

Zadatak 121 (Mato, gimnazija)

Brod A dugačak je 65 m, a brod B 40 m. Brodovi plove rijekom u istom smjeru. Brod A prestiže brod B. Interval vremena od trenutka kad se pramac broda A poravna s krmom broda B do trenutka kad se krma broda A poravna s pramcem broda B iznosi 70 sekundi. Ako se brodovi gibaju jedan drugom u susret interval vremena prolaska brodova jedan pokraj drugog iznosi 14 sekundi. Kolike bi bile brzine brodova u mirnoj vodi kada bi snaga motora bila jednaka?

Rješenje 121

$$l_A = 65 \text{ m}, \quad l_B = 40 \text{ m}, \quad t_1 = 70 \text{ s}, \quad t_2 = 14 \text{ s}, \quad v_A = ?, \quad v_B = ?$$

Pramac je prednji dio broda i drugih plovila.

Krma je stražnji dio broda i drugih plovila.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

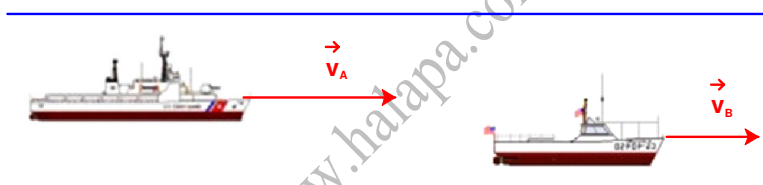
$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječak čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Neka je v_A brzina broda A, a v_B brzina broda B u odnosu na mirnu vodu. Brod A pretječe brod B pa je

$$v_A > v_B.$$

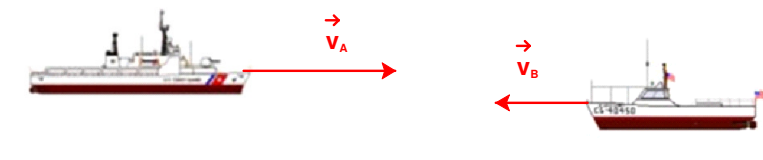


Ako se brodovi gibaju **usporedno u istom smjeru**, relativna brzina v_1 kojom se brod A (brži brod) giba u odnosu na brod B (sporiji brod) jednaka je razlici brzina v_A i v_B pa iznosi:

$$v_1 = v_A - v_B.$$

Interval vremena od trenutka kad se pramac broda A poravna s krmom broda B do trenutka kad se krma broda A poravna s pramcem broda B iznosi $t_1 = 70$ s, a ukupni prijeđeni put je $l_A + l_B$ pa slijedi:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_A - v_B \\ v_1 &= \frac{l_A + l_B}{t_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow v_A - v_B = \frac{l_A + l_B}{t_1} \Rightarrow v_A - v_B = \frac{65 + 40}{70} \Rightarrow v_A - v_B = 1.5.$$



Ako se brodovi gibaju **u susret jedan drugome**, njihova relativna brzina v_2 gibanja jednog broda u odnosu na drugi brod jednaka je zbroju brzina brodova v_A i v_B u odnosu na mirnu vodu:

$$v_2 = v_A + v_B.$$

Interval vremena prolaska brodova jednog pokraj drugog iznosi $t_2 = 14$ s, a ukupni prijeđeni put je $l_A + l_B$ pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v_A + v_B \\ v_2 = \frac{l_A + l_B}{t_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow v_A + v_B = \frac{l_A + l_B}{t_2} \Rightarrow v_A + v_B = \frac{65 + 40}{14} \Rightarrow v_A + v_B = 7.5.$$

Iz sustava jednačbi dobiju se brzine brodova u mirnoj vodi (**mjerne jedinice u jednačbama možemo izostaviti**).

$$\left. \begin{array}{l} v_A - v_B = 1.5 \\ v_A + v_B = 7.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot v_A = 9 \Rightarrow 2 \cdot v_A = 9 / : 2 \Rightarrow v_A = 4.5 \Rightarrow v_A = 4.5 \frac{m}{s}.$$

Računamo brzinu v_B .

$$\left. \begin{array}{l} v_A = 4.5 \\ v_A + v_B = 7.5 \end{array} \right\} \Rightarrow 4.5 + v_B = 7.5 \Rightarrow v_B = 7.5 - 4.5 \Rightarrow v_B = 3 \Rightarrow v_B = 3 \frac{m}{s}.$$

Vježba 121

Brod A dugačak je 130 m, a brod B 80 m. Brodovi plove rijekom u istom smjeru. Brod A prestiže brod B. Interval vremena od trenutka kad se pramac broda A poravna s krmom broda B do trenutka kad se krma broda A poravna s pramcem broda B iznosi 140 sekundi. Ako se brodovi gibaju jedan drugom u susret interval vremena prolaska brodova jedan pokraj drugog iznosi 28 sekundi. Kolike bi bile brzine brodova u mirnoj vodi kada bi snaga motora bila jednaka?

