

Zadatak 021 (Rima, gimnazija)

Automobil s raketnim pogonom započne se iz stanja mirovanja ubrzavati zbog potiska rakete. Potisak traje 5 s, a ubrzanje iznosi 5 m/s^2 . Nakon gašenja raketnog pogona automobil se nastavi gibati konstantnom brzinom. Koliki je ukupan put prevalio automobil tijekom 10 s?

Rješenje 021

$$t_1 = 5 \text{ s}, \quad a = 5 \text{ m/s}^2, \quad t = 10 \text{ s}, \quad s = ?$$

U prvih 5 s automobil se gibao jednoliko ubrzano i prešao put:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ s}^2 = 62.5 \text{ m}.$$

Na kraju pete sekunde njegova je brzina iznosila:

$$v = a \cdot t_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tom brzinom gibao se dalje jednoliko i u zadnjih 5 s prešao put:

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = t - t_1 \\ s_2 = v \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_2 = 5 \text{ s} \\ s_2 = v \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow s_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 125 \text{ m}.$$

Ukupan put je:

$$s = s_1 + s_2 = 62.5 \text{ m} + 125 \text{ m} = 187.5 \text{ m}.$$

Vježba 021

Automobil s raketnim pogonom započne se iz stanja mirovanja ubrzavati zbog potiska rakete. Potisak traje 5 s, a ubrzanje iznosi 5 m/s^2 . Nakon gašenja raketnog pogona automobil se nastavi gibati konstantnom brzinom. Koliki je ukupan put prevalio automobil tijekom 9 s?

Rezultat: 162.5 m.

Zadatak 022 (Rima, gimnazija)

Tijelo se giba brzinom 10 m/s po glatkoj podlozi. U jednom trenutku naiđe na hrapavi dio podloge gdje je koeficijent trenja 0.2 . Koliko je dug taj hrapavi dio podloge ako tijelu brzina na kraju hrapavog dijela padne na polovinu početne vrijednosti? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 022

$$v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.2, \quad v_2 = v_1 / 2 = 5 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Razlika kinetičke energije tijela na glatkom i hrapavom dijelu podloge jednaka je radu što ga izvrši sila trenja na hrapavom dijelu podloge:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 &= F_{tr} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 - v_2^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0.2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{75 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 19.11 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 022

Tijelo se giba brzinom 10 m/s po glatkoj podlozi. U jednom trenutku naiđe na hrapavi dio podloge gdje je koeficijent trenja 0.1 . Koliko je dug taj hrapavi dio podloge ako tijelu brzina na kraju hrapavog dijela padne na polovinu početne vrijednosti? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 38.23 m.

Zadatak 023 (Irena, gimnazija)

Prva kuglica ispuštena je bez početne brzine s vrha zgrade. Nakon pola sekunde s istog je mjesta bačena druga kuglica početnom brzinom 10 m/s . Na kojoj će udaljenosti od vrha zgrade druga kuglica preći prvu?

Rješenje 023

$$\Delta t = 0.5 \text{ s}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h_1 = ?$$

Za vrijeme t prva kuglica prešla je put h_1 :

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Druga kuglica bačena je pola sekunde kasnije početnom brzinom v_0 pa je njezin put:

$$h_2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2.$$

Budući da druga kuglica sustiže prvu kuglicu, vrijedi:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 10 \cdot (t - 0.5) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 0.5)^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow g \cdot t^2 = 20 \cdot (t - 0.5) + g \cdot (t - 0.5)^2 \Rightarrow g \cdot t^2 = 20 \cdot t - 10 + g \cdot (t^2 - t + 0.25) \Rightarrow \\ &\Rightarrow g \cdot t^2 = 20 \cdot t - 10 + g \cdot t^2 - g \cdot t + 0.25 \cdot g \Rightarrow g \cdot t - 20 \cdot t = 0.25 \cdot g - 10 \Rightarrow t \cdot (g - 20) = 0.25 \cdot g - 10 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{0.25 \cdot g - 10}{g - 20} = \frac{10 - 0.25 \cdot g}{20 - g}. \end{aligned}$$

Udaljenost iznosi:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{10 - 0.25 \cdot g}{20 - g} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot \left(\frac{10 - 0.25 \cdot 9.81}{20 - 9.81} \right)^2 = 2.7 \text{ m.}$$

Vježba 023

Prva kuglica ispuštena je bez početne brzine s vrha planine. Nakon jedne sekunde s istog je mjesta bačena druga kuglica početnom brzinom 10 m/s. Na kojoj će udaljenosti od vrha planine druga kuglica prestići prvu?

