

Zadatak 121 (Kristijan, gimnazija)

S ruba mosta bacimo vertikalno u vodu kamen brzinom 0.8 m/s. Nađi visinu mosta i brzinu kojom kamen padne u vodu ako pada 3 sekunde. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 121

$$v_0 = 0.8 \text{ m/s}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$



Gibanje je jednoliko ubrzano (slobodni pad) s početnom brzinom v_0 . Visina mosta je:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ s})^2 = 46.55 \text{ m} \approx 47 \text{ m}.$$

Brzina kojom kamen padne u vodu iznosi:

$$v = v_0 + g \cdot t = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s} = 30.23 \text{ m} \approx 30 \text{ m}.$$

Vježba 121

S ruba mosta bacimo vertikalno u vodu kamen brzinom 1 m/s. Nađi visinu mosta i brzinu kojom kamen padne u vodu ako pada 3 sekunde. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $h = 47.15 \text{ m} \approx 47 \text{ m}$, $v = 30.43 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 122 (Mario, maturant)

Automobil vozi 10 sekundi jednoliko na horizontalnom putu brzinom 40 km/h. Nakon toga dođe do nizbrdice gdje dobiva akceleraciju 1 m/s^2 .

a) Koliku će brzinu imati automobil 30 sekundi nakon početka gibanja?

b) Koliki će put prevaliti za to vrijeme?

Rješenje 122

$$t_1 = 10 \text{ s}, \quad v_0 = 40 \text{ km/h} = [40 : 3.6] = 11.11 \text{ m/s}, \quad a = 1 \text{ m/s}^2, \quad t = 30 \text{ s}, \quad v = ?, \quad s = ?$$

a) U vremenu 30 sekundi automobil se prvih 10 sekundi jednoliko giba brzinom v_0 , a preostalim 20 sekundi ubrzano akceleracijom a . Nakon 30 sekundi od početka gibanja automobil će imati brzinu v :

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = t - t_1 \\ v = v_0 + a \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow v = v_0 + a \cdot (t - t_1) = 11.11 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ s} - 10 \text{ s}) = 31.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) U vremenu t_1 automobil se giba jednoliko brzinom v_0 pa je prijeđeni put s_1 :

$$s_1 = v_0 \cdot t_1.$$

U vremenu t_2 automobil se počinje ubrzavati s početnom brzinom v_0 i akceleracijom a pa prijeđeni put s_2 iznosi:

$$s_2 = v_0 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2.$$

Ukupan put s je:

$$\begin{aligned} s = s_1 + s_2 &\Rightarrow s = v_0 \cdot t_1 + v_0 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot (t_1 + t_2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 = \\ &= 11.11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 30 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20 \text{ s})^2 = 533.3 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 122

Automobil vozi 10 sekundi jednoliko na horizontalnom putu brzinom 36 km/h. Nakon toga dođe do nizbrdice gdje dobiva akceleraciju 1 m/s^2 .

a) Koliku će brzinu imati automobil 30 sekundi nakon početka gibanja?

b) Koliki će put prevaliti za to vrijeme?

Rezultat: $v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s = 500 \text{ m}$.

Zadatak 123 (Mario, maturant)

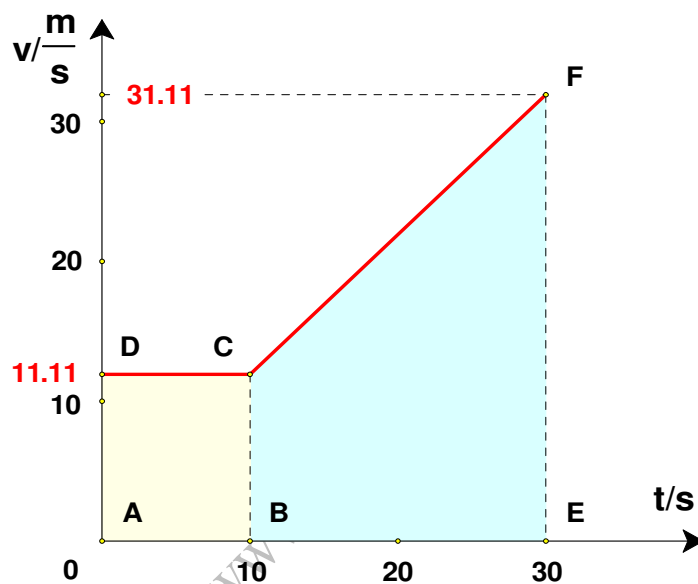
Automobil vozi 10 sekundi jednoliko na horizontalnom putu brzinom 40 km/h. Nakon toga dođe do nizbrdice gdje dobiva akceleraciju 1 m/s^2 . Nacrtaj grafički prikaz brzine za to gibanje i iz grafikona nađi ukupni put što ga je tijelo prevalo.

