

Zadatak 181 (Nataša, medicinska škola)

Kolika je prosječna brzina automobila tijekom putovanja ako se prvu polovicu vremena giba brzinom 40 km/h, drugu polovicu vremena brzinom 60 km/h?

Rješenje 181

$$t_1 = \frac{t}{2}, \quad v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad t_2 = \frac{t}{2}, \quad v_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je s_1 dio puta koji je automobil prešao u prvoj polovici vremena, a s_2 je dio puta koji je prevalio u drugoj polovici vremena. Tada je:

$$\begin{aligned} v = \frac{s}{t} &\Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{2} + v_2 \cdot \frac{t}{2}}{t} \Rightarrow v = \frac{\frac{t}{2} \cdot (v_1 + v_2)}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{\frac{t}{2} \cdot (v_1 + v_2)}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 181

Kolika je prosječna brzina automobila tijekom putovanja ako se prvu polovicu vremena giba brzinom 60 km/h, drugu polovicu vremena brzinom 40 km/h?

Rezultat: 50 km/h.

Zadatak 182 (Nataša, medicinska škola)

Kolika je prosječna brzina automobila tijekom putovanja ako se prvu polovicu puta giba brzinom 40 km/h, a drugu polovicu puta brzinom 60 km/h?

Rješenje 182

$$s_1 = \frac{s}{2}, \quad v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = \frac{s}{2}, \quad v_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je t_1 vrijeme za koje je automobil prešao prvu polovicu puta, a t_2 vrijeme za koje je prevalio drugu polovicu puta. Tada je:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{\frac{s}{2}}{v_1} + \frac{\frac{s}{2}}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)}$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 182

Kolika je prosječna brzina automobila tijekom putovanja ako se prvu polovicu puta giba brzinom 60 km/h, drugu polovicu puta brzinom 40 km/h?

Rezultat: 48 km/h.

Zadatak 183 (Nataša, medicinska škola)

Prvu trećinu puta automobil vozi brzinom 50 km/h, a preostali dio puta brzinom 20 km/h. Kolika je srednja (prosječna) brzina automobila tijekom putovanja?

Rješenje 183

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_1 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = s - s_1 = s - \frac{1}{3} \cdot s = \frac{2}{3} \cdot s, \quad v_2 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je t_1 vrijeme za koje je automobil prešao prvi dio puta s_1 , a t_2 vrijeme za koje je prevalio ostatak puta s_2 . Tada je:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_1} + \frac{\frac{2}{3} \cdot s}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 + 2 \cdot v_1}{3 \cdot v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2}{2 \cdot v_1 + v_2} = \frac{3 \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2 \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 183

Dvije šestine puta automobil vozi brzinom 50 km/h, a preostali dio puta brzinom 20 km/h. Kolika je srednja (prosječna) brzina automobila tijekom putovanja?

Rezultat: 25 km/h.

Zadatak 184 (Nataša, medicinska škola)

Prvu četvrtinu puta automobil vozi brzinom 30 km/h, a preostali dio puta brzinom 60 km/h. Kolika je srednja (prosječna) brzina automobila tijekom putovanja?

Rješenje 184

$$s_1 = \frac{1}{4} \cdot s, \quad v_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = s - s_1 = s - \frac{1}{4} \cdot s = \frac{3}{4} \cdot s, \quad v_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Neka je t_1 vrijeme za koje je automobil prešao prvi dio puta s_1 , a t_2 vrijeme za koje je prevalio ostatak puta s_2 . Tada je:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{1}{4} \cdot s \cdot \frac{1}{v_1} + \frac{3}{4} \cdot s \cdot \frac{1}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{4 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot s}{4 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 + 3 \cdot v_1}{4 \cdot v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 + v_2} = \frac{4 \cdot 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3 \cdot 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 184

Dvije osmine puta automobil vozi brzinom 30 km/h, a preostali dio puta brzinom 60 km/h. Kolika je srednja (prosječna) brzina automobila tijekom putovanja?

Rezultat: 48 km/h.

Zadatak 185 (Karlo, tehnička škola)

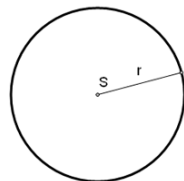
Utrka na 100 m trči se na kružnoj stazi opsega 200 m. Trkači počinju trčati prema istoku, a potom skreću prema jugu. Koliko iznosi pomak?

Rješenje 185

$$O = 200 \text{ m}, \quad p = ?$$

Kružnica je skup svih točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane točke (središta).

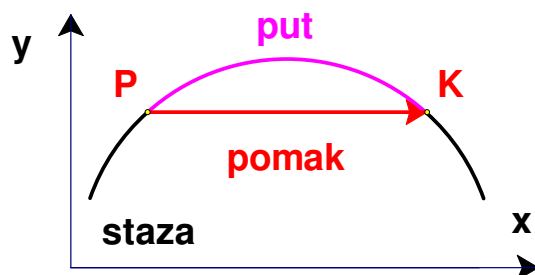
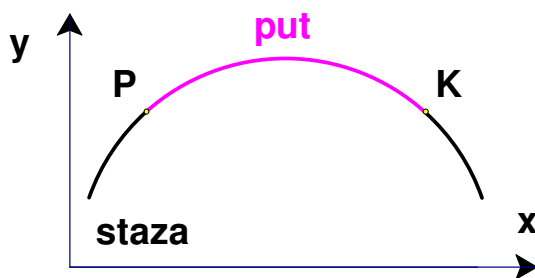
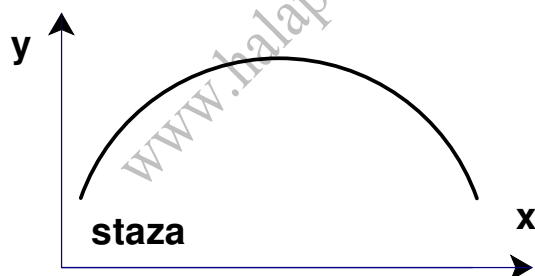
Polumjer ili radijus je dužina koja spaja središte kružnice s bilo kojom točkom kružnice. Duljina polumjera označava se slovom r .



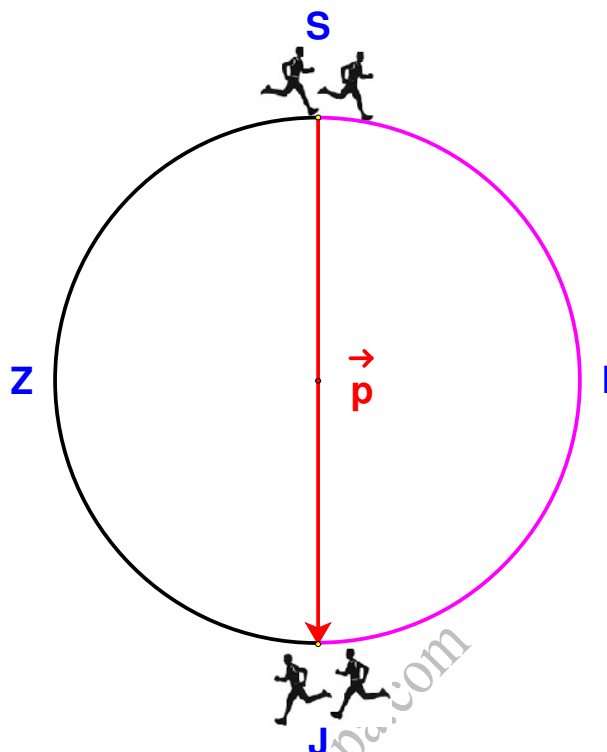
Promjer (dijametar) je duljina dužine koja prolazi kroz središte kružnice i čiji krajevi se nalaze na kružnici. Ako znamo promjer kružnice d , možemo izračunati i opseg kružnice primjenjujući sljedeću formulu:

