

Zadatak 161 (Zdravka, srednja škola)

Put između postaja A i B putnički vlak prevali za 3 sata manje nego teretni. Kolika je udaljenost od A do B ako je brzina teretnog vlaka 50 km/h, a putničkog 80 km/h?

Rješenje 161

$$\Delta t = t_t - t_p = 3 \text{ h}, \quad v_t = 50 \text{ km/h}, \quad v_p = 80 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Neka je s udaljenost od A do B. Taj put teretni vlak prevali za vrijeme t_t brzinom v_t .

$$t_t = \frac{s}{v_t}.$$

Isti put s putnički vlak prevali za vrijeme t_p brzinom v_p .

$$t_p = \frac{s}{v_p}.$$

Budući da put s između postaja A i B putnički vlak prevali za 3 sata manje nego teretni, vrijedi jednačba

$$\begin{aligned} t_t - t_p = \Delta t &\Rightarrow \frac{s}{v_t} - \frac{s}{v_p} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_t} - \frac{1}{v_p} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_p - v_t}{v_t \cdot v_p} = \Delta t \Rightarrow \\ \Rightarrow s \cdot \frac{v_p - v_t}{v_t \cdot v_p} = \Delta t &/ \cdot \frac{v_t \cdot v_p}{v_p - v_t} \Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_t \cdot v_p}{v_p - v_t} = 3 \text{ h} \cdot \frac{50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 400 \text{ km}. \end{aligned}$$

Vježba 161

Put između postaja A i B putnički vlak prevali za 6 sati manje nego teretni. Kolika je udaljenost od A do B ako je brzina teretnog vlaka 50 km/h, a putničkog 80 km/h?

Rezultat: 800 km.

Zadatak 162 (QW, medicinska škola)

Pretpostavimo da se Sunce 'ugasi'. Nakon koliko vremena bi na Zemlji nastupio mrak, ako je udaljenost Zemlja – Sunce jednaka $152 \cdot 10^6$ km? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

A. Istog trena. B. Nakon nekoliko godina. C. Nakon 8.44 min ute. D. Nakon 8 s.

Rješenje 162

$$s = 152 \cdot 10^6 \text{ km} = 152 \cdot 10^9 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \Rightarrow 1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Pretpostavimo da se Sunce 'ugasi'. Vrijeme nakon kojega bi na Zemlji nastupio mrak iznosi:

$$t = \frac{s}{c} = \frac{152 \cdot 10^9 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 506.67 \text{ s} = [506.67 : 60] = 8.44 \text{ min}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 162

Pretpostavimo da se Sunce 'ugasi'. Nakon koliko vremena bi na Zemlji nastupio mrak, ako je udaljenost Zemlja – Sunce jednaka $1.52 \cdot 10^8$ km? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^5$ km/s)

A. Istog trenu. B. Nakon nekoliko godina. C. Nakon 8.44 min ute. D. Nakon 8 s.

Rezultat: C.

Zadatak 163 (Josipa, srednja škola)

Automobil vozi na putu dugom 200 km srednjom brzinom 72 km/h. Prvih 100 km prevalio je za 1 sat. Koliko mu vremena treba za preostalih 100 km?

Rješenje 163

$$s = 200 \text{ km}, \quad v = 72 \text{ km/h}, \quad s_1 = 100 \text{ km}, \quad t_1 = 1 \text{ h}, \quad s_2 = 100 \text{ km}, \quad t_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki Δs i odgovarajući Δt duž nekog puta s, onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Izračunamo ukupno vrijeme t potrebno automobilu da put s prijeđe srednjom brzinom v.

$$t = \frac{s}{v}.$$

Budući da je prvi dio puta s_1 prevalio za vrijeme t_1 , ostatak puta s_2 prevalit će za vrijeme t_2 .

$$t_2 = t - t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v} - t_1 = \frac{200 \text{ km}}{72 \frac{\text{km}}{\text{h}}} - 1 \text{ h} = 1.78 \text{ h}.$$

Vježba 163

Automobil vozi na putu dugom 400 km srednjom brzinom 144 km/h. Prvih 200 km prevalio je za 1 sat. Koliko mu vremena treba za preostalih 200 km?

Rezultat: 1.78 h.

Zadatak 164 (Pavle, srednja škola)

Filip pliva s jedne na drugu obalu rijeke brzinom 0.5 m/s u smjeru okomitom na tok rijeke. Rijeka je široka 10 m. Koliko ga je metara rijeka odvušla nizvodno ako je brzina rijeke 3 m/s?

A. 10 m B. 15 m C. 30 m D. 60 m

Rješenje 164

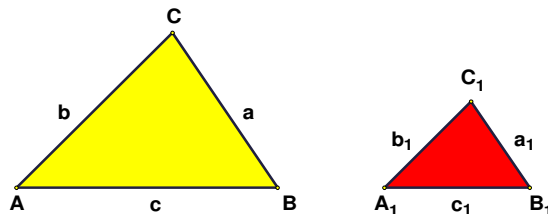
$$v_1 = 0.5 \text{ m/s}, \quad d = 10 \text{ m}, \quad v_2 = 3 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t, \quad t = \frac{s}{v}, \quad v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Sličnost trokuta



Kažemo da su dva trokuta slična ako postoji pridruživanje vrhova jednog vrhovima drugog tako da su odgovarajući kutovi jednaki, a odgovarajuće stranice proporcionalne.

$$\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1, \gamma = \gamma_1, \quad \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k.$$

Omjer stranica sličnih trokuta k zovemo koeficijent sličnosti. Kraće:

Dva su trokuta slična ako su im kutovi sukladni, a odgovarajuće stranice proporcionalne (razmjerne).

Prvi poučak sličnosti (K – K)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u dva kuta.

Drugi poučak sličnosti (S – K – S)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u jednom kutu, a stranice koje određuju taj kut su proporcionalne.

Treći poučak sličnosti (S – S – S)

Dva su trokuta slična ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

Četvrti poučak sličnosti (S – S – K)

Dva su trokuta slična ako su im dvije stranice proporcionalne, a podudaraju se u kutu nasuprot većoj stranici.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

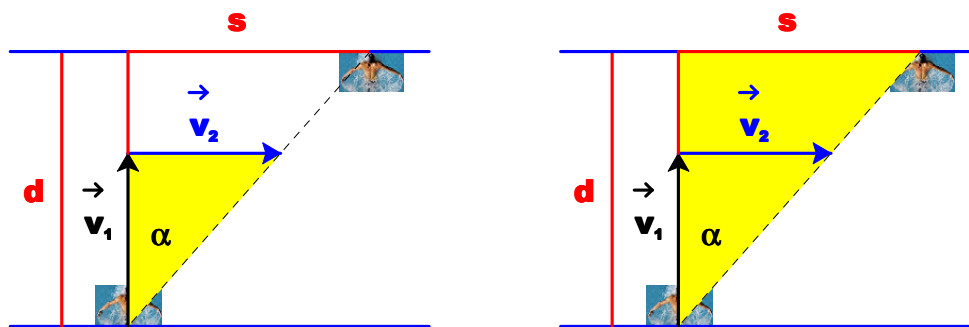
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Složena gibanja

Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi:

Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istom vremenskom razmaku.