Rješenje 123

$t_1 = 10 \text{ s}$, $v_0 = 40 \text{ km/h} = [40 : 3.6] = 11.11 \text{ m/s}$, $a = 1 \text{ m/s}^2$, $t = 30 \text{ s}$, $v = ?$,
 $s = ?$

U vremenu 30 sekundi automobil se prvih 10 sekundi jednoliko giba brzinom v_0 , a preostalim 20 sekundi ubrzano akceleracijom a . Nakon 30 sekundi od početka gibanja automobil će imati brzinu v :

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = t - t_1 \\ v = v_0 + a \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow v = v_0 + a \cdot (t - t_1) = 11.11 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ s} - 10 \text{ s}) = 31.11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Sa slike vidi se:

$$|AB| = 10 \quad , \quad |BC| = 11.11 \quad , \quad |EF| = 31.11 \quad , \quad |BE| = 20.$$

Ukupan put s odgovara zbroju površina pravokutnika ABCD i trapeza BEFC:

$$s = P_{ABCD} + P_{BEFC} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina pravokutnika } P = a \cdot b \\ \text{površina trapeza } P = \frac{a+c}{2} \cdot v \end{array} \right] \Rightarrow s = |AB| \cdot |BC| + \frac{|EF| + |BC|}{2} \cdot |BE| \Rightarrow \\ \Rightarrow s = 10 \cdot 11.11 + \frac{31.11 + 11.11}{2} \cdot 20 \Rightarrow s = 533.3 \text{ m}.$$

Vježba 123

Vlak se giba jednoliko ubrzano akceleracijom $a = 1 \text{ m/s}^2$. Koliki će put prevaliti za 30 sekundi? Nacrtaj grafički prikaz brzine za to gibanje i iz grafikona nađi ukupni put što ga je tijelo prevalo.

Rezultat:

$$v = a \cdot t = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ s} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$s = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450 \text{ m}$$

Zadatak 124 (Ana, gimnazija)

Tijelo mase 50 g giba se iz stanja mirovanja pod utjecajem stalne sile te za 4 s prevali put 160 m. Kolika je ta sila?

Rješenje 124

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad s = 160 \text{ m}, \quad F = ?$$

Budući da na tijelo djeluje stalna sila, ono se giba jednoliko ubrzano (drugi Newtonov poučak):

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} = 0.05 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 160 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 1 \text{ N}.$$

Vježba 124

Tijelo mase 50 g giba se iz stanja mirovanja pod utjecajem stalne sile te za 4 s prevali put 80 m. Kolika je ta sila?

Rezultat: 0.5 N.

Zadatak 125 (Marija, srednja škola)

Vlak se približava postaji jednoliko usporeno. Kolikom se akceleracijom mora usporavati ako se treba zaustaviti za 1 minutu, a brzina mu je 108 km/h?

Rješenje 125

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v_1 = 108 \text{ km/h} = [108 : 3.6] = 30 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}, \quad a = ?$$

Akceleracija je jednaka omjeru razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta v = v_2 - v_1 \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ s}} = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Budući da se vlak usporava, akceleracija ima negativan predznak (još se zove deceleracija, retardacija).

Vježba 125

Vlak se približava postaji jednoliko usporeno. Kolkom se akceleracijom mora usporavati ako se treba zaustaviti za 2 minute, a brzina mu je 108 km/h?