$$O = d \cdot \pi.$$

Tijelo se giba ako mijenja svoj položaj u odnosu prema nekom drugom tijelu. Ako dimenzije tijela u mislima sažmemo u jednu točku takvu točku zovemo materijalnom točkom. Trag koji bi materijalna točka ostavljala pri gibanju zovemo stazom (putanjom). Duljina dijela staze što je materijalna točka prijeđe zove se put. Put je dio staze koji tijelo prijeđe u određenom vremenskom intervalu i određen je dvjema točkama na stazi. Najkraću udaljenost između početnog položaja P i završnog položaja K zovemo pomakom. Pomak je usmjerena dužina između krajnjih točaka puta – početne P i završne K. To je vektorska veličina orijentirana od početne točke P do završne točke K.



Opseg kružne staze je 200 m. Budući da trkači pretrče 100 m, prešli su pola opsega kružnice. Tada je iznos pomaka jednak promjeru kružnice, a orijentacija pomaka je smjer sjever – jug.



$$\left. \begin{array}{l} p = d \\ O = d \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow O = p \cdot \pi \Rightarrow O = p \cdot \pi \cdot \frac{1}{\pi} \Rightarrow p = \frac{O}{\pi} = \frac{200 \text{ m}}{\pi} = 63.99 \text{ m}.$$

Vježba 185

Utrka na 100 m trči se na kružnoj stazi opsega 200 m. Trkači počinju trčati prema zapadu, a potom skreću prema jugu. Koliko iznosi pomak?

Rezultat: 63.99 m, sjever – jug.

Zadatak 186 (Ljubica ☺, gimnazija)

Udaljenost između točaka A i B, koje se nalaze na ravnoj cesti, automobil prijeđe za 20 s, a kamion za 30 s. Kada bi iz točke A i B istodobno jedan prema drugome krenuli automobil i kamion, nakon kojeg bi se vremena susreli?

Rješenje 186

$$s, \quad t_1 = 20 \text{ s}, \quad t_2 = 30 \text{ s}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Neka je s udaljenost između točaka A i B.

Automobil put s prijeđe za vrijeme t_1 vozeći brzinom v_1 pa vrijedi:

$$s = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow s = v_1 \cdot t_1 \cdot \frac{1}{t_1} \Rightarrow v_1 = \frac{s}{t_1}.$$

Kamion put s prijeđe za vrijeme t_2 vozeći brzinom v_2 pa vrijedi:

$$s = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow s = v_2 \cdot t_2 \cdot \frac{1}{t_2} \Rightarrow v_2 = \frac{s}{t_2}$$

Kada bi iz točaka A i B automobil i kamion istodobno krenuli jedan prema drugome susreli bi se nakon vremena t. Za to vrijeme automobil prevali put

$$s_1 = v_1 \cdot t,$$

a kamion

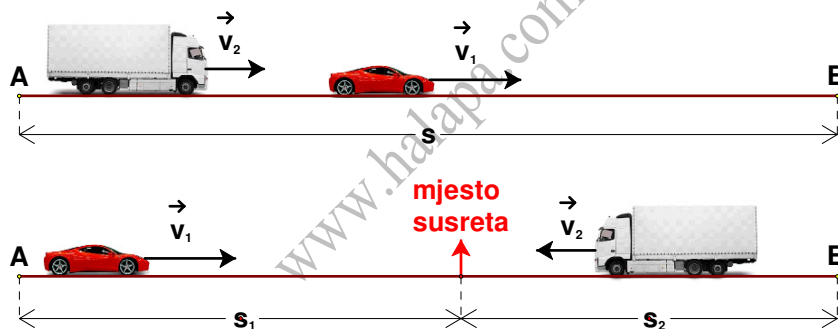
$$s_2 = v_2 \cdot t.$$

Budući da je ukupni put s, slijedi:

$$s_1 + s_2 = s \Rightarrow v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = s \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{s}{t_1} \\ v_2 = \frac{s}{t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{s}{t_1} \cdot t + \frac{s}{t_2} \cdot t = s \Rightarrow s \cdot t \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) = s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot t \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) = s \quad /: s \Rightarrow t \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) = 1 \Rightarrow t \cdot \frac{t_2 + t_1}{t_1 \cdot t_2} = 1 \Rightarrow t \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 \cdot t_2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 \cdot t_2} = 1 \quad /: \frac{t_1 + t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow t = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{20 \text{ s} \cdot 30 \text{ s}}{20 \text{ s} + 30 \text{ s}} = 12 \text{ s}.$$



Vježba 186

Udaljenost između točaka A i B, koje se nalaze na ravnoj cesti, automobil prijeđe za 40 s, a kamion za 60 s. Kada bi iz točke A i B istodobno jedan prema drugome krenuli automobil i kamion, nakon kojeg bi se vremena susreli?

Rezultat: 24 s.

Zadatak 187 (SFun, tehnička škola)

Jednu četvrtinu puta automobil se giba brzinom 15 m/s, a srednja brzina na cijelom putu je 20 m/s. Kolika je brzina automobila na drugom dijelu puta?

Rješenje 187

$$s, \quad s_1 = \frac{1}{4} \cdot s, \quad s_2 = s - s_1 = s - \frac{1}{4} \cdot s = \frac{3}{4} \cdot s, \quad v_1 = 15 \frac{m}{s}, \quad v = 20 \frac{m}{s}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

Neka je t_1 vrijeme za koje je automobil prešao prvi dio puta s_1 , a t_2 vrijeme za koje je prevalio ostatak puta s_2 . Tada je:

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{1 \cdot s}{4} + \frac{3 \cdot s}{4}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{4 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot s}{4 \cdot v_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot v_1} + \frac{3}{4 \cdot v_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 + 3 \cdot v_1}{4 \cdot v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 + v_2} \Rightarrow \frac{4 \cdot v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 + v_2} = v \Rightarrow \frac{4 \cdot v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 + v_2} = v \cdot (3 \cdot v_1 + v_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot v_1 \cdot v_2 = v \cdot (3 \cdot v_1 + v_2) \Rightarrow 4 \cdot v_1 \cdot v_2 = 3 \cdot v \cdot v_1 + v \cdot v_2 \Rightarrow 4 \cdot v_1 \cdot v_2 - v \cdot v_2 = 3 \cdot v \cdot v_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 \cdot (4 \cdot v_1 - v) = 3 \cdot v \cdot v_1 \Rightarrow v_2 \cdot (4 \cdot v_1 - v) = 3 \cdot v \cdot v_1 \cdot \frac{1}{4 \cdot v_1 - v} \Rightarrow v_2 = \frac{3 \cdot v \cdot v_1}{4 \cdot v_1 - v} = \\ &= \frac{3 \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 15 \frac{m}{s}}{4 \cdot 15 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}} = 22.5 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Vježba 187

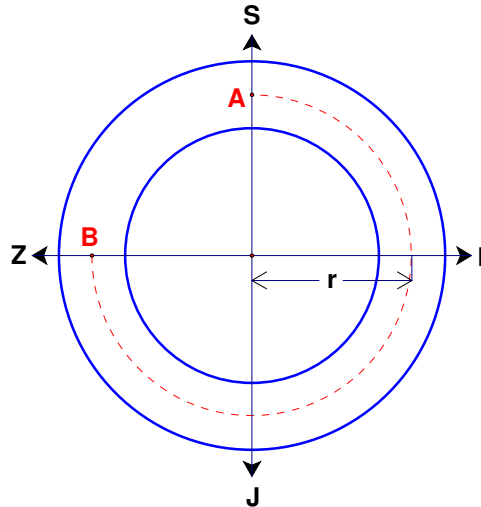
Jednu četvrtinu puta automobil se giba brzinom 10 m/s, a srednja brzina na cijelom putu je 15 m/s. Kolika je brzina automobila na drugom dijelu puta?

