

Zadatak 281 (Marin, maturant)

Motorist prijeđe jednu trećinu puta brzinom 10 km / h, drugu trećinu puta brzinom 20 km / h i posljednju trećinu brzinom 60 km / h. Odredite mu srednju brzinu.

A. $30 \frac{km}{h}$ B. $25 \frac{km}{h}$ C. $20 \frac{km}{h}$ D. $18 \frac{km}{h}$

Rješenje 281

$$s_1 = s_2 = s_3 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_1 = 10 \text{ km / h}, \quad v_2 = 20 \text{ km / h}, \quad v_3 = 60 \text{ km / h}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{3}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{3}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2} = \frac{3 \cdot 10 \frac{km}{h} \cdot 20 \frac{km}{h} \cdot 60 \frac{km}{h}}{20 \frac{km}{h} \cdot 60 \frac{km}{h} + 10 \frac{km}{h} \cdot 60 \frac{km}{h} + 10 \frac{km}{h} \cdot 20 \frac{km}{h}} = 18 \frac{km}{h}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 281

Motorist prijeđe jednu trećinu puta brzinom 10 km / h, drugu trećinu puta brzinom 20 km / h i posljednju trećinu brzinom 100 km / h. Odredite mu srednju brzinu.

A. $30.25 \frac{km}{h}$ B. $28.5 \frac{km}{h}$ C. $19.75 \frac{km}{h}$ D. $18.75 \frac{km}{h}$

Rezultat: D.

Zadatak 282 (Elena, maturantica)

Motorni čamac plovi od jednog do drugog plovka koji se nalaze na udaljenosti od 1600 m, najprije nizvodno, a zatim uzvodno. Vrijeme za put nizvodno iznosi 240 s, a put uzvodno traje 360 s. Kolika je brzina čamca ako bi plovio po mirnoj vodi?

A. $20 \frac{km}{h}$ B. $15 \frac{km}{h}$ C. $25 \frac{km}{h}$ D. $18 \frac{km}{h}$

Rješenje 282

$$s = 1600 \text{ m}, \quad t_1 = 240 \text{ s}, \quad t_2 = 360 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Ako je v brzina motornog čamca u odnosu na mirnu vodu i u brzina rijeke, brzina čamca u odnosu na obalu **nizvodno** je **v + u**.

Ako je v brzina motornog čamca u odnosu na mirnu vodu i u brzina rijeke, brzina čamca u odnosu na obalu **uzvodno** je **v - u**.

Neka je v brzina čamca po mirnoj vodi, a u brzina rijeke. Vrijede sljedeći izrazi:

- za nizvodno gibanje

$$v + u = \frac{s}{t_1}$$

- za uzvodno gibanje

$$v - u = \frac{s}{t_2}$$

Iz sustava jednačba dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} v + u = \frac{s}{t_1} \\ v - u = \frac{s}{t_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot v = \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} \Rightarrow 2 \cdot v = s \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \Rightarrow 2 \cdot v = s \cdot \frac{t_2 + t_1}{t_1 \cdot t_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot v = s \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 \cdot t_2} \quad / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow v = s \cdot \frac{t_1 + t_2}{2 \cdot t_1 \cdot t_2} = 1600 \text{ m} \cdot \frac{240 \text{ s} + 360 \text{ s}}{2 \cdot 240 \text{ s} \cdot 360 \text{ s}} = 5.556 \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= [5.556 \cdot 3.6] = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 282

Motorni čamac plovi od jednog do drugog plovka koji se nalaze na udaljenosti od 800 m, najprije nizvodno, a zatim uzvodno. Vrijeme za put nizvodno iznosi 240 s, a put uzvodno traje 360 s. Kolika je brzina čamca ako bi plovio po mirnoj vodi?

A. $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: B.

Zadatak 283 (Branko, tehnička škola)

Na prvjoj trećini puta automobil se giba brzinom v_1 , a na ostalom dijelu puta brzinom 54 km/h . Srednja brzina automobila na cijelom putu je 36 km/h . Kolika je brzina v_1 ?

Rješenje 283

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad s_2 = \frac{2}{3} \cdot s, \quad v_2 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je t vrijeme za koje automobil prijeđe put s srednjom brzinom \bar{v} . Tada je

$$\begin{aligned} t = \frac{s}{v} &\Rightarrow [t = t_1 + t_2] \Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{s}{v} \Rightarrow \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} \Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2} = \frac{s}{v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2} = \frac{s}{v} \cdot \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{1}{v_1} + \frac{2}{v_2} = \frac{3}{v} \cdot \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{3}{v} - \frac{2}{v_2} \Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{3 \cdot v_2 - 2 \cdot v}{v \cdot v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow v_1 = \frac{\bar{v} \cdot v_2}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot \bar{v}} = \frac{54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3 \cdot 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 2 \cdot 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 21.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 283

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 284 (Jopa, gimnazija)

Putnički vlak prelazi put između dviju stanica dva sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 60 km/h , a prosječna brzina brzog vlaka 100 km/h , koliko iznosi udaljenost između stanica?

Rješenje 284

$$\Delta t = 2 \text{ h}, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad v_2 = 100 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Vrijeme za koje put s prijeđe:

- putnički vlak iznosi $t_1 = \frac{s}{v_1}$

- brzi vlak iznosi $t_2 = \frac{s}{v_2}$.

Budući da putnički vlak taj put prelazi dva sata dulje od brzog vlaka, vrijedi:

$$t_1 - t_2 = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} = 2 \text{ h} \cdot \frac{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 300 \text{ km}.$$

Vježba 284

Putnički vlak prelazi put između dviju stanica tri sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 60 km / h, a prosječna brzina brzog vlaka 100 km / h, koliko iznosi udaljenost između stanica?