Rezultat: $v_A = 4.5 \frac{m}{s}$, $v_B = 3 \frac{m}{s}$.

Zadatak 122 (Darko, srednja škola)

Prvih 5 km puta putnik prelazi brzinom 30 km/h, a drugih 5 km, u istom smjeru, brzinom 50 km/h. Njegova srednja brzina tijekom tih 10 km je:

- A. manja od 40 km/h,
- B. točno 40 km/h,
- C. veća od 40 km/h,
- D. ima premalo podataka za izračun srednje brzine.

Rješenje 122

$$s_1 = 5 \text{ km}, \quad v_1 = 30 \text{ km/h}, \quad s_2 = 5 \text{ km}, \quad v_2 = 50 \text{ km/h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki Δs i odgovarajući Δt duž nekog puta s , onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Prosječna brzina v putnika na cijelom putu s jednaka je omjeru (količniku) ukupno prijeđenog puta

$$s = s_1 + s_2$$

i ukupno proteklog vremena

$$t = t_1 + t_2.$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{5 \text{ km} + 5 \text{ km}}{\frac{5 \text{ km}}{30 \frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{5 \text{ km}}{50 \frac{\text{km}}{\text{h}}}} = 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 122

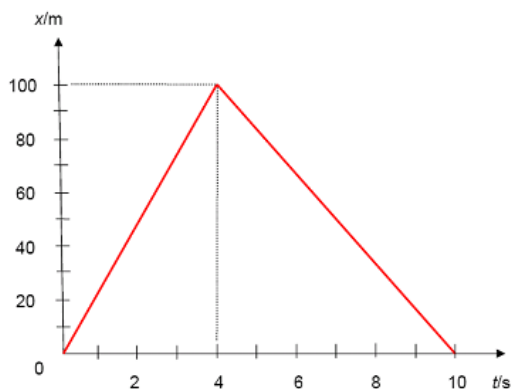
Prvih 4 km puta putnik prelazi brzinom 30 km/h, a drugih 4 km, u istom smjeru, brzinom 50 km/h. Njegova srednja brzina tijekom tih 10 km je:

- A. manja od 40 km/h,
- B. točno 40 km/h,
- C. veća od 40 km/h,
- D. ima premalo podataka za izračun srednje brzine.

Rezultat: A.

Zadatak 123 (Mira, srednja škola)

Tijelo se giba duž osi x, tako da mu je vremenska ovisnost položaja prikazana sljedećim grafom:

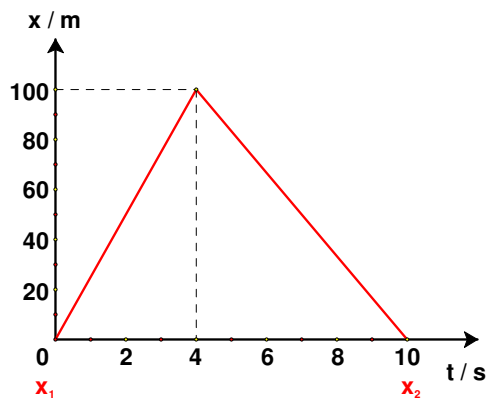


- a) Koliki je pomak tijela za 10 s?
- b) Koliki je put tijelo prevalo za 10 s?

Rješenje 123

Trag koji bi materijalna točka ostavljala pri gibanju zovemo putanjom. Put je duljina koju tijelo prijeđe po stazi (putanji). Pomak je udaljenost na pravcu za koju se promijenio položaj tijela i ima smjer promjene položaja.