Rezultat: 3527 m.

Zadatak 024 (Nikolina, gimnazija)

Automobil vozi brzinom 72 km/h. Na kojoj najmanjoj udaljenosti ispred pješačkog prijelaza (zebre) mora početi kočiti da bi se pred njim zaustavio. Faktor trenja kotača s cestom jest 0.4 ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 024

$$v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.4, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

1. inačica

Promjena kinetičke energije automobila po iznosu jednaka je radu sile trenja na putu s:

$$\Delta E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{tr} \cdot s.$$

Sila trenja može se izračunati pomoću izraza:

$$F_{tr} = \mu \cdot F_p,$$

gdje je μ faktor trenja, F_p sila pritiska. Sila pritiska F_p okomita je na podlogu. Ako se tijelo mase m giba po ravnoj podlozi sila trenja iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Računamo put kočenja:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= F_{tr} \cdot s \\ F_{tr} &= \mu \cdot m \cdot g \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ m.}$$

2. inačica

Pri kočenju automobil se giba jednoliko usporeno (s negativnom akceleracijom). Da bismo našli akceleraciju, treba odrediti silu kočenja. Sila kočenja je trenje. U slučaju trenja jednažba gibanja glasi:

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \quad / : m \Rightarrow a = \mu \cdot g.$$

Put kočenja iznosi:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 50 \text{ m.}$$



Vježba 024

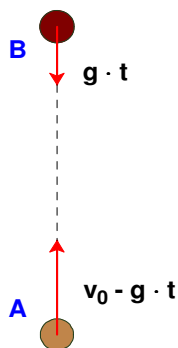
Automobil vozi brzinom 72 km/h. Na kojoj najmanjoj udaljenosti ispred pješačkog prijelaza mora početi kočiti da bi se pred njim zaustavio. Faktor trenja kotača s cestom jest 0.2 ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 100 m.

Zadatak 025 (Ivan, gimnazija)

Tijelo A bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Tijelo B pada po istom pravcu s visine d početnom brzinom 0. Nađi funkciju koja pokazuje ovisnost udaljenosti y između tijela A i B u ovisnosti o vremenu t ako pretpostavimo da su se tijela počela gibati istodobno.

Rješenje 025



Put što ga prijede tijelo A jest:

$$s_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2. \text{ (gibanje je jednoliko usporeno)}$$

Put što ga prijede tijelo B jest:

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2. \text{ (slobodni pad)}$$

Udaljenost između oba tijela iznosi:

$$y = d - (s_1 + s_2) = d - \left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) = d - v_0 \cdot t.$$

Vježba 025

Tijelo A bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom 5 m/s. Tijelo B pada po istom pravcu s visine d početnom brzinom 0. Nađi funkciju koja pokazuje ovisnost udaljenosti y između tijela A i B u ovisnosti o vremenu t ako pretpostavimo da su se tijela počela gibati istodobno.

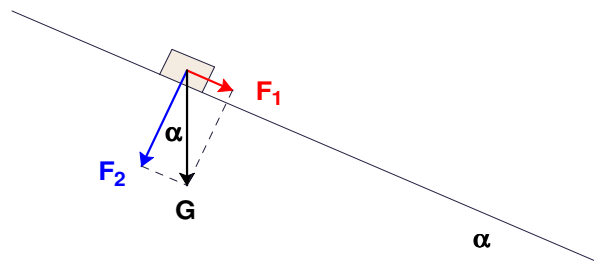
Rezultat: $y = d - 5 \frac{m}{s} \cdot t.$

Zadatak 026 (Boris, gimnazija)

Tijelo mase 100 kg klizi niz kosinu koja zatvara kut od 30° s horizontalom. Izračunajte akceleraciju tijela ako je trenje zanemarivo.