Rezultat: 450 km.

Zadatak 285 (Petra, maturantica)

Vlak je brdskim dijelom pruge vozio 3 sata, a duž rijeke 6 sati. Ukupno je prešao 477 km. Ako je duž rijeke vozio 12 km / h brže, kolika mu je bila brzina na brdskim dijelu pruge?

A. $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 285

$$t_1 = 3 \text{ h}, \quad t_2 = 6 \text{ h}, \quad s = 477 \text{ km}, \quad \Delta v = 12 \text{ km / h}, \quad v_2 = v_1 + \Delta v, \quad v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 = s &\Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 = s \Rightarrow v_1 \cdot t_1 + (v_1 + \Delta v) \cdot t_2 = s \Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_1 \cdot t_2 + \Delta v \cdot t_2 = s \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_1 \cdot t_2 = s - \Delta v \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot (t_1 + t_2) = s - \Delta v \cdot t_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot (t_1 + t_2) = s - \Delta v \cdot t_2 \cdot \frac{1}{t_1 + t_2} \Rightarrow v_1 = \frac{s - \Delta v \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{477 \text{ km} - 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 6 \text{ h}}{3 \text{ h} + 6 \text{ h}} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 285

Vlak je brdskim dijelom pruge vozio 6 sati, a duž rijeke 12 sati. Ukupno je prešao 954 km. Ako je duž rijeke vozio 12 km / h brže, kolika mu je bila brzina na brdskim dijelu pruge?

A. $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: C.

Zadatak 286 (Igor, maturant)

Pretpostavimo da se Sunce 'ugasi'. Nakon koliko vremena bi na Zemlji nastupio mrak ako je udaljenost Zemlja – Sunce jednaka $152 \cdot 10^6 \text{ km}$? ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$)

A. Istog trena. B. Nakon nekoliko godina. C. Nakon 8.44 minute. D. Nakon 8 s.

Rješenje 286

$$s = 152 \cdot 10^6 \text{ km} = 152 \cdot 10^9 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$t = \frac{s}{c} = \frac{152 \cdot 10^9 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 506.67 \text{ s} = [506.67 : 60] = 8.44 \text{ min.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 286

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 287 (Željka, gimnazija)

Pomak tijela određen je jednadžbom $s = A + B \cdot t + C \cdot t^2$, u kojoj je $A = 1 \text{ m}$, $B = 10 \text{ m/s}$ i $C = 5 \text{ m/s}^2$. Izračunajte srednju brzinu tijela između:

- prve i druge sekunde
- 1 s i 1.1 s
- 1 s i 1.01 s
- 1 s i 1.001 s
- 1 s i 1.0001 s.

Rješenje 287

$$s = A + B \cdot t + C \cdot t^2, \quad A = 1 \text{ m}, \quad B = 10 \text{ m/s}, \quad C = 5 \text{ m/s}^2, \quad t_1 = 1 \text{ s}, \quad t_2 = 2 \text{ s}, \\ t_3 = 1.1 \text{ s}, \quad t_4 = 1.01 \text{ s}, \quad t_5 = 1.001 \text{ s}, \quad t_6 = 1.0001 \text{ s}, \quad \bar{v} = ?$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Odredimo izraz za srednju brzinu.

$$\begin{aligned} \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s_n - s_1}{t_n - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{A + B \cdot t_n + C \cdot t_n^2 - (A + B \cdot t_1 + C \cdot t_1^2)}{t_n - t_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{A + B \cdot t_n + C \cdot t_n^2 - A - B \cdot t_1 - C \cdot t_1^2}{t_n - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{A + B \cdot t_n + C \cdot t_n^2 - A - B \cdot t_1 - C \cdot t_1^2}{t_n - t_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{B \cdot t_n + C \cdot t_n^2 - B \cdot t_1 - C \cdot t_1^2}{t_n - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{B \cdot (t_n - t_1) + C \cdot (t_n^2 - t_1^2)}{t_n - t_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{B \cdot (t_n - t_1) + C \cdot (t_n - t_1) \cdot (t_n + t_1)}{t_n - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{(t_n - t_1) \cdot (B + C \cdot (t_n + t_1))}{t_n - t_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{(t_n - t_1) \cdot (B + C \cdot (t_n + t_1))}{t_n - t_1} \Rightarrow \bar{v} = B + C \cdot (t_n + t_1). \end{aligned}$$

a)

$$\bar{v} = B + C \cdot (t_2 + t_1) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s} + 1 \text{ s}) = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b)

$$\bar{v} = B + C \cdot (t_3 + t_1) = 10 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s^2} \cdot (1.1 s + 1 s) = 20.5 \frac{m}{s}$$

c)

$$\bar{v} = B + C \cdot (t_4 + t_1) = 10 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s^2} \cdot (1.01 s + 1 s) = 20.05 \frac{m}{s}$$

d)

$$\bar{v} = B + C \cdot (t_5 + t_1) = 10 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s^2} \cdot (1.001 s + 1 s) = 20.005 \frac{m}{s}$$

e)

$$\bar{v} = B + C \cdot (t_6 + t_1) = 10 \frac{m}{s} + 5 \frac{m}{s^2} \cdot (1.0001 s + 1 s) = 20.0005 \frac{m}{s}$$

Primijetimo kada se vremenski interval Δt smanjuje srednja brzina približava se vrijednosti 20 m/s .

$$\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \bar{v} \rightarrow 20 \frac{m}{s}$$

Vježba 287

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 288 (Viktor, maturant)

Tijelo prijeđe polovicu puta brzinom v_0 . Preostali dio puta prijeđe brzinom v_1 za polovicu vremena i brzinom v_2 za drugu polovicu vremena. Nađite srednju brzinu tijela na cijelom putu.

