

### Zadatak 221 (Vinko, srednja škola)

Dva vlaka gibaju se jedan prema drugome brzinama  $v_1$  i  $v_2$ . Duljina svakog vagona prvog vlaka je  $l_1$ , a njihov broj je  $n_1$ . Duljina svakog vagona drugog vlaka je  $l_2$ , a njihov broj je  $n_2$ . Koliko vremena putnik iz jednog i drugog vlaka vidi vagone vlaka sa kojim se mimoilazi vlak u kojem se on nalazi?

#### Rješenje 221

$$v_1, v_2, l_1, n_1, l_2, n_2, t_1 = ?, t_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Duljina prvog vlaka je

$$d_1 = n_1 \cdot l_1.$$

Duljina drugog vlaka je

$$d_2 = n_2 \cdot l_2.$$

Budući da se vlakovi mimoilaze (gibajući se jedan prema drugome), relativna brzina putnika u vlakovima jednaka je zbroju brzina vlakova  $v_1$  i  $v_2$  u odnosu na tlo:

$$v = v_1 + v_2.$$

Vrijeme za koje putnik iz:

- prvog vlaka vidi vagone drugog vlaka iznosi

$$t_1 = \frac{d_2}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{n_2 \cdot l_2}{v_1 + v_2}$$

- drugog vlaka vidi vagone prvog vlaka iznosi

$$t_2 = \frac{d_1}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{n_1 \cdot l_1}{v_1 + v_2}$$



### Vježba 221

Dva vlaka gibaju se jedan prema drugome brzinama  $v$ . Duljina svakog vagona prvog vlaka je  $l_1$ , a njihov broj je  $n$ . Duljina svakog vagona drugog vlaka je  $l_2$ , a njihov broj je  $n$ . Koliko vremena putnik iz jednog i drugog vlaka vidi vagone vlaka sa kojim se mimoilazi vlak u kojem se on nalazi?

**Rezultat:**  $t_1 = \frac{n \cdot l_2}{2 \cdot v}, t_2 = \frac{n \cdot l_1}{2 \cdot v}.$

### Zadatak 222 (Rex, gimnazija)

Tijelo se giba pravocrtno i na jednakim dijelovima puta, duljine  $s$ , ima stalne brzine  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ . Kolika je srednja brzina tijela?

#### Rješenje 222

$$s_1 = s_2 = s_3 = \dots = s_n = s, \quad v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijedeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijedeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3} + \dots + \frac{s_n}{v_n}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\overbrace{s + s + s + \dots + s}^{n \text{ - puta}}}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} + \frac{s}{v_3} + \dots + \frac{s}{v_n}} \Rightarrow v = \frac{n \cdot s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} + \frac{s}{v_3} + \dots + \frac{s}{v_n}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{n \cdot s}{s \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)} \Rightarrow v = \frac{n \cdot s}{s \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \dots + \frac{1}{v_n} \right)}$$

$$\Rightarrow v = \frac{n}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \dots + \frac{1}{v_n}} \Rightarrow v = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{v_i}}.$$

### Vježba 222

Tijelo se giba pravocrtno i na jednakim dijelovima puta, duljine  $s$ , ima stalne brzine  $v_1, v_2, v_3$ . Kolika je srednja brzina tijela?

**Rezultat:** 
$$v = \frac{3}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{v_i}}.$$

### Zadatak 223 (Rex, gimnazija)

Tijelo se giba pravocrtno tako da u jednakim vremenskim intervalima, duljine  $\Delta t$ , ima stalne brzine  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ . Kolika je srednja brzina tijela?

#### Rješenje 223

$$t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_n = \Delta t, \quad v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_3 + \dots + v_n \cdot t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \Delta t + v_2 \cdot \Delta t + v_3 \cdot \Delta t + \dots + v_n \cdot \Delta t}{\underbrace{\Delta t + \Delta t + \Delta t + \dots + \Delta t}_{n \text{ - puta}}} \Rightarrow v = \frac{(v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n) \cdot \Delta t}{n \cdot \Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{(v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n) \cdot \Delta t}{n \cdot \Delta t} \Rightarrow v = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n}{n} \Rightarrow v = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}$$

### Vježba 223

Tijelo se giba pravocrtno tako da u jednakim vremenskim intervalima, duljine  $\Delta t$ , ima stalne brzine  $v_1, v_2, v_3$ . Kolika je srednja brzina tijela?

**Rezultat:**  $v = \frac{\sum_{i=1}^3 v_i}{3}$ .

### Zadatak 224 (Ante, srednja škola)

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 20 s. Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s. Brod je od svjetionika udaljen:

- A. 8883 m      B. 3900 m      C. 22.8 km      D. 6800 m

### Rješenje 224

$$\Delta t = 20 \text{ s}, \quad v_1 = 340 \text{ m/s}, \quad v_2 = 1450 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Neka je:

- $t_1$  vrijeme za koje zvučni signal prevoli put  $s$  od svjetionika do broda
- $t_2$  vrijeme za koje svjetlosni signal prijeđe put  $s$  od svjetionika do broda.

