

### Zadatak 201 (Mirela, medicinska škola)

Radiopostaja je udaljena od radioprijamnika 2000 km. Odredi udaljenost slušatelja od radioprijamnika tako da vrijeme prostiranja radiovalova bude jednako vremenu prostiranja zvučnih valova od prijamnika do slušatelja. (brzina elektromagnetnih valova  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , brzina zvuka  $v = 333 \text{ m/s}$ )

#### Rješenje 201

$$d = 2000 \text{ km} = 2 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = 333 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Vrijeme prostiranja:

- elektromagnetnih valova od radiopostaje do radioprijamnika iznosi

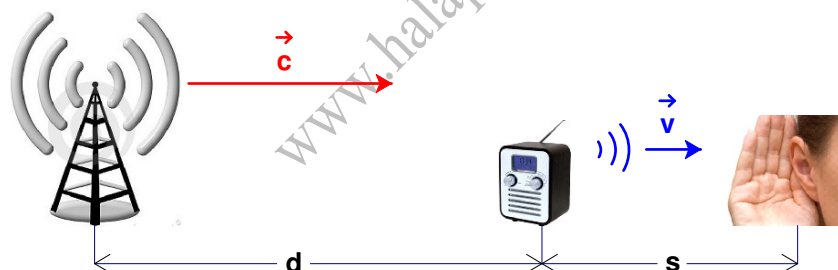
$$t_1 = \frac{d}{c}$$

- zvučnih valova od radioprijamnika do slušatelja iznosi

$$t_2 = \frac{s}{v}.$$

Budući da ta vremena, zbog uvjeta zadatka, moraju biti jednaka, vrijedi:

$$t_2 = t_1 \Rightarrow \frac{s}{v} = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{s}{v} = \frac{d}{c} / \cdot v \Rightarrow s = \frac{d}{c} \cdot v = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 333 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.22 \text{ m}.$$



#### Vježba 201

Radiopostaja je udaljena od radioprijamnika 1000 km. Odredi udaljenost slušatelja  $S$  od radioprijamnika tako da vrijeme prostiranja radiovalova bude jednako vremenu prostiranja zvučnog vala od prijamnika do slušatelja. (brzina elektromagnetnih valova  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , brzina zvuka  $v = 333 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:** 1.11 m.

### Zadatak 202 (Mirela, medicinska škola)

Kojom brzinom se giba satelit oko Zemlje na visini od 430 km, ako se na mjestu polaska pojavi nakon 1 h i 45 min? (polumjer Zemlje  $R = 6370 \text{ km}$ )

#### Rješenje 202

$$h = 430 \text{ km} = 4.30 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ h } 45 \text{ min} = [1 \cdot 3600 + 45 \cdot 60] = 6300 \text{ s}, \\ R = 6370 \text{ km} = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.  
Opseg kruga polumjer  $r$  računa se po formuli:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Staza satelita je opseg kruga polumjera

$$r = R + h.$$

$$\left. \begin{array}{l} r = R + h \\ s = 2 \cdot r \cdot \pi \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = 2 \cdot (R + h) \cdot \pi \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot (R + h) \cdot \pi}{t} =$$

$$= \frac{2 \cdot (6.37 \cdot 10^6 \text{ m} + 4.30 \cdot 10^5 \text{ m}) \cdot \pi}{6300 \text{ s}} = 6781.85 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6.78 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

### Vježba 202

Kojom brzinom se giba satelit oko Zemlje na visini od 500 km, ako se na mjestu polaska pojavi nakon 1 h i 45 min? (polumjer Zemlje  $R = 6370$  km)

**Rezultat:** 6.85 km / s.

### Zadatak 203 (Anja, srednja škola)

Automobil se 2 km giba brzinom 10 m / s. Sljedećih 300 m prijeđe za 12 s. Brzinom koju je imao na kraju drugog intervala giba se još 8 s. Izračunaj srednju brzinu.

#### Rješenje 203

$$s_1 = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad v_1 = 10 \text{ m / s}, \quad s_2 = 300 \text{ m}, \quad t_2 = 12 \text{ s}, \quad t_3 = 8 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Uočimo da postoje tri vremenska intervala:  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$ . Budući da je srednja brzina kvocijent ukupnog prijeđenog puta i ukupnog vremena gibanja, najprije moramo izračunati potrebne veličine.

$$\begin{array}{l} \bullet \left. \begin{array}{l} s_1 = 2000 \text{ m} \\ v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ t_1 = \frac{s_1}{v_1} \right] \Rightarrow t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{2000 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 200 \text{ s} \\ \bullet \left. \begin{array}{l} s_2 = 300 \text{ m} \\ t_2 = 12 \text{ s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ v_2 = \frac{s_2}{t_2} \right] \Rightarrow v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{300 \text{ m}}{12 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bullet \left. \begin{array}{l} v_3 = v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ uvjet zadatka} \\ t_3 = 8 \text{ s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ s_3 = v_3 \cdot t_3 \right] \Rightarrow s_3 = v_3 \cdot t_3 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} = 200 \text{ m}. \end{array}$$

Srednja brzina iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{2000 \text{ m} + 300 \text{ m} + 200 \text{ m}}{200 \text{ s} + 12 \text{ s} + 8 \text{ s}} = 11.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 203

Automobil se 4 km giba brzinom 20 m / s. Sljedećih 600 m prijeđe za 24 s. Brzinom koju je imao na kraju drugog intervala giba se još 16 s. Izračunaj srednju brzinu.