A. $\frac{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}$ B. $\frac{v_0 \cdot (v_1 + v_2)}{2 \cdot (v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0)}$ C. $\frac{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0}$ D. $\frac{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 - v_2)}{v_1 + v_2 - 2 \cdot v_0}$

Rješenje 288

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_0, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_1, \quad v_2, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

Vrijeme za koje tijelo prijeđe prvu polovicu puta iznosi:

$$s_1 = v_0 \cdot t_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot s = v_0 \cdot t_0 \Rightarrow v_0 \cdot t_0 = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow v_0 \cdot t_0 = \frac{1}{2} \cdot s / \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow t_0 = \frac{s}{2 \cdot v_0}$$

Drugu polovicu puta tijelo pola vremena vozi brzinom v_1 , a drugu polovicu vremena brzinom v_2 .

$$s_2 = v_1 \cdot \frac{t}{2} + v_2 \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t / \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t \Rightarrow s = (v_1 + v_2) \cdot t \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t = s \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t = s \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

Srednja brzina na putu s iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s}{t_0 + t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_0} + \frac{s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 288

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 289 (Ana, gimnazija)

Iz mjesta A i B, udaljenih 100 km, krenu dva vlaka jedan prema drugome. Mogućnost mimoilaženja nalazi se jedino u mjestu C. S koliko zakašnjenja mora krenuti vlak B ako se mjesto C nalazi točno na pola puta između A i B? Brzina vlaka A je 18 km/h, a vlaka B 54 km/h.

Rješenje 289

$$s = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}, \quad v_1 = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad v_2 = 54 \text{ km/h} =$$

$$= [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad \Delta t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Računamo s koliko zakašnjenja mora krenuti vlak B.

$$\Delta t = t_1 - t_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{v_1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{v_2} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6666.67 \text{ s}.$$

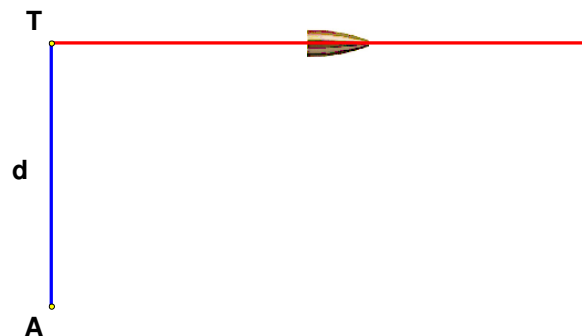
Vježba 289

Iz mjesta A i B, udaljenih 200 km, krenu dva vlaka jedan prema drugome. Mogućnost mimoilaženja nalazi se jedino u mjestu C. S koliko zakašnjenja mora krenuti vlak B ako se mjesto C nalazi točno na pola puta između A i B? Brzina vlaka A je 5 m/s, a vlaka B 15 m/s.

Rezultat: 13333.33 s.

Zadatak 290 (Miroslav, gimnazija)

Iz točke T ispali se metak u vodoravnom smjeru. Njegova brzina je 660 m / s. Koliko je udaljen metak od čovjeka, koji se nalazi u točki A, u trenutku kada čovjek čuje pucanj? Udaljenost čovjeka od točke T iznosi 0.4 km, a brzina zvuka je 330 m / s?



Rješenje 290

$$v_1 = 660 \text{ m / s}, \quad d = 0.4 \text{ km} = 400 \text{ m}, \quad v_2 = 330 \text{ m / s}, \quad x = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

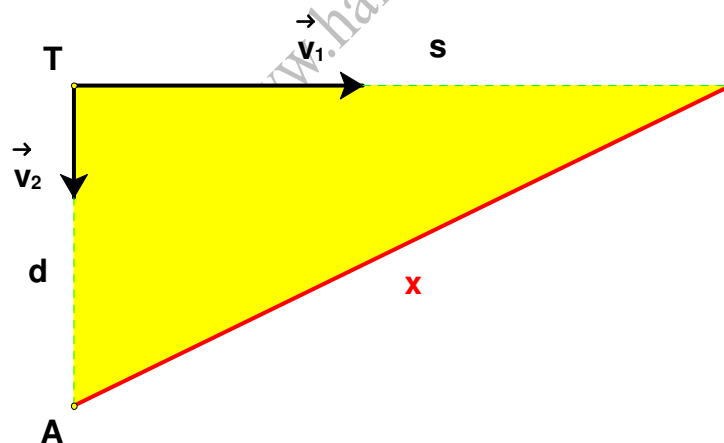
gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.



Vrijeme za koje čovjek čuje pucanj iznosi:

$$t = \frac{d}{v_2}.$$

Za vrijeme t :

- zvuk je prešao put $d = v_2 \cdot t$
- metak je prevalio put $s = v_1 \cdot t$.

Uočimo pravokutan trokut i uporabimo Pitagorin poučak

$$x^2 = d^2 + s^2 \Rightarrow x^2 = d^2 + s^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow x = \sqrt{d^2 + s^2} \Rightarrow x = \sqrt{(v_2 \cdot t)^2 + (v_1 \cdot t)^2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \sqrt{v_2^2 \cdot t^2 + v_1^2 \cdot t^2} \Rightarrow x = \sqrt{(v_2^2 + v_1^2) \cdot t^2} \Rightarrow x = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} \cdot \sqrt{t^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= t \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow \left[t = \frac{d}{v_2} \right] \Rightarrow x = \frac{d}{v_2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow x = \frac{d}{v_2} \cdot \sqrt{v_2^2 \cdot \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} + 1 \right)} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{d}{v_2} \cdot \sqrt{v_2^2} \cdot \sqrt{\frac{v_1^2}{v_2^2} + 1} \Rightarrow x = \frac{d}{v_2} \cdot v_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 + 1} \Rightarrow x = \frac{d}{v_2} \cdot v_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 + 1} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= d \cdot \sqrt{\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 + 1} = 400 \text{ m} \cdot \sqrt{\left(\frac{660 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2 + 1} = 894.43 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 290

Iz točke T ispali se metak u vodoravnom smjeru. Njegova brzina je 700 m / s. Koliko je udaljen metak od čovjeka, koji se nalazi u točki A, u trenutku kada čovjek čuje pucanj? Udaljenost čovjeka od točke T iznosi 0.6 km, a brzina zvuka je 350 m / s?