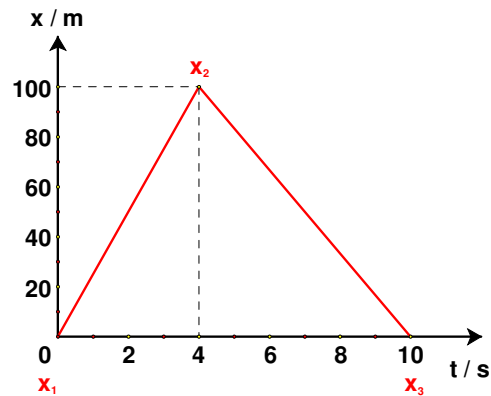
a)



Pomak tijela za 10 s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ m} \\ x_2 = 0 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow [d = x_2 - x_1] \Rightarrow d = 0 \text{ m} - 0 \text{ m} = 0 \text{ m}.$$

b)



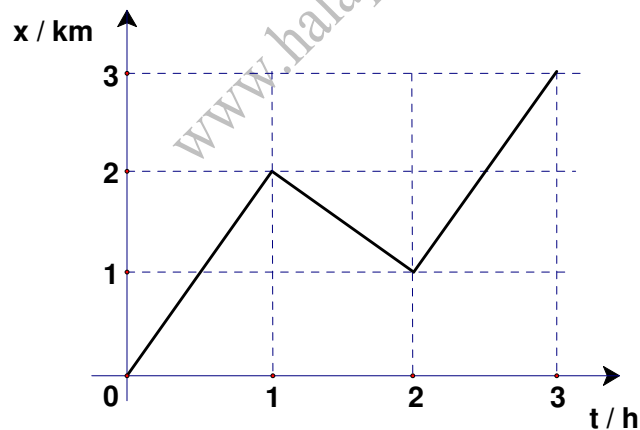
Ukupan put koji je tijelo prevalilo za 10 s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ m} , x_2 = 100 \text{ m} , x_3 = 0 \text{ m} \\ s = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = |100 \text{ m} - 0 \text{ m}| + |0 \text{ m} - 100 \text{ m}| \Rightarrow s = 100 \text{ m} + 100 \text{ m} \Rightarrow s = 200 \text{ m}.$$

Vježba 123

Crtež prikazuje x-t graf pravocrtanoga gibanja učenice od škole do kuće. x označava položaj učenice (udaljenost učenice od škole). Učenica je stigla doma nakon 3 h.



Pomak učenice za to vrijeme iznosi _____

Rezultat: 3 km.

Zadatak 124 (Mateja, gimnazija)

Pored pristaništa prolazi splav. U tom trenutku iz pristaništa isplovi brodić koji se giba niz rijeku do mjesta A, udaljenog 15 km, u koje stiže za 45 minuta. Zatim se brodić vraća natrag i susreće splav na udaljenosti 9 km od mjesta A. Kolika je brzina rijeke i kolika je brzina brodića u odnosu na vodu?

Rješenje 124

$$s = 15 \text{ km}, \quad t = 45 \text{ min} = \frac{45}{60} \text{ h} = \frac{3}{4} \text{ h}, \quad s_1 = 9 \text{ km}, \quad v_r = ?, \quad v_b = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Ako sa v_b označimo brzinu brodića u odnosu na vodu, a sa v_r brzinu rijeke, tada je:

- relativna brzina brodića **niz rijeku** u odnosu na obalu jednaka

$$v_b + v_r$$

- relativna brzina brodića **uz rijeku** u odnosu na obalu jednaka

$$v_b - v_r.$$

Brodić je niz rijeku prešao put s za vrijeme t pa vrijedi:

$$v_b + v_r = \frac{s}{t} \Rightarrow v_b + v_r = \frac{15}{\frac{3}{4}} \Rightarrow v_b + v_r = \frac{15}{\frac{3}{4}} \Rightarrow v_b + v_r = \frac{60}{3} \Rightarrow v_b + v_r = 20.$$

Budući da rijeka nosi splav, brzina splavi jednaka je brzini rijeke. Brodić, vraćajući se natrag, susreo je splav na udaljenosti 9 km od mjesta A. Znači da je splav prevalila put s_2

$$s_2 = s - s_1 = 15 \text{ km} - 9 \text{ km} = 6 \text{ km}$$

za vrijeme t_1

$$t_1 = \frac{s_2}{v_r} = \frac{6}{v_r}.$$

Za to vrijeme brodić je prevalio put do mjesta A za $\frac{3}{4} h$ i vratio se natrag na 9 km od mjesta A za vrijeme

$$\frac{9}{v_b - v_r}$$

pa je njegovo ukupno vrijeme gibanja do susreta jednako:

$$t_2 = \frac{3}{4} + \frac{9}{v_b - v_r}.$$

Sada je:

$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{6}{v_r} = \frac{3}{4} + \frac{9}{v_b - v_r}.$$

Dobije se sustav jednažbi.