1. inačica

Uočimo dva pravokutna trokuta. Prvi pravokutni trokut ima katete v_1 i v_2 , a drugi d i s . Oni su međusobno slični jer imaju jednake kutove. Iz sličnosti pravokutnih trokuta dobije se omjer:

$$\frac{s}{d} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{v_2}{v_1} \cdot d \Rightarrow s = \frac{v_2}{v_1} \cdot d = \frac{3 \frac{m}{s}}{0.5 \frac{m}{s}} \cdot 10 \text{ m} = 60 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Uočimo dva pravokutna trokuta. Prvi pravokutni trokut ima katete v_1 i v_2 , a drugi d i s . Budući da pravokutni trokuti imaju jednake kutove, pomoću funkcije tangens dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{d} \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{v_2}{v_1} \cdot d \Rightarrow s = \frac{v_2}{v_1} \cdot d = \frac{3 \frac{m}{s}}{0.5 \frac{m}{s}} \cdot 10 \text{ m} = 60 \text{ m}.$$

Ili

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{d} \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{d} \cdot d \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3 \frac{m}{s}}{0.5 \frac{m}{s}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = d \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{tg} \alpha = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow s = 10 \text{ m} \cdot 6 = 60 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

Koristimo se načelom neovisnosti složenog gibanja. Vrijeme za koje plivač prepliva rijeku širine d brzinom v_1 kad bi plivao okomito na suprotnu obalu je

$$t = \frac{d}{v_1} = \frac{10 \text{ m}}{0.5 \frac{m}{s}} = 20 \text{ s}.$$

Za to vrijeme struja je plivača ponijela nizvodno za udaljenost s brzinom v_2 pa je:

$$s = v_2 \cdot t = 3 \frac{m}{s} \cdot 20 \text{ s} = 60 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 164

Filip pliva s jedne na drugu obalu rijeke brzinom 1 m/s u smjeru okomitom na tok rijeke. Rijeka je široka 10 m. Koliko ga je metara rijeka odvušla nizvodno ako je brzina rijeke 6 m/s?

- A. 10 m B. 15 m C. 30 m D. 60 m

Rezultat: D.

Zadatak 165 (4A, TUPŠ)

Zrakoplov se pri uzlijetanju otisne brzinom od 315 km/h pod kutom od 22° prema ravnini piste. Na kojoj se visini izraženoj u metrima zrakoplov nalazi nakon 8 s?

Rješenje 165

$$v = 315 \text{ km/h} = [315 : 3.6] = 87.5 \text{ m/s}, \quad \alpha = 22^\circ, \quad t = 8 \text{ s}, \quad h = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

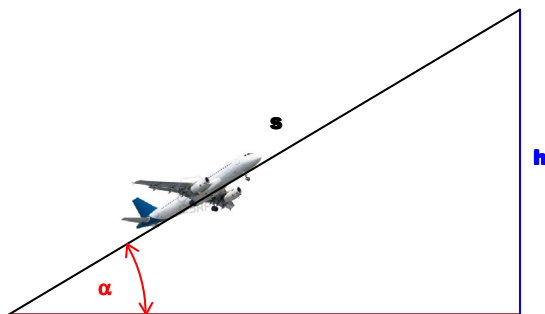
$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.



Zrakoplov se pri uzlijetanju otisne brzinom v pa za vrijeme t prevali put

$$s = v \cdot t$$

i postigne visinu h . Uočimo pravokutan trokut čija je kateta h , a hipotenuza s . Pomoću funkcije sinus dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} s = v \cdot t \\ \sin \alpha = \frac{h}{s} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{v \cdot t} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{v \cdot t} / \cdot v \cdot t \Rightarrow h = v \cdot t \cdot \sin \alpha =$$

$$= 87.5 \frac{m}{s} \cdot 8 s \cdot \sin 22^\circ = 262.22 m.$$

Vježba 165

Zrakoplov se pri uzlijetanju otisne brzinom od 315 km/h pod kutom od 22° prema ravnini piste. Na kojoj se visini izraženoj u metrima zrakoplov nalazi nakon 16 s ?

Rezultat: 524.45 m .

Zadatak 166 (Maja, srednja škola)

Na brojčaniku automobila pročitamo $s_1 = 15159 \text{ km}$ u $9 \text{ h } 40 \text{ min}$ i $s_2 = 15301 \text{ km}$ u $11 \text{ h } 25 \text{ min}$. Odredite srednju brzinu automobila.

Rješenje 166

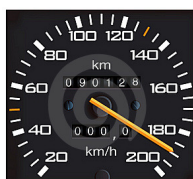
$$s_1 = 15159 \text{ km}, \quad t_1 = 9 \text{ h } 40 \text{ min}, \quad s_2 = 15301 \text{ km}, \quad t_2 = 11 \text{ h } 25 \text{ min}, \quad v = ?$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad v = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}.$$

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{15301 \text{ km} - 15159 \text{ km}}{11 \text{ h } 25 \text{ min} - 9 \text{ h } 40 \text{ min}} = [1 \text{ h} = 60 \text{ min}] = \frac{142 \text{ km}}{10 \text{ h } 85 \text{ min} - 9 \text{ h } 40 \text{ min}} =$$

$$= \frac{142 \text{ km}}{1 \text{ h } 45 \text{ min}} = \frac{142 \text{ km}}{1 \text{ h} + \frac{45}{60} \text{ h}} = \frac{142 \text{ km}}{\frac{60 + 45}{60} \text{ h}} = \frac{142 \text{ km}}{\frac{105}{60} \text{ h}} = \frac{60 \cdot 142 \text{ km}}{105 \text{ h}} = 81.14 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



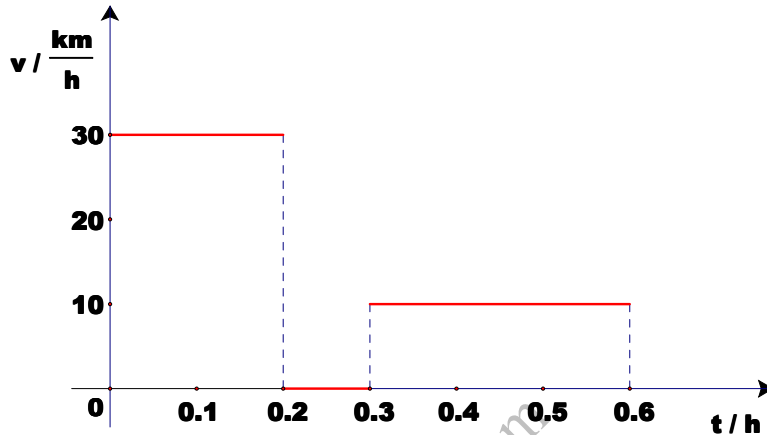
Vježba 166

Na brojčaniku automobila pročitamo $s_1 = 15158$ km u 8 h 40 min i $s_2 = 15300$ km u 10 h 25 min. Odredite srednju brzinu automobila.

Rezultat: 81.14 km/h.

Zadatak 167 (Panter, obrtnička škola)

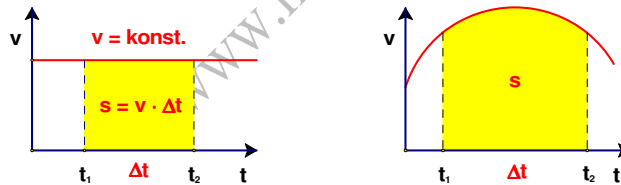
Gibanje materijalne točke prikazano je u $v - t$ dijagramu. Odredite ukupan put što ga je prešla materijalna točka za 0.6 sati od početka gibanja. Nacrtajte $s - t$ dijagram danog gibanja. Odredite prosječnu vrijednost brzine materijalne točke za prvih 0.6 sati.