Rezultat: 1341.64 m.

Zadatak 291 (Goran, maturant)

Prugu između mjesta A i B putnički vlak prijeđe za 36 minuta brže nego teretni. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 60 km / h, a teretnog 48 km / h, onda prugu između mjesta A i B putnički vlak prijeđe za:

- A. 2.4 h B. 1.8 h C. 4.2 h D. 2.8 h

Rješenje 291

$$\Delta t = 36 \text{ min} = [36 : 60] = 0.6 \text{ h}, \quad v_1 = 60 \text{ km / h}, \quad v_2 = 48 \text{ km / h}, \quad t_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$\begin{aligned} s_1 = s_2 &\Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t_1 + \Delta t) \Rightarrow 60 \cdot t_1 = 48 \cdot (t_1 + 0.6) \Rightarrow \\ \Rightarrow 60 \cdot t_1 &= 48 \cdot t_1 + 28.8 \Rightarrow 60 \cdot t_1 - 48 \cdot t_1 = 28.8 \Rightarrow 12 \cdot t_1 = 28.8 \Rightarrow 12 \cdot t_1 = 28.8 \text{ / : 12} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t_1 = 2.4 \text{ h}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 291

Prugu između mjesta A i B putnički vlak prijeđe za 36 minuta brže nego teretni. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 120 km/h, a teretnog 96 km/h, onda prugu između mjesta A i B putnički vlak prijeđe za:

- A. 2.4 h B. 1.8 h C. 4.2 h D. 2.8 h

Rezultat: A.

Zadatak 292 (Zvonko, tehnička škola)

Zrakoplov je letio iz mjesta A u mjesto B najprije brzinom 180 km/h, a kada mu je još ostalo prijeći 320 km manje nego što je već preletio, povećao je brzinu na 250 km/h. Na taj način je prosječna brzina zrakoplova na cijelom putu bila 200 km/h. Odredite udaljenost od mjesta A do mjesta B.

- A. 980 km B. 1056 km C. 1120 km D. 1190 km

Rješenje 292

$$v_1 = 180 \text{ km/h}, \quad \Delta x = 320 \text{ km}, \quad v_2 = 250 \text{ km/h}, \quad v = 200 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

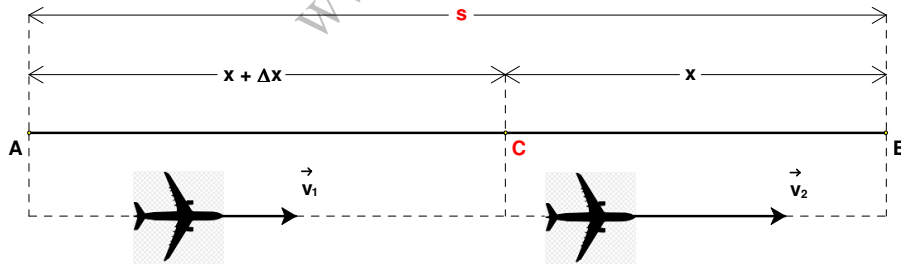
Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

1. inačica



Označimo slovom x drugi dio puta koji je zrakoplov preletio brzinom v_2 . Utrošeno vrijeme iznosi:

$$t_2 = \frac{x}{v_2}.$$

Prvi dio puta $x + \Delta x$ zrakoplov leti brzinom v_1 i let traje

$$t_1 = \frac{x + \Delta x}{v_1}.$$

Na cijelom putu

$$s = x + \Delta x + x \Rightarrow s = 2 \cdot x + \Delta x$$

prosječna brzina zrakoplova je v pa vrijedi:

$$s = \bar{v} \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow 2 \cdot x + \Delta x = \bar{v} \cdot \left(\frac{x + \Delta x}{v_1} + \frac{x}{v_2} \right) \Rightarrow 2 \cdot x + 320 = 200 \cdot \left(\frac{x + 320}{180} + \frac{x}{250} \right) \Rightarrow$$

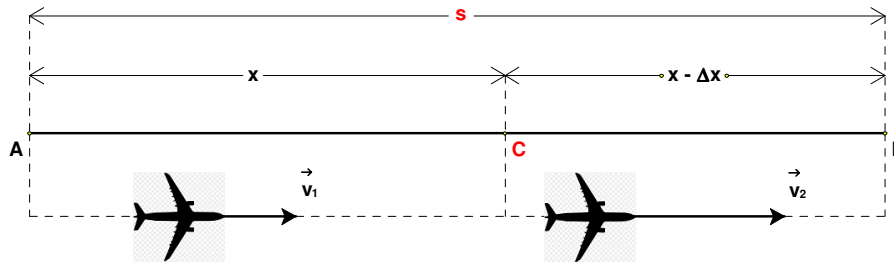
$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \cdot x + 320 &= \frac{200}{180} \cdot (x + 320) + \frac{200}{250} \cdot x \Rightarrow 2 \cdot x + 320 = \frac{200}{180} \cdot (x + 320) + \frac{200}{250} \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot x + 320 &= \frac{10}{9} \cdot (x + 320) + \frac{4}{5} \cdot x \Rightarrow 2 \cdot x + 320 = \frac{10}{9} \cdot (x + 320) + \frac{4}{5} \cdot x \quad / \cdot 45 \Rightarrow \\ \Rightarrow 90 \cdot x + 14400 &= 50 \cdot (x + 320) + 36 \cdot x \Rightarrow 90 \cdot x + 14400 = 50 \cdot x + 16000 + 36 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 90 \cdot x - 50 \cdot x - 36 \cdot x &= 16000 - 14400 \Rightarrow 4 \cdot x = 1600 \Rightarrow 4 \cdot x = 1600 \quad / : 4 \Rightarrow x = 400. \end{aligned}$$