Rezultat: 18 m/s.

Zadatak 188 (Max, tehnička škola)

Automobil se giba po kružnoj cesti polumjera r (crtež). Kada automobil dođe iz položaja A u položaj B koliki je njegov pomak?

- A. $r \cdot \sqrt{2}$ jugozapadno B. $r \cdot \sqrt{2}$ sjeveroistočno
C. r jugozapadno D. r sjeveroistočno

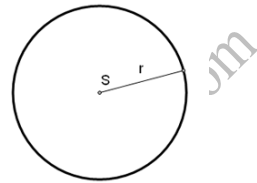


Rješenje 188

r – polumjer kružnice, $p = ?$

Kružnica je skup svih točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane točke (središta).

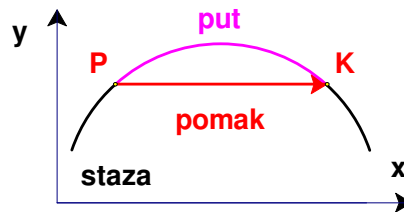
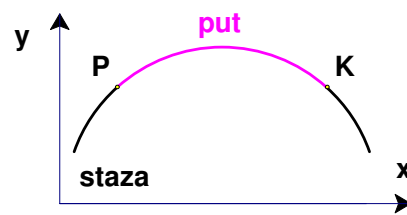
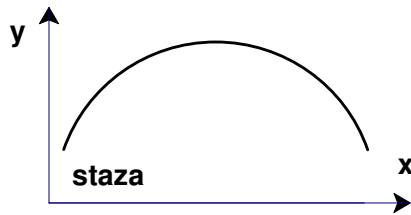
Polumjer ili radijus je dužina koja spaja središte kružnice s bilo kojom točkom kružnice. Dulžina polumjera označava se slovom r .

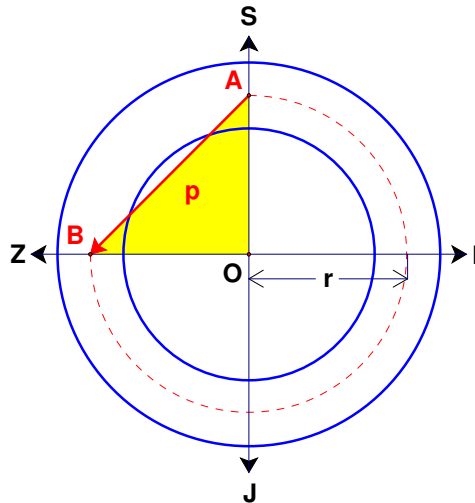


Ako znamo polumjer kružnice r , možemo izračunati i opseg kružnice primjenjujući sljedeću formulu:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Tijelo se giba ako mijenja svoj položaj u odnosu prema nekom drugom tijelu. Ako dimenzije tijela u mislima sažmemo u jednu točku takvu točku zovemo materijalnom točkom. Trag koji bi materijalna točka ostavljala pri gibanju zovemo stazom (putanjom). Dulžina dijela staze što je materijalna točka prijeđe zove se put. Put je dio staze koji tijelo prijeđe u određenom vremenskom intervalu i određen je dvjema točkama na stazi. Najkraću udaljenost između početnog položaja P i završnog položaja K zovemo pomakom. Pomak je usmjerena dužina između krajnjih točaka puta – početne P i završne K. To je vektorska veličina orijentirana od početne točke P do završne točke K.





Sa slike vidi se:

$$|OB| = r \quad , \quad |OA| = r$$

Pomak automobila iz položaja A u položaj B jednak je duljini hipotenuze pravokutnog trokuta BOA. Pomoću Pitagorina poučka izračunamo duljinu hipotenuze:

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= |OB|^2 + |OA|^2 \Rightarrow |AB|^2 = |OB|^2 + |OA|^2 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow |AB| = \sqrt{|OB|^2 + |OA|^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow |AB| = \sqrt{r^2 + r^2} \Rightarrow |AB| = \sqrt{2 \cdot r^2} \Rightarrow |AB| = r \cdot \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dakle, pomak p iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p = |AB| \\ |AB| = r \cdot \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow p = r \cdot \sqrt{2}.$$

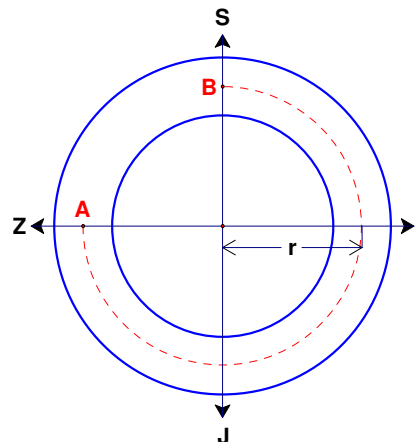
Smjer pomaka je jugozapadno.

Odgovor je pod A.

Vježba 188

Automobil se giba po kružnoj cesti polumjera r (crtež). Kada automobil dođe iz položaja A u položaj B koliki je njegov pomak?

- A. $r \cdot \sqrt{2}$ jugozapadno B. $r \cdot \sqrt{2}$ sjeveroistočno
C. r jugozapadno D. r sjeveroistočno

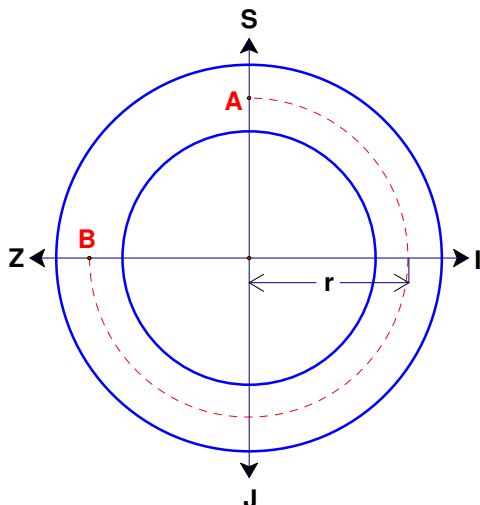


Rezultat: B.

Zadatak 189 (Max, tehnička škola)

Automobil se giba po kružnoj cesti polumjera r (crtež). Kada automobil dođe iz položaja A u položaj B koliki je put prešao?