Rješenje 026

$$m = 100 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$



Silu težu $G = m \cdot g$ rastavimo na dvije komponente: jednu usporednu (paralelnu) F_1 , a drugu okomitu F_2 na kosinu:

$$F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad , \quad F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

Gibanje tijela niz kosinu uzrokovano je usporednom (paralelnom) komponentom F_1 . Prema drugom Newtonovom poučku $F = m \cdot a$, dobivamo:

$$F_1 = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_1}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \sin 30^0 = 4.91 \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 026

Tijelo mase 200 kg klizi niz kosinu koja zatvara kut od 45° s horizontalom. Izračunajte akceleraciju tijela ako je trenje zanemarivo.

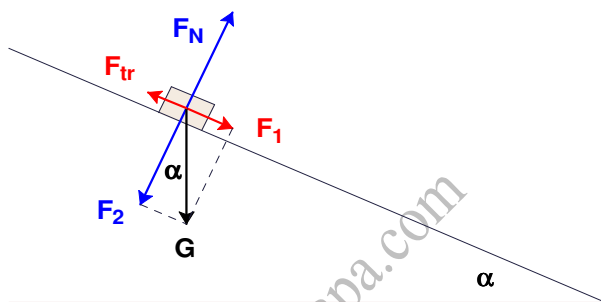
Rezultat: $6.94 \frac{m}{s^2}.$

Zadatak 027 (Boris, gimnazija)

Tijelo mase 100 kg klizi niz kosinu koja zatvara kut od 30° s horizontalom. Kolika je akceleracija tijela ako je koeficijent klizanja 0.3?

Rješenje 027

$$m = 100 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \mu = 0.3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$



Budući da je sila trenja jednaka $F_{tr} = \mu \cdot F_2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$, jednadžba gibanja glasi će:

$$m \cdot a = F_1 - F_{tr}.$$

Odatle akceleracija iznosi:

$$\begin{aligned} m \cdot a = F_1 - F_{tr} &\Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) \quad /:m \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (\sin 30^0 - 0.3 \cdot \cos 30^0) = 2.36 \frac{m}{s^2}. \end{aligned}$$

Vježba 027

Tijelo mase 200 kg klizi niz kosinu koja zatvara kut od 45° s horizontalom. Kolika je akceleracija tijela ako je koeficijent klizanja 0.3?

Rezultat: $4.86 \frac{m}{s^2}.$

Zadatak 028 (Boris, gimnazija)

Tijelo mase 100 kg nalazi se na kosini. Koliki bi trebao biti granični nagib kosine da bi tijelo na njoj mirovalo, ako je statički koeficijent trenja 0.5?

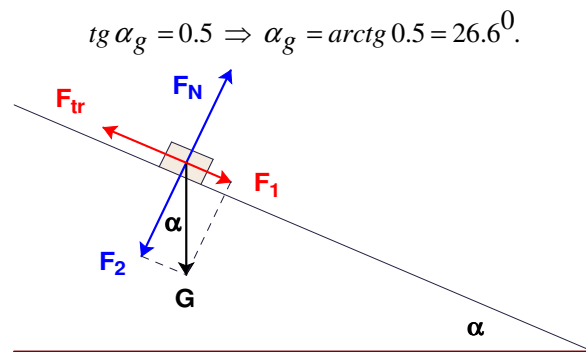
Rješenje 028

$$m = 100 \text{ kg}, \quad \mu = 0.5, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \alpha_g = ?$$

Da bi tijelo mirovalo na kosini, usporedna (paralelna) komponenta sile teže F_1 mora biti manja od granične sile statičkog trenja, tj.

$$\begin{aligned} F_1 < F_{tr} &\Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha_g < \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha_g \quad /:m \cdot g \Rightarrow \sin \alpha_g < \mu \cdot \cos \alpha_g \quad /:\cos \alpha_g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{tg } \alpha_g < \mu. \end{aligned}$$

Odatle dobivamo granični kut za koji tijelo upravo počinje kliziti:



Vježba 028

Tijelo mase 200 kg nalazi se na kosini. Koliki bi trebao biti granični nagib kosine da bi tijelo na njoj mirovalo, ako je statički koeficijent trenja 0.4?