Udaljenost između mjesta A i B iznosi:

$$s = 2 \cdot x + \Delta x = 2 \cdot 400 \text{ km} + 320 \text{ km} = 1120 \text{ km}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica



Označimo slovom x prvi dio puta dio puta koji je zrakoplov preletio brzinom v_1 . Utrošeno vrijeme iznosi:

$$t_1 = \frac{x}{v_1}.$$

Drugi dio puta $x - \Delta x$ zrakoplov leti brzinom v_2 i let traje

$$t_2 = \frac{x - \Delta x}{v_2}.$$

Na cijelom putu

$$s = x + x - \Delta x \Rightarrow s = 2 \cdot x - \Delta x$$

prosječna brzina zrakoplova je \bar{v} pa vrijedi:

$$\begin{aligned} s = \bar{v} \cdot (t_1 + t_2) &\Rightarrow 2 \cdot x - \Delta x = \bar{v} \cdot \left(\frac{x}{v_1} + \frac{x - \Delta x}{v_2} \right) \Rightarrow 2 \cdot x - 320 = 200 \cdot \left(\frac{x}{180} + \frac{x - 320}{250} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot x - 320 &= \frac{200}{180} \cdot x + \frac{200}{250} \cdot (x - 320) \Rightarrow 2 \cdot x - 320 = \frac{200}{180} \cdot x + \frac{200}{250} \cdot (x - 320) \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot x - 320 &= \frac{10}{9} \cdot x + \frac{4}{5} \cdot (x - 320) \Rightarrow 2 \cdot x - 320 = \frac{10}{9} \cdot x + \frac{4}{5} \cdot (x - 320) \quad / \cdot 45 \Rightarrow \\ \Rightarrow 90 \cdot x - 14400 &= 50 \cdot x + 36 \cdot (x - 320) \Rightarrow 90 \cdot x - 14400 = 50 \cdot x + 36 \cdot x - 11520 \Rightarrow \\ \Rightarrow 90 \cdot x - 50 \cdot x - 36 \cdot x &= -11520 + 14400 \Rightarrow 4 \cdot x = 2880 \Rightarrow 4 \cdot x = 2880 \quad / : 4 \Rightarrow x = 720. \end{aligned}$$

Udaljenost između mjesta A i B iznosi:

$$s = 2 \cdot x - \Delta x = 2 \cdot 720 \text{ km} - 320 \text{ km} = 1120 \text{ km}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 292

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 293 (Pavle, maturant)

Autobus prijeđe put od mjesta A do mjesta B za vrijeme t . Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 45 km/h , a ostalo vrijeme brzinom 75 km/h . Nađite srednju brzinu autobusa na cijelom putu.

- A. 59 km/h B. 60.5 km/h C. 67.5 km/h D. 70 km/h

Rješenje 293

$$t, \quad t_1 = 0.25 \cdot t, \quad v_1 = 45 \text{ km/h}, \quad t_2 = 0.75 \cdot t, \quad v_2 = 75 \text{ km/h}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 \cdot 0.25 \cdot t + v_2 \cdot 0.75 \cdot t}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{t \cdot (0.25 \cdot v_1 + 0.75 \cdot v_2)}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{t \cdot (0.25 \cdot v_1 + 0.75 \cdot v_2)}{t} \Rightarrow$$

$$\bar{v} = 0.25 \cdot v_1 + 0.75 \cdot v_2 = 0.25 \cdot 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 0.75 \cdot 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 67.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 293

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 294 (Anita, maturantica)

Pješak kreće od kuće prema autobusnom stajalištu. Prešavši 3 km za prvi sat hodanja zaključio je da će zakasniti na autobus 30 minuta , ako bude nastavio ovom brzinom. Zato je preostali dio puta išao brzinom 4 km/h i tako stigao 40 minuta ranije. Koliko je udaljena pješakova kuća od postaje?

- A. 14.5 km B. 16 km C. 17 km D. 19.5 km

Rješenje 294

$$\Delta s = 3 \text{ km}, \quad v_1 = 3 \text{ km/h}, \quad t_1 = 30 \text{ min} = [30 : 60] = \frac{1}{2} \text{ h}, \quad v_2 = 4 \text{ km/h},$$

$$t_2 = 40 \text{ min} = [40 : 60] = \frac{2}{3} \text{ h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Neka je t vrijeme (u satima) koje pješaka, poslije 3 prijeđena kilometra, dijeli od polaska autobusa.