$$\left. \begin{array}{l} v_b + v_r = 20 \\ \frac{6}{v_r} = \frac{3}{4} + \frac{9}{v_b - v_r} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_b = 20 - v_r \\ \frac{6}{v_r} = \frac{3}{4} + \frac{9}{v_b - v_r} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_b = 20 - v_r \\ \frac{2}{v_r} = \frac{1}{4} + \frac{3}{v_b - v_r} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{1}{4} + \frac{3}{20 - v_r - v_r} \Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{1}{4} + \frac{3}{20 - 2 \cdot v_r} \Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{20 - 2 \cdot v_r + 12}{4 \cdot (20 - 2 \cdot v_r)} \Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{32 - 2 \cdot v_r}{4 \cdot (20 - 2 \cdot v_r)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{2 \cdot (16 - v_r)}{4 \cdot 2 \cdot (10 - v_r)} \Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{2 \cdot (16 - v_r)}{4 \cdot 2 \cdot (10 - v_r)} \Rightarrow \frac{2}{v_r} = \frac{16 - v_r}{4 \cdot (10 - v_r)} \Rightarrow 8 \cdot (10 - v_r) = v_r \cdot (16 - v_r) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 80 - 8 \cdot v_r &= 16 \cdot v_r - v_r^2 \Rightarrow 80 - 8 \cdot v_r - 16 \cdot v_r + v_r^2 = 0 \Rightarrow v_r^2 - 24 \cdot v_r + 80 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_r^2 - 24 \cdot v_r + 80 = 0 \\ a = 1, b = -24, c = 80 \end{array} \right\} &\Rightarrow (v_r)_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow \\ \Rightarrow (v_r)_{1,2} &= \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 80}}{2 \cdot 1} \Rightarrow (v_r)_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 320}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow (v_r)_{1,2} &= \frac{24 \pm \sqrt{256}}{2} \Rightarrow (v_r)_{1,2} = \frac{24 \pm 16}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_r)_1 = \frac{24+16}{2} \\ (v_r)_2 = \frac{24-16}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_r)_1 = \frac{40}{2} \\ (v_r)_2 = \frac{8}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_r)_1 = 20 \text{ nema fizikalnog smisla} \\ (v_r)_2 = 4 \end{array} \right\} &\Rightarrow v_r = 4. \end{aligned}$$

Brzina rijeke je

$$v_r = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Brzina brodića iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v_b + v_r = 20 \\ v_r = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow v_b + 4 = 20 \Rightarrow v_b = 20 - 4 \Rightarrow v_b = 16.$$

Brzina brodića u odnosu na vodu je

$$v_b = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 124

Pored pristaništa prolazi splav. U tom trenutku iz pristaništa isplovi brodić koji se giba niz rijeku do mjesta A, udaljenog 15 km, u koje stiže za 0.75 h. Zatim se brodić vraća natrag i susreće splav na udaljenosti 9 km od mjesta A. Kolika je brzina rijeke i kolika je brzina brodića u odnosu na vodu?

Rezultat: $v_r = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}, v_b = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

Zadatak 125 (Cazim, gimnazija)

Biciklist vozi iz mjesta A u mjesto B jednolikom brzinom. Pri povratku povećao je brzinu za 4 km/h i došao 10 minuta ranije. Kojom se brzinom gibao iz mjesta A u mjesto B, ako su ona međusobno udaljena 60 km?

Rješenje 125

$$\Delta v = 4 \text{ km/h}, \quad \Delta t = 10 \text{ min} = \frac{10}{60} \text{ h} = \frac{1}{6} \text{ h}, \quad s = 60 \text{ km}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Na putu s, od mjesta A do mjesta B, biciklist je vozio jednolikom brzinom v i prešao za vrijeme t₁:

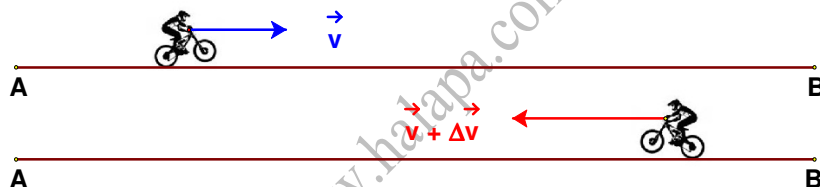
$$t_1 = \frac{s}{v}.$$

Pri povratku povećao je brzinu za Δv i prešao za vrijeme t_2 :