Rezultat: 21.8° .

Zadatak 029 (Kety, medicinska škola)

Dizalo s teretom ukupne mase 8 t spušta se brzinom 7.5 m/s. Maksimalno opterećenje užeta može biti 130 kN. Koliki je najkraći put zaustavljanja dizala?

Rješenje 029

$$m = 8 \text{ t} = 8 \cdot 10^3 \text{ kg}, \quad v = 7.5 \text{ m/s}, \quad F_N = 130 \text{ kN} = 1.3 \cdot 10^5 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Budući da se dizalo zaustavlja, napetost užeta se povećava i vrijedi:

$$F_N = F_g + F_i \Rightarrow F_N = m \cdot g + m \cdot a \Rightarrow m \cdot a = F_N - m \cdot g \Rightarrow a = \frac{F_N - m \cdot g}{m} = \frac{F_N}{m} - \frac{m \cdot g}{m} =$$

$$= \frac{F_N}{m} - g = \frac{1.3 \cdot 10^5 \text{ N}}{8 \cdot 10^3 \text{ kg}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6.44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Put zaustavljanja dizala izračunamo iz izraza za jednoliko ubrzano gibanje:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{\left(7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 6.44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.37 \text{ m}.$$

Vježba 029

Dizalo s teretom ukupne mase 8 t spušta se brzinom 15 m/s. Maksimalno opterećenje užeta može biti 130 kN. Koliki je najkraći put zaustavljanja dizala?

Rezultat: 17.47 m.

Zadatak 030 (Kety, medicinska škola)

Za koji kut α tijelo, kod kosog hica, ima maksimalni domet?

Rješenje 030

$$v_0, \quad g, \quad \alpha = ?$$



Budući da se domet kosog hica računa po formuli

$$x_d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g},$$

bit će maksimalan ako vrijedi:

$$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90^0 \Rightarrow \alpha = 45^0.$$

Tada je:

$$x_d = \frac{v_0^2}{g}.$$

Vježba 030

Za koji kut α tijelo, kod kosog hica, ima maksimalnu visinu?

Rezultat:

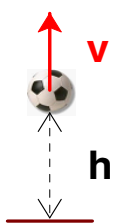
$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \\ \sin \alpha = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_{\max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \\ \alpha = 90^0 \end{array} \right\}$$

Zadatak 031 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Lopta je bačena vertikalno uvis početnom brzinom 10 m/s. Kolika je brzina lopte na visini 1.8 m iznad mjesta bacanja? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 031

$$v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad h = 1.5 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$



Vertikalni hitac uvis sastoji se od jednolikog gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada. Trenutna brzina dana je izrazom:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

Brzina lopte iznosi:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow v = \sqrt{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.8 \text{ m}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 031

Lopta je bačena vertikalno uvis početnom brzinom 10 m/s. Kolika je brzina lopte na visini 3.2 m iznad mjesta bacanja? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

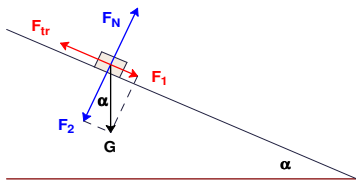
Rezultat: $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Zadatak 032 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Saonice klize stalnom brzinom niz brijeg nagiba 30° . Koliki je koeficijent trenja između saonica i snijega?

Rješenje 032

$$\alpha = 30^\circ, \quad \mu = ?$$



Sa slike se vidi:

$$F_1 = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad F_2 = G \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

Budući da saonice klize stalnom brzinom niz brijeg, sila F_1 mora biti po iznosu jednaka sili trenja F_{tr} :

$$F_1 = F_{tr} \Rightarrow F_1 = \mu \cdot F_2 \Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \mu \Rightarrow \text{tg } \alpha = \mu \Rightarrow \mu = \text{tg } 30^0 = 0.58.$$

Vježba 032

Saonice klize stalnom brzinom niz brijeg nagiba 45° . Koliki je koeficijent trenja između saonica i snijega?