**Rezultat:** 11.36 m / s.

### Zadatak 204 (Marija, studentica)

Zrakoplov održava smjer ravno prema sjeveru gibajući se brzinom 360 km / h u odnosu prema zraku. Vjetar puše brzinom 72 km / h od istoka prema zapadu.

- Kolika je rezultantna brzina zrakoplova prema tlu po iznosu i smjeru?
- Koliko će mu vremena biti potrebno da stigne u grad udaljen 200 km?

### Rješenje 204

$$v_z = 360 \text{ km / h} = [360 : 3.6] = 100 \text{ m / s} \text{ brzina zrakoplova u odnosu prema zraku,}$$
$$v_v = 72 \text{ km / h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m / s} \text{ brzina vjetra,} \quad s = 200 \text{ km} = 200000 \text{ m,} \quad v_r = ?,$$
$$\alpha = ?, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

### Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

**Tangens** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

a)

Rezultantna brzina  $v_r$  zrakoplova prema tlu dobije se kao vektorski zbroj brzine zrakoplova u odnosu prema zraku  $v_z$  i brzine vjetra  $v_v$ .

$$\vec{v}_r = \vec{v}_z + \vec{v}_v.$$

Budući da je riječ o pravokutnom trokutu (vektori zatvaraju pravokutan trokut) iznos rezultantne brzine  $v_r$  dobijemo uporabom Pitagorina poučka.

$$v_r^2 = v_z^2 + v_v^2 \Rightarrow v_r = \sqrt{v_z^2 + v_v^2} \Rightarrow v_r = \sqrt{\left(100 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} =$$
$$= 101.98 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 102 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [102 \cdot 3.6] = 367.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Sada određujemo smjer brzine pomoću kuta  $\alpha$  koristeći funkciju tangens.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_v}{v_z} \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{v_v}{v_z} \right) \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{100 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} 0.2 \Rightarrow \alpha = 11.3^\circ.$$

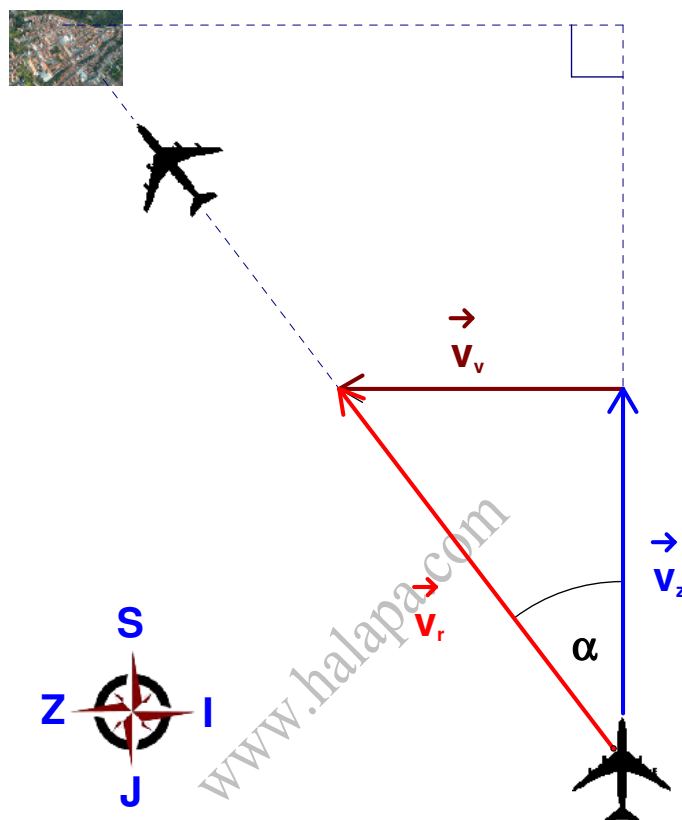
Dakle, zrakoplov će se gibati brzinom 367.2 km / h u odnosu prema tlu u smjeru 11.3° zapadno od

sjevera.

b)

Vrijeme potrebno da zrakoplov stigne u grad iznosi:

$$t = \frac{s}{v_r} = \frac{200\,000 \text{ m}}{102 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1960.78 \text{ s} = [1960.78 : 60] = 32.68 \text{ min} \approx 33 \text{ min}.$$



### Vježba 204

Zrakoplov održava smjer ravno prema sjeveru gibajući se brzinom 360 km/h u odnosu prema zraku. Vjetar puše brzinom 72 km/h od zapada prema istoku. Kolika je rezultantna brzina zrakoplova prema tlu po iznosu i smjeru?

**Rezultat:** 367.2 km/h, 11.3° istočno od sjevera.

### Zadatak 205 (Dolores, srednja škola)

Vlak je prvu polovicu puta prešao 1.5 puta većom brzinom nego drugu polovicu. Srednja brzina vlaka na cijelom putu bila je 67 km/h. Izračunaj brzinu na prvom dijelu puta.

### Rješenje 205

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_1 = 1.5 \cdot v, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_2 = v, \quad \bar{v} = 67 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

Neka je  $t_1$  vrijeme za koje je vlak prešao prvu polovicu puta, a  $t_2$  vrijeme za koje je prevalio drugu polovicu puta. Tada je:

$$\begin{aligned} \bar{v} = \frac{s}{t} &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{\frac{1}{2} \cdot s}{1.5 \cdot v} + \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{\frac{1}{2} \cdot s}{1.5 \cdot v} + \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v} + \frac{s}{2 \cdot v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v} + \frac{1}{2 \cdot v} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v} + \frac{1}{2 \cdot v} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v} + \frac{1}{2 \cdot v}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{2+3}{6 \cdot v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{5}{6 \cdot v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{6 \cdot v}{5} \Rightarrow \frac{6 \cdot v}{5} = \bar{v} \Rightarrow \frac{6 \cdot v}{5} = \bar{v} \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow v = \frac{5}{6} \cdot \bar{v} = \\ &= \frac{5}{6} \cdot 67 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 55.83 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Brzina na prvom dijelu puta iznosi:

$$v_1 = 1.5 \cdot v = 1.5 \cdot 55.83 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 83.75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

### Vježba 205

Vlak je prvu polovicu puta prešao 1.5 puta većom brzinom nego drugu polovicu. Srednja brzina vlaka na cijelom putu bila je 67 km / h. Izračunaj brzinu na drugom dijelu puta.