$$t_2 = \frac{s}{v + \Delta v}.$$

Budući da je vrijeme t_2 , prema uvjetu zadatka, za Δt manje od vremena t_1 , vrijedi:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 = \Delta t &\Rightarrow \frac{s}{v} - \frac{s}{v + \Delta v} = \Delta t \Rightarrow \frac{60}{v} - \frac{60}{v + 4} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{60}{v} - \frac{60}{v + 4} = \frac{1}{6} \quad / \cdot 6 \cdot v \cdot (v + 4) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 360 \cdot (v + 4) - 360 \cdot v = v \cdot (v + 4) \Rightarrow 360 \cdot v + 1440 - 360 \cdot v = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow 360 \cdot v + 1440 - 360 \cdot v = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow 1440 = v^2 + 4 \cdot v \Rightarrow v^2 + 4 \cdot v - 1440 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 + 4 \cdot v - 1440 = 0 \\ a = 1, b = 4, c = -1440 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 4, c = -1440 \\ v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1440)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 5760}}{2} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{5776}}{2} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \pm 76}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{-4 + 76}{2} \\ v_2 = \frac{-4 - 76}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{72}{2} \\ v_2 = -\frac{80}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = 36 \\ v_2 = -40 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow v = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$



Vježba 125

Biciklist vozi iz mjesta A u mjesto B jednolikom brzinom. Pri povratku povećao je brzinu za 4 km/h i došao 10 minuta ranije. Kojom se brzinom gibao iz mjesta B u mjesto A, ako su ona međusobno udaljena 60 km?

Rezultat: $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zadatak 126 (Ana, strukovna škola)

Automobil prijeđe u prva dva sata 120 km, a u sljedeća tri sata još 150 km. Kolika mu je prosječna brzina na cijelom putu?

A. $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $125 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 126

$$t_1 = 2 \text{ h}, \quad s_1 = 120 \text{ km}, \quad t_2 = 3 \text{ h}, \quad s_2 = 150 \text{ km}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}.$$

Prosječnu brzinu izračunamo tako da ukupni put podijelimo ukupnim vremenom.

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} s = s_1 + s_2 \\ t = t_1 + t_2 \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{120 \text{ km} + 150 \text{ km}}{2 \text{ h} + 3 \text{ h}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 126

Automobil prijeđe u prvih četiri sata 240 km, a u sljedećih šest sati još 300 km. Kolika mu je prosječna brzina na cijelom putu?

A. $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $125 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: D.

Zadatak 127 (Branka, srednja škola)

Prvu polovicu puta automobil prijeđe brzinom $v_1 = 60 \text{ km/h}$, a drugu polovicu brzinom $v_2 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

A. $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 127

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_2 = 40 \text{ km/h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}.$$

Budući da je srednja (prosječna) brzina jednaka količniku cijelog puta s i ukupnog vremena t , slijedi:

$$v = \frac{s}{t}.$$

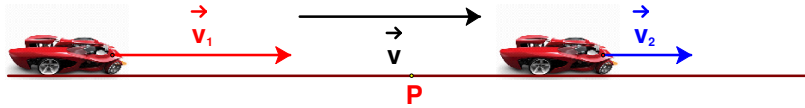
Računamo vrijeme potrebno za prvu i drugu polovicu puta.

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{2 \cdot v_2}.$$

Budući da je ukupan put s , a ukupno vrijeme potrebno za taj put $t_1 + t_2$, srednja brzina v iznosi:

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2 \cdot v_1} + \frac{s}{2 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{\frac{s}{1}}{\frac{s}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{\frac{s}{1}}{\frac{s}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Odgovor je pod D.

Vježba 127

Prvu polovicu puta automobil prijeđe brzinom $v_1 = 80 \text{ km/h}$, a drugu polovicu brzinom $v_2 = 20 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

- A. $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $38 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: C.

Zadatak 128 (Branka, srednja škola)

U prvoj polovici vremena automobil se giba brzinom $v_1 = 60 \text{ km/h}$, a u drugoj polovici brzinom $v_2 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

- A. $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 128

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot t, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad t_2 = \frac{1}{2} \cdot t, \quad v_2 = 40 \text{ km/h}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}.$$

Budući da je srednja (prosječna) brzina jednaka količniku cijelog puta s i ukupnog vremena t , slijedi:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Računamo put prijeđen u prvoj i drugoj polovici vremena pomoću zadanih brzina.

$$s_1 = v_1 \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t, \quad s_2 = v_2 \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t.$$

Budući da je ukupan put $s_1 + s_2$, a ukupno vrijeme potrebno za taj put t , srednja brzina v iznosi:

$$v = \frac{s_1 + s_2}{t} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t}{t} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{2} \cdot t \cdot (v_1 + v_2)}{t} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{2} \cdot t \cdot (v_1 + v_2)}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot (v_1 + v_2