Uočimo da je  $t_1 > t_2$ . Tada vrijedi:

$$t_1 - t_2 = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} = 20 \text{ s} \cdot \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8882.88 \text{ m} \approx 8883 \text{ m}.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Neka je:

- $t$  vrijeme za koje svjetlosni signal prevoli put  $s$  od svjetionika do broda

•  $t + \Delta t$  vrijeme za koje zvučni signal prijeđe put  $s$  od svjetionika do broda.  
Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} s = v_1 \cdot (t + \Delta t) \\ s = v_2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow s - s = v_1 \cdot (t + \Delta t) - v_2 \cdot t \Rightarrow 0 = v_1 \cdot t + v_1 \cdot \Delta t - v_2 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot t - v_1 \cdot t = v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = v_1 \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{v_2 - v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1}.$$

Udaljenost  $s$  broda od svjetionika iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} \\ s = v_2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_2 \cdot \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} =$$

$$= 20 \text{ s} \cdot \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8882.88 \text{ m} \approx 8883 \text{ m}.$$

Odgovor je pod A.



### Vježba 224

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 10 s. Brzina zvuka u zraku je  $340 \text{ m/s}$ , a u vodi  $1450 \text{ m/s}$ . Brod je od svjetionika udaljen:

- A.  $4441.44 \text{ m}$       B.  $4800.24 \text{ m}$       C.  $12.4 \text{ km}$       D.  $6800 \text{ m}$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 225 (Dalibor, srednja škola)

Kojom se brzinom giba satelit oko Zemlje na visini  $430 \text{ km}$ , ako se na mjestu polaska pojavi nakon  $1 \text{ h}$  i  $45 \text{ min}$ ? (srednji polumjer Zemlje  $R = 6370 \text{ km}$ )

#### Rješenje 225

$$h = 430 \text{ km} = 4.3 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ h } 45 \text{ min} = [1 \cdot 3600 + 45 \cdot 60] = 6300 \text{ s},$$

$$R = 6370 \text{ km} = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

**Kružnica** je skup svih točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane točke (središta).

Polumjer ili radijus je dužina koja spaja središte kružnice s bilo kojom točkom kružnice.

Opseg kružnice polumjera  $r$  iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Budući da je staza satelita oko Zemlje kružnica, duljina puta jednaka je opsegu kružnice polumjera

$$r = R + h.$$

Brzina satelita iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow [s = 2 \cdot r \cdot \pi] \Rightarrow v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot (R + h) \cdot \pi}{t} =$$

$$= \frac{2 \cdot (6.37 \cdot 10^6 \text{ m} + 4.3 \cdot 10^5 \text{ m}) \cdot \pi}{6300 \text{ s}} = 6781.85 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6.78 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

### Vježba 225

Kojom se brzinom giba satelit oko Zemlje na visini 430 km, ako se na mjestu polaska pojavi nakon 105 min? (srednji polumjer Zemlje  $R = 6370 \text{ km}$ )

**Rezultat:** 6.78 km / s.

### Zadatak 226 (Melita, srednja škola)

Vozeći brzinom 90 km / h automobil stigne bicikl brzine 18 km / h za 25 sekundi. Kolika je bila početna udaljenost automobila i bicikla?

### Rješenje 226

$$v_1 = 90 \text{ km / h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m / s}, \quad v_2 = 18 \text{ km / h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m / s}, \quad t = 25 \text{ s},$$

$$s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela gibaju **usporredno u istom smjeru**, relativna brzina  $v$  kojom se prvo tijelo (brže tijelo) giba u odnosu na drugo tijelo (sporije tijelo) jednaka je razlici brzina  $v_1$  i  $v_2$  pa iznosi:

$$v = v_1 - v_2.$$



Relativna brzina automobila u odnosu na bicikl je

$$v = v_1 - v_2.$$

Početna udaljenost automobila i bicikla iznosila je  $s$ , a nakon  $t$  sekundi automobil će stići bicikla pa vrijedi:

$$s = v \cdot t \Rightarrow s = (v_1 - v_2) \cdot t = \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 25 \text{ s} = 500 \text{ m} = 0.5 \text{ km}.$$

### Vježba 226

Vozeći brzinom 90 km / h automobil stigne bicikl brzine 18 km / h za 50 sekundi. Kolika je bila početna udaljenost automobila i bicikla?

**Rezultat:** 1 km.

### Zadatak 227 (Melita, srednja škola)

Vozeći brzinom 90 km/h putnički vlak duljine 150 m pretekne teretni vlak duljine 410 m za 65 sekundi. Kolika je brzina teretnog vlaka?