**Rezultat:** 55.83 km / h.

### Zadatak 206 (Mirna, strukovna škola)

Pješak za 1 minutu učini 120 koraka. Odredi koliki će put prijeći za 1 sat, ako je duljina koraka 75 cm.

#### Rješenje 206

$$t_1 = 1 \text{ min}, \quad n = 120 \text{ koraka}, \quad t_2 = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}, \quad d = 75 \text{ cm} = 0.75 \text{ m}, \quad s = ?$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}.$$

Ako za vrijeme  $t_1$  pješak učini  $n$  koraka, svaki duljine  $d$ , onda će za vrijeme  $t_2$  prijeći put duljine

$$s = \frac{t_2}{t_1} \cdot n \cdot d = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ min}} \cdot 120 \cdot 0.75 \text{ m} = 5400 \text{ m} = 5.4 \text{ km}.$$

### Vježba 206

Pješak za 1 minutu učini 80 koraka. Odredi koliki će put prijeći za 1 sat, ako je duljina koraka 70 cm.

**Rezultat:** 3.36 km.

### Zadatak 207 (Marija, gimnazija)

Tijelo se giba tako da prvu četvrtinu ukupnog vremena putovanja vozi nepoznatom brzinom, a ostale tri četvrtine ukupnog vremena vozi brzinom 36 km / h. Kolika je bila brzina tijela u prvoj četvrtini vremena ako je tijekom cijelog putovanja srednja brzina bila 28 km / h?

#### Rješenje 207

$$t_1 = \frac{1}{4} \cdot t, \quad t_2 = \frac{3}{4} \cdot t, \quad t - \text{ukupno vrijeme}, \quad v_2 = 36 \text{ km / h}, \quad v = 28 \text{ km / h},$$

$$v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je  $s_1$  dio puta koji je tijelo prešlo za vrijeme  $t_1$ , a  $s_2$  je dio puta koji je prevalo za vrijeme  $t_2$ . Tada je:

$$\begin{aligned} v = \frac{s}{t} &\Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{\frac{1}{4} \cdot t + \frac{3}{4} \cdot t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \frac{1}{4} \cdot t + v_2 \cdot \frac{3}{4} \cdot t}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow v = \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \quad / \cdot 4 \Rightarrow 4 \cdot v = v_1 + 3 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 + 3 \cdot v_2 = 4 \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 = 4 \cdot v - 3 \cdot v_2 = 4 \cdot 28 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 3 \cdot 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

### Vježba 207

Tijelo se giba tako da prvu četvrtinu ukupnog vremena putovanja vozi nepoznatom brzinom, a ostale tri četvrtine ukupnog vremena vozi brzinom 72 km / h. Kolika je bila brzina tijela u prvoj četvrtini vremena ako je tijekom cijelog putovanja srednja brzina bila 56 km / h?

**Rezultat:** 8 km / h.

### Zadatak 208 (Ana, gimnazija)

Srednja brzina autobusa iznosi 80 km / h. Ako krene u 9 h 10 min, u koliko sati će stići u mjesto udaljeno 124 km? Uračunaj 10 min stajanja.

#### Rješenje 208

$$v = 80 \text{ km / h} = [ 80 : 3.6 ] = 22.22 \text{ m / s}, \quad t_0 = 9 \text{ h } 10 \text{ min}, \quad s = 124 \text{ km} = 124000 \text{ m},$$
$$\Delta t = 10 \text{ min}, \quad t = ? \text{ vrijeme dolaska}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}, \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.  
Vrijeme  $t_1$  za koje autobus prevali put  $s$  brzinom  $v$  je

$$t_1 = \frac{s}{v} = \frac{124000 \text{ m}}{22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5580.56 \text{ s} = [5580.56 : 60] = 93 \text{ min}$$

pa će u određeno mjesto autobus stići u:

$$\begin{aligned} t &= t_0 + t_1 + \Delta t \Rightarrow t = 9 \text{ h } 10 \text{ min} + 93 \text{ min} + 10 \text{ min} \Rightarrow t = 9 \text{ h } 113 \text{ min} \Rightarrow t = 9 \text{ h} + 113 \text{ min} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = 9 \text{ h} + (60 \text{ min} + 53 \text{ min}) \Rightarrow t = 9 \text{ h} + (1 \text{ h} + 53 \text{ min}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = 9 \text{ h} + 1 \text{ h} + 53 \text{ min} \Rightarrow t = 10 \text{ h } 53 \text{ min}. \end{aligned}$$

### Vježba 208

Srednja brzina autobusa iznosi  $160 \text{ km/h}$ . Ako krene u  $9 \text{ h } 10 \text{ min}$ , u koliko sati će stići u mjesto udaljeno  $248 \text{ km}$ ? Uračunaj  $10 \text{ min}$  stajanja.

**Rezultat:** 10 h 53 min.

### Zadatak 209 (Azra, medicinska škola)

Automobil se giba brzinom  $108 \text{ km/h}$ . Koliko okreta u minuti napravi njegov kotač, ako mu je polumjer  $36 \text{ cm}$ ?