Prema uvjetima zadatka možemo pisati:

$$v_1 \cdot (t + t_1) = v_2 \cdot (t - t_2) \Rightarrow 3 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(t - \frac{2}{3}\right) \Rightarrow 3 \cdot t + \frac{3}{2} = 4 \cdot t - \frac{8}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot t + \frac{3}{2} = 4 \cdot t - \frac{8}{3} \quad / \cdot 6 \Rightarrow 18 \cdot t + 9 = 24 \cdot t - 16 \Rightarrow 18 \cdot t - 24 \cdot t = -16 - 9 \Rightarrow -6 \cdot t = -25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6 \cdot t = -25 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \Rightarrow t = \frac{25}{6} \text{ h.}$$



Udaljenost kuće od autobusne postaje iznosi:

$$s = \Delta s + v_1 \cdot (t + t_1) = 3 \text{ km} + 3 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{25}{6} \text{ h} + \frac{1}{2} \text{ h}\right) = 17 \text{ km.}$$

Ili

$$s = \Delta s + v_2 \cdot (t - t_2) = 3 \text{ km} + 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{25}{6} \text{ h} - \frac{2}{3} \text{ h}\right) = 17 \text{ km.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 294

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 295 (Andy, gimnazija)

Staza od mjesta A do mjesta B duga je 1.8 km. Biciklist je prijeđe za 5 minuta, a atletičar za 12 minuta. Na kojoj će udaljenosti biciklist na povratku iz mjesta B prema A prvi put susresti atletičara na udaljenosti od A, ako iz mjesta A krenu istodobno?

Rješenje 295

$$d = 1.8 \text{ km} = 1800 \text{ m}, \quad t_b = 5 \text{ min} = [5 \cdot 60] = 300 \text{ s}, \quad t_a = 12 \text{ min} = [12 \cdot 60] = 720 \text{ s},$$

$s = ?$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Najprije odredimo brzinu:

- biciklista

$$v_b = \frac{d}{t_b} = \frac{1800 \text{ m}}{300 \text{ s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- atletičara

$$v_a = \frac{d}{t_a} = \frac{1800 \text{ m}}{720 \text{ s}} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nakon vremena t udaljenost atletičara od mjesta A je

$$s_a = v_a \cdot t,$$

a biciklista

$$s_b = d - v_b \cdot (t - t_b).$$

Izjednačenjem dobije se:

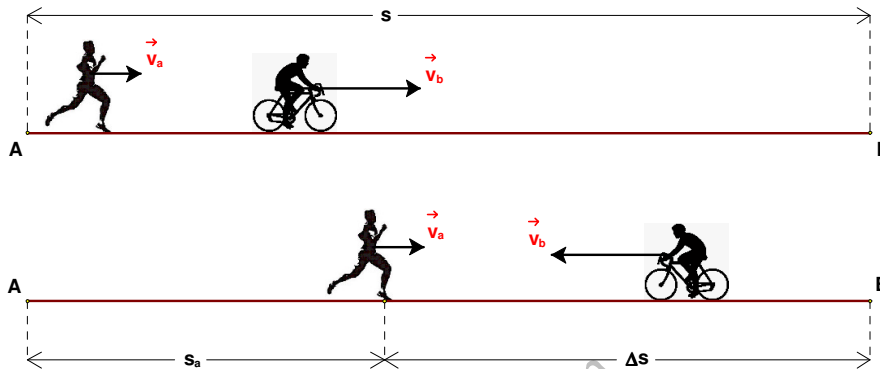
$$s_a = s_b \Rightarrow v_a \cdot t = d - v_b \cdot (t - t_b) \Rightarrow v_a \cdot t = d - v_b \cdot t + v_b \cdot t_b \Rightarrow v_a \cdot t + v_b \cdot t = d + v_b \cdot t_b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_a + v_b) \cdot t = d + v_b \cdot t_b \Rightarrow (v_a + v_b) \cdot t = d + v_b \cdot t_b \cdot \frac{1}{v_a + v_b} \Rightarrow t = \frac{d + v_b \cdot t_b}{v_a + v_b}.$$

Tražena udaljenost je

$$s = s_a = v_a \cdot t \Rightarrow s = v_a \cdot \frac{d + v_b \cdot t_b}{v_a + v_b} = 2.5 \frac{m}{s} \cdot \frac{1800 m + 6 \frac{m}{s} \cdot 300 s}{2.5 \frac{m}{s} + 6 \frac{m}{s}} = 1059 m.$$

2. inačica



Brzina biciklista je

$$v_b = \frac{d}{t_b} = \frac{1800 m}{300 s} = 6 \frac{m}{s},$$

a atletičara

$$v_a = \frac{d}{t_a} = \frac{1800 m}{720 s} = 2.5 \frac{m}{s}.$$

Za vrijeme od 5 min biciklist prijeđe cijelu stazu, a atletičar samo put s_a :

$$s_a = v_a \cdot t_b = 2.5 \frac{m}{s} \cdot 300 s = 750 m.$$

Na ostatku puta Δs

$$\Delta s = d - s_a = 1800 m - 750 m = 1050 m$$

biciklist i atletičar idu jedan prema drugome i susrest će se za vrijeme t .

$$v_a \cdot t + v_b \cdot t = \Delta s \Rightarrow (v_a + v_b) \cdot t = \Delta s \cdot \frac{1}{v_a + v_b} \Rightarrow t = \frac{\Delta s}{v_a + v_b}.$$

Tražena udaljenost iznosi:

$$s = s_a + v_a \cdot t \Rightarrow s = s_a + v_a \cdot \frac{\Delta s}{v_a + v_b} = 750 m + 2.5 \frac{m}{s} \cdot \frac{1050 m}{2.5 \frac{m}{s} + 6 \frac{m}{s}} = 1059 m.$$

Vježba 295

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 296 (Ivana, maturantica)

Dva automobila brzina $v_1 = 30 m/s$ i $v_2 = 50 m/s$ kreću u istom smjeru tako da brži kreće 2 s kasnije. Za koliko će metara brži stići sporijeg?