#### Rješenje 227

$$v_1 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad d_1 = 150 \text{ m}, \quad d_2 = 410 \text{ m}, \quad t = 65 \text{ s}, \\ v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela gibaju **usporredno u istom smjeru**, relativna brzina  $v$  kojom se prvo tijelo (brže tijelo) giba u odnosu na drugo tijelo (sporije tijelo) jednaka je razlici brzina  $v_1$  i  $v_2$  pa iznosi:

$$v = v_1 - v_2.$$



Relativna brzina putničkog vlaka u odnosu na teretni vlak je

$$v = v_1 - v_2.$$

Da bi putnički vlak pretekao teretni mora prijeći put jednak zbroju vlastite duljine  $d_1$  i duljine teretnog vlaka  $d_2$ .

$$d_1 + d_2 = v \cdot t \Rightarrow d_1 + d_2 = (v_1 - v_2) \cdot t \Rightarrow d_1 + d_2 = v_1 \cdot t - v_2 \cdot t \Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t - (d_1 + d_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t - (d_1 + d_2) \quad / \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow v_2 = v_1 - \frac{d_1 + d_2}{t} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{150 \text{ m} + 410 \text{ m}}{65 \text{ s}} = 16.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

#### Vježba 227

Vozeći brzinom 90 km/h putnički vlak duljine 300 m pretekne teretni vlak duljine 820 m za 130 sekundi. Kolika je brzina teretnog vlaka?

**Rezultat:** 16.38 m/s.

### Zadatak 228 (Andrija, tehnička škola)

Zvučni signal automobila brzine 90 km/h začuo se kao odjek od prepreke u smjeru gibanja automobila nakon 3.4 s. Koliko je daleko bila prepreka u trenutku odašiljanja i primanja signala? (brzina zvuka u zraku  $v = 330 \text{ m/s}$ )

#### Rješenje 228

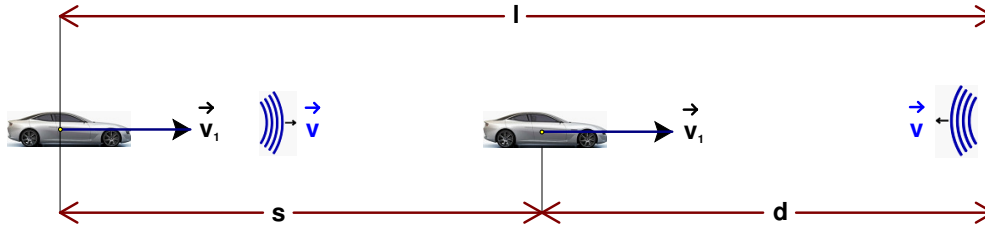
$$v_1 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 3.4 \text{ s}, \quad v = 330 \text{ m/s}, \quad l = ?, \quad d = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Za vrijeme  $\Delta t$  zvuk je prešao put  $l + d$ , a automobil put  $s$ .



Računamo koliko je daleko bila prepreka u trenutku odašiljanja signala.

$$\left. \begin{aligned} d &= l - s \\ l + d &= v \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow l + l - s = v \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot l - s = v \cdot \Delta t \Rightarrow [s = v_1 \cdot \Delta t] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot l - v_1 \cdot \Delta t = v \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot l = v \cdot \Delta t + v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot l = (v + v_1) \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot l = (v + v_1) \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow l = \frac{(v + v_1) \cdot \Delta t}{2} = \frac{\left(330 \frac{m}{s} + 25 \frac{m}{s}\right) \cdot 3.4 s}{2} = 603.5 m.$$

Računamo koliko je daleko bila prepreka u trenutku primanja signala.

$$d = l - s \Rightarrow [s = v_1 \cdot \Delta t] \Rightarrow d = l - v_1 \cdot \Delta t = 603.5 m - 25 \frac{m}{s} \cdot 3.4 s = 518.5 m.$$

### Vježba 228

Zvučni signal automobila brzine 90 km/h začuo se kao odjek od prepreke u smjeru gibanja automobila nakon 4 s. Koliko je daleko bila prepreka u trenutku odašiljanja signala? (brzina zvuka u zraku  $v = 330 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:** 710 m.

### Zadatak 229 (Marina, srednja škola)

Na jednom kraju bakrene cijevi duljine 366 m proizveden je zvučni signal. Do drugog kraja cijevi zvuk stigne 1 s prije kroz bakar nego kroz zrak. Kolika je brzina zvuka u bakru, ako je brzina u zraku  $330 \text{ m/s}$ ?