- A. 796      B. 769      C. 756      D. 567      E. 675

### Rješenje 209

$v = 108 \text{ km/h} = [108 : 3.6] = 30 \text{ m/s}$ ,  $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ ,  $r = 36 \text{ cm} = 0.36 \text{ m}$ ,  $n = ?$   
Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

**Krug** je skup svih točaka ravnine kojima je udaljenost od zadane točke  $S$  manja ili jednaka zadanom broju  $r > 0$  (polumjeru kruga). Opseg kružnice i kruga polumjera  $r$ :

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$



**S**

Broj okreta  $n$  dobije se kao kvocijent prevaljenog puta  $s$  i opsega kotača  $O$ .

$$n = \frac{s}{O} \Rightarrow n = \frac{v \cdot t}{2 \cdot r \cdot \pi} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s}}{2 \cdot 0.36 \text{ m} \cdot \pi} = 796.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 209

Automobil se giba brzinom  $108 \text{ km/h}$ . Koliko okreta u minuti napravi njegov kotač, ako mu je polumjer  $3.6 \text{ dm}$ ?

- A. 796      B. 769      C. 756      D. 567      E. 675

**Rezultat:** A.

### Zadatak 210 (Ivica, tehnička škola)

Dva kamiona gibaju se stalnim brzinama  $v_1 = v_2 = v = 20 \text{ m/s}$ . Oni prolaze mjesto A u vremenskom intervalu od  $t_1 = 10 \text{ min}$  gibajući se prema mjestu B. Kolikom brzinom  $v_3$  se giba automobil koji ide iz mjesta B u mjesto A, ako susreće ta dva kamiona u vremenskom intervalu od  $t_2 = 4 \text{ min}$ ?

#### Rješenje 210

$$v_1 = v_2 = v = 20 \text{ m/s}, \quad t_1 = 10 \text{ min}, \quad t_2 = 4 \text{ min}, \quad v_3 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva vozila mimoilaze, relativna brzina jednoga u odnosu na drugo vozilo je

$$v_r = v_1 + v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina prvog vozila,  $v_2$  brzina drugog vozila.

Budući da se automobil giba u suprotnom smjeru od gibanja kamiona, njegova relativna brzina u odnosu na kamione je

$$v_r = v + v_3.$$

Kamioni prolaze mjesto A u vremenskom intervalu  $t_1$  stalnom brzinom  $v$  pa je njihova međusobna udaljenost

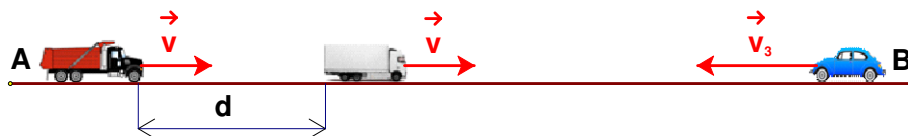
$$d = v \cdot t_1.$$

Automobil ide iz mjesta B u mjesto A relativnom brzinom  $v_r$  u odnosu na kamione i susreće ih u vremenskom intervalu  $t_2$  pa vrijedi

$$d = v_r \cdot t_2.$$

Iz sustava jednadžbi izračuna se  $v_3$ .

$$\left. \begin{array}{l} d = v \cdot t_1 \\ d = v_r \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow v \cdot t_1 = v_r \cdot t_2 \Rightarrow v_r \cdot t_2 = v \cdot t_1 \Rightarrow (v + v_3) \cdot t_2 = v \cdot t_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v \cdot t_2 + v_3 \cdot t_2 = v \cdot t_1 \Rightarrow v_3 \cdot t_2 = v \cdot t_1 - v \cdot t_2 \Rightarrow v_3 \cdot t_2 = v \cdot (t_1 - t_2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_3 \cdot t_2 = v \cdot (t_1 - t_2) \cdot \frac{1}{t_2} \Rightarrow v_3 = \frac{v \cdot (t_1 - t_2)}{t_2} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (10 \text{ min} - 4 \text{ min})}{4 \text{ min}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



#### Vježba 210

Dva kamiona gibaju se stalnim brzinama  $v_1 = v_2 = v = 72 \text{ km/h}$ . Oni prolaze mjesto A u vremenskom intervalu od  $t_1 = 10 \text{ min}$  gibajući se prema mjestu B. Kolikom brzinom  $v_3$  se giba automobil koji ide iz mjesta B u mjesto A, ako susreće ta dva kamiona u vremenskom intervalu od  $t_2 = 4 \text{ min}$ ?

**Rezultat:** 108 km/h.



### Zadatak 211 (Lana, gimnazija)

Dječak i djevojčica stojeći na klizaljkama na razmaku 6 m jedan od drugoga počinju izvlačiti krajeve užeta zanemarive mase prema njihovim masama. Dječak izvlači užu brzinom 2 m / s, a djevojčica brzinom 1 m / s. Nakon koliko vremena će doći do njihovog susreta?

#### Rješenje 211

$$s = 6 \text{ m}, \quad v_1 = 2 \text{ m / s}, \quad v_2 = 1 \text{ m / s}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela mimoilaze, relativna brzina jednoga u odnosu na drugo tijelo je

$$v_r = v_1 + v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina prvog tijela.  $v_2$  brzina drugog tijela.