Rješenje 167

$$t_1 = 0 \text{ h}, \quad t_2 = 0.2 \text{ h}, \quad t_3 = 0.3 \text{ h}, \quad t_4 = 0.6 \text{ h}, \quad s = ?, \quad v = ?$$

U $v - t$ dijagramu površina ispod krivulje odgovara veličini puta što ga je tijelo prešlo gibajući se u vremenu Δt brzinom v . Dakle, prijeđeni put može se odrediti računajući površinu ispod krivulje $v(t)$.



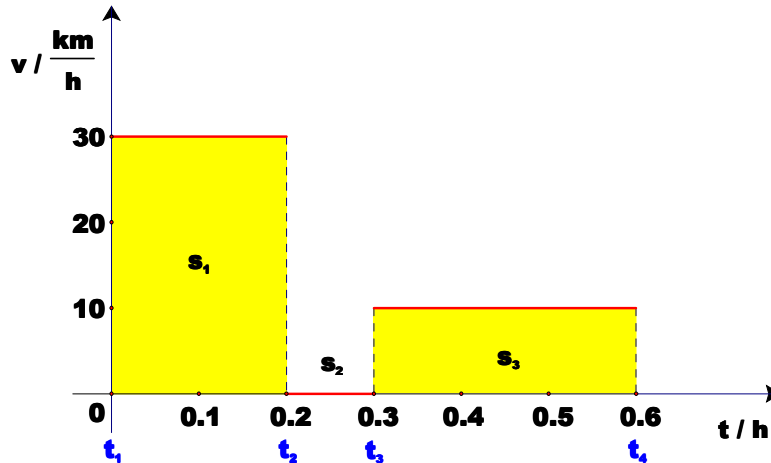
Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad v = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$v = \frac{s}{t}, \quad s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Pri rješavanju zadataka tog tipa moramo najprije pogledati koje su veličine naznačene za koordinatne osi. Vidjet ćemo da je riječ o vremenu t iskazanom satima t/h i brzini v iskazanoj kilometrima po satu $v/km \cdot h^{-1}$. To znači da dijagram prikazuje promjenu brzine nekoga gibanja. Prijedeni put odgovara površini ispod krivulje.

Opis pravocrtnog gibanja prikazanog $v-t$ dijagramom glasi:

- u prvom vremenskom intervalu $\Delta t = t_2 - t_1$ tijelo se giba stalnom brzinom $v = 30 \text{ km/h}$
- u drugom vremenskom intervalu $\Delta t = t_3 - t_2$ tijelo miruje, $v = 0$
- u trećem vremenskom intervalu $\Delta t = t_4 - t_3$ tijelo se giba stalnom brzinom $v = 10 \text{ km/h}$.

Na prvom dijelu puta, od nula do 0.2 h, put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnika:

$$s_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow s_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (0.2 \text{ h} - 0 \text{ h}) \Rightarrow s_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0.2 \text{ h} \Rightarrow s_1 = 6 \text{ km}.$$

Na drugom dijelu puta, od 0.2 h do 0.3 h, materijalna točka miruje jer je brzina nula.

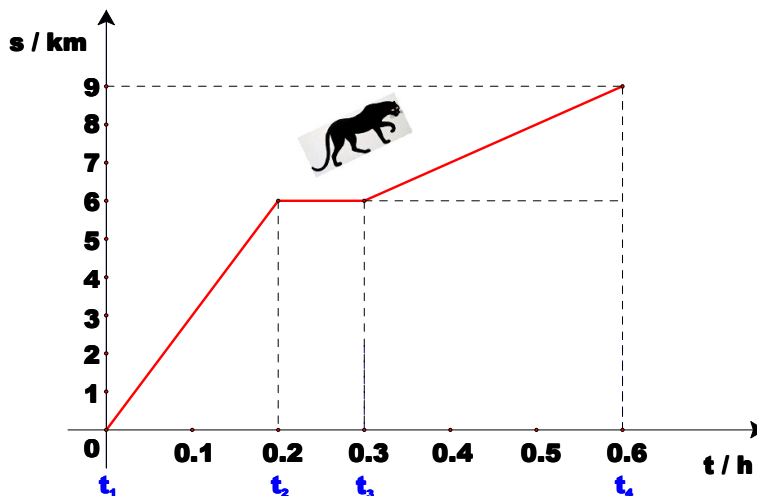
$$s_2 = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (t_3 - t_2) \Rightarrow s_2 = 0 \text{ km}.$$

Na trećem dijelu puta, od 0.3 h do 0.6 h, put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnika:

$$s_3 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (t_4 - t_3) \Rightarrow s_3 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (0.6 \text{ h} - 0.3 \text{ h}) \Rightarrow s_3 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0.3 \text{ h} \Rightarrow s_3 = 3 \text{ km}.$$

Prijedeni put iznosi:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow s = 6 \text{ km} + 0 \text{ km} + 3 \text{ km} = 9 \text{ km}.$$



Kako se iz formule za put

$$s = v \cdot t$$

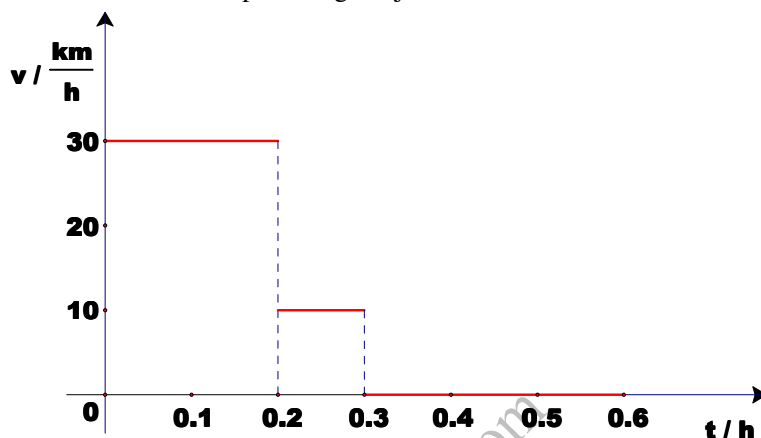
vidi, put je linearna funkcija vremena. To znači da će grafički prikaz puta kao funkcije vremena (prikaz puta u s, t – dijagramu) biti pravac kroz ishodište s nagibom prema osi vremena (t – osi), a nagib je ovisan o brzini v .

Prosječnu vrijednost brzine materijalne točke za prvih 0.6 sati iznosi:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{9 \text{ km}}{0.6 \text{ h}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 167

Gibanje materijalne točke prikazano je u $v - t$ dijagramu. Odredite ukupan put što ga je prešla materijalna točka za 0.6 sati od početka gibanja.



Rezultat: 7 km.

Zadatak 168 (Šumski, šumarska škola)

Tijelo se dio puta giba brzinom 4 m/s, zatim tri desetine puta brzinom 5 m/s, a zadnju desetinu puta brzinom 3 m/s. Kolika je prosječna brzina tijela?