### Rješenje 229

$$l = 366 \text{ m}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad v_1 = 330 \text{ m/s u zraku}, \quad v_2 = ? \text{ u bakru}$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Vrijeme za koje zvučni signal stigne do drugog kraja cijevi kroz zrak iznosi:

$$t_1 = \frac{l}{v_1} = \frac{366 \text{ m}}{330 \frac{m}{s}} = 1.1091 \text{ s.}$$

Kroz bakar stigne za  $\Delta t$  prije pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= t_1 - \Delta t \\ v_2 &= \frac{l}{t_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_2 = \frac{l}{t_1 - \Delta t} = \frac{366 \text{ m}}{1.1091 \text{ s} - 1 \text{ s}} = 3354.72 \frac{m}{s}.$$

2. inačica

Mjerne jedinice napisane su u SI sustavu pa ih, zbog jednostavnosti, možemo izostaviti. Budući da je

$\Delta t$  razlika u vremenu, vrijedi jednažba:

$$\begin{aligned} \frac{l}{v_2} &= \frac{l}{v_1} - \Delta t \Rightarrow \frac{l}{v_2} = \frac{l}{v_1} - 1 \Rightarrow \frac{l}{v_2} = \frac{l}{v_1} - \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{l}{v_2} = \frac{l - v_1}{v_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] &\Rightarrow \frac{v_2}{l} = \frac{v_1}{l - v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{l} = \frac{v_1}{l - v_1} \cdot l \Rightarrow v_2 = \frac{l \cdot v_1}{l - v_1} = \\ &= \frac{366 \cdot 330}{366 - 330} = 3355 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Razlika u rezultatu je zbog zaokruživanja.

### Vježba 229

Na jednom kraju bakrene cijevi duljine 0.366 km proizveden je zvučni signal. Do drugog kraja cijevi zvuk stigne 1 s prije kroz bakar nego kroz zrak. Kolika je brzina zvuka u bakru, ako je brzina u zraku 330 m / s?

**Rezultat:** 3355 m / s.

### Zadatak 230 (Mimi, gimnazija)

Da prijeđe put između dva grada autobusu treba određeno vrijeme. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 45 km / h, a ostalo vrijeme brzinom 75 km / h. Nađite prosječnu brzinu autobusa na cijelom putu.

### Rješenje 230

$$t_1 = \frac{1}{4} \cdot t, \quad v_1 = 45 \frac{km}{h}, \quad t_2 = \frac{3}{4} \cdot t, \quad v_2 = 75 \frac{km}{h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

1. inačica

$$\begin{aligned} v = \frac{s}{t} \Rightarrow v &= \frac{s_1 + s_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \frac{1}{4} \cdot t + v_2 \cdot \frac{3}{4} \cdot t}{t} \Rightarrow v = \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 = \frac{1}{4} \cdot 45 \frac{km}{h} + \frac{3}{4} \cdot 75 \frac{km}{h} = 67.5 \frac{km}{h}. \end{aligned}$$

2. inačica

Neka je  $t$  ukupno vrijeme vožnje autobusa. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 45 km / h pa je prešao put

$$s_1 = 45 \frac{km}{h} \cdot \frac{1}{4} \cdot t.$$



Drugi dio puta vozio je brzinom 75 km / h pa je prewalkeni put iznosio

$$s_2 = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \cdot t.$$

Tada je cijeli put jednak

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{4} \cdot t + 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \cdot t \Rightarrow s = \left( \frac{45}{4} \frac{\text{km}}{\text{h}} + \frac{225}{4} \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot t \Rightarrow s = \frac{270}{4} \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t.$$

Budući da je put jednak umnošku brzine i vremena, zaključujemo da je prosječna brzina autobusa jednaka

$$v = \frac{270}{4} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 67.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 230

Da prijede put između dva grada autobusu treba određeno vrijeme. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 40 km / h, a ostalo vrijeme brzinom 70 km / h. Nađite prosječnu brzinu autobusa na cijelom putu.

**Rezultat:** 62.5 km / h.

### Zadatak 231 (Ante, tehnička škola)

Gradovi A i B udaljeni su 400 km. Iz grada A prema gradu B krene prvi automobilist vozeći brzinom 70 km / h. Istodobno iz B prema A krene drugi automobilist vozeći brzinom 90 km / h. Na kojoj će se udaljenosti od grada A oni sresti?

#### Rješenje 231

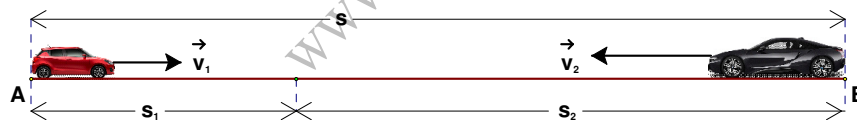
$$s = 400 \text{ km}, \quad v_1 = 70 \text{ km / h}, \quad v_2 = 90 \text{ km / h}, \quad s_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica



Neka je t vrijeme susreta automobila.

$$s_1 + s_2 = s \Rightarrow v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = s \Rightarrow t \cdot (v_1 + v_2) = s \Rightarrow t \cdot (v_1 + v_2) = s \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

Računamo udaljenost susreta od grada A.

$$s_1 = v_1 \cdot t \Rightarrow s_1 = v_1 \cdot \frac{s}{v_1 + v_2} \Rightarrow s_1 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} \cdot s = \frac{70 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{70 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot 400 \text{ km} = 175 \text{ km}.$$

2. inačica

Za 1 sat:

- prvi automobil prijede

$$70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} = 70 \text{ km}$$

- drugi automobil prijede

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} = 90 \text{ km.}$$

Dakle, svakog sata automobili su bliži jedan drugome za

$$70 \text{ km} + 90 \text{ km} = 160 \text{ km.}$$

Sastat će se nakon 2.5 h.

$$400 : 160 = 2.5 \text{ h.}$$

Prvi će automobilist prijeći 175 km.

$$70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2.5 \text{ h} = 175 \text{ km.}$$

### Vježba 231

Gradovi A i B udaljeni su 400 km. Iz grada A prema gradu B kreće prvi automobilist vozeći brzinom 70 km / h. Istodobno iz B prema A kreće drugi automobilist vozeći brzinom 90 km / h. Na kojoj će se udaljenosti od grada B oni sresti?