Rezultat: $-0.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadatak 126 (Ivana, maturantica)

Vlak krene sa postaje gibajući se jednoliko ubrzano. Motritelj koji se nalazi pored pruge, na početku kompozicije, ustanovi da je prvi vagon prošao pored njega za $t_1 = 4 \text{ s}$. Koliko će vremena trajati prolazak petog vagona pored motritelja?

Rješenje 126

$$t_1 = 4 \text{ s}, \quad n = 5, \quad \Delta t_5 = ?$$

Ako je l duljina jednog vagona, onda vrijedi:

- za prvi vagon: $l = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = \frac{2 \cdot l}{a}$
- za prva dva vagona: $2 \cdot l = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow t_2^2 = \frac{4 \cdot l}{a}$
- za prva tri vagona: $3 \cdot l = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow t_3^2 = \frac{6 \cdot l}{a}$
-
- za prvih n vagona: $n \cdot l = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_n^2 \Rightarrow t_n^2 = \frac{2 \cdot n \cdot l}{a}$.



Promatramo sljedeći omjer:

$$\frac{t_n^2}{t_1^2} = \frac{\frac{2 \cdot n \cdot l}{a}}{\frac{2 \cdot l}{a}} \Rightarrow \frac{t_n^2}{t_1^2} = \frac{2 \cdot n \cdot l}{2 \cdot l} \Rightarrow \frac{t_n^2}{t_1^2} = n \Rightarrow t_n^2 = n \cdot t_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t_n = t_1 \cdot \sqrt{n}.$$

Vrijeme prolaska petog vagona pored motritelja iznosi:

$$\Delta t_5 = t_5 - t_4 \Rightarrow \Delta t_5 = t_1 \cdot \sqrt{5} - t_1 \cdot \sqrt{4} \Rightarrow \Delta t_5 = t_1 \cdot (\sqrt{5} - 2) = 4 \text{ s} \cdot (\sqrt{5} - 2) = 0.94 \text{ s}.$$

Vježba 126

Vlak krene sa postaje gibajući se jednoliko ubrzano. Motritelj koji se nalazi pored pruge, na početku kompozicije, ustanovi da je prvi vagon prošao pored njega za $t_1 = 5 \text{ s}$. Koliko će vremena trajati prolazak petog vagona pored motritelja?

Rezultat: 1.18 s.

Zadatak 127 (Viki, maturantica)

Za koliko je potrebno smanjiti visinu padanja da bi se vrijeme padanja smanjilo za polovicu?

Rješenje 127

$$t_1 = t, \quad t_2 = 0.5 \cdot t, \quad \Delta h = ?$$

Za slobodan pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Računamo omjer visina:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (0.5 \cdot t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot 0.25 \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot 0.25 \cdot t^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot 0.25 \cdot t^2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{0.25} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\frac{25}{100}} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{100}{25} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 4 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{4} \cdot h_1.$$

Znači da visinu h_1 treba smanjiti za

$$\Delta h = h_1 - h_2 \Rightarrow \Delta h = h_1 - \frac{1}{4} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = \frac{3}{4} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = \frac{75}{100} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = 75\% \cdot h_1.$$

Vježba 127

Tijelo slobodno pada s neke visine 8 s. Za koliko je potrebno smanjiti visinu padanja da bi se vrijeme padanja smanjilo za 4 s?

Rezultat: 75%.

Zadatak 128 (Viki, maturantica)

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 64 m, a drugo sa visine 25 m. Nađite omjer njihovih brzina pri padu na zemlju.

Rješenje 128

$$h_1 = 64 \text{ m}, \quad h_2 = 25 \text{ m}, \quad v_1 : v_2 = ?$$

Za slobodan pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Računamo omjer brzina:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \\ v_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{64 \text{ m}}{25 \text{ m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{5} \Rightarrow v_1 : v_2 = 8 : 5.$$

Vježba 128

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 49 m, a drugo sa visine 16 m. Nađite omjer njihovih brzina pri padu na zemlju.

Rezultat: 7 : 4.

Zadatak 129 (Viki, maturantica)

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 64 m, a drugo sa visine 25 m. Nađite omjer njihovih vremena padanja.

