

Zadatak 301 (Zagy, gimnazija)

U prvoj trećini vremena automobil se giba brzinom $v_1 = 90 \text{ km/h}$, u drugoj trećini vremena brzinom $v_2 = 50 \text{ km/h}$, a u posljednjoj trećini vremena brzinom $v_3 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

- A. $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $63.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $50.25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 301

$$t_1 = \frac{t}{3}, \quad v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad t_2 = \frac{t}{3}, \quad v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad t_3 = \frac{t}{3}, \quad v_3 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

U svakoj trećini vremena put izrazimo pomoću zadane brzine:

- $s_1 = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow s_1 = v_1 \cdot \frac{t}{3}$
- $s_2 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow s_2 = v_2 \cdot \frac{t}{3}$
- $s_3 = v_3 \cdot t_3 \Rightarrow s_3 = v_3 \cdot \frac{t}{3}$

Srednja brzina je ukupan put $s_1 + s_2 + s_3$ podijeljen ukupnim vremenom t .

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{3} + v_2 \cdot \frac{t}{3} + v_3 \cdot \frac{t}{3}}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{t}{3} \cdot (v_1 + v_2 + v_3)}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{t}{3} \cdot (v_1 + v_2 + v_3)}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = \frac{90 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.



Ova lijepa i jednostavna formula za srednju brzinu vrijedi samo kada su vremenski intervali jednaki.

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n}{n}, \quad t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_n = \frac{t}{n}.$$

Vježba 301

U prvoj polovici vremena automobil se giba brzinom $v_1 = 60 \text{ km/h}$, u drugoj polovici vremena brzinom $v_2 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

- A. $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $46 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $51 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: B.

Zadatak 302 (Euro, maturant)

Automobil se prvih 5 km giba stalnom brzinom 60 km/h, a sljedećih 5 km stalnom brzinom 100 km/h. Kolika je srednja brzina automobila tijekom cijeloga puta?

$$A. 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad B. 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad C. 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad D. 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Rješenje 302

$$s_1 = s_2 = s = 5 \text{ km}, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad v_2 = 100 \text{ km/h}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

1. inačica

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s + s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot s}{s \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot s}{s \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Izračunamo vremena za prvi i drugi dio puta:

- $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{5 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{5 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{12} \text{ h}$
- $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{5 \text{ km}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{5 \text{ km}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{20} \text{ h}.$

Srednja brzina tijekom cijeloga puta iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{5 \text{ km} + 5 \text{ km}}{\frac{1}{12} \text{ h} + \frac{1}{20} \text{ h}} = \frac{10 \text{ km}}{\frac{5 \text{ h} + 3 \text{ h}}{60}} = \frac{10 \text{ km} \cdot 60}{8 \text{ h}} = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 302

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 303 (Želimir, srednja škola)

Brodić se spustio niz rijeku, a da bi se vratio za jednako vrijeme mora povećati brzinu za 4 km / h. Kolika je brzina riječnoga toka?

A. $1 \frac{km}{h}$ B. $2 \frac{km}{h}$ C. $3 \frac{km}{h}$ D. $8 \frac{km}{h}$

Rješenje 303

$$\Delta v = 4 \text{ km / h}, \quad v_r = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Neka je v brzina brodića na mirnoj vodi, v_r brzina riječnoga toka, s duljina rijeke.

Kada se brodić spušta **niz rijeku** njegova je relativna brzina

$$v + v_r.$$

Kada brodić plovi **uz rijeku** mora povećati brzinu za Δv pa je sada njegova relativna brzina

$$v + \Delta v - v_r = v + 4 - v_r.$$

Budući da vrijeme mora biti jednako kada plovi niz rijeku i uz rijeku, vrijedi:

$$\begin{aligned} \frac{s}{v + v_r} &= \frac{s}{v + 4 - v_r} \Rightarrow \frac{s}{v + v_r} = \frac{s}{v + 4 - v_r} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{v + v_r} = \frac{1}{v + 4 - v_r} \Rightarrow \\ \Rightarrow v + v_r &= v + 4 - v_r \Rightarrow v + v_r = v + 4 - v_r \Rightarrow v_r = 4 - v_r \Rightarrow v_r + v_r = 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot v_r &= 4 \Rightarrow 2 \cdot v_r = 4 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow v_r = 2 \frac{km}{h}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 303

Brodić se spustio niz rijeku, a da bi se vratio za jednako vrijeme mora povećati brzinu za 6 km / h. Kolika je brzina riječnoga toka?