Brzina kojom se skraćuje užu je relativna brzina njihovog približavanja jedno drugome.

$$v_r = v_1 + v_2$$

pa će do susreta doći za vrijeme:

$$t = \frac{s}{v_r} \Rightarrow t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{6 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \text{ s}.$$

### Vježba 211

Dječak i djevojčica stojeći na klizaljkama na razmaku 12 m jedan od drugoga počinju izvlačiti krajeve užeta zanemarive mase prema njihovim masama. Dječak izvlači užu brzinom 2 m / s, a djevojčica brzinom 1 m / s. Nakon koliko vremena će doći do njihovog susreta?

**Rezultat:** 4 s.

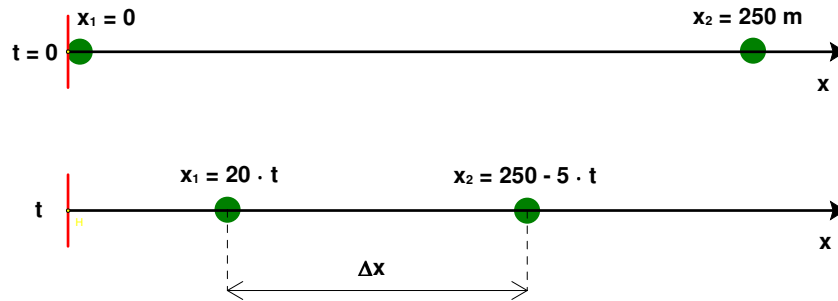
### Zadatak 212 (Lucija, gimnazija)

Dva tijela počinju se gibati po pravcu u trenutku  $t = 0$ . Njihove apscise su  $x_1 = 20 \cdot t$ ,  $x_2 = 250 - 5 \cdot t$ , ( $[x] = \text{m}$ ,  $[t] = \text{s}$ ). U kojem trenutku će njihova međusobna udaljenost biti prvi put 125 m?

- A. 5 s      B. 10 s      C. 15 s      D. 50 s

#### Rješenje 212

$$x_1 = 20 \cdot t, \quad x_2 = 250 - 5 \cdot t, \quad \Delta x = 125 \text{ m}, \quad t = ?$$



$$x_2 - x_1 = \Delta x \Rightarrow 250 - 5 \cdot t - 20 \cdot t = 125 \Rightarrow -5 \cdot t - 20 \cdot t = 125 - 250 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -25 \cdot t = -125 \Rightarrow -25 \cdot t = -125 \quad /: (-25) \Rightarrow t = 5 \text{ s,}$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 212

Dva tijela počinju se gibati po pravcu u trenutku  $t = 0$ . Njihove apscise su  $x_1 = 20 \cdot t$ ,  $x_2 = 500 - 5 \cdot t$ , ( $[x] = \text{m}$ ,  $[t] = \text{s}$ ). U kojem trenutku će njihova međusobna udaljenost biti prvi put 250 m?

- A. 5 s      B. 10 s      C. 15 s      D. 50 s

**Rezultat:** B.

### Zadatak 213 (Luka, elektrotehnička škola)

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 20 s. Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s. Brod je od svjetionika udaljen:

- A. 8883 m      B. 3900 m      C. 22.8 km      D. 29 km

### Rješenje 213

$$\Delta t = 20 \text{ s,} \quad v_1 = 340 \text{ m/s,} \quad v_2 = 1450 \text{ m/s,} \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Neka je  $t$  vrijeme za koje je zvučni signal, odaslan kroz vodu, prešao put  $s$  od svjetionika do broda.

$$s = v_2 \cdot t.$$

Zvučni signal odaslan kroz zrak prešao je isti put  $s$  sa zakašnjenjem  $\Delta t$ .

$$s = v_1 \cdot (t + \Delta t).$$

Iz sustava jednadžba odredimo vrijeme  $t$ .

$$\left. \begin{array}{l} s = v_2 \cdot t \\ s = v_1 \cdot (t + \Delta t) \end{array} \right\} \Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot (t + \Delta t) \Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t + v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot t - v_1 \cdot t = v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = v_1 \cdot \Delta t \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = v_1 \cdot \Delta t \quad /: \frac{1}{v_2 - v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1}.$$

Udaljenost broda od svjetionika iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} \\ s = v_2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_2 \cdot \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \frac{v_1 \cdot v_2 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} =$$

$$= \frac{340 \frac{m}{s} \cdot 1450 \frac{m}{s} \cdot 20 s}{1450 \frac{m}{s} - 340 \frac{m}{s}} = 8882.88 m \approx 8883 m.$$



Odgovor je pod A.

### Vježba 213

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 15 s. Brzina zvuka u zraku je  $340 \text{ m/s}$ , a u vodi  $1450 \text{ m/s}$ . Brod je od svjetionika udaljen:

- A.  $5683 \text{ m}$       B.  $6662 \text{ m}$       C.  $6890 \text{ m}$       D.  $7200 \text{ m}$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 214 (Domagoj, elektrotehnička škola)

Dva tijela istodobno krenu iz iste točke po međusobno okomitim putovima i gibaju se jednoliko brzinama  $v_1$  i  $v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1$ . Njihova međusobna udaljenost nakon 3 sekunde iznosi 25 m.

Kolika je brzina drugog tijela?