Rezultat: 1.

Zadatak 033 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

S krova zgrade kapa voda tako da svake sekunde kapne jedna kap. Koliko će biti međusobno udaljene dvije uzastopne kapi 5 sekundi nakon početka pada prve kapi? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

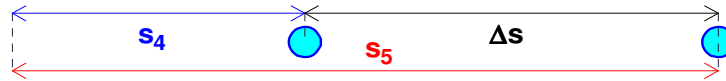
Rješenje 033

$$\Delta t = 1 \text{ s}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \Delta s = ?$$

Računamo put s_5 koji je prva kap prošla za $t = 5 \text{ s}$ i put s_4 koji je druga uzastopna kap prošla za $t - \Delta t = 4 \text{ s}$. Tada međusobna udaljenost dviju uzastopnih kapi iznosi:

$$\Delta s = s_5 - s_4 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot [t^2 - (t - \Delta t)^2] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot [(5 s)^2 - (4 s)^2] = 5 \frac{m}{s^2} \cdot [25 s^2 - 16 s^2] = 5 \frac{m}{s^2} \cdot 9 s^2 = 45 m.$$



Vježba 033

S krova zgrade kapa voda tako da svake sekunde kapne jedna kap. Koliko će biti međusobno udaljene dvije uzastopne kapi 6 sekundi nakon početka pada prve kapi? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 55 m.

Zadatak 034 (Ivana, hotelijerska škola)

Izračunaj kutove izbacivanja za koje top pogodi metu udaljenu 520 m na visini 130 m. Početna brzina ispaljene granate je 100 m/s. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 034

$$x = 520 \text{ m}, \quad y = 130 \text{ m}, \quad v_0 = 100 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \alpha = ?$$

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α i slobodnog pada. Jednadžba kosog hica glasi:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}.$$

Računamo kutove izbacivanja granate iz topa:

$$\left. \begin{array}{l} x = 520, \quad y = 130, \quad v_0 = 100, \quad g = 10 \\ y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \end{array} \right\} \Rightarrow 130 = 520 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{10 \cdot 520^2}{2 \cdot 100^2 \cdot \cos^2 \alpha} \quad / \cdot \frac{1}{130} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{10 \cdot 4 \cdot 520}{2 \cdot 10000 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{20800}{20000 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{kratimo razlomak} \\ \text{s 800} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{26}{25 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{26}{25} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{26}{25} \cdot \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{26}{25} \cdot \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \Rightarrow 1 = 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{26}{25} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{supstitucija} \\ t = \operatorname{tg} \alpha \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 4 \cdot t - \frac{26}{25} \cdot (1 + t^2) \quad / \cdot 25 \Rightarrow 25 = 100 \cdot t - 26 \cdot (1 + t^2) \Rightarrow 25 = 100 \cdot t - 26 - 26 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 26 \cdot t^2 - 100 \cdot t + 51 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 26, \quad b = -100, \quad c = 51 \\ t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right] \Rightarrow t_{1,2} = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 4 \cdot 26 \cdot 51}}{2 \cdot 26} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{100 \pm \sqrt{4696}}{52} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{100 + 68.53}{52} = 3.24 \\ t_2 = \frac{100 - 68.53}{52} = 0.61 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha_1 = 3.24 \\ \operatorname{tg} \alpha_2 = 0.61 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \operatorname{tg}^{-1} 3.24 = 72^\circ 51' \\ \alpha_2 = \operatorname{tg}^{-1} 0.61 = 31^\circ 23' \end{array} \right\}.$$

Vježba 034

Izračunaj kutove izbacivanja za koje top pogodi metu udaljenu 100 m na visini 100 m. Početna brzina ispaljene granate je 50 m/s. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

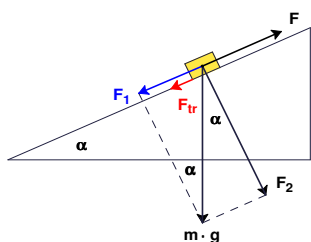
Rezultat: $71^\circ 34'$ i $63^\circ 26'$.