- A. $r \cdot \sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2} \cdot r \cdot \pi$ C. $2 \cdot r \cdot \pi$ D. $\frac{1}{2} \cdot r \cdot \pi$

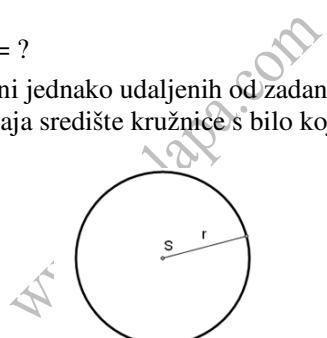


Rješenje 189

r – polumjer kružnice, $s = ?$

Kružnica je skup svih točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane točke (središta).

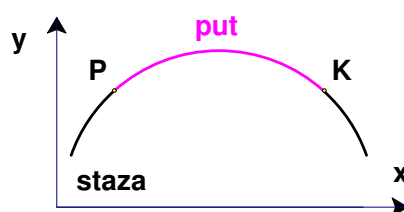
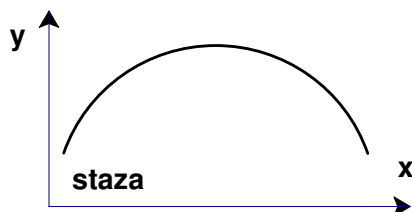
Polumjer ili radijus je dužina koja spaja središte kružnice s bilo kojom točkom kružnice. Duljina polumjera označava se slovom r .

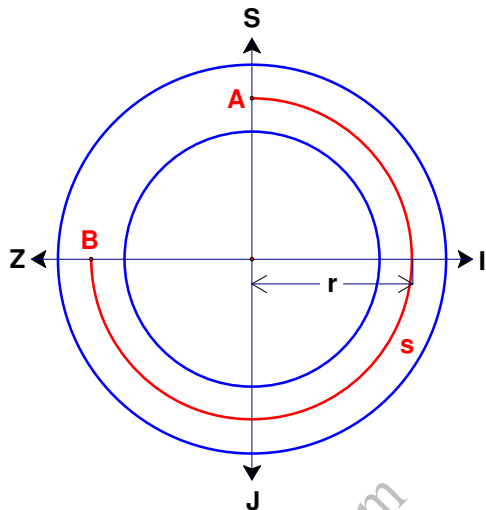
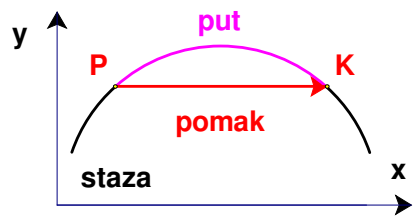


Ako znamo polumjer kružnice r , možemo izračunati i opseg kružnice primjenjujući sljedeću formulu:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Tijelo se giba ako mijenja svoj položaj u odnosu prema nekom drugom tijelu. Ako dimenzije tijela u mislima sažmemo u jednu točku takvu točku zovemo materijalnom točkom. Trag koji bi materijalna točka ostavljala pri gibanju zovemo stazom (putanjom). Duljina dijela staze što je materijalna točka prijeđe zove se put. Put je dio staze koji tijelo prijeđe u određenom vremenskom intervalu i određen je dvjema točkama na stazi. Najkraću udaljenost između početnog položaja P i završnog položaja K zovemo pomakom. Pomak je usmjerena dužina između krajnjih točaka puta – početne P i završne K. To je vektorska veličina orijentirana od početne točka P do završne točke K.





Sa slike vidi se:

$$|OB| = r \quad , \quad |OA| = r$$

Put s automobila iz položaja A u položaj B jednak je $\frac{3}{4}$ opsega kružnice polumjera r.

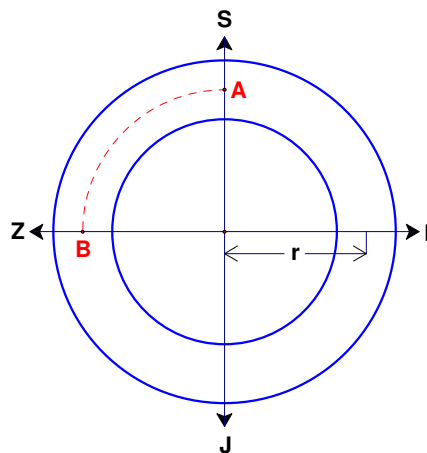
$$s = \frac{3}{4} \cdot O \Rightarrow s = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \Rightarrow s = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \Rightarrow s = \frac{3}{2} \cdot r \cdot \pi.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 189

Automobil se giba po kružnoj cesti polumjera r (crtež). Kada automobil dođe iz položaja A u položaj B koliki je put prešao?

- A. $r \cdot \sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2} \cdot r \cdot \pi$ C. $2 \cdot r \cdot \pi$ D. $\frac{1}{2} \cdot r \cdot \pi$



Rezultat: D.

Zadatak 190 (Lora, gimnazija)

Automobil prijeđe prvu polovicu puta između dva grada brzinom 30 km/h, a drugu polovicu brzinom 70 km/h. Kolika je srednja brzina?

Rješenje 190

$$s_1 = \frac{s}{2}, \quad v_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = \frac{s}{2}, \quad v_2 = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t, \quad t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad v = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}.$$

Svaki je dio puta automobil prešao za određeno vrijeme:

- na putu s_1 gibao se brzinom v_1 pa je proteklo vrijeme

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1}$$

- na putu s_2 gibao se brzinom v_2 pa je proteklo vrijeme

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{2 \cdot v_2}$$

Srednja brzina iznosi:

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_1} + \frac{s}{2 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{2 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{2 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{2 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 + v_1}{2 \cdot v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{30 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 42 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 190

Automobil prelazi prvu polovicu puta između dva grada brzinom 70 km/h, a drugu polovicu brzinom 30 km/h. Kolika je srednja brzina?

Rezultat: $42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zadatak 191 (Tibor, gimnazija)

Putnik u zračnoj luci giba se duž trake za prtljagu brzinom 2 km/h, a traka putuje brzinom 2 km/h. Za koje vrijeme putnik stigne do prtljage, ako je traka duga 36 m? Koliko će mu trebati vremena ako ide uz traku?

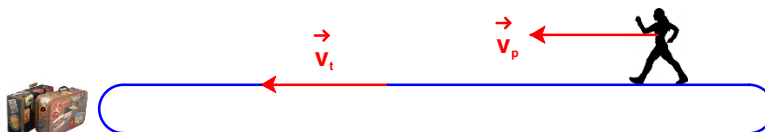
Rješenje 191

$$v_p = 2 \text{ km/h} = [2 : 3.6] = 0.56 \text{ m/s}, \quad v_t = 2 \text{ km/h} = [2 : 3.6] = 0.56 \text{ m/s}, \quad s = 36 \text{ m}, \\ t = ?, \quad t_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t, \quad t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



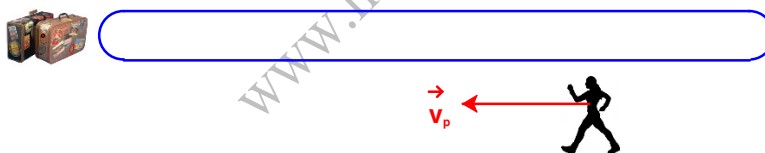
Kada se putnik giba duž trake za prtljagu njegova je relativna brzina v jednaka zbroju brzina v_p i v_t .