Rješenje 168

$$s_1, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad s_2 = \frac{3}{10} \cdot s, \quad v_2 = 5 \text{ m/s}, \quad s_3 = \frac{1}{10} \cdot s, \quad v_3 = 3 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t, \quad t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad v = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}.$$

Najprije odredimo koji dio ukupnog puta s otpada na početni put s_1 .

$$\begin{aligned} s = s_1 + s_2 + s_3 &\Rightarrow s_1 = s - (s_2 + s_3) \Rightarrow s_1 = s - \left(\frac{3}{10} \cdot s + \frac{1}{10} \cdot s \right) \Rightarrow s_1 = s - \frac{4}{10} \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow s_1 = s - \frac{4}{10} \cdot s \Rightarrow s_1 = s - \frac{2}{5} \cdot s \Rightarrow s_1 = \frac{3}{5} \cdot s. \end{aligned}$$

Svaki je dio puta tijelo prešlo za određeno vrijeme:

- na putu s_1 gibalo se brzinom v_1 pa je proteklo vrijeme

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{3}{5} \cdot s}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{3 \cdot s}{5 \cdot v_1}$$

- na putu s_2 gibalo se brzinom v_2 pa je proteklo vrijeme

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{3}{10} \cdot s}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{3 \cdot s}{10 \cdot v_2}$$

- na putu s_3 gibalo se brzinom v_3 pa je proteklo vrijeme

$$t_3 = \frac{s_3}{v_3} \Rightarrow t_3 = \frac{\frac{1}{10} \cdot s}{v_3} \Rightarrow t_3 = \frac{s}{10 \cdot v_3}$$

Ukupno vrijeme na putu je:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 \Rightarrow t = \frac{3 \cdot s}{5 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot s}{10 \cdot v_2} + \frac{s}{10 \cdot v_3} \Rightarrow t = \frac{6 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot s + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 \cdot s + v_1 \cdot v_2 \cdot s}{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{6 \cdot v_2 \cdot v_3 + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} \cdot s.$$

Prosječna brzina tijela iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{6 \cdot v_2 \cdot v_3 + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} \cdot s} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{6 \cdot v_2 \cdot v_3 + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{6 \cdot v_2 \cdot v_3 + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow v = \frac{10 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{6 \cdot v_2 \cdot v_3 + 3 \cdot v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 4 \frac{m}{s} \cdot 5 \frac{m}{s} \cdot 3 \frac{m}{s}}{6 \cdot 5 \frac{m}{s} \cdot 3 \frac{m}{s} + 3 \cdot 4 \frac{m}{s} \cdot 3 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s} \cdot 5 \frac{m}{s}} = 4.11 \frac{m}{s}.$$

Vježba 168

Tijelo se tri petine puta giba brzinom 4 m/s, zatim tri desetine puta brzinom 5 m/s, a zadnji dio puta brzinom 3 m/s. Kolika je prosječna brzina tijela?

Rezultat: 4.11 m/s.

Zadatak 169 (Neodlučna, gimnazija)

Biciklist učini 1500 okreta pedalama u 10 minuta. Polumjer kotača bicikla je 30 cm. Kolikom se stalnom brzinom giba biciklist?

Rješenje 169

$$n = 1500, \quad t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}, \quad r = 30 \text{ cm} = 0.30 \text{ m}, \quad v = ?$$

Opseg kruga polumjera r:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}, \quad v = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}.$$



Ako se kotač bicikla jedanput okrene prijeđeni put po iznosu jednak je opsegu kotača

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Budući da se kotač n puta okrenuo ukupan put dan je izrazom

$$s = n \cdot O \Rightarrow s = n \cdot 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Brzina kojom se giba biciklist iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} s = n \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{n \cdot 2 \cdot r \cdot \pi}{t} = \frac{1500 \cdot 2 \cdot 0.30 \text{ m} \cdot \pi}{600 \text{ s}} =$$

$$= 4.71 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [4.71 \cdot 3.6] = 16.96 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 169

Biciklist učini 3000 okreta pedalama u 20 minuta. Polumjer kotača bicikla je 30 cm. Kolikom se stalnom brzinom giba biciklist?

Rezultat: $16.96 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

Zadatak 170 (Neodlučna, gimnazija)

Na kojoj je udaljenosti od Marka nastao grom, ako je bljesak munje vidio 5 s prije nego što je čuo grom? Brzina svjetlosti je $3 \cdot 10^8$ m/s, a brzina zvuka 330 m/s.

Rješenje 170

$$\Delta t = 5 \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = 330 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Računamo vrijeme za koje Marko:

- vidi munju: $t_m = \frac{s}{c}$
- čuje grom: $t_g = \frac{s}{v}$.

Budući da je razlika u vremenima Δt , slijedi:

$$t_g - t_m = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v} - \frac{s}{c} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{c-v}{v \cdot c} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{c-v}{v \cdot c} = \Delta t \cdot \frac{v \cdot c}{c-v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v \cdot c}{c-v} = 5 \text{ s} \cdot \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1650 \text{ m} = 1.65 \text{ km}.$$

Vježba 170

Na kojoj je udaljenosti od Marka nastao grom, ako je bljesak munje vidio 10 s prije nego što je čuo grom? Brzina svjetlosti je $3 \cdot 10^8$ m/s, a brzina zvuka 330 m/s.

Rezultat: 3.3 km.

Zadatak 171 (Amer, srednja škola)

Automobil je projurio pored policajca 10 min nakon kamiona. Na kojoj će udaljenosti automobil stići kamion, ako se on giba brzinom 60 km/h, a kamion 40 km/h?

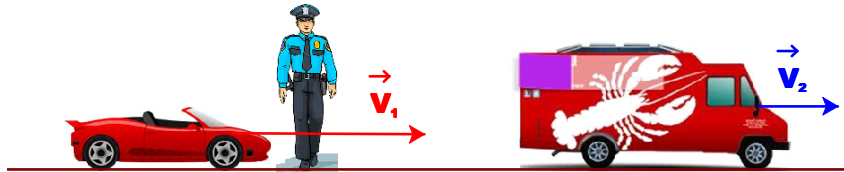
Rješenje 171

$$\Delta t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}, \quad v_1 = 60 \text{ km/h} = [60 : 3.6] = 16.67 \text{ m/s}, \\ v_2 = 40 \text{ km/h} = [40 : 3.6] = 11.11 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Neka je t vrijeme za koje automobil sustigne kamion. Put automobila iznosi:

$$s_1 = v_1 \cdot t.$$

Budući da je kamion vozio Δt vremena dulje od automobila, prevalio je put

$$s_2 = v_2 \cdot (t + \Delta t).$$

U trenutku stizanja je

$$s_1 = s_2 \Rightarrow v_1 \cdot t = v_2 \cdot (t + \Delta t) \Rightarrow v_1 \cdot t = v_2 \cdot t + v_2 \cdot \Delta t \Rightarrow v_1 \cdot t - v_2 \cdot t = v_2 \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot (v_1 - v_2) = v_2 \cdot \Delta t \Rightarrow t \cdot (v_1 - v_2) = v_2 \cdot \Delta t \quad / \cdot \frac{1}{v_1 - v_2} \Rightarrow t = \frac{v_2 \cdot \Delta t}{v_1 - v_2} =$$

$$= \frac{11.11 \frac{m}{s} \cdot 600 \text{ s}}{16.67 \frac{m}{s} - 11.11 \frac{m}{s}} = 1198.92 \text{ s}.$$

Udaljenost s susreta automobila i kamiona može se izračunati na dva načina:

- $\left. \begin{array}{l} s = s_1 \\ s_1 = v_1 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_1 \cdot t = 16.67 \frac{m}{s} \cdot 1198.92 \text{ s} = 19986 \text{ m}$
- $\left. \begin{array}{l} s = s_2 \\ s_2 = v_2 \cdot (t + \Delta t) \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_2 \cdot (t + \Delta t) = 11.11 \frac{m}{s} \cdot (1198.92 \text{ s} + 600 \text{ s}) = 19986 \text{ m}.$

Vježba 171

Automobil je projurio pored policajca 10 min nakon kamiona. Na kojoj će udaljenosti automobil stići kamion, ako se on giba brzinom 120 km/h, a kamion 80 km/h?

Rezultat: 19986 m.