- A.  $6.67 \frac{m}{s}$       B.  $3.33 \frac{m}{s}$       C.  $4 \frac{m}{s}$       D.  $4.67 \frac{m}{s}$

### Rješenje 214

$$v_1, \quad v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1, \quad t = 3 \text{ s}, \quad d = 25 \text{ m}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

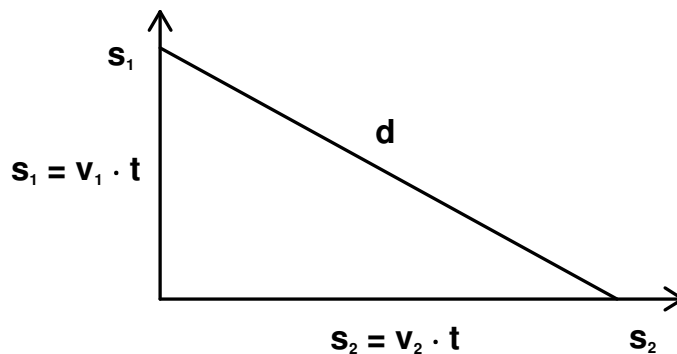
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

### Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Budući da se dva tijela gibaju međusobno pod pravim kutom, njihova se udaljenost u svakom trenutku može izračunati pomoću Pitagorina poučka.



Uočimo pravokutan trokut čije su katete  $s_1$  i  $s_2$ , a hipotenuza  $d$ .

$$\begin{aligned}
 s_1^2 + s_2^2 &= d^2 \Rightarrow (v_1 \cdot t)^2 + (v_2 \cdot t)^2 = d^2 \Rightarrow \left[ v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1 \right] \Rightarrow (v_1 \cdot t)^2 + \left( \frac{4}{3} \cdot v_1 \cdot t \right)^2 = d^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow (v_1 \cdot t)^2 + \frac{16}{9} \cdot (v_1 \cdot t)^2 = d^2 \Rightarrow \frac{(v_1 \cdot t)^2}{1} + \frac{16 \cdot (v_1 \cdot t)^2}{9} = d^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{9 \cdot (v_1 \cdot t)^2 + 16 \cdot (v_1 \cdot t)^2}{9} = d^2 \Rightarrow \frac{25 \cdot (v_1 \cdot t)^2}{9} = d^2 \Rightarrow \frac{25 \cdot (v_1 \cdot t)^2}{9} = d^2 \quad / \cdot \frac{9}{25} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow (v_1 \cdot t)^2 = \frac{9 \cdot d^2}{25} \Rightarrow (v_1 \cdot t)^2 = \frac{9 \cdot d^2}{25} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_1 \cdot t = \sqrt{\frac{9 \cdot d^2}{25}} \Rightarrow v_1 \cdot t = \frac{3 \cdot d}{5} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v_1 \cdot t = \frac{3 \cdot d}{5} \quad / : t \Rightarrow v_1 = \frac{3 \cdot d}{5 \cdot t}.
 \end{aligned}$$

Brzina  $v_2$  iznosi:

$$v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3 \cdot d}{5 \cdot t} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3 \cdot d}{5 \cdot t} \Rightarrow v_2 = \frac{4 \cdot d}{5 \cdot t} = \frac{4 \cdot 25 \text{ m}}{5 \cdot 3 \text{ s}} = 6.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 214

Dva tijela istodobno krenu iz iste točke po međusobno okomitim putovima i gibaju se jednoliko brzinama  $v_1$  i  $v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1$ . Njihova međusobna udaljenost nakon 3 sekunde iznosi 0.025 km. Kolika je brzina drugog tijela?

- A.  $6.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       B.  $3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       C.  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       D.  $4.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Rezultat:**      A.

### Zadatak 215 (Fizičarka, gimnazija)

Brzina svjetlosti u praznini (vakuumu) približno je  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Izrazite to u  $\text{m/min}$ ,  $\text{m/h}$ ,  $\text{cm/s}$ ,  $\text{cm/min}$ ,  $\text{cm/h}$ ,  $\text{km/s}$ ,  $\text{km/min}$  i  $\text{km/h}$ .

### Rješenje 215

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} \quad , \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}.$$

$$1 h = 60 \text{ min} \Rightarrow 1 \text{ min} = \frac{1}{60} h, \quad 1 h = 3600 s \Rightarrow 1 s = \frac{1}{3600} h.$$

$$1 \text{ min} = 60 s \Rightarrow 1 s = \frac{1}{60} \text{ min}.$$

- $\frac{m}{\text{min}}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{\frac{1}{60} \text{ min}} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot 60 \frac{m}{\text{min}} \Rightarrow c = 1.8 \cdot 10^{10} \frac{m}{\text{min}}$$

- $\frac{m}{h}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{\frac{1}{3600} h} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot 3600 \frac{m}{h} \Rightarrow c = 1.08 \cdot 10^{12} \frac{m}{h}$$

- $\frac{cm}{s}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{100 \text{ cm}}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot 100 \frac{cm}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s}$$

- $\frac{cm}{\text{min}}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{100 \text{ cm}}{\frac{1}{60} \text{ min}} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot 100 \cdot 60 \frac{cm}{\text{min}} \Rightarrow c = 1.8 \cdot 10^{12} \frac{cm}{\text{min}}$$

- $\frac{cm}{h}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{100 \text{ cm}}{\frac{1}{3600} h} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot 100 \cdot 3600 \frac{cm}{h} \Rightarrow c = 1.08 \cdot 10^{14} \frac{cm}{h}$$

- $\frac{km}{s}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{1000} \frac{km}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^5 \frac{km}{s}$$

- $\frac{km}{\text{min}}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ min}} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{60}{1000} \frac{km}{\text{min}} \Rightarrow c = 1.8 \cdot 10^7 \frac{km}{\text{min}}$$

- $\frac{km}{h}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \frac{\frac{1}{1000} km}{\frac{1}{3600} h} \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{3600}{1000} \frac{km}{h} \Rightarrow c = 1.08 \cdot 10^9 \frac{km}{h}$$

### Vježba 215

Brzina pješaka je 1.7 km / h. Preračunajte to u m / s.