$$v = v_p + v_t.$$

Vrijeme t za koje će stići do prtljage iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_p + v_t \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = (v_p + v_t) \cdot t \Rightarrow (v_p + v_t) \cdot t = s \Rightarrow (v_p + v_t) \cdot t = s \cdot \frac{1}{v_p + v_t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{s}{v_p + v_t} = \frac{36 \text{ m}}{0.56 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.56 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 32.14 \text{ s}.$$



Kada putnik ide uz traku brzinom v_p vrijeme t_1 za koje će stići do prtljage iznosi:

$$s = v_p \cdot t_1 \Rightarrow v_p \cdot t_1 = s \Rightarrow v_p \cdot t_1 = s \cdot \frac{1}{v_p} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{v_p} = \frac{36 \text{ m}}{0.56 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 64.29 \text{ s}.$$

Vježba 191

Putnik u zračnoj luci giba se duž trake za prtljagu brzinom 4 km/h, a traka putuje brzinom 4 km/h. Za koje vrijeme putnik stigne do prtljage, ako je traka duga 72 m? Koliko će mu trebati vremena ako ide uz traku?

Rezultat: 32.14 s, 64.29 s.

Zadatak 192 (Tina, gimnazija)

Kolikom brzinom mora letjeti zrakoplov i kojim smjerom da bi za vrijeme $t = 1$ h preletio u pravcu sjevera put od $s = 300$ km, ako za vrijeme leta puše sjeveroistočni vjetar brzinom 35 km/h pod kutom 40° prema meridijanu?

Rješenje 192

$$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad s = 300 \text{ km} = 3 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad v_v = 35 \text{ km/h} = [35 : 3.6] = 9.72 \text{ m/s}, \\ \alpha = 40^\circ, \quad v_z = ?, \quad \beta = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Poučak o kosinusu (kosinsov poučak)

U trokutu ABC vrijede ove jednakosti

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

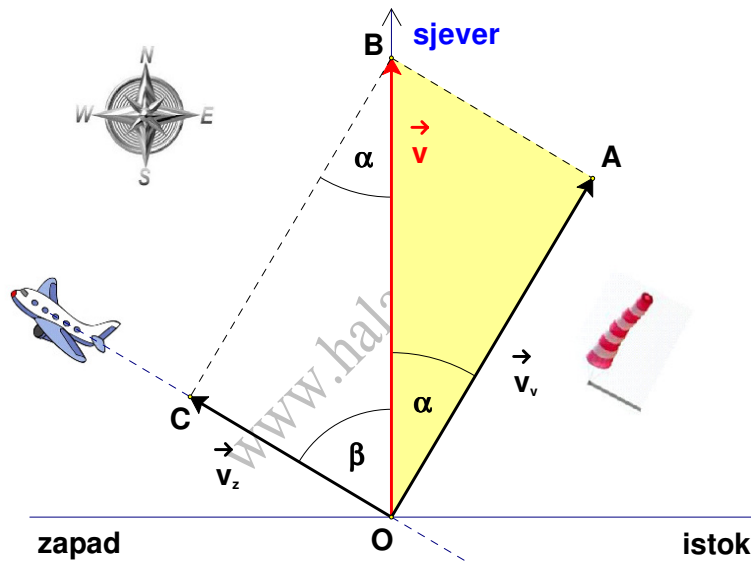
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma.$$

U trokutu ABC vrijedi sinusov poučak

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

pri čemu su a , b i c duljine stranica trokuta, α , β i γ unutarnji kutovi trokuta.



Brzina v kojom bi zrakoplov preletio put od 300 km za 1 sat iznosi:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 83.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

To je rezultantna brzina čije su komponente brzina zrakoplova v_z i brzina vjetra v_v .

Uočimo trokut OAB i uporabom kosinusovog poučka dobije se brzina v_z .

$$v_z^2 = v^2 + v_v^2 - 2 \cdot v \cdot v_v \cdot \cos \alpha \Rightarrow v_z^2 = v^2 + v_v^2 - 2 \cdot v \cdot v_v \cdot \cos \alpha \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow v_z &= \sqrt{v^2 + v_v^2 - 2 \cdot v \cdot v_v \cdot \cos \alpha} = \sqrt{\left(83.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(9.72 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 83.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9.72 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 40^\circ} = \\ &= 76.14 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [76.14 \cdot 3.6] = 274.1 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Iz trokuta OBC uporabom sinusovog poučka izračunamo smjer zrakoplova.

$$\frac{v_z}{\sin \alpha} = \frac{v_v}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{v_z}{\sin \alpha} = \frac{v_v}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta \cdot \sin \alpha}{v_z} \Rightarrow \sin \beta = \frac{v_v}{v_z} \cdot \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{v_y}{v_z} \cdot \sin \alpha \right) = \sin^{-1} \left(\frac{9.72 \frac{m}{s}}{76.14 \frac{m}{s}} \cdot \sin 40^\circ \right) = 4^\circ 42'.$$

Vježba 192

Kolikom brzinom mora letjeti zrakoplov i kojim smjerom da bi za vrijeme $t = 2$ h preletio u pravcu sjevera put od $s = 600$ km, ako za vrijeme leta puše sjeveroistočni vjetar brzinom 35 km/h pod kutom 40° prema meridijanu?

Rezultat: 274.1 km/h, $4^\circ 28'$.

Zadatak 193 (Medika, medicinska škola)

Koliki je promjer cijevi kojom se puni spremnik obujma 10 m³, ako voda istječe iz cijevi stalnom brzinom 2 m/s? Punjenje spremnika traje 12 minuta.

Rješenje 193

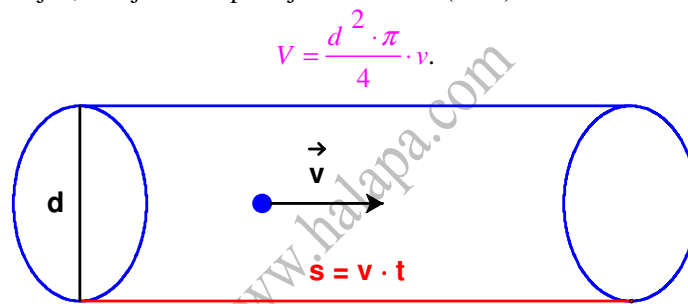
$$V = 10 \text{ m}^3, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad t = 12 \text{ min} = 720 \text{ s}, \quad d = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Obujam uspravnog valjka, ako je zadan promjer d osnovke (baze) i visina h



Kapljice vode gibaju se jednoliko niz spremnik i za vrijeme t prijeđu put (visinu spremnika)

$$s = v \cdot t$$

pa obujam vode koja za to vrijeme napuni spremnik iznosi:

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot s \\ s &= v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot t \Rightarrow V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot t \cdot \frac{4}{\pi \cdot v \cdot t} \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v \cdot t} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v \cdot t}} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot v \cdot t}} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{10 \text{ m}^3}{\pi \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 720 \text{ s}}} = 0.094 \text{ m} = 9.4 \text{ cm}.$$

Vježba 193

Koliki je promjer cijevi kojom se puni spremnik obujma 20 m³, ako voda istječe iz cijevi stalnom brzinom 4 m/s? Punjenje spremnika traje 12 minuta.