A. $1 \frac{km}{h}$ B. $2 \frac{km}{h}$ C. $3 \frac{km}{h}$ D. $8 \frac{km}{h}$

Rezultat: C.

Zadatak 304 (Želimir, srednja škola)

Automobil prijeđe put od mjesta A do mjesta B prosječnom brzinom 48 km / h. U povratku po drugom, 5 km duljem putu, automobil se gibao brzinom 50 km / h i utrošio 2 minute vremena više. Koliko su duga oba puta?

Rješenje 304

$$v_1 = 48 \text{ km / h}, \quad \Delta s = 5 \text{ km}, \quad v_2 = 50 \text{ km / h}, \quad \Delta t = 2 \text{ min} = [2 : 60] = \frac{1}{30} \text{ h},$$

$$s_1 = ?, \quad s_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Označimo duljine putova sa s_1 i s_2 . Tada je

$$s_2 = s_1 + \Delta s.$$

Neka je t vrijeme za koje automobil prijeđe put u odlasku s_1 . U povratku vrijeme iznosi

$$t + \Delta t.$$

Možemo napisati jednadžbu:

$$s_2 = s_1 + \Delta s \Rightarrow v_2 \cdot (t + \Delta t) = v_1 \cdot t + \Delta s \Rightarrow 50 \cdot \left(t + \frac{1}{30}\right) = 48 \cdot t + 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 50 \cdot t + \frac{50}{30} = 48 \cdot t + 5 \Rightarrow 50 \cdot t + \frac{50}{30} = 48 \cdot t + 5 \Rightarrow 50 \cdot t + \frac{5}{3} = 48 \cdot t + 5 \Rightarrow 50 \cdot t - 48 \cdot t = 5 - \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t = \frac{10}{3} \Rightarrow 2 \cdot t = \frac{10}{3} / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{5}{3} \text{ h.}$$

Duljina putova iznosi:

- $s_1 = v_1 \cdot t = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{5}{3} \text{ h} = 80 \text{ km}$
- $s_2 = s_1 + \Delta s = 80 \text{ km} + 5 \text{ km} = 85 \text{ km.}$

Ili

$$s_2 = v_2 \cdot (t + \Delta t) = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{5}{3} \text{ h} + \frac{1}{30} \text{ h}\right) = 85 \text{ km.}$$

Vježba 304

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 305 (Stjepan, srednja škola)

Dva tijela počinju se istodobno gibati jednoliko pravocrtno po različitim stazama tako da im je omjer brzina $v_1 : v_2 = k = 5 : 7$. Za 14 s oba tijela prevale ukupan put 147 m. Kolike su brzine tih tijela?

Rješenje 305

$$v_1 : v_2 = k = 5 : 7, \quad t = 14 \text{ s}, \quad s = 147 \text{ m}, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$v_1 : v_2 = k \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = k \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = k / \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = k \cdot v_2.$$

Prvo tijelo brzinom v_1 , za vrijeme t , prijeđe put s_1 .

$$s_1 = v_1 \cdot t \Rightarrow s_1 = k \cdot v_2 \cdot t.$$

Drugo tijelo brzinom v_2 , za vrijeme t , prijeđe put s_2 .

$$s_2 = v_2 \cdot t.$$

Oba tijela prevale ukupan put s pa vrijedi

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = k \cdot v_2 \cdot t + v_2 \cdot t \Rightarrow s = v_2 \cdot t \cdot (k + 1) \Rightarrow v_2 \cdot t \cdot (k + 1) = s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot t \cdot (k + 1) = s / \cdot \frac{1}{t \cdot (k + 1)} \Rightarrow v_2 = \frac{s}{t \cdot (k + 1)} = \frac{147 \text{ m}}{14 \text{ s} \cdot \left(\frac{5}{7} + 1\right)} = \frac{147 \text{ m}}{14 \text{ s} \cdot \frac{12}{7}} = \frac{147 \text{ m}}{14 \text{ s} \cdot \frac{12}{7}} =$$

$$= \frac{147 \text{ m}}{2 \text{ s} \cdot 12} = \frac{147 \text{ m}}{24 \text{ s}} = 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Računamo v_1 .

$$v_1 = k \cdot v_2 = \frac{5}{7} \cdot 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 305

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 306 (Bety, maturantica)

Vozač krene na put od 180 km u 8 h računajući da će na određite stići u 11 h. Od 9 h 10 min do 9 h 30 min morao je nepredviđeno stajati. Ako želi stići u 11 sati kojom će brzinom morati voziti preostali dio puta?