Rješenje 129

$$h_1 = 64 \text{ m}, \quad h_2 = 25 \text{ m}, \quad t_1 : t_2 = ?$$

Za slobodan pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}.$$

Računamo omjer vremena:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} \\ t_2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g} \cdot \frac{g}{2 \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{2 \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{64 \text{ m}}{25 \text{ m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{8}{5} \Rightarrow t_1 : t_2 = 8 : 5.$$

Vježba 129

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 81 m, a drugo sa visine 49 m. Nađite omjer njihovih vremena padanja.

Rezultat: 9 : 7.

Zadatak 130 (Viki, maturantica)

Ubrzanje sile teže na Veneri je 8.52 m/s^2 , a na Zemlji 9.81 m/s^2 . Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo uvis da postigne visinu 20 m na Veneri i na Zemlji? Koliki je omjer tih brzina?

Rješenje 130

$$g_V = 8.52 \text{ m/s}^2, \quad g_Z = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_V = ?, \quad v_Z = ?, \quad v_Z : v_V = ?$$

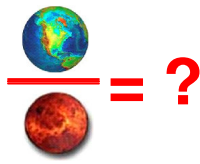
Za slobodan pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Da bi tijelo postiglo zadanu visinu h njegova početna brzina mora biti na:

- Zemlji: $v_Z = \sqrt{2 \cdot g_Z \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 19.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- Veneri: $v_V = \sqrt{2 \cdot g_V \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 8.52 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 18.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Računamo omjer brzina:



1. inačica

$$\frac{v_Z}{v_V} = \frac{19.8 \frac{m}{s^2}}{18.5 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow \frac{v_Z}{v_V} = 1.07.$$

2. inačica

$$\frac{v_Z}{v_V} = \frac{\sqrt{2 \cdot g_Z \cdot h}}{\sqrt{2 \cdot g_V \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_Z}{v_V} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_Z \cdot h}{2 \cdot g_V \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_Z}{v_V} = \sqrt{\frac{g_Z}{g_V}} \Rightarrow \frac{v_Z}{v_V} = \sqrt{\frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{8.52 \frac{m}{s^2}}} \Rightarrow \frac{v_Z}{v_V} = 1.07.$$

Vježba 130

Ubrzanje sile teže na Marsu je 3.71 m/s^2 , a na Zemlji 9.81 m/s^2 . Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo uvis da postigne visinu 20 m na Veneri i na Zemlji? Koliki je omjer tih brzina?

Rezultat: $v_Z = 19.8 \text{ m/s}$, $v_M = 12.2 \text{ m/s}$, $v_Z : v_M = 1.6 : 1$.

Zadatak 131 (Viki, maturantica)

Tijelo ima masu 4 kg i gustoću 2000 kg/m^3 . Kolika je njegova težina u:

- zraku
- vodi (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 131

$$m = 4 \text{ kg}, \quad \rho = 2000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad G = ?, \quad G_v = ?$$

- Težina tijela u zraku je:

$$G = m \cdot g = 4 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 39.24 \text{ N}.$$

- Težina tijela u vodi jednaka je razlici težine tijela u zraku i sili uzgona:

$$G_v = G - F_{uz} \Rightarrow G_v = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow G_v = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow G_v = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right) =$$

$$= 4 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{2000 \frac{kg}{m^3}}\right) = 19.62 \text{ N}.$$

Vježba 131

Tijelo ima masu 8 kg i gustoću 2000 kg/m^3 . Kolika je njegova težina u:

- zraku
- vodi (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $G = 78.48 \text{ N}$, $G_v = 39.24 \text{ N}$.

Zadatak 132 (Marina, medicinska škola)

Jabuka padne sa stabla za 6 s i udari o zemlju brzinom 58.8 m/s . Koliko je ubrzanje sile teže?

Rješenje 132

$$\Delta t = 6 \text{ s}, \quad v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad v = 58.8 \text{ m/s}, \quad g = ?$$

Srednju akceleraciju definiramo kvocijentom promjene brzine Δv i vremenskog intervala Δt u kojem se to dogodilo. Budući da je slobodni pad jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i $a = g$, slijedi:



$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow g = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{58.8 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{6 \text{ s}} = 9.8 \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 132

Jabuka padne sa stabla za 3 s i udari o zemlju brzinom 29.4 m/s. Koliko je ubrzanje sile teže?