Rezultat: 9.4 cm.

Zadatak 194 (Patrik, gimnazija)

Turist je putovao iz jednog grada u drugi biciklom i pješke. Prvu polovicu puta je prešao biciklom vozeći brzinom $v_1 = 12 \text{ km/h}$, a drugu tako da je pola preostalog vremena vozio bicikl brzinom $v_2 = 6 \text{ km/h}$, a pola vremena je išao pješice brzinom $v_3 = 4 \text{ km/h}$. Odredite njegovu srednju brzinu na cijelom putu.

Rješenje 194

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_1 = 12 \text{ km/h}, \quad v_2 = 6 \text{ km/h}, \quad v_3 = 4 \text{ km/h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj kvocijent stalan za svaki Δs i odgovarajući Δt duž nekog puta s , onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Neka su s_1, s_2, s_3 putovi koje je prešao turist brzinama v_1, v_2 vozeći bicikl i v_3 hodajući. Vrijeme za koje on prvu polovicu puta prevali biciklom vozeći brzinom v_1 iznosi:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1}.$$

Druga polovica puta jednaka je zbroju putova s_2 i s_3 .

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{2} \cdot s.$$

Budući da je pola preostalog vremena t_2 turist vozio bicikl brzinom v_2 , a pola t_3 je hodao brzinom v_3 vrijedi:

$$\begin{aligned} s_2 + s_3 = \frac{1}{2} \cdot s &\Rightarrow v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_3 = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow [t_2 = t_3] \Rightarrow v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_2 = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow t_2 \cdot (v_2 + v_3) = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow t_2 \cdot (v_2 + v_3) = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \frac{1}{v_2 + v_3} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{2 \cdot (v_2 + v_3)}. \end{aligned}$$

Računamo srednju brzinu v .

$$\begin{aligned} v = \frac{s}{t} &\Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow [t_2 = t_3] \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + 2 \cdot t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_1} + 2 \cdot \frac{s}{2 \cdot (v_2 + v_3)}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_1} + 2 \cdot \frac{s}{2 \cdot (v_2 + v_3)}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_1} + \frac{s}{v_2 + v_3}} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3} \right)} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3}} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{v_2 + v_3 + 2 \cdot v_1}{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + v_3)}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{v_2 + v_3 + 2 \cdot v_1}{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + v_3)}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + v_3)}{v_2 + v_3 + 2 \cdot v_1} = \frac{2 \cdot 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(6 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)}{6 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2 \cdot 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 7.06 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Vježba 194

Turist je putovao iz jednog grada u drugi biciklom i pješke. Prvu polovicu puta je prešao biciklom vozeći brzinom $v_1 = 12 \text{ km/h}$, a drugu tako da je pola preostalog vremena hodao brzinom $v_2 = 4 \text{ km/h}$, a pola vremena je vozio bicikl brzinom $v_3 = 6 \text{ km/h}$. Odredite njegovu srednju brzinu na cijelom putu.

Rezultat: 7.06 km/h.

Zadatak 195 (Tomislav, tehnička škola)

Iz mjesta A u mjesto B čija je međusobna udaljenost 3 km pješaci čovjek gibajući se stalnom brzinom 3 km/h. Mjesto B, istodobno kad i pješak napušta mjesto A, napušta pčela brzinom 6 km/h gibajući se pravocrtno prema pješaku (crtež). Nakon što se pčela i pješak susretnu, pčela se vraća natrag u mjesto B pa ponovno kreće prema pješaku, sve dok pješak konačno ne stigne u mjesto B.

- Koliko vremena treba čovjeku da dođe do mjesta B?
- Koliki ukupni put prijeđe pčela dok pješak ne stigne iz mjesta A u mjesto B?

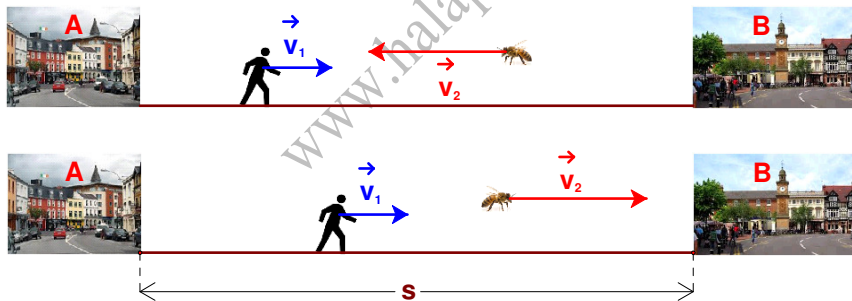
Rješenje 195

$$s = 3 \text{ km}, \quad v_1 = 3 \text{ km/h}, \quad v_2 = 6 \text{ km/h}, \quad t = ? \quad s_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



- Vrijeme potrebno, da čovjek prijeđe put od mjesta A do mjesta B gibajući se stalnom brzinom v_1 , iznosi:

$$s = v_1 \cdot t \Rightarrow v_1 \cdot t = s \Rightarrow v_1 \cdot t = s \cdot \frac{1}{v_1} \Rightarrow t = \frac{s}{v_1} = \frac{3 \text{ km}}{3 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1 \text{ h}$$

- Za to vrijeme t pčela se giba stalnom brzinom v_2 i prijeđe ukupni put

$$s_2 = v_2 \cdot t = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} = 6 \text{ km}$$

Vježba 195

Iz mjesta A u mjesto B čija je međusobna udaljenost 4 km pješaci čovjek gibajući se stalnom brzinom 4 km/h. Mjesto B, istodobno kad i pješak napušta mjesto A, napušta pčela brzinom 8 km/h gibajući se pravocrtno prema pješaku (crtež). Nakon što se pčela i pješak susretnu, pčela se vraća natrag u mjesto B pa ponovno kreće prema pješaku, sve dok pješak konačno ne stigne u mjesto B.

- Koliko vremena treba čovjeku da dođe do mjesta B?

b) Koliki ukupni put prijeđe pčela dok pješak ne stigne iz mjesta A u mjesto B?

Rezultat: 1 h, 8 km.

Zadatak 196 (Dragan, gimnazija)

Konduktar u autobusu giba se brzinom 1 m/s s obzirom na putnike koji sjede. Brzina autobusa je 54 km/h . Kolikom će brzinom konduktar proći pokraj promatrača koji se nalazi uz cestu ako se giba:

- a) u smjeru gibanja autobusa
- b) suprotno smjeru gibanja autobusa?