Zadatak 035 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Žičara vuče dječaka na skijama koje zajedno s njim imaju masu 60 kg. Kolika je snaga žičare potrebna da se dječak na skijama uspinje uz brijeg nagiba 30° stalnom brzinom 2 m/s. Faktor trenja je 0.02. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 035

$$m = 60 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.02, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$



Sa slike se vidi:

$$F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha, \quad F_{tr} = \mu \cdot F_2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Ukupna sila kojom žičara vuče dječaka na skijama iznosi:

$$F = F_1 + F_{tr} = F_1 + \mu \cdot F_2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = \\ = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha).$$

Snaga žičare je:

$$P = F \cdot v = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) \cdot v = 60 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 30^\circ + 0.02 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 621 \text{ W}.$$

Vježba 035

Žičara vuče dječaka na skijama koje zajedno s njim imaju masu 60 kg. Kolika je snaga žičare potrebna da se dječak na skijama uspinje uz brijeg nagiba 30° stalnom brzinom 4 m/s. Faktor trenja je 0.02. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1242 W.

Zadatak 036 (Mario, tehnička škola)

Pod kojim kutom treba izbaciti tijelo da je njegov domet jednak maksimalnoj visini?

Rješenje 036

$$x_d = y_{\max}, \quad \alpha = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{domet} \quad x_d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \\ \text{maksimalna visina} \quad y_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow x_d = y_{\max} \Rightarrow \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \quad / \cdot \frac{2 \cdot g}{v_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot [\sin \alpha - 4 \cdot \cos \alpha] = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = 0 \\ \sin \alpha - 4 \cdot \cos \alpha = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = 0 \\ \sin \alpha = 4 \cdot \cos \alpha \quad / : \cos \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = 0 \\ \text{tg } \alpha = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha = 0 \text{ (nema smisla)} \\ \alpha = \text{tg}^{-1} 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \approx 76^\circ.$$

Vježba 036

Pod kojim kutom treba izbaciti tijelo da je njegov domet jednak polovici maksimalne visine?

Rezultat: 63° .

Zadatak 037 (Mira, gimnazija)

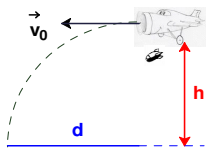
Zrakoplov leti horizontalno brzinom 750 km/h na visini 2500 m. Na kojoj udaljenosti d ispred cilja treba ispustiti bombu da ona pogodi cilj? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 037

$$v_0 = 750 \text{ km/h} = [750 : 3.6] = 208.33 \text{ m/s}, \quad h = 2500 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad d = ?$$

Horizontalni hitac sastoji se od jednolikog gibanja brzinom v_0 po horizontalnom pravcu i slobodnog pada. Domet hica računa se po formuli:

$$d = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}.$$



Udaljenost d na kojoj ispred cilja treba ispustiti bombu da ona pogodi cilj iznosi:

$$d = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 208.33 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2500 m}{9.81 \frac{m}{s^2}}} = 4703 m.$$

Vježba 037

Zrakoplov leti horizontalno brzinom 750 km/h na visini 2000 m. Na kojoj udaljenosti d ispred cilja treba ispustiti bombu da ona pogodi cilj? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4207 m.

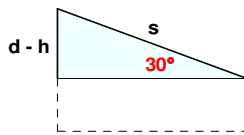
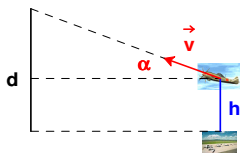
Zadatak 038 (Mira, gimnazija)

Zrakoplov na visini 400 m iznad zrakoplovne luke Pleso uspinje se pod kutom 30° u odnosu na horizontalnu ravninu (zračnu luku) konstantnom brzinom 900 km/h. Nakon koliko će vremena biti udaljen 4 km od horizontalne ravnine u kojoj je Pleso?