**Rezultat:** 225 km.

### Zadatak 232 (Iva, medicinska škola)

Kod snimanja na magnetsku vrpce, jedna strana vrpce je snimana brzinom 4 cm / s, a druga strana 9 cm / s. Cijelo snimanje je trajalo 1 h 18 min. Koliko je duga vrpca?

### Rješenje 232

$$v_1 = 4 \text{ cm / s} = 0.04 \text{ m / s}, \quad v_2 = 9 \text{ cm / s} = 0.09 \text{ m / s}, \quad t = 1 \text{ h } 18 \text{ min} = \\ = [ 1 \cdot 3600 + 18 \cdot 60 ] = 4680 \text{ s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

Neka je  $t_1$  vrijeme za koje je snimano na jednu stranu vrpce brzinom  $v_1$ , a  $t_2$  za koje je snimano na drugu stranu vrpce brzinom  $v_2$ . Tada je:

$$t_1 + t_2 = t \Rightarrow \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = t \Rightarrow s \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2} = t \Rightarrow s \cdot \frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2} = t \quad / \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} \cdot t = \frac{0.04 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.09 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.04 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.09 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 4680 \text{ s} = 129.6 \text{ m.}$$

2. inačica

Budući da je na jednu stranu magnetske vrpce snimano brzinom  $v_1$  za vrijeme  $t_1$ , a na drugu stranu snimano je brzinom  $v_2$  za vrijeme  $t_2$ , slijedi:

$$s_1 = s_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = t \\ t_2 = t - t_1 \end{cases} \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t - t_1) \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t - v_2 \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1 = v_2 \cdot t \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_1 = v_2 \cdot t \quad / \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_2 \cdot t}{v_1 + v_2}.$$

Računamo duljinu vrpce.

$$s_1 = s_2 = s.$$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow s_1 = v_1 \cdot \frac{v_2 \cdot t}{v_1 + v_2} \Rightarrow s_1 = \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} \cdot t = \frac{0.04 \frac{m}{s} \cdot 0.09 \frac{m}{s}}{0.04 \frac{m}{s} + 0.09 \frac{m}{s}} \cdot 4680 s = 129.6 m.$$



### Vježba 232

Kod snimanja na magnetsku vrpču, jedna strana vrpce je snimana brzinom  $0.4 \text{ dm/s}$ , a druga strana  $90 \text{ mm/s}$ . Cijelo snimanje je trajalo  $1 \text{ h } 18 \text{ min}$ . Koliko je duga vrpca?

**Rezultat:**  $129.6 \text{ m}$ .

### Zadatak 233 (Marinko, tehnička škola)

Dva tijela počinju se gibati po pravcu u trenutku  $t = 0$ . Njihove apscise su  $x_1 = 20 \cdot t$ ,  $x_2 = 250 - 5 \cdot t$  ( $[x] = m$ ,  $[t] = s$ ). U kojem trenutku će njihova međusobna udaljenost biti prvi puta  $125 \text{ m}$ ?

- A.  $5 \text{ s}$       B.  $10 \text{ s}$       C.  $15 \text{ s}$       D.  $50 \text{ s}$       E.  $60 \text{ s}$

### Rješenje 233

$$t_0 = 0 \text{ s}, \quad x_1 = 20 \cdot t, \quad x_2 = 250 - 5 \cdot t, \quad \Delta x = 125 \text{ m}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem je konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 20 \cdot t \\ x_2 = 250 - 5 \cdot t \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta x = 250 - 5 \cdot t - 20 \cdot t \Rightarrow \Delta x = 250 - 25 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow 25 \cdot t = 250 - \Delta x \Rightarrow 25 \cdot t = 250 - 125 \Rightarrow 25 \cdot t = 125 \Rightarrow 25 \cdot t = 125 \text{ } /: 25 \Rightarrow t = 5 \text{ s}.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 233

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 234 (Ahmed, gimnazija)

Iz točke T ispali se metak iz puške brzinom  $660 \text{ m/s}$  u vodoravnom smjeru. Na udaljenosti  $400 \text{ m}$  od točke T nalazi se čovjek (točka A). Koliko je udaljen metak od čovjeka u trenutku kad čuje pucanj? Za brzinu zvuka u zraku uzeti  $340 \text{ m/s}$ .