**Rezultat:** 0.472 m / s.

### Zadatak 216 (Fizičarka, gimnazija)

Na vožnji biciklom od 20 km prvih 10 km vozite prosječnom brzinom 2.22 m / s. Kolika mora biti prosječna brzina tijekom sljedećih 10 km da bi ukupna prosječna brzina na cijelom putu od 20 km bila 12 km / h?

### Rješenje 216

$$s = 20 \text{ km} = 20000 \text{ m}, \quad s_1 = 10 \text{ km} = 10000 \text{ m}, \quad v_1 = 2.22 \text{ m / s}, \\ s_2 = 10 \text{ km} = 10000 \text{ m}, \quad v = 12 \text{ km / h} = [12 : 3.6] = 3.33 \text{ m / s}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

Vrijeme za koje biciklist prijeđe cijeli put s prosječnom brzinom v iznosi:

$$t = \frac{s}{v}$$

Prvi dio puta  $s_1$  vozio je prosječnom brzinom  $v_1$  za vrijeme  $t_1$ .

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}$$

Drugi dio puta  $s_2$  vozio je prosječnom brzinom  $v_2$  za vrijeme  $t_2$ .

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2}$$

Tada je:

$$t_1 + t_2 = t \Rightarrow \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} \Rightarrow \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} - \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow \frac{s_2}{v_2} = \frac{s \cdot v_1 - v \cdot s_1}{v \cdot v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{s_2} = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v_2}{s_2} = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \cdot s_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \cdot s_2 = \\ = \frac{3.33 \frac{m}{s} \cdot 2.22 \frac{m}{s}}{20000 \text{ m} \cdot 2.22 \frac{m}{s} - 3.33 \frac{m}{s} \cdot 10000 \text{ m}} \cdot 10000 \text{ m} = 6.66 \frac{m}{s}$$

### Vježba 216

Na vožnji biciklom od 20 km prvih 10 km vozite prosječnom brzinom 8 km / h. Kolika mora biti prosječna brzina tijekom sljedećih 10 km da bi ukupna prosječna brzina na cijelom putu od 20 km bila 12 km / h?

**Rezultat:** 6.66 m / s.

### Zadatak 217 (Mateo, gimnazija)

Na atletskoj stazi duljine 1500 m istodobno trče dva atletičara. Prvi pretrči prvu polovicu staze brzinom 4 m / s, a drugu polovicu brzinom 6 m / s. Drugi atletičar prvu polovicu vremena, utrošenog za svladavanje cijele staze, pretrči brzinom 4 m / s, a drugu brzinom 6 m / s. Tko će ranije stići na cilj?

### Rješenje 217

$$s = 1500 \text{ m}, \quad v_1 = 4 \text{ m / s}, \quad v_2 = 6 \text{ m / s}, \quad \Delta t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Vremena za koja je prvi atletičar pretrčao prvu i drugu polovicu staze duljine  $s$  iznosi:

$$\begin{aligned} \bullet \quad t_1' &= \frac{\frac{s}{2}}{v_1} \Rightarrow t_1' = \frac{s}{2 \cdot v_1} \\ \bullet \quad t_2' &= \frac{\frac{s}{2}}{v_2} \Rightarrow t_2' = \frac{s}{2 \cdot v_2}. \end{aligned}$$

Ukupno vrijeme  $t_1$  prvog atletičara je:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_1' + t_2' \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1} + \frac{s}{2 \cdot v_2} \Rightarrow t_1 = \frac{s \cdot v_2 + s \cdot v_1}{2 \cdot v_1 \cdot v_2} \Rightarrow t_1 = s \cdot \frac{v_2 + v_1}{2 \cdot v_1 \cdot v_2} = \\ &= 1500 \text{ m} \cdot \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 312.5 \text{ s}. \end{aligned}$$

Neka je  $t_2$  vrijeme za koje je drugi atletičar pretrčao cijelu stazu duljine  $s$ . Vremena za koja je pretrčao prvu i drugu polovicu staze iznose:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \frac{t_2}{2} &= \frac{\frac{s}{2}}{v_1} \\ \frac{t_2}{2} &= \frac{\frac{s}{2}}{v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{t_2}{2} &= \frac{s}{2 \cdot v_1} \\ \frac{t_2}{2} &= \frac{s}{2 \cdot v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{s}{2 \cdot v_1} &= \frac{t_2}{2} \\ \frac{s}{2 \cdot v_2} &= \frac{t_2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{s}{2 \cdot v_1} &= \frac{t_2}{2} \quad / \cdot 2 \cdot v_1 \\ \frac{s}{2 \cdot v_2} &= \frac{t_2}{2} \quad / \cdot 2 \cdot v_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} s &= v_1 \cdot t_2 \\ s &= v_2 \cdot t_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot s = v_1 \cdot t_2 + v_2 \cdot t_2 \Rightarrow 2 \cdot s = (v_1 + v_2) \cdot t_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 = 2 \cdot s \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 = 2 \cdot s \quad / \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \cdot 1500 \text{ m}}{4 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 300 \text{ s.}$$

Na cilj će ranije stići drugi trkač.

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 312.5 \text{ s} - 300 \text{ s} = 12.5 \text{ s.}$$



### Vježba 217

Na atletskoj stazi duljine 1.5 km istodobno trče dva atletičara. Prvi pretrči prvu polovicu staze brzinom 4 m / s, a drugu polovicu brzinom 6 m / s. Drugi atletičar prvu polovicu vremena, utrošenog za svladavanje cijele staze, protrči brzinom 4 m / s, a drugu brzinom 6 m / s. Tko će ranije stići na cilj?