Zadatak 172 (Josip, tehnička škola)

Autobus duljine 20 m vozi brzinom 36 km/h, a automobil duljine 4 m brzinom 90 km/h. Izračunaj koliko vremena treba da se mimođu.

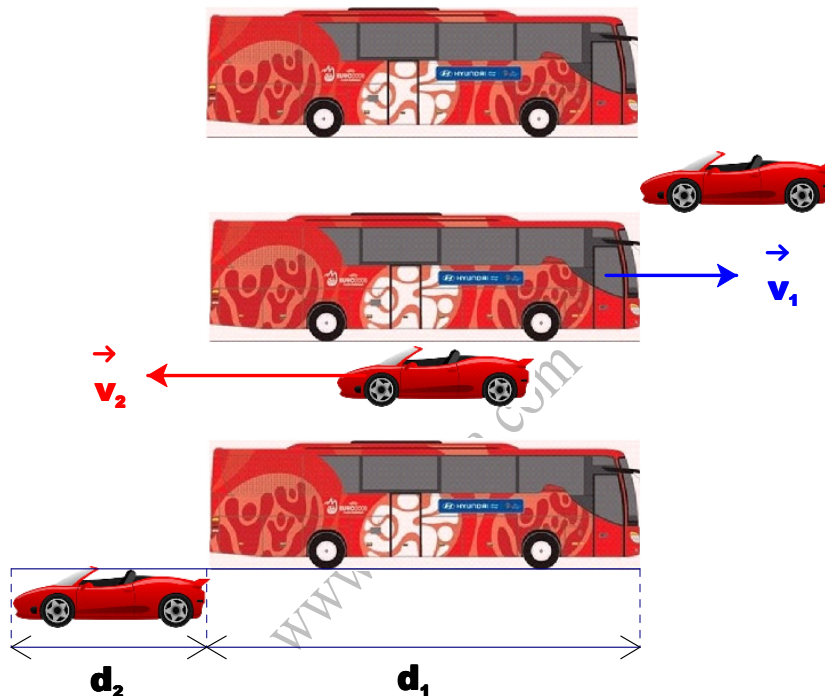
Rješenje 172

$$d_1 = 20 \text{ m}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad d_2 = 4 \text{ m}, \\ v_2 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Pri mimoilaženju automobil mora prijeći put koji je jednak njegovoj duljini d_2 i duljini autobusa d_1 pa je ukupni put

$$d = d_1 + d_2.$$

Budući da se vozila mimoilaze, relativna brzina automobila u odnosu na autobus je

$$v = v_1 + v_2.$$

Vrijeme mimoilaženja iznosi:

$$t = \frac{d}{v} \Rightarrow t = \frac{d_1 + d_2}{v_1 + v_2} = \frac{20 \text{ m} + 4 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.69 \text{ s}.$$

Vježba 172

Autobus duljine 40 m vozi brzinom 72 km/h, a automobil duljine 8 m brzinom 180 km/h. Izračunaj koliko vremena treba da se mimođu.

Rezultat: 0.69 s.

Zadatak 173 (Mario, srednja škola)

Srednja brzina autobusa iznosi 90 km/h. Ako krene u 9 h 10 min, u koliko sati će stići u mjesto udaljeno 123 km? Uračunaj 10 min stajanja.

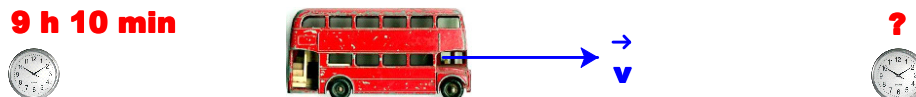
Rješenje 173

$$v = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad t_1 = 9 \text{ h } 10 \text{ min}, \quad s = 123 \text{ km} = 123000 \text{ m}, \\ \Delta t = 10 \text{ min}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Vrijeme koje je autobus proveo na putu iznosi:

$$t_2 = \frac{s}{v} = \frac{123000}{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4920 \text{ s} = [4920 : 60] = 82 \text{ min}.$$

Računamo u koliko će sati autobus stići u mjesto.

$$t = t_1 + t_2 + \Delta t = 9 \text{ h } 10 \text{ min} + 82 \text{ min} + 10 \text{ min} = 9 \text{ h } 102 \text{ min} = [1 \text{ h } = 60 \text{ min}] = 10 \text{ h } 42 \text{ min}.$$

Vježba 173

Srednja brzina autobusa iznosi 90 km/h. Ako krene u 7 h 10 min, u koliko sati će stići u mjesto udaljeno 123 km? Uračunaj 10 min stajanja.

Rezultat: 8 h 42 min.

Zadatak 174 (Mislav, srednja škola)

S obale je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku $\Delta t = 16 \text{ s}$. Brzina zvuka u zraku iznosi $v_1 = 340 \text{ m/s}$, a u vodi $v_2 = 1450 \text{ m/s}$. Kolika su vremena putovanja zvuka kroz vodu i zrak?

Rješenje 174

$$\Delta t = 16 \text{ s}, \quad v_1 = 340 \text{ m/s}, \quad v_2 = 1450 \text{ m/s}, \quad t_1 = ?, \quad t_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Budući da je udaljenost s kroz zrak i vodu od obale do broda jednaka, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} s = v_1 \cdot t_1 \\ s = v_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2.$$

- Računamo vrijeme t_1 putovanja zvuka kroz zrak.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \cdot \frac{1}{v_2} \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_2 = \frac{v_1}{v_2} \cdot t_1 \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 - \frac{v_1}{v_2} \cdot t_1 = \Delta t \Rightarrow t_1 \cdot \left(1 - \frac{v_1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow t_1 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{v_1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow t_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_2} = \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_2} = \Delta t \cdot \frac{v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{v_2 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} = \frac{1450 \frac{m}{s} \cdot 16 s}{1450 \frac{m}{s} - 340 \frac{m}{s}} = 20.9 s.$$

- Računamo vrijeme t_2 putovanja zvuka kroz vodu.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \cdot \frac{1}{v_1} \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{v_2}{v_1} \cdot t_2 \\ t_1 - t_2 = \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} \cdot t_2 - t_2 = \Delta t \Rightarrow t_2 \cdot \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) = \Delta t \Rightarrow t_2 \cdot \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1} \right) = \Delta t \Rightarrow t_2 \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \Delta t \cdot \frac{v_1}{v_2 - v_1} \Rightarrow t_2 = \frac{v_1 \cdot \Delta t}{v_2 - v_1} = \frac{340 \frac{m}{s} \cdot 16 s}{1450 \frac{m}{s} - 340 \frac{m}{s}} = 4.9 s.$$

Vježba 174

S obale je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku $\Delta t = 32$ s. Brzina zvuka u zraku iznosi $v_1 = 340$ m/s, a u vodi $v_2 = 1450$ m/s. Kolika su vremena putovanja zvuka kroz vodu i zrak?

Rezultat: $t_1 = 41.8$ s , $t_2 = 9.8$ s.

Zadatak 175 (Dado, tehnička škola)

Na tijelo djeluju tri sile sa zajedničkim hvatištem: sila od 112 N ima smjer prema zapadu, sila od 100 N prema istoku, a sila od 5 N prema sjeveru. Kolika je rezultanta sila i koji joj je smjer?

