte akceleraciju utega. Zanimarite trenje te masu žice i kolotura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.981 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadatak 177 (Ivan, medicinska škola)

Kolika je količina gibanja tijela mase 500 g kada slobodno padajući prijeđe put 5 m? Zanimarite otpor zraka. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 177

$$m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za slobodan pad vrijedi formula

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je g akceleracija sile teže, h visina.

Količina gibanja tijela je umnožak mase i brzine:

$$p = m \cdot v.$$
$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow p = m \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0.5 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}} = 4.95 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 177

Kolika je količina gibanja tijela mase 500 g kada slobodno padajući prijeđe put 5 m? Zanimarite otpor zraka. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $9.90 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 178 (Sirius, srednja škola)

Na vodoravnoj podlozi leže dva tijela masa 0.2 kg i 0.3 kg međusobno povezana laganom niti. Predmeti su također preko kolotura na uglu podloge spojeni s tijelom mase 0.6 kg. Izračunajte akceleraciju sustava zanemarišvi trenje. Zanimarite masu žice i kolotura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 178

$$m_1 = 0.2 \text{ kg}, \quad m_2 = 0.3 \text{ kg}, \quad m_3 = 0.6 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

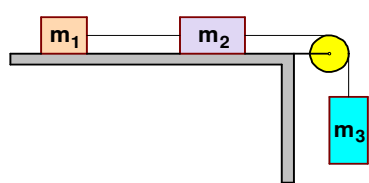
Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:



$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje sustava jednaka je sili teži na tijelo mase m_3 :

$$F = G_3 \Rightarrow F = m_3 \cdot g.$$

Sila F pokreće sva tri tijela (cijeli sustav) pa je ukupna masa

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Budući da sila F daje akceleraciju a ukupnoj masi m , slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = m_3 \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a \\ F = m_3 \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a = m_3 \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_3 \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} =$$

$$= \frac{0.6 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg} + 0.6 \text{ kg}} = 5.35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 178

Na vodoravnoj podlozi leže dva tijela masa 0.4 kg i 0.6 kg međusobno povezana laganom niti. Predmeti su također preko kolotura na uglu podloge spojeni s tijelom mase 1.2 kg. Izračunajte akceleraciju sustava zanemarišći trenje. Zanemarite masu žice i kolotura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $5.35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadatak 179 (Sirius, srednja škola)

Na vodoravnoj podlozi leže dva tijela masa 0.2 kg i 0.3 kg međusobno povezana laganom niti. Predmeti su također preko kolotura na uglu podloge spojeni s tijelom mase 0.6 kg. Izračunajte akceleraciju sustava uzevši u obzir da je faktor trenja između prvih dva tijela i podloge jednak 0.4. Zanemarite masu žice i kolotura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 179

$$m_1 = 0.2 \text{ kg}, \quad m_2 = 0.3 \text{ kg}, \quad m_3 = 0.6 \text{ kg}, \quad \mu = 0.4, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

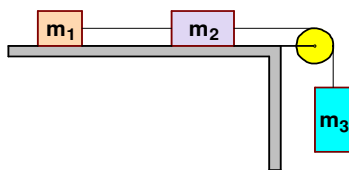
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.



Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje sustava jednaka je razlici sile teže na tijelo mase m_3 i sile trenja između tijela mase m_1 , m_2 i podloge:

$$F = G_3 - F_{tr1} - F_{tr2} \Rightarrow F = m_3 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow F = m_3 \cdot g - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g.$$

Sila F pokreće sva tri tijela (cijeli sustav) pa je ukupna masa

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Budući da sila F daje akceleraciju a ukupnoj masi m , slijedi:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} F &= m \cdot a \\ F &= m_3 \cdot g - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F &= (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a \\ F &= m_3 \cdot g - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a = m_3 \cdot g - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_3 \cdot g - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} = \\
 & = \frac{0.6 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0.4 \cdot (0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg} + 0.6 \text{ kg}} = 3.57 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.
 \end{aligned}$$

Vježba 179

Na vodoravnoj podlozi leže dva tijela masa 0.4 kg i 0.6 kg međusobno povezana laganom niti. Predmeti su također preko kolotura na uglu podloge spojeni s tijelom mase 1.2 kg. Izračunajte akceleraciju sustava uzevši u obzir da je faktor trenja između prva dva tijela i podloge jednak 0.4. Zanimarite masu žice i kolotura. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $3.57 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadatak 180 (Anita, studentica)

Kuglica se kotrlja po vodoravnoj ravni brzinom $v_0 = 10 \text{ m/s}$ i upadne u žlijeb kojeg čine dva uspodna zida međusobno udaljena $d = 5 \text{ cm}$. Dubina tog procjepka je $h = 1 \text{ m}$. Koliko puta kuglica udari u zidove procjepka prije nego padne na dno? Sudar kuglice sa zidovima smatrati savršeno elastičnim. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 180

$$v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad n = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojemu vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se giba stalnom brzinom v ta vrijeme t .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje pri kojemu vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za slobodan pad vrijedi formula

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

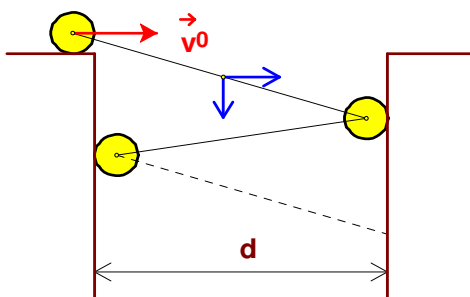
gdje je g akceleracija slobodnog pada.

Sudari sa zidovima procjepka savršeno su elastični i nema sile koja djeluje na kuglicu u vodoravnom smjeru. Zato vodoravna komponenta brzine kod svakog sudara kuglice sa zidom ostaje ista. Znači da se uzastopni udarci loptice u zidove procjepka događaju u istim vremenskim intervalima.

Ako slovom t_0 označimo vrijeme između dva sudara, a slovom n ukupan broj sudara kuglice sa zidovima procjepka, onda je ukupno vrijeme padanja kuglice od vrha do dna procjepka (vrijeme sudara se zanemaruje) dano izrazom:

$$t = n \cdot t_0.$$

Broj sudara n iznosi:



$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ d = v_0 \cdot t_0 \\ t = n \cdot v_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \\ v_0 = \frac{d}{t_0} \\ t = n \cdot v_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = n \cdot \frac{d}{v_0} \cdot \frac{v_0}{d} \Rightarrow n = \frac{v_0}{d} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \\
 = \frac{10 \frac{m}{s}}{0.05 m} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1 m}{9.81 \frac{m}{s^2}}} \approx 90.$$

Vježba 180

Kuglica se kotrlja po vodoravnoj ravnini brzinom $v_0 = 20 \text{ m/s}$ i upadne u žlijeb kojeg čine dva usporedna zida međusobno udaljena $d = 10 \text{ cm}$. Dubina tog procjepka je $h = 1 \text{ m}$. Koliko puta kuglica udari u zidove procjepka prije nego padne na dno? Sudar kuglice sa zidovima smatrati savršeno elastičnim. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 90.