### Rješenje 234

$$v = 660 \text{ m/s}, \quad d = 400 \text{ m}, \quad c = 340 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

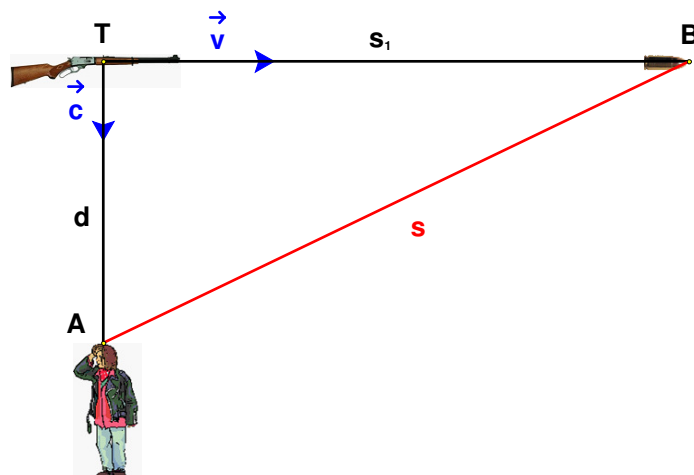
Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

### Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad

katetama.



Sa slike vidi se:

$$|TA| = d, |TB| = s_1, |AB| = s$$

Najprije odredimo vrijeme  $t$  za koje čovjek čuje pucanj iz puške.

$$d = c \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{c}$$

Za to vrijeme metak je od točke T udaljen u vodoravnom smjeru za  $s_1$ .

$$s_1 = v \cdot t \Rightarrow \left[ t = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow s_1 = v \cdot \frac{d}{c}$$

Uočimo pravokutan trokut TAB i pomoću Pitagorina poučka izračunamo put  $s$ , udaljenost metka od čovjeka.

$$\begin{aligned} s^2 &= d^2 + s_1^2 \Rightarrow s^2 = d^2 + \left( v \cdot \frac{d}{c} \right)^2 \Rightarrow s^2 = d^2 + \left( v \cdot \frac{d}{c} \right)^2 \quad / \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow s = \sqrt{d^2 + \left( v \cdot \frac{d}{c} \right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= \sqrt{d^2 + v^2 \cdot \frac{d^2}{c^2}} \Rightarrow s = \sqrt{d^2 \cdot \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)} \Rightarrow s = \sqrt{d^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow s = d \cdot \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= d \cdot \sqrt{\frac{c^2 + v^2}{c^2}} \Rightarrow s = d \cdot \frac{\sqrt{c^2 + v^2}}{\sqrt{c^2}} \Rightarrow s = d \cdot \frac{\sqrt{c^2 + v^2}}{c} \Rightarrow s = \frac{d}{c} \cdot \sqrt{c^2 + v^2} = \\ &= \frac{400 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sqrt{\left( 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + \left( 660 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} = 873.45 \text{ m.} \end{aligned}$$

### Vježba 234

Iz točke T ispali se metak iz puške brzinom 2376 km/h u vodoravnom smjeru. Na udaljenosti 0.4 km od točke T nalazi se čovjek (točka A). Koliko je udaljen metak od čovjeka u trenutku kad čuje pucanj? Za brzinu zvuka u zraku uzeti 1224 km/h.

**Rezultat:** 873.45 m.

### Zadatak 235 (Luka, gimnazija)

Tijelo prijeđe polovicu puta brzinom  $v_0$ . Preostali dio puta prijeđe brzinom  $v_1$  za polovicu vremena i brzinom  $v_2$  za drugu polovicu vremena. Nađi srednju brzinu na cijelom putu.

### Rješenje 235

$$v_0, \quad v_1, \quad v_2, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Prvu polovicu puta s tijelo prijeđe za vrijeme  $t_1$  brzinom  $v_0$ .

$$\frac{1}{2} \cdot s = v_0 \cdot t_1 \Rightarrow v_0 \cdot t_1 = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow v_0 \cdot t_1 = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_0}.$$

Drugu polovicu puta tijelo prevali za vrijeme  $t_2$ , ali pola toga vremena giba se brzinom  $v_1$ , a drugu polovicu brzinom  $v_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot s &= v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 + v_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot s = v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 + v_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = v_1 \cdot t_2 + v_2 \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_2 + v_2 \cdot t_2 = s \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 = s \Rightarrow \\ &\Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 = s \quad / \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v_1 + v_2}. \end{aligned}$$

Srednja brzina  $v$  na cijelom putu s iznosi:

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_0} \\ t_2 = \frac{s}{v_1 + v_2} \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_0} + \frac{s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot v_0} + \frac{1}{v_1 + v_2}} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}. \end{aligned}$$

### Vježba 235

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 236 (Martina, gimnazija)

Brod brzine  $c$  u mirnoj vodi ploveći rijekom brzine  $v$  prijeđe udaljenost  $d$  od mjesta A do B i odmah natrag od B do A. Kolika je srednja brzina broda?