**Rezultat:** Drugi trkač.

### Zadatak 218 (Ante, srednja škola)

Tijelo prijeđe polovicu puta brzinom  $v_0$ . Preostali dio puta prevali brzinom  $v_1$  za polovicu vremena i brzinom  $v_2$  za drugu polovicu vremena. Nađi srednju brzinu tijela na cijelom putu.

#### Rješenje 218

$$s, \quad v_0, \quad v_1, \quad v_2, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Prvu polovicu puta  $s$  tijelo prijeđe brzinom  $v_0$  za vrijeme  $t_1$ .

$$t_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v_0} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_0}.$$

Drugu polovicu puta  $s$  tijelo prevali brzinama  $v_1$  i  $v_2$  za vrijeme  $t_2$  i to za polovicu od  $t_2$  brzinom  $v_1$  i brzinom  $v_2$  za drugu polovicu od  $t_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot s &= v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 + v_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot s = v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 + v_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t_2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= v_1 \cdot t_2 + v_2 \cdot t_2 \Rightarrow s = (v_1 + v_2) \cdot t_2 \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 = s \Rightarrow \\ \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t_2 &= s \quad / \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v_1 + v_2}. \end{aligned}$$



Srednja brzina  $v$  na cijelom putu  $s$  iznosi:

$$v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_0} \\ t_2 = \frac{s}{v_1 + v_2} \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_0} + \frac{s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s \cdot (v_1 + v_2) + s \cdot 2 \cdot v_0}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s \cdot (v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0)}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow v = \frac{\frac{s}{1}}{\frac{s \cdot (v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0)}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{\frac{s}{1}}{\frac{s \cdot (v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0)}{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_0 \cdot (v_1 + v_2)}{v_1 + v_2 + 2 \cdot v_0}.$$

### Vježba 218

Tijelo prijeđe polovicu puta brzinom  $v_1$ . Preostali dio puta prevali brzinom  $v_2$  za polovicu vremena i brzinom  $v_3$  za drugu polovicu vremena. Nađi srednju brzinu tijela na cijelom putu.

**Rezultat:** 
$$v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + v_3)}{v_2 + v_3 + 2 \cdot v_1}.$$

### Zadatak 219 (Domagoj, srednja škola)

Zvučni signal automobila brzine 90 km/h začuo se kao odjek od prepreke u smjeru gibanja automobila nakon 3.4 s. Koliko je daleko bila prepreka u trenutku odašiljanja i primanja signala? (brzina zvuka  $v_z = 340$  m/s)

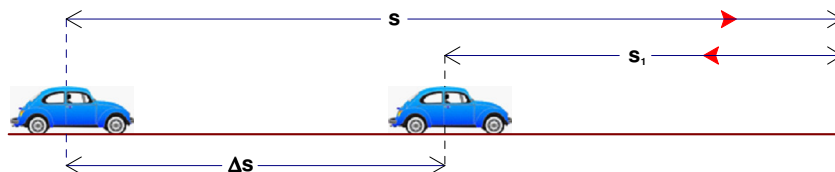
### Rješenje 219

$$v = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 3.4 \text{ s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad s = ?, \quad s_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Za vrijeme  $\Delta t$ :

- automobil prevali put  $\Delta s$
- zvuk prijeđe put  $s + s_1$ .

Vrijede jednačbe:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta s = v \cdot \Delta t \\ s + s_1 = v_z \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow [s_1 = s - \Delta s] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta s = v \cdot \Delta t \\ s + s - \Delta s = v_z \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta s = v \cdot \Delta t \\ 2 \cdot s - \Delta s = v_z \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot s - v \cdot \Delta t = v_z \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot s = v_z \cdot \Delta t + v \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot s = (v_z + v) \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot s = (v_z + v) \cdot \Delta t / \frac{1}{2} \Rightarrow s = \frac{(v_z + v) \cdot \Delta t}{2} = \frac{\left(340 \frac{m}{s} + 25 \frac{m}{s}\right) \cdot 3.4 s}{2} = 620.5 m.$$

Tada je  $s_1$  jednako

$$s_1 = s - \Delta s \Rightarrow [\Delta s = v \cdot \Delta t] \Rightarrow s_1 = s - v \cdot \Delta t = 620.5 m - 25 \frac{m}{s} \cdot 3.4 s = 535.5 m.$$

### Vježba 219

Zvučni signal automobila brzine 25 m / s začuo se kao odjek od prepreke u smjeru gibanja automobila nakon 3.4 s. Koliko je daleko bila prepreka u trenutku odašiljanja i primanja signala? (brzina zvuka  $v_z = 340$  m / s)

**Rezultat:** 620.5 m, 535.5 m.

### Zadatak 220 (Tonka, gimnazija)

Automobil prijeđe jednu trećinu puta brzinom 10 km / h, drugu trećinu puta brzinom 20 km / h i posljednju trećinu brzinom 60 km / h. Odredite srednju brzinu automobila.

### Rješenje 220

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_1 = 10 \frac{km}{h}, \quad s_2 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_2 = 20 \frac{km}{h}, \quad s_3 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_3 = 60 \frac{km}{h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{3} \cdot s + \frac{1}{3} \cdot s + \frac{1}{3} \cdot s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{\frac{1}{3} \cdot s + \frac{1}{3} \cdot s + \frac{1}{3} \cdot s}{\frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_1} + \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_2} + \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_3}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2} = \frac{3 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 220

Automobil prijeđe jednu trećinu puta brzinom 20 km / h, drugu trećinu puta brzinom 10 km / h i posljednju trećinu brzinom 60 km / h. Odredite srednju brzinu automobila.

**Rezultat:** 18 km / h.