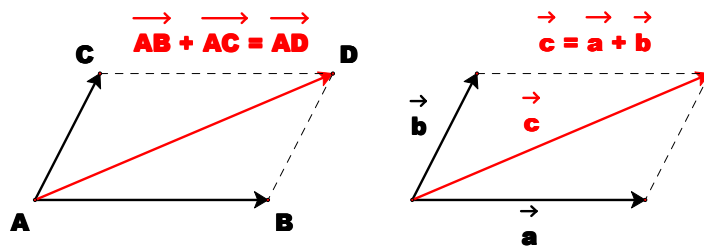
- A) 18 N u smjeru jugozapada
- B) 118 N u smjeru sjeveroistoka
- C) 13 N u smjeru sjeverozapada
- D) 218 N u smjeru jugoistoka
- E) 30 N u smjeru sjeverozapada

Rješenje 175

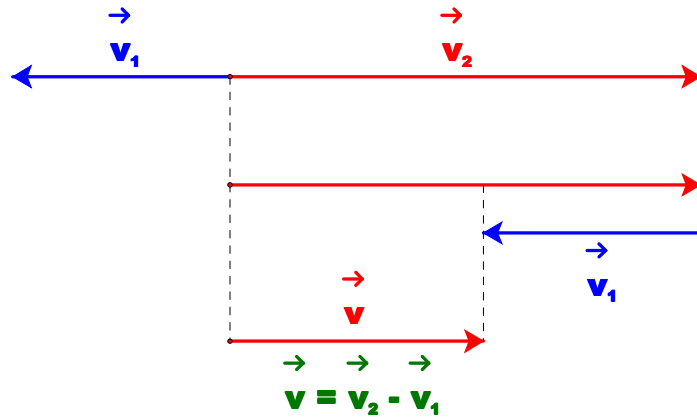
$$F_1 = 112 \text{ N}, \quad F_2 = 100 \text{ N}, \quad F_3 = 5 \text{ N}, \quad F_r = ?$$

Zbrajanje vektora po pravilu paralelograma

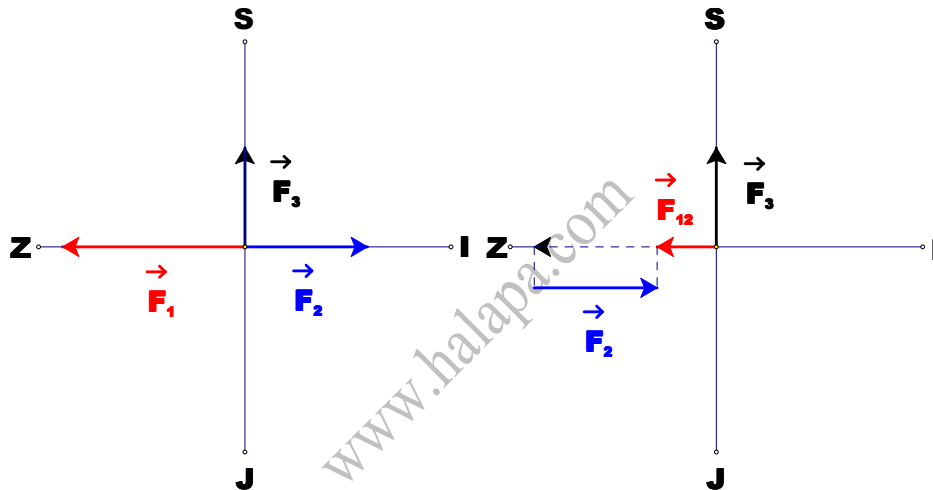
Zbroj dvaju vektora sa zajedničkom početnom točkom (hvatištem) je vektor čiji je početak ta točka, a završetak četvrti vrh paralelograma konstruiranog zadanim vektorima.



Ako vektori komponenta leže na istom pravcu zbrajaju (oduzimaju) se algebarski.

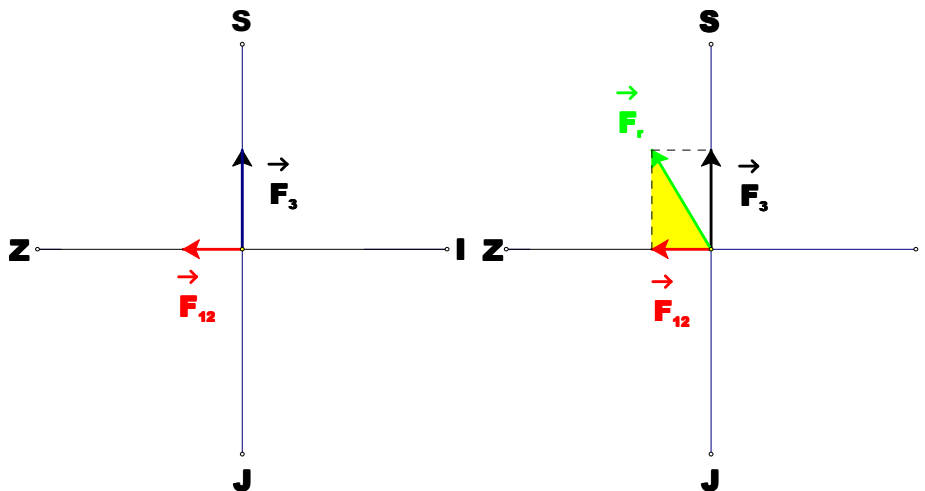


Pitagorin poučak: Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.
Slike govore sve! ☺



Vektori \vec{F}_1 i \vec{F}_2 leže na istom pravcu, a imaju suprotne orijentacije pa je iznos njihove rezultante F_{12} jednak:

$$F_{12} = F_1 - F_2 = 112 \text{ N} - 100 \text{ N} = 12 \text{ N}.$$



Rezultanta F_r sila dobije se pomoću Pitagorinog poučka:

$$F_r^2 = F_{12}^2 + F_3^2 \Rightarrow F_r^2 = F_{12}^2 + F_3^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow F_r = \sqrt{F_{12}^2 + F_3^2} = \sqrt{(12 \text{ N})^2 + (5 \text{ N})^2} = 13 \text{ N}.$$

Sa slike vidi se da je smjer rezultante sila sjeverozapad.

Odgovor je pod C.

Vježba 175

Na tijelo djeluju tri sile sa zajedničkim hvatištem: sila od 112 N ima smjer prema istoku, sila od 100 N prema zapadu, a sila od 5 N prema sjeveru. Kolika je rezultanta sila i koji joj je smjer?

- A) 18 N u smjeru jugozapada
- B) 13 N u smjeru sjeveroistoka
- C) 13 N u smjeru sjeverozapada
- D) 15 N u smjeru jugoistoka
- E) 13 N u smjeru sjeverozapada

Rezultat: B.

Zadatak 176 (Moni, priprema za prijamni)

Udaljenost od Zagreba do Dubrovnika iznosi 600 km. Prvih 150 km automobil vozi brzinom od 120 km/h. Kolikom srednjom brzinom mora prevaliti preostalih 450 km da ukupna srednja brzina bude 80 km/h?