Rješenje 296

$$v_1 = 30 \text{ m/s}, \quad v_2 = 50 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 2 \text{ s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Neka je t vrijeme za koje brži automobil stigne sporiji. Možemo zapisati sustav:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v_1 \cdot (t + \Delta t) - \text{sporiji automobil} \\ s_2 = v_2 \cdot t - \text{brži automobil} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ s_1 = s_2 \end{array} \right] \Rightarrow v_1 \cdot (t + \Delta t) = v_2 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \cdot (t + 2) = 50 \cdot t \Rightarrow 30 \cdot t + 60 = 50 \cdot t \Rightarrow 30 \cdot t - 50 \cdot t = -60 \Rightarrow -20 \cdot t = -60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -20 \cdot t = -60 \quad /: (-20) \Rightarrow t = 3 \text{ s.}$$

Traženi put iznosi:

$$s = s_1 \Rightarrow s = v_1 \cdot (t + \Delta t) = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (3 \text{ s} + 2 \text{ s}) = 150 \text{ m.}$$

Ili ovako!

$$s = s_2 \Rightarrow s = v_2 \cdot t = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 150 \text{ m.}$$

2. inačica

Neka je t vrijeme sporijeg automobila dok ga ne stigne brži automobil. Možemo zapisati sustav:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v_1 \cdot t - \text{sporiji automobil} \\ s_2 = v_2 \cdot (t - \Delta t) - \text{brži automobil} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ s_1 = s_2 \end{array} \right] \Rightarrow v_1 \cdot t = v_2 \cdot (t - \Delta t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \cdot t = 50 \cdot (t - 2) \Rightarrow 30 \cdot t = 50 \cdot t - 100 \Rightarrow 30 \cdot t - 50 \cdot t = -100 \Rightarrow -20 \cdot t = -100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -20 \cdot t = -100 \quad /: (-20) \Rightarrow t = 5 \text{ s.}$$

Traženi put iznosi:

$$s = s_1 \Rightarrow s = v_1 \cdot t = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 150 \text{ m.}$$

Ili ovako!

$$s = s_2 \Rightarrow s = v_2 \cdot (t - \Delta t) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (5 \text{ s} - 2 \text{ s}) = 150 \text{ m.}$$

3. inačica

$$\frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \quad /: \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} = 2 \text{ s} \cdot \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 150 \text{ m.}$$

Vježba 296

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 297 (Ivana, maturantica)

Kad bi biciklist vozio 4 km / h brže, prešao bi put od 240 km za 3 sata ranije. Kolika je njegova brzina?

A. $14 \frac{km}{h}$ B. $16 \frac{km}{h}$ C. $18 \frac{km}{h}$ D. $12 \frac{km}{h}$

Rješenje 297

$$\Delta v = 4 \text{ km / h}, \quad s = 240 \text{ km}, \quad \Delta t = 3 \text{ h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Neka je t vrijeme za koje biciklist prijeđe put s brzinom v.

$$s = v \cdot t.$$

Ako poveća brzinu za Δv stigne ranije za Δt .

$$s = (v + \Delta v) \cdot (t - \Delta t) \Rightarrow s = (v + 4) \cdot (t - 3) \Rightarrow s = v \cdot t - 3 \cdot v + 4 \cdot t - 12.$$

Iz sustava dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} s = v \cdot t - 3 \cdot v + 4 \cdot t - 12 \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow v \cdot t - 3 \cdot v + 4 \cdot t - 12 = v \cdot t \Rightarrow v \cdot t - 3 \cdot v + 4 \cdot t - 12 = v \cdot t \Rightarrow$$


$$\Rightarrow -3 \cdot v + 4 \cdot t - 12 = 0 \Rightarrow 4 \cdot t = 3 \cdot v + 12 \Rightarrow 4 \cdot t = 3 \cdot v + 12 \quad /: 4 \Rightarrow t = \frac{3 \cdot v + 12}{4}.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{3 \cdot v + 12}{4} \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v \cdot \frac{3 \cdot v + 12}{4} \Rightarrow s = v \cdot \frac{3 \cdot v + 12}{4} \quad /: 4 \Rightarrow 4 \cdot s = v \cdot (3 \cdot v + 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot s = 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v \Rightarrow 4 \cdot 240 = 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v \Rightarrow 960 = 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v \Rightarrow 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v = 960 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v - 960 = 0 \Rightarrow 3 \cdot v^2 + 12 \cdot v - 960 = 0 \quad /: 3 \Rightarrow v^2 + 4 \cdot v - 320 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Rightarrow \text{} \Rightarrow v_1 = 16 \frac{km}{h} \\ v_2 = -20 \frac{km}{h} \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow v = 16 \frac{km}{h}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica


Kada bi biciklist vozio za Δv brže, prešao bi put s za Δt ranije. Vrijedi jednačba:

$$\frac{s}{v} - \frac{s}{v + \Delta v} = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v} - \frac{s}{v + \Delta v} = \Delta t \quad /: \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v + \Delta v} = \frac{\Delta t}{s} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v + 4} = \frac{3}{240} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v + 4} = \frac{3}{240} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v + 4} = \frac{1}{80} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v + 4} = \frac{1}{80} \quad /: 80 \cdot v \cdot (v + 4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot (v + 4) - 80 \cdot v = v \cdot (v + 4) \Rightarrow 80 \cdot v + 3200 - 80 \cdot v = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot v + 3200 - 80 \cdot v = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow 3200 = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow v^2 + 4 \cdot v = 3200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 + 4 \cdot v - 3200 = 0 \Rightarrow \text{} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v_2 = -20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow v = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 297

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 298 (Željka, srednja škola)

Marko je planinareći po Biokovu naišao na duboku jamu. Koliko je duboka jama ako je Marko čuo odjek svoga glasa nakon 4.6 s? Brzina zvuka u zraku iznosi 340 m / s.