$$A. 64.25 \frac{km}{h} \quad B. 67.33 \frac{km}{h} \quad C. 70.5 \frac{km}{h} \quad D. 73.33 \frac{km}{h}$$

Rješenje 306

$$s = 180 \text{ km}, \quad t_1 = 8 \text{ h}, \quad t_2 = 11 \text{ h}, \quad t_3 = 9 \text{ h } 10 \text{ min} = \left(9 + \frac{10}{60}\right) \text{ h} = \frac{55}{6} \text{ h},$$

$$t_4 = 9 \text{ h } 30 \text{ min} = \left(9 + \frac{30}{60}\right) \text{ h} = \frac{19}{2} \text{ h}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Vozač krene na put od 180 km u 8 h računajući da će na određite stići u 11 h. Brzina automobila iznosila bi

$$v_1 = \frac{s}{t_2 - t_1} = \frac{180 \text{ km}}{11 \text{ h} - 8 \text{ h}} = 60 \frac{km}{h}.$$

Njome je vozio samo prvi dio puta do zaustavljanja i prešao put s_1 .

$$s_1 = v_1 \cdot (t_3 - t_1) = 60 \frac{km}{h} \cdot \left(\frac{55}{6} - 8\right) \text{ h} = 70 \text{ km}.$$

Preostali dio puta $s - s_1$ treba prijeći za vrijeme $t_2 - t_4$ brzinom

$$v_2 = \frac{s - s_1}{t_2 - t_4} = \frac{180 \text{ km} - 70 \text{ km}}{11 \text{ h} - \frac{19}{2} \text{ h}} = 73.33 \frac{km}{h}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 306

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 307 (Matea, gimnazija)

Vozeći brzinom 90 km / h automobil stigne bicikl brzine 18 km / h za 25 sekundi. Kada bi vozili jedan drugom ususret s jednake udaljenosti za koliko bi se vremena sreli?

Rješenje 307

$$v_1 = 90 \text{ km / h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m / s}, \quad v_2 = 18 \text{ km / h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m / s}, \quad \Delta t = 25 \text{ s},$$

$t = ?$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

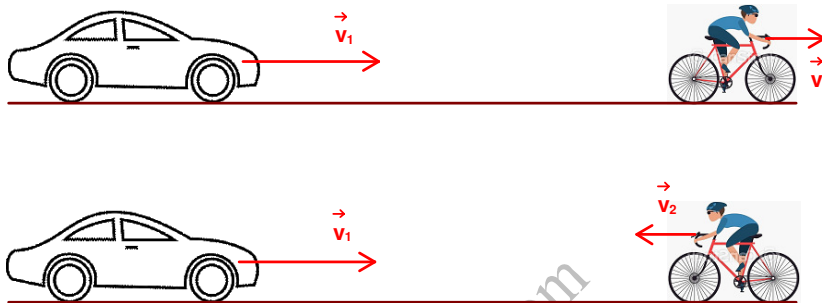
Kada se dva tijela gibaju usporedno u istom smjeru, relativna brzina kojom se prvo tijelo (brže tijelo) giba u odnosu na drugo tijelo (sporije tijelo) jednaka je razlici brzina v_1 i v_2 pa iznosi:

$$v_1 - v_2.$$

Kada se dva tijela gibaju usporedno u suprotnim smjerovima, relativna brzina jednoga u odnosu na drugo tijelo je

$$v_1 + v_2,$$

gdje je v_1 brzina prvog tijela, v_2 brzina drugog tijela.



Relativna brzina automobila kada **sustiže** bicikl je $v_1 - v_2$ pa je njihova početna udaljenost jednaka

$$\Delta s = (v_1 - v_2) \cdot \Delta t.$$

Kada bi vozili jedan drugom **ususret** s jednake udaljenosti vrijeme susreta iznosilo bi

$$t = \frac{\Delta s}{v_1 + v_2} \Rightarrow t = \frac{(v_1 - v_2) \cdot \Delta t}{v_1 + v_2} = \frac{\left(25 \frac{m}{s} - 5 \frac{m}{s}\right) \cdot 25 s}{25 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s}} = 16.67 s.$$

Vježba 307

Vozeći brzinom 180 km / h automobil stigne bicikl brzine 36 km / h za 25 sekundi. Kada bi vozili jedan drugom ususret s jednake udaljenosti za koliko bi se vremena srelili?

Rezultat: 16.67 s.