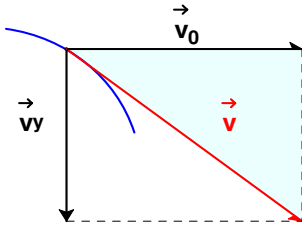
Rezultat: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

Zadatak 133 (Franjo, šumarska škola)

Kamen je bačen horizontalno. Nakon 0.5 s gibanja brzina kamena postala je 1.5 puta veća od početne brzine. Kolika je početna brzina? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 133

$$t = 0.5 \text{ s}, \quad v = 1.5 \cdot v_0, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$



Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $v_y = g \cdot t$, a resultantnu brzinu v možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite. Prema načelu neovisnosti gibanja komponenta v_0 brzine u svakoj je točki jednaka. Komponenta v_y mijenja se kao pri slobodnom padu:

$$v_y = g \cdot t.$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} v = 1.5 \cdot v_0 \\ v^2 = v_0^2 + v_y^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = 1.5 \cdot v_0 \\ v^2 = v_0^2 + (g \cdot t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (1.5 \cdot v_0)^2 = v_0^2 + (g \cdot t)^2 \Rightarrow 2.25 \cdot v_0^2 = v_0^2 + (g \cdot t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2.25 \cdot v_0^2 - v_0^2 = (g \cdot t)^2 \Rightarrow 1.25 \cdot v_0^2 = (g \cdot t)^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{(g \cdot t)^2}{1.25} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{(g \cdot t)^2}{1.25}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{g \cdot t}{\sqrt{1.25}} = \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 \text{ s}}{\sqrt{1.25}} = 4.39 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 133

Kamen je bačen horizontalno. Nakon 1 s gibanja brzina kamena postala je 1.5 puta veća od početne brzine. Kolika je početna brzina? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $8.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 134 (Tea, gimnazija)

Kamen je bačen vertikalno uvis na visinu 5 m. Do koje bi visine došao kamen da je bio izbačen trostrukom početnom brzinom? (Otpor zraka zanemarite.)

Rješenje 134

$$h = 5 \text{ m}, \quad v_0, \quad v = 3 \cdot v_0, \quad H = ?$$

1. inačica

Maksimalna visina kod vertikalnog hica dana je izrazom

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Uočimo da je visina h razmjerna s kvadratom brzine v_0 . Ako se brzina poveća tri puta, visina će biti devet puta veća:

$$H = 9 \cdot h = 9 \cdot 5 \text{ m} = 45 \text{ m}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \\ H = \frac{v^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{računamo} \\ \text{omjer visina} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{\frac{v^2}{2 \cdot g}}{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{v^2}{v_0^2} \Rightarrow \frac{H}{h} = \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H}{h} = \left(\frac{3 \cdot v_0}{v_0} \right)^2 \Rightarrow \frac{H}{h} = 3^2 \Rightarrow \frac{H}{h} = 9 \Rightarrow H = 9 \cdot h = 9 \cdot 5 \text{ m} = 45 \text{ m}.$$

Vježba 134

Kamen je bačen vertikalno uvis na visinu 10 m. Do koje bi visine došao kamen da je bio izbačen trostrukom početnom brzinom? (Otpor zraka zanemarite.)

Rezultat: 90 m.

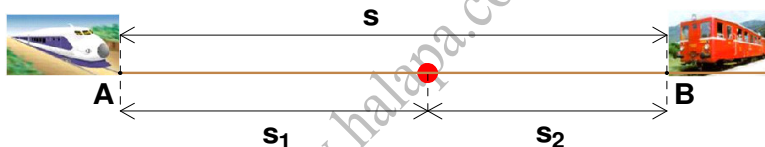
Zadatak 135 (Tea, gimnazija)