Rješenje 196

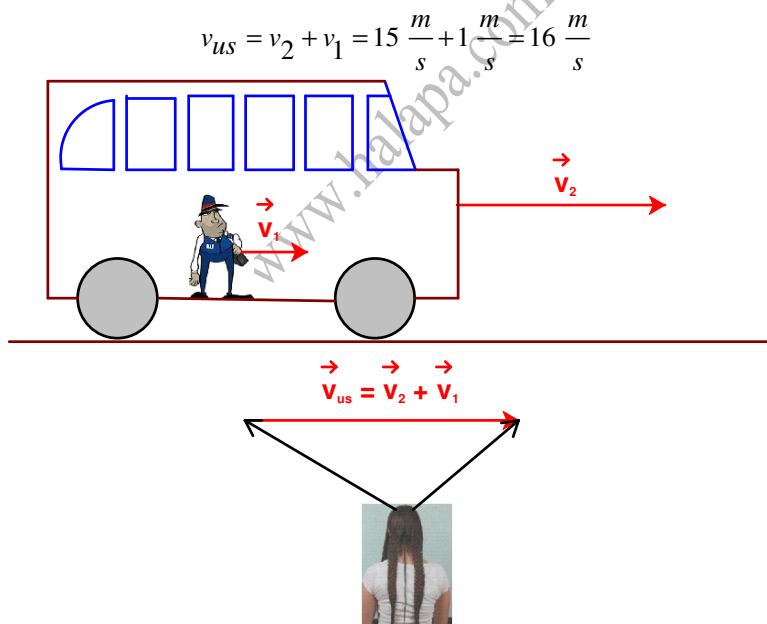
$$v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad v_2 = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad v_{us} = ?, \quad v_{ss} = ?$$

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Uočimo da se autobus giba brzinom v_2 prema koordinatnom sustavu vezanom za Zemlju. Konduktar hoda po autobusu u smjeru njegova gibanja brzinom v_1 s obzirom na sustav vezan za autobus. Brzina konduktara mjerena u autobusu je v_1 , ali mjerena sa tla izvan autobusa bit će drugačija.

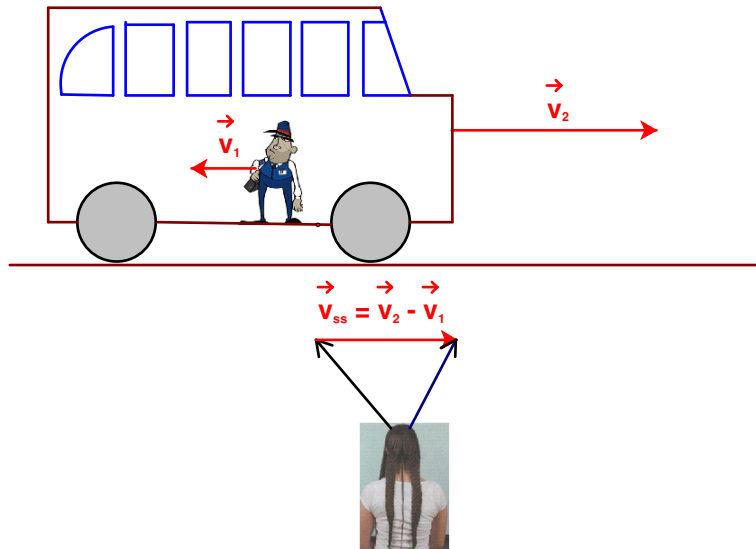
Relativna brzina konduktara kojom će proći pokraj promatrača koji se nalazi uz cestu iznosi:

- ako se giba u smjeru gibanja autobusa



- ako se giba suprotno smjeru gibanja autobusa

$$v_{ss} = v_2 - v_1 = 15 \frac{m}{s} - 1 \frac{m}{s} = 14 \frac{m}{s}.$$



Vježba 196

Konduker u autobusu giba se brzinom 2 m/s s obzirom na putnike koji sjede. Brzina autobusa je 54 km/h . Kolikom će brzinom konduker proći pokraj promatrača koji se nalazi uz cestu ako se giba:

- u smjeru gibanja autobusa
- suprotno smjeru gibanja autobusa?

Rezultat: 17 m/s , 13 m/s .

Zadatak 197 (Dragana, gimnazija)

Motorni čamac giba se brzinom 7 m/s na mirnoj vodi. Pomoću njega putuje se rijekom od mjesta A do mjesta B čija je međusobna udaljenost 2 km . Kolika je brzina rijeke, ako čamac udaljenost od A do B i natrag prijeđe za 10 minuta ?

Rješenje 197

$$v_1 = 7 \text{ m/s}, \quad s = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada čamac putuje niz rijeku (od A do B) njegova je relativna brzina v_{AB} jednaka zbroju brzina v_1 i v_2

$$v_{AB} = v_1 + v_2,$$

a potrebno vrijeme na putu s iznosi

$$t_1 = \frac{s}{v_{AB}} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

Kada čamac putuje uz rijeku (od B do A) njegova je relativna brzina v_{BA} jednaka razlici brzina v_1 i v_2

$$v_{BA} = v_1 - v_2,$$

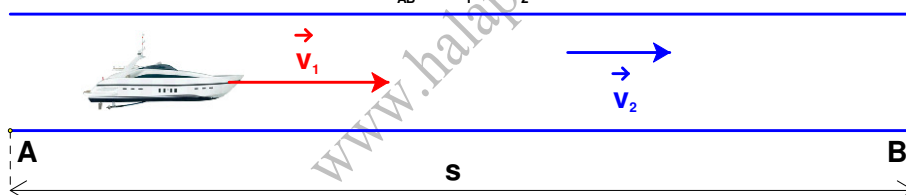
a potrebno vrijeme na putu s iznosi

$$t_2 = \frac{s}{v_{BA}} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

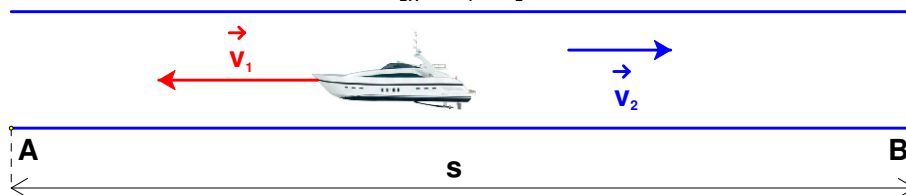
Budući da je motorni čamac udaljenost od A do B i natrag prešao za vrijeme t , slijedi:

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 = t &\Rightarrow \frac{s}{v_1 + v_2} + \frac{s}{v_1 - v_2} = t \Rightarrow \frac{s}{v_1 + v_2} + \frac{s}{v_1 - v_2} = t \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{v_1 + v_2} + \frac{1}{v_1 - v_2} = \frac{t}{s} \Rightarrow \frac{v_1 - v_2 + v_1 + v_2}{(v_1 + v_2) \cdot (v_1 - v_2)} = \frac{t}{s} \Rightarrow \frac{v_1 - v_2 + v_1 + v_2}{v_1^2 - v_2^2} = \frac{t}{s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot v_1}{v_1^2 - v_2^2} = \frac{t}{s} \Rightarrow \frac{2 \cdot v_1}{v_1^2 - v_2^2} = \frac{t}{s} \cdot \frac{1}{s} \cdot (v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow 2 \cdot v_1 \cdot s = t \cdot (v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_1 \cdot s = t \cdot (v_1^2 - v_2^2) \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{2 \cdot v_1 \cdot s}{t} = v_1^2 - v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 - \frac{2 \cdot v_1 \cdot s}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 - \frac{2 \cdot v_1 \cdot s}{t} \cdot \frac{1}{\sqrt{\quad}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2 \cdot v_1 \cdot s}{t}} = \\ &= \sqrt{\left(7 \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{2 \cdot 7 \frac{m}{s} \cdot 2000 m}{600 s}} = 1.53 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$



Vježba 197

Motorni čamac giba se brzinom 7 m/s na mirnoj vodi. Pomoću njega putuje se rijekom od mjesta A do mjesta B čija je međusobna udaljenost 4 km . Kolika je brzina rijeke, ako čamac udaljenost od A do B i natrag prijeđe za 20 minuta ?