Rješenje 038

$$h = 400 \text{ m}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v = 900 \text{ km/h} = [900 : 3.6] = 250 \text{ m/s}, \quad d = 4 \text{ km} = 4000 \text{ m}, \quad t = ?$$

Iz pravokutnog trokuta sa slike dobije se put s zrakoplova:



$$\sin 30^\circ = \frac{d-h}{s} \Rightarrow s = \frac{d-h}{\sin 30^\circ} = \frac{4000 \text{ m} - 400 \text{ m}}{\frac{1}{2}} = 7200 \text{ m}.$$

Budući da zrakoplov leti konstantnom brzinom v , riječ je o jednolikom pravocrtном gibanju. Vrijeme nakon kojeg će zrakoplov biti udaljen 4 km od horizontalne ravnine u kojoj

je Pleso iznosi:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{7200 \text{ m}}{250 \frac{m}{s}} = 28.8 \text{ s}.$$

Vježba 038

Zrakoplov na visini 400 m iznad zrakoplovne luke Pleso uspinje se pod kutom 30° u odnosu na horizontalnu ravninu (zračnu luku) konstantnom brzinom 720 km/h. Nakon koliko će vremena biti udaljen 4 km od horizontalne ravnine u kojoj je Pleso?

Rezultat: 36 s.

Zadatak 039 (Mira, gimnazija)

Da bi mogao uzletjeti zrakoplov mase 1 t na kraju uzletišta mora imati brzinu 81 km/h. Duljina uzletišta iznosi 100 m. Koeficijent trenja između kotača i staze je 0.2. Kolika je potrebna najmanja snaga motora? Gibanje zrakoplova je jednoliko ubrzano. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 039

$$m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}, \quad v = 81 \text{ km/h} = [81 : 3.6] = 22.5 \text{ m/s}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad \mu = 0.2, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$



Vučna sila F_v motora jednaka je zbroju inercijske sile F koja se javlja zbog toga što se zrakoplov ubrzava akceleracijom a , te sile trenja F_{tr} :

$$F_v = F + F_{tr} \Rightarrow F_v = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F_v = m \cdot (a + \mu \cdot g) \Rightarrow F_v = m \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot g \right).$$

Snaga motora iznosi:

$$P = F_v \cdot v \Rightarrow P = m \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot g \right) \cdot v \Rightarrow P = m \cdot v \cdot \left(\frac{v^2}{2 \cdot s} + \mu \cdot g \right) =$$

$$= 1000 \text{ kg} \cdot 22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{\left(22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 100 \text{ m}} + 0.2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 1.01 \cdot 10^5 \text{ W}.$$

Vježba 039

Da bi mogao uzletjeti zrakoplov mase 2 t na kraju uzletišta mora imati brzinu 81 km/h. Duljina uzletišta iznosi 100 m. Koeficijent trenja između kotača i staze je 0.2. Kolika je potrebna najmanja snaga motora? Gibanje zrakoplova je jednoliko ubrzano. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $2.02 \cdot 10^5 \text{ W}$.

Zadatak 040 (Mira, gimnazija)

Čovjek stoji na kosom tornju u Pisi. U ruci ima tri potpuno jednake kuglice. Prvu baci vertikalno gore, drugu vertikalno dolje, a treću horizontalno. Početne brzine su istog iznosa. Zanemarimo otpor zraka. Kako se međusobno odnose brzine kuglica u trenutku dodira tla?

Rješenje 040

$$m_1 = m_2 = m_3 = m, \quad v_1 = v_2 = v_3 = v$$



Kuglice na početku imaju jednaku kinetičku i potencijalnu energiju. Zbog zakona o očuvanju energije ukupna energija u času sudara jednaka je za sve tri kuglice. Zato su brzine svih triju kuglica, u trenutku pada na tlo, jednake po iznosu.

Vježba 040

Čovjek stoji na kosom tornju u Pisi. U ruci ima tri potpuno jednake kuglice. Prvu baci vertikalno gore, drugu vertikalno dolje, a treću horizontalno. Početne brzine su istog iznosa. Zanemarimo otpor zraka. Kako se međusobno odnose energije kuglica u trenutku dodira tla?

Rezultat: Ukupna energija u času sudara je kinetička energija

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

i jednaka je za sve tri kuglice.