### Rješenje 236

$$c, \quad v, \quad d, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Ako je  $c$  brzina broda u mirnoj vodi i  $v$  brzina rijeke, brzina broda u odnosu na obalu **nizvodno** je  $c + v$ , a proteklo vrijeme

$$t_1 = \frac{d}{c+v}.$$

Ako je  $c$  brzina broda u mirnoj vodi i  $v$  brzina rijeke, brzina broda u odnosu na obalu **uzvodno** je  $c - v$ , a proteklo vrijeme

$$t_2 = \frac{d}{c-v}.$$

Srednja brzina iznosi:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{2 \cdot d}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{\frac{d}{c+v} + \frac{d}{c-v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{d \cdot \left( \frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{d \cdot \left( \frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v} \right)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{2}{\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{c-v+c+v}{(c+v) \cdot (c-v)}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{c-v+c+v}{(c+v) \cdot (c-v)}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{2 \cdot c}{c^2 - v^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{2}{\frac{2 \cdot c}{c^2 - v^2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot (c^2 - v^2)}{2 \cdot c} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot (c^2 - v^2)}{2 \cdot c} \Rightarrow \bar{v} = \frac{c^2 - v^2}{c} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{c^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{c} \Rightarrow \bar{v} = \frac{c^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{c} \Rightarrow \bar{v} = c \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Rightarrow \bar{v} = c \cdot \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right).$$

### Vježba 236

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 237 (Asterix, gimnazija)

Pješak i biciklist kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 20 km. Koliko dugo će biciklist čekati pješaka na cilju, ako mu je srednja brzina pet puta veća od brzine pješaka koja iznosi 5 km/h?

#### Rješenje 237

$$s = 20 \text{ km}, \quad v_1 = 5 \text{ km/h}, \quad v_2 = 5 \cdot v_1, \quad \Delta t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Određimo vrijeme za koje put s prijeđe:

- pješak,  $t_1 = \frac{s}{v_1}$
- biciklist,  $t_2 = \frac{s}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{5 \cdot v_1}$ .

Sada računamo koliko će dugo biciklist čekati pješaka na cilju.

$$\begin{aligned} \Delta t = t_1 - t_2 &\Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_1} - \frac{s}{5 \cdot v_1} \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_1} \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{5} \cdot \frac{s}{v_1} = \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{20 \text{ km}}{5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3.2 \text{ h} = 3 \text{ h } 12 \text{ min.} \end{aligned}$$

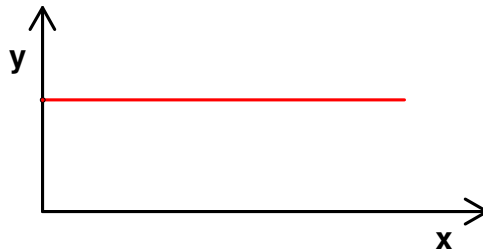
### Vježba 237

Asterix i Obelix kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 10 km. Koliko dugo će Obelix čekati Asterixa na cilju, ako mu je srednja brzina pet puta veća od brzine Asterixa koja iznosi 5 km/h?

**Rezultat:** 1.6 h.

### Zadatak 238 (Mirna, srednja škola)

Graf x – y prikazuje jednoliko gibanje duž pravca. Što na grafu predstavljaju osi x i y?



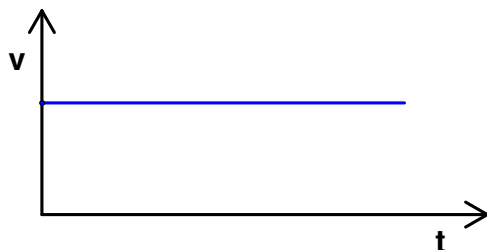
A. Os y predstavlja brzinu tijela, a os x predstavlja vrijeme.

- B. Os y predstavlja akceleraciju tijela, a os x predstavlja vrijeme.
- C. Os y predstavlja koordinatu tijela, a os x predstavlja vrijeme.
- D. Os y predstavlja akceleraciju tijela, a os x predstavlja koordinatu tijela.

**Rješenje 238**

x, y

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem je brzina v stalna, konstantna. Zato će grafički prikaz brzine kao funkcije vremena biti pravac usporedan (paralelan) s osi t jer je brzina v za svako vremensko razdoblje t jednaka. Linija koja u v – t koordinatnom sustavu prikazuje brzinu v tijela u ovisnosti o vremenu t naziva se v – t graf. U pravokutnom koordinatnom sustavu tada se na os apscisa nanose vrijednosti vremena t, a na os ordinata pripadajuće vrijednosti brzine v. Po dvije vrijednosti v i t, koje pripadaju jedna drugoj, određuju jednu točku u ravnini v – t koordinatnog sustava.



Odgovor je pod A.