U $t = 0$ putnički vlak, gibajući se jednoliko, prolazi postajom A brzinom 100 km/h. Istodobno iz postaje B udaljene 2 km polazi prema postaji A teretni vlak s vučnom silom lokomotive 10^5 N. Vlakovi se sretnu nakon 60 s. Koeficijent trenja između tračnica i kotača vlaka je 0.05. Kolika je masa teretnog vlaka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 135

$$v = 100 \text{ km/h} = [100 : 3.6] = 27.78 \text{ m/s}, \quad s = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad F = 10^5 \text{ N}, \quad t = 60 \text{ s},$$

$$\mu = 0.05, \quad m = ?$$



Za vrijeme t (vrijeme susreta) putnički vlak prešao je put s_1 :

$$s_1 = v \cdot t,$$

a teretni vlak put s_2 :

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Računamo akceleraciju teretnog vlaka:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v \cdot t, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ s_1 + s_2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \quad | \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot v \cdot t + a \cdot t^2 = 2 \cdot s \Rightarrow a \cdot t^2 = 2 \cdot s - 2 \cdot v \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot s - 2 \cdot v \cdot t}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot (s - v \cdot t)}{t^2}.$$

Vučna sila F lokomotive teretnog vlaka daje ubrzanje a teretnom vlaku i savladava silu trenja između tračnica i kotača:

$$F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot (a + \mu \cdot g) \Rightarrow m = \frac{F}{a + \mu \cdot g} \Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot (s - v \cdot t)}{t^2} + \mu \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot (s - v \cdot t) + \mu \cdot g \cdot t^2}{t^2}} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot (s - v \cdot t) + \mu \cdot g \cdot t^2} =$$

$$= \frac{10^5 \text{ N} \cdot (60 \text{ s})^2}{2 \cdot \left(2000 \text{ m} - 27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} \right) + 0.05 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (60 \text{ s})^2} = 1.48 \cdot 10^5 \text{ kg}.$$

Vježba 135

U $t = 0$ putnički vlak, gibajući se jednoliko, prolazi postajom A brzinom 100 km/h. Istodobno iz postaje B udaljene 2 km polazi prema postaji A teretni vlak s vučnom silom lokomotive 100 kN. Vlakovi se sretnu nakon 1 minute. Koeficijent trenja između tračnica i kotača vlaka je 0.05. Kolika je masa teretnog vlaka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.48 \cdot 10^5 \text{ kg}$.

Zadatak 136 (Stela, srednja škola)

Tijelo je ispaljeno vertikalno uvis brzinom 100 m/s. Koliki put tijelo prelazi od treće do sedme sekunde leta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 136

$$v_0 = 100 \text{ m/s}, \quad t_1 = 3 \text{ s}, \quad t_2 = 7 \text{ s}, \quad \Delta s = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put s u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Prijeđeni put jednak je razlici putova s_2 i s_1 :

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2, & s_2 &= v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 - \left(v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

$$\Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 - v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot (t_2 - t_1) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_2^2 - t_1^2) =$$

$$= 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (7 \text{ s} - 3 \text{ s}) - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left((7 \text{ s})^2 - (3 \text{ s})^2 \right) = 203.8 \text{ m} \approx 204 \text{ m}.$$

Vježba 136

Tijelo je ispaljeno vertikalno uvis brzinom 100 m/s. Koliki put tijelo prelazi od četvrte do osme sekunde leta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

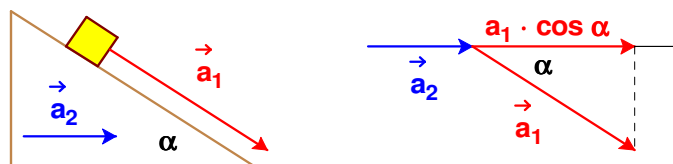
Rezultat: 165 m.

Zadatak 137 (Mirela, gimnazija)

Niz kosinu nagibnog kuta 45° giba se tijelo akceleracijom 10 m/s^2 . Kosina se istodobno giba po vodoravnom tlu akceleracijom 12 m/s^2 . Smjerovi gibanja kosine i tijela su isti. Kolika je akceleracija tijela u odnosu na tlo?