Rješenje 298

$$t = 4.6 \text{ s}, \quad v = 340 \text{ m / s}, \quad d = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Neka je d dubina jame. Za vrijeme t zvuk je prešao dvostruki put d.

$$2 \cdot d = v \cdot t \Rightarrow 2 \cdot d = v \cdot t \quad / : 2 \Rightarrow d = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4.6 \text{ s}}{2} = 782 \text{ m}.$$

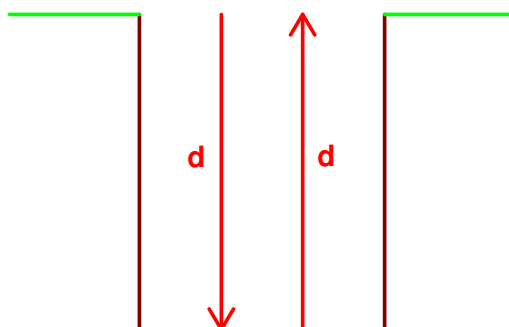
2. inačica

Vrijeme t_1 za koje Markov glas dođe do dna jame je

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot t$$

pa njezina dubina iznosi:

$$d = v \cdot t_1 \Rightarrow d = v \cdot \frac{1}{2} \cdot t = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4.6 \text{ s} = 782 \text{ m}.$$



Vježba 298

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 299 (TikTak, tehnička škola)

Iz mjesta A i B istodobno krenu dva pješaka. Pješak iz mjesta A za 1 sat prijeđe 3 km više od pješaka iz mjesta B i stiže u mjesto B sat vremena ranije nego pješak iz mjesta B u mjesto A. Ako je udaljenost mjesta 18 km odredite brzine pješaka.

Rješenje 299

1. inačica

$$v_a = v + 3, \quad v_b = v, \quad \Delta t = 1 \text{ h}, \quad s = 18 \text{ km}, \quad v_a = ?, \quad v_b = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Budući da pješak iz mjesta A prijeđe put sat ranije, vrijedi jednačba:

$$\frac{s}{v_a} + \Delta t = \frac{s}{v_b} \Rightarrow \frac{18}{v+3} + 1 = \frac{18}{v} \Rightarrow \frac{18}{v+3} + 1 = \frac{18}{v} \quad / \cdot v \cdot (v+3) \Rightarrow 18 \cdot v + v \cdot (v+3) = 18 \cdot (v+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18 \cdot v + v^2 + 3 \cdot v = 18 \cdot v + 54 \Rightarrow 18 \cdot v + v^2 + 3 \cdot v - 18 \cdot v - 54 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18 \cdot v + v^2 + 3 \cdot v - 18 \cdot v - 54 = 0 \Rightarrow v^2 + 3 \cdot v - 54 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 + 3 \cdot v - 54 = 0 \\ a = 1, \quad b = 3, \quad c = -54 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} v_1 = 6 \\ v_2 = -9 \text{ nema smisla} \end{array} \right] \Rightarrow v = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Brzine su:

$$v_a = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_b = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. inačica

$$v_a = v, \quad v_b = v - 3, \quad \Delta t = 1 \text{ h}, \quad s = 18 \text{ km}, \quad v_a = ?, \quad v_b = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Budući da pješak iz mjesta A prijeđe put sat ranije, vrijedi jednačba:

$$\frac{s}{v_a} + \Delta t = \frac{s}{v_b} \Rightarrow \frac{18}{v} + 1 = \frac{18}{v-3} \Rightarrow \frac{18}{v} + 1 = \frac{18}{v-3} \quad / \cdot v \cdot (v-3) \Rightarrow 18 \cdot (v-3) + v \cdot (v-3) = 18 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18 \cdot v - 54 + v^2 - 3 \cdot v = 18 \cdot v \Rightarrow 18 \cdot v - 54 + v^2 - 3 \cdot v = 18 \cdot v \Rightarrow v^2 - 3 \cdot v - 54 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 - 3 \cdot v - 54 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 - 3 \cdot v - 54 = 0 \\ a = 1, \quad b = -3, \quad c = -54 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} v_1 = 9 \\ v_2 = -6 \text{ nema smisla} \end{array} \right] \Rightarrow v = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Brzine su:

$$v_a = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_b = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Vježba 299

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 300 (Zagy, gimnazija)

Prvu trećinu puta automobil prijeđe brzinom $v_1 = 90 \text{ km/h}$, drugu trećinu puta brzinom $v_2 = 50 \text{ km/h}$, a posljednju trećinu brzinom $v_3 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

A. $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $57.25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $53.47 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $50.46 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 300

$$s_1 = \frac{s}{3}, \quad v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = \frac{s}{3}, \quad v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_3 = \frac{s}{3}, \quad v_3 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Najprije izračunamo vrijeme potrebno za svaku trećinu puta:

- $t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{s}{3}}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{3 \cdot v_1}$
- $t_2 = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{s}{3}}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{3 \cdot v_2}$
- $t_3 = \frac{s_3}{v_3} \Rightarrow t_3 = \frac{\frac{s}{3}}{v_3} \Rightarrow t_3 = \frac{s}{3 \cdot v_3}$

Srednju brzinu dobijemo ako podijelimo ukupni put s i ukupno vrijeme $t_1 + t_2 + t_3$ potrebno za taj put:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_1 \cdot v_2 + v_1 \cdot v_3 + v_2 \cdot v_3} = \end{aligned}$$

$$= \frac{3 \cdot 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 53.47 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 300

Prvu polovicu puta automobil prijeđe brzinom $v_1 = 60 \text{ km / h}$, a drugu polovicu brzinom $v_2 = 40 \text{ km / h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

- A. $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $52.25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $48.65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: D.

www.halapa.com