Rješenje 176

$$s = 600 \text{ km}, \quad s_1 = 150 \text{ km}, \quad v_1 = 120 \text{ km/h}, \quad s_2 = 450 \text{ km}, \quad v = 80 \text{ km/h}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Prvi dio puta s_1 automobil je brzinom v_1 prevalio za vrijeme t_1 :

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}.$$

Drugi dio puta s_2 automobil je brzinom v_2 prevalio za vrijeme t_2 :

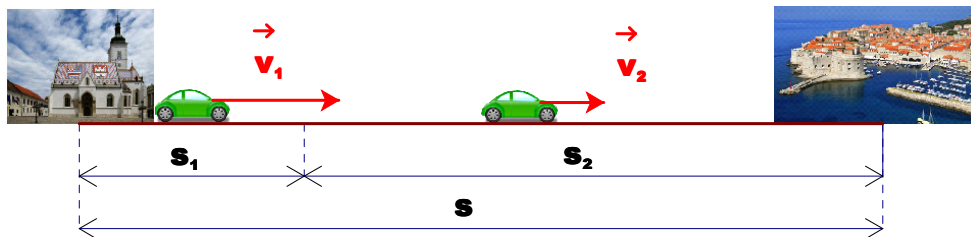
$$t_2 = \frac{s_2}{v_2}.$$

Cijeli put s , od Zagreba do Dubrovnika, automobil je prevalio za vrijeme t :

$$t = t_1 + t_2.$$

U istom vremenu t mogao je prijeći cijeli put s vozeći srednjom brzinom v pa vrijedi:

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 = t &\Rightarrow \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} \Rightarrow \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} - \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow \frac{s_2}{v_2} = \frac{s \cdot v_1 - v \cdot s_1}{v \cdot v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{s_2} = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_2}{s_2} = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \quad / \cdot s_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v \cdot v_1}{s \cdot v_1 - v \cdot s_1} \cdot s_2 = \\ &= \frac{80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{600 \text{ km} \cdot 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 150 \text{ km}} \cdot 450 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$



Vježba 176

Udaljenost od Zagreba do Dubrovnika iznosi 600 km. Zadnjih 450 km automobil vozi brzinom 72 km/h. Kolikom srednjom brzinom mora prevaliti prvih 150 km da ukupna srednja brzina bude 80 km/h?

Rezultat: 120 km/h.

Zadatak 177 (Hana, medicinska škola)

Koliko je daleko od promatrača eksplodirala raketa vatrometa ako je promatrač vidio njezin bljesak 2 s prije nego što je čuo zvuk eksplozije? Brzina zvuka u zraku iznosi 340 m/s i puno je manja od brzine svjetlosti.

- A. 170 m B. 340 m C. 680 m D. 1360 m

Rješenje 177

$$t = 2 \text{ s}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Budući da je brzina svjetlosti mnogo veća od brzine zvuka, promatrač je vidio bljesak vatrometa trenutačno. Zvuk eksplozije rakete čuo je 2 s kasnije pa njegova udaljenost do mjesta eksplozije rakete iznosi:

$$s = v \cdot t = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 680 \text{ m}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 177

Koliko je daleko od promatrača eksplodirala raketa vatrometa ako je promatrač vidio njezin bljesak 4 s prije nego što je čuo zvuk eksplozije? Brzina zvuka u zraku iznosi 340 m/s i puno je manja od brzine svjetlosti.

- A. 170 m B. 340 m C. 680 m D. 1360 m

Rezultat: D.

Zadatak 178 (Tonka, gimnazija)

Putnički vlak prelazi put između dviju postaja dva sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 60 km/h, a prosječna brzina brzog vlaka 100 km/h, koliko iznosi udaljenost postaja?

Rješenje 178

$$t_1 = t + 2 \text{ vrijeme putničkog vlaka u satima}, \quad t_2 = t \text{ vrijeme brzog vlaka u satima}, \\ v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad v_2 = 100 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Dogovor!

Mjerna jedinica za brzinu je km/h, mjerna jedinica za vrijeme je h, mjerna jedinica za put je km.

1. inačica

Budući da je jednaki put s putnički vlak prešao za 2 sata sporije od brzog vlaka, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} s = v_1 \cdot t_1 \\ s = v_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot (t + 2) = v_2 \cdot t \Rightarrow v_1 \cdot t + 2 \cdot v_1 = v_2 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t + 2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 \cdot t - v_1 \cdot t = 2 \cdot v_1 \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = 2 \cdot v_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = 2 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{v_2 - v_1} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot v_1}{v_2 - v_1}.$$

Našli smo vrijeme, u satima, za koje brzi vlak prevali put s . Duljina puta s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = t \\ t = \frac{2 \cdot v_1}{v_2 - v_1} \\ s = v_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_2 = \frac{2 \cdot v_1}{v_2 - v_1} \\ s = v_2 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_2 \cdot \frac{2 \cdot v_1}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{2 \cdot 60 \cdot 100}{100 - 60} \Rightarrow s = 300 \text{ km}.$$

2. inačica

Vrijeme t_1 za koje putnički vlak prevali put s brzinom v_1 iznosi:

$$t_1 = \frac{s}{v_1}.$$

Vrijeme t_2 za koje brzi vlak prevali put s brzinom v_2 iznosi:

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

Budući da putnički vlak prelazi put s dva sata dulje od brzog vlaka, slijedi:

$$t_1 - t_2 = 2 \Rightarrow \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = 2 \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = 2 \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = 2 \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \frac{2 \cdot 60 \cdot 100}{100 - 60} \Rightarrow s = 300 \text{ km}.$$

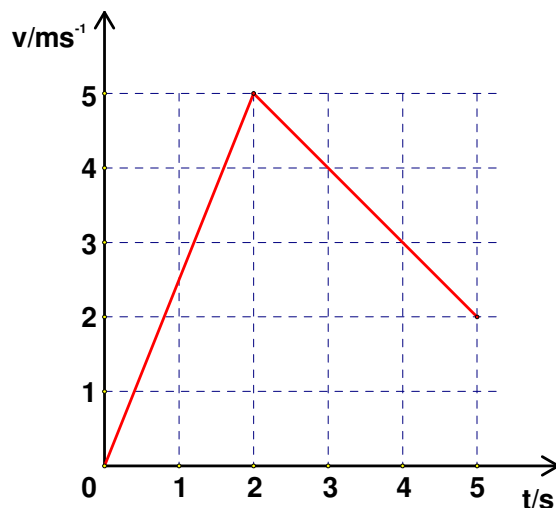
Vježba 178

Putnički vlak prelazi put između dviju postaja dva sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 120 km/h, a prosječna brzina brzog vlaka 200 km/h, koliko iznosi udaljenost postaja?

Rezultat: 600 km.

Zadatak 179 (Dalibor, strukovna škola)

Na crtežu je prikazan (v, t) graf gibanja nekoga tijela. Koliko iznosi srednja brzina tijela tijekom prvih 5 s gibanja?



Rješenje 179

$$t = 5 \text{ s}, \quad \bar{v} = ?$$

Ploština pravokutnog trokuta duljina kateta a i b izračunava se po formuli:

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

Trapez je četverokut kojemu su dvije suprotne stranice usporedne (paralelne). Usporedne stranice zovu se osnovice, a druge dvije zovu se kraci trapeza. Ploština trapeza izračunava se po formuli

$$P = \frac{a + c}{2} \cdot v,$$

gdje je v visina trapeza.

Površina pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest kvocijent dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja brzina pri jednoliko ubrzanom ili usporenom gibanju je

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja i v_2 konačna brzina gibanja.

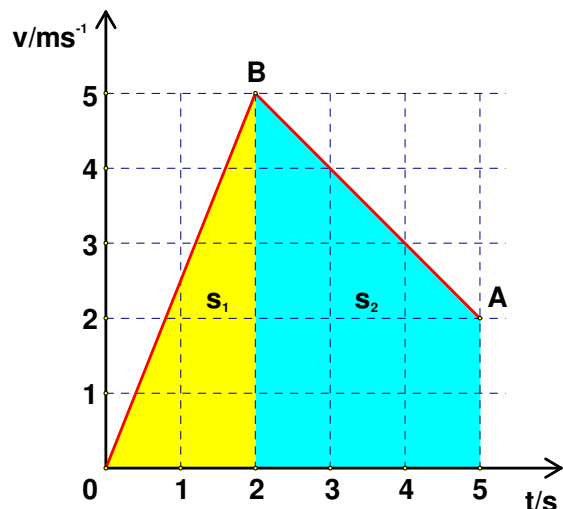
Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Za izračunavanje prijeđenog puta iz bilo kojeg (v, t) grafa primijenjujemo tvrdnju da je prijeđeni put tijela pri svakom gibanju brojčano jednak površini ispod (v, t) grafa.