Rješenje 137

$$\alpha = 45^\circ, \quad a_1 = 10 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 12 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$



Sa slike vidi se da je akceleracija a tijela u odnosu na tlo jednaka zbroju akceleracije a_2 kosine i ortogonalne projekcije akceleracije a_1 tijela na vodoravno tlo:

$$a = a_2 + a_1 \cdot \cos \alpha = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 45^\circ = 19.07 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 137

Niz kosinu nagibnog kuta 60° giba se tijelo akceleracijom 8 m/s^2 . Kosina se istodobno giba po vodoravnom tlu akceleracijom 6 m/s^2 . Smjerovi gibanja kosine i tijela su isti. Kolika je akceleracija tijela u odnosu na tlo?

Rezultat: 10 m/s^2 .

Zadatak 138 (Maja, medicinska škola)

Ukupna masa balona napunjena helijem iznosi $m = 50 \text{ kg}$, a obujam $V = 100 \text{ m}^3$. Kolika je sila koja diže balon sa površine Zemlje ako je gustoća zraka pri površini $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 138

$$m = 50 \text{ kg}, \quad V = 100 \text{ m}^3, \quad \rho = 1.29 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.

Sila koja diže balon uvis jednaka je razlici njegove težine i uzgona:



$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = m \cdot g - \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow F = g \cdot (m - \rho \cdot V) =$$

$$= 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(50 \text{ kg} - 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 100 \text{ m}^3 \right) = -774.99 \text{ N}.$$

Ili ovako ovisno o orijentaciji:

Sila koja diže balon uvis jednaka je razlici uzgona i težine balona:

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow F = g \cdot (\rho \cdot V - m) = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 100 \text{ m}^3 - 50 \text{ kg} \right) = 774.99 \text{ N}.$$

Vježba 138

Ukupna masa balona napunjena helijem iznosi $m = 100 \text{ kg}$, a obujam $V = 200 \text{ m}^3$. Kolika je sila koja diže balon sa površine Zemlje ako je gustoća zraka pri površini $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: -1549.98 N ili 1549.98 N ovisno o smjeru gladanja.

Zadatak 139 (Maja, medicinska škola)

Ukupna masa balona napunjena helijem iznosi $m = 50 \text{ kg}$, a obujam $V = 100 \text{ m}^3$. Kolika je gustoća sloja zraka u kojem će balon lebdjeti?

Rješenje 139

$$m = 50 \text{ kg}, \quad V = 100 \text{ m}^3, \quad \rho = ?$$

Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.



Budući da balon lebdi, njegova je težina po iznosu jednaka uzgonu:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \cdot \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{50 \text{ kg}}{100 \text{ m}^3} = 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Gustoća sloja zraka je 0.5 kg/m^3 .

Vježba 139

Ukupna masa balona napunjena helijem iznosi $m = 100 \text{ kg}$, a obujam $V = 200 \text{ m}^3$. Kolika je gustoća sloja zraka u kojem će balon lebdjeti?

Rezultat: 0.5 kg/m^3 .

Zadatak 140 (Medicinka, medicinska škola)

Čovjek mase 80 kg iz odvezanog čamca koji miruje iskoči na obalu brzinom 10 m/s. Masa čamca je 800 kg. Koliku brzinu je čamac dobio u suprotnom smjeru?

Rješenje 140

$m_1 = 80 \text{ kg}$, $v_1 = 0 \text{ m/s}$, $v_2 = 0 \text{ m/s}$, $v_1' = 10 \text{ m/s}$ (brzina čovjeka), $m_2 = 800 \text{ kg}$, v_2' (brzina čamca) = ?

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 kojima su početne brzine v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Ako su početne brzine obaju tijela jednake nuli, vrijedi:

$$m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' = 0.$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' &\Rightarrow [v_1 = v_2 = 0] \Rightarrow m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot v_2' = -m_1 \cdot v_1' \quad /:m_2 &\Rightarrow v_2' = -\frac{m_1 \cdot v_1'}{m_2} = -\frac{80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{800 \text{ kg}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 140

Čovjek mase 80 kg iz odvezanog čamca koji miruje iskoči na obalu brzinom 5 m/s. Masa čamca je 400 kg. Koliku brzinu je čamac dobio u suprotnom smjeru?

Rezultat: -1 m/s .