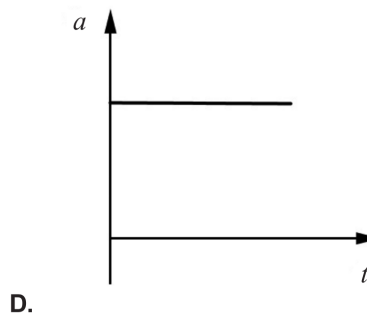
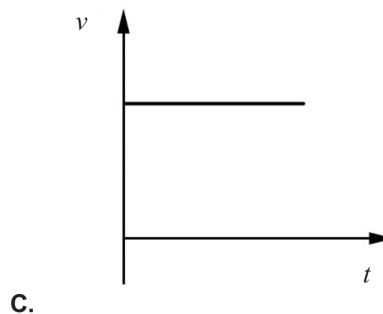
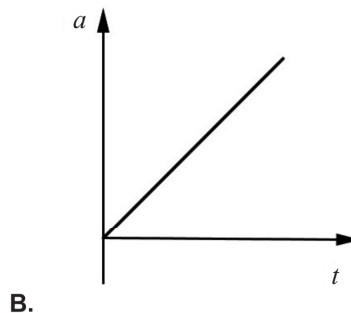
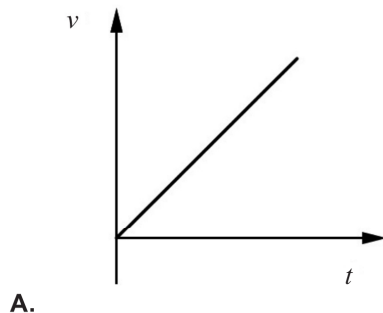
**Vježba 238**

Odmor!

**Rezultat:** ...

**Zadatak 239 (Petra, gimnazija)**

Nakon vremena t tijelo prijeđe put koji je opisan izrazom  $s = 3 m + 5 ms^{-1} \cdot t$ . Koji od ponuđenih grafova opisuje gibanje toga tijela?



**Rješenje 239**

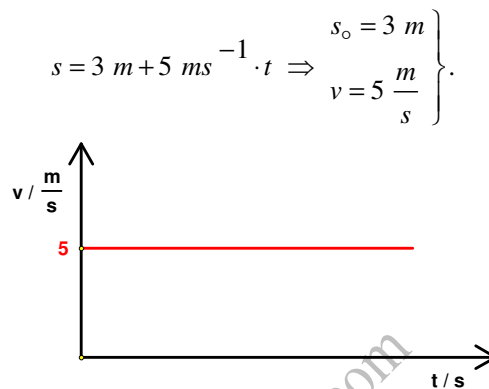


$$s = 3 \text{ m} + 5 \text{ ms}^{-1} \cdot t$$

Formula za put  $s$  kod jednoliko pravocrtnog gibanja, ako se ishodište koordinatnog sustava na pravcu ne poklapa s položajem tijela glasi:

$$s = s_0 + v \cdot t.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem je brzina  $v$  stalna, konstantna. Zato će grafički prikaz brzine kao funkcije vremena biti pravac usporedan (paralelan) s osi  $t$  jer je brzina  $v$  za svako vremensko razdoblje  $t$  jednaka. Linija koja u  $v - t$  koordinatnom sustavu prikazuje brzinu  $v$  tijela u ovisnosti o vremenu  $t$  naziva se  $v - t$  graf. U pravokutnom koordinatnom sustavu tada se na os apscisa nanose vrijednosti vremena  $t$ , a na os ordinata pripadajuće vrijednosti brzine  $v$ . Po dvije vrijednosti  $v$  i  $t$ , koje pripadaju jedna drugoj, određuju jednu točku u ravnini  $v - t$  koordinatnog sustava.



Odgovor je pod C.

### Vježba 239

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 240 (Mirela, srednja škola)

Srednja brzina autobusa iznosi  $72 \text{ km/h}$ . Ako krene u 9 sati i 30 minuta, u koliko sati će stići u mjesto udaljeno  $96 \text{ km}$ ? Uračunajte 15 minuta stajanja.

### Rješenje 240

$$v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad t_1 = 9 \text{ h } 30 \text{ min}, \quad s = 96 \text{ km} = 96000 \text{ m},$$

$$\Delta t = 15 \text{ min}, \quad t_2 = ?$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min}, \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Rezolvirati znači jedinice – veličine višega reda pretvoriti u jedinice – veličine nižega reda. Tu množimo s pretvornicima.

Reducirati znači jedinice – veličine nižega reda pretvoriti u jedinice – veličine višega reda. Tu dijelimo s pretvornicima.

$$t_2 = t_1 + \Delta t + t \Rightarrow t_2 = t_1 + \Delta t + \frac{s}{v} = 9 \text{ h } 30 \text{ min} + 15 \text{ min} + \frac{96000 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} =$$

$$= 9 \text{ h } 30 \text{ min} + 15 \text{ min} + 4800 \text{ s} = 9 \text{ h } 45 \text{ min} + 1 \text{ h } 20 \text{ min} = 10 \text{ h } 65 \text{ min} = 11 \text{ h } 5 \text{ min}.$$



**Vježba 240**

Odmor!

**Rezultat:** ...

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)