Rezultat: 1.53 m/s .

Zadatak 198 (Franjo, srednja škola)

Pokraj promatrača prolazi vlak brzinom 36 km/h . Lokomotiva je pored njega prošla točno u 16 h , a zadnji vagon 15 s poslije. Izračunaj duljinu vlaka.

Rješenje 198

$$v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 15 \text{ s}, \quad d = ?$$

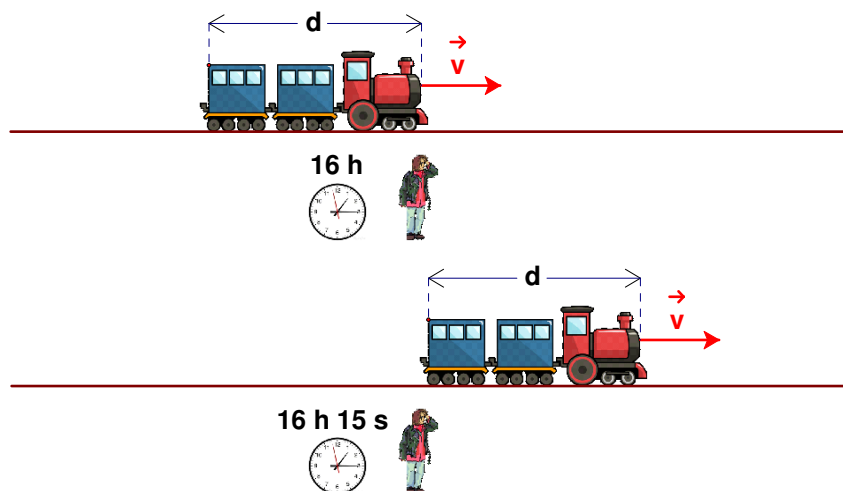
Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Budući da je vlak pored promatrača prolazio stalnom brzinom v za vrijeme Δt njegova duljina iznosi:

$$d = v \cdot \Delta t = 10 \frac{m}{s} \cdot 15 s = 150 m.$$



Vježba 198

Pokraj promatrača prolazi vlak brzinom 36 km/h . Lokomotiva je pored njega prošla točno u 17 h , a zadnji vagon 15 s poslije. Izračunaj duljinu vlaka.

Rezultat: 150 m .

Zadatak 199 (Luka, srednja škola)

Vozač za 1 h prijeđe polovinu puta, a potom ubrza za 15 km/h i drugu polovinu prijeđe za 45 min . Kojom je brzinom vozač vozio prvu polovinu puta?

Rješenje 199

$$t_1 = 1 \text{ h}, \quad s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad \Delta v = 15 \text{ km/h}, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad t_2 = 45 \text{ min} = \left[\frac{45}{60} \right] = \frac{3}{4} \text{ h},$$

$$v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Za prvu polovinu puta vrijedi:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1.$$

Na drugoj polovini puta vozač je vozio brzinom

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

pa za prijedeni put vrijedi:

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow s_2 = (v_1 + \Delta v) \cdot t_2.$$

Dalje slijedi:

$$s_1 = s_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = (v_1 + \Delta v) \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_1 \cdot t_2 + \Delta v \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 - v_1 \cdot t_2 = \Delta v \cdot t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 \cdot (t_1 - t_2) = \Delta v \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot (t_1 - t_2) = \Delta v \cdot t_2 \cdot \frac{1}{t_1 - t_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{\Delta v \cdot t_2}{t_1 - t_2} = \frac{15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \text{ h}}{1 \text{ h} - \frac{3}{4} \text{ h}} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 199

Vozač za 1 h prijeđe polovinu puta, a potom ubrza za 20 km / h i drugu polovinu prijeđe za 45 min. Kojom je brzinom vozač vozio prvu polovinu puta?

Rezultat: 60 km / h.

Zadatak 200 (Ante, srednja škola)

Brod brzine c u mirnoj vodi ploveći rijekom brzine v prijeđe udaljenost d od mjesta A do B i odmah natrag od B do A. Kolika je srednja brzina broda?

Rješenje 200

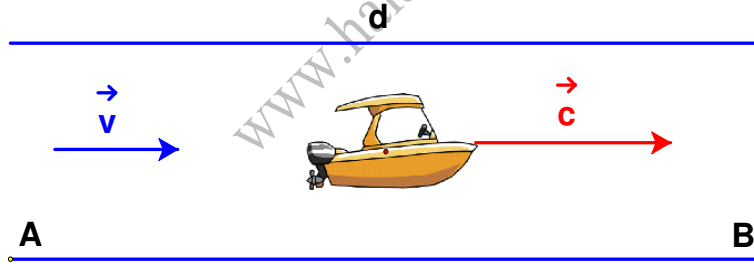
$$c, \quad v, \quad d, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

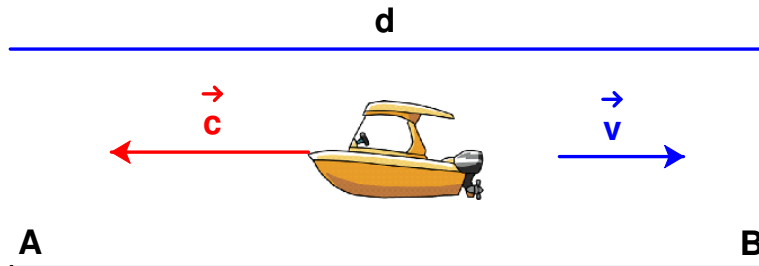


Kada brod plovi niz rijeku (od A do B) njegova relativna brzina jednaka je zbroju brzine broda c i brzine rijeke v .

$$v_{AB} = c + v.$$

Vrijeme plovidbe od mjesta A do B jednako je:

$$t_1 = \frac{d}{v_{AB}} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{c + v}.$$



Kada brod plovi uz rijeku (od B do A) njegova relativna brzina jednaka je razlici brzine broda c i

brzine rijeke v .

$$v_{BA} = c - v.$$

Vrijeme plovidbe od mjesta B do A jednako je:

$$t_2 = \frac{d}{v_{BA}} \Rightarrow t_2 = \frac{d}{c - v}.$$

Srednja brzina broda iznosi:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{2 \cdot d}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{\frac{d}{c+v} + \frac{d}{c-v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{d \cdot \left(\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2 \cdot d}{d \cdot \left(\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{c-v+c+v}{(c+v) \cdot (c-v)}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{c-v+c+v}{(c+v) \cdot (c-v)}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{2 \cdot c}{c^2 - v^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{\frac{2 \cdot c}{c^2 - v^2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2}{2 \cdot c} \cdot \frac{c^2 - v^2}{1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{c} \cdot \frac{c^2 - v^2}{1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{c} \cdot (c^2 - v^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{c} \cdot c^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{c} \cdot c^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \Rightarrow \bar{v} = c \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right). \end{aligned}$$

Vježba 200

Brod brzine $2 \cdot v$ u mirnoj vodi ploveći rijekom brzine v prijeđe udaljenost d od mjesta A do B i odmah natrag od B do A. Kolika je srednja brzina broda?

Rezultat: $\bar{v} = \frac{3}{2} \cdot v.$