1.inačica



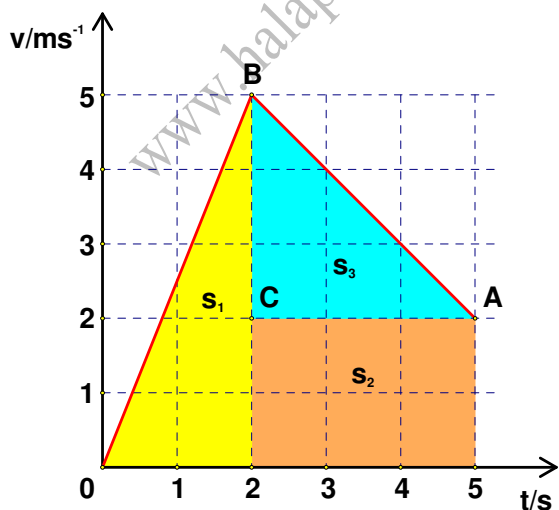
Put se može izračunati kao površina ispod krivulje koja prikazuje zavisnost brzine o vremenu. U ovom slučaju to je pravokutan trokut 02B i trapez 25AB pa je:

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = \frac{|02| \cdot |2B|}{2} + \frac{|B2| + |A5|}{2} \cdot |25| = \frac{2 \text{ s} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} + \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 3 \text{ s} = 15.5 \text{ m}.$$

Srednja brzina iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{15.5 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2.inačica



Put se može izračunati kao površina ispod krivulje koja prikazuje zavisnost brzine o vremenu. U ovom slučaju to su pravokutni trokutu 02B i CAB te pravokutnik 25AC pa je:

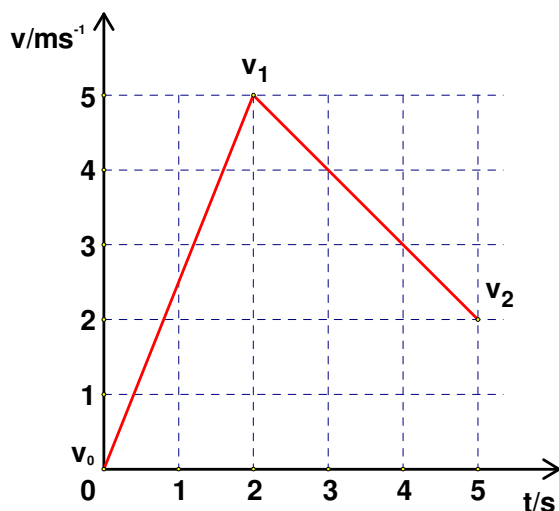
$$s = s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow s = \frac{|02| \cdot |2B|}{2} + \frac{|CA| \cdot |CB|}{2} + |25| \cdot |5A| =$$

$$= \frac{2 \text{ s} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} + \frac{3 \text{ s} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} + 3 \text{ s} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15.5 \text{ m}.$$

Srednja brzina iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{15.5 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3.inačica



Sa slike vidi se da u početnom trenutku $t = 0 \text{ s}$ tijelo miruje, $v_0 = 0 \text{ m/s}$. Nakon $t_1 = 2 \text{ s}$ brzina tijela je $v_1 = 5 \text{ m/s}$, a nakon $t_2 = 5 \text{ s}$ ona iznosi $v_2 = 2 \text{ m/s}$.

U vremenskom intervalu $\overline{02}$ tijelo se giba jednoliko ubrzano i promijeni brzinu od $v_0 = 0 \text{ m/s}$ na $v_1 = 5 \text{ m/s}$. Njegova srednja brzina iznosi

$$\bar{v}_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

a prijeđeni put

$$s_1 = \bar{v}_1 \cdot t_1 = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 5 \text{ m}.$$

U vremenskom intervalu $\overline{25}$ tijelo se giba jednoliko usporeno i promijeni brzinu od $v_1 = 5 \text{ m/s}$ na $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Njegova srednja brzina iznosi

$$\bar{v}_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

a prijeđeni put

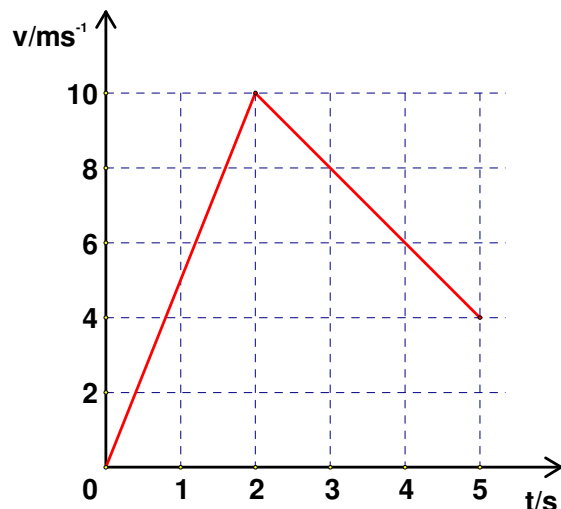
$$\left. \begin{array}{l} s_2 = \bar{v}_2 \cdot t_3 \\ t_3 = t_2 - t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow s_2 = \bar{v}_2 \cdot (t_2 - t_1) = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (5 \text{ s} - 2 \text{ s}) = 10.5 \text{ m}.$$

Srednja brzina iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{5 \text{ m} + 10.5 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 3.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 179

Na crtežu je prikazan (v, t) graf gibanja nekoga tijela. Koliko iznosi srednja brzina tijela tijekom prvih 5 s gibanja?



Rezultat: 6.2 m/s.

Zadatak 180 (Nela, gimnazija)

Kuharica Nela ☺ prolila je pola litre mlijeka na pod. Koliku će površinu morati obrisati ako je nastala lokvica dubine (debljine) 1 mm?

Rješenje 180

$V = 0.5 \text{ l} = 0.5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$, $d = 1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm}$, $S = ?$

$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$

$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$, $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.
 $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$.

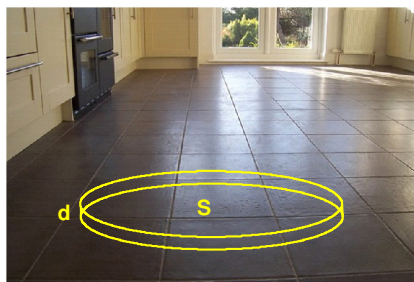
Krug je skup svih točaka u ravni čija je udaljenost od određene točke, koju zovemo središte kruga, manja ili jednaka određenom broju, koji zovemo polumjer kruga. Ploština kruga:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$



Lokvica mlijeka na podu ima oblik valjka obujma V kojemu je ploština osnovke S , a visina d (dubina lokvice). Ploština lokvice iznosi:

$$V = S \cdot d \Rightarrow V = S \cdot d \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow S = \frac{V}{d} = \frac{500 \text{ cm}^3}{0.1 \text{ cm}} = 5000 \text{ cm}^2 = [5000 : 10000] = 0.5 \text{ m}^2.$$

Vježba 180

Kuharica Nela ☺ prolila je 5 dl mlijeka na pod. Koliku će površinu morati obrisati ako je nastala lokvica dubine (debljine) 0.01 dm?

Rezultat: 0.5 m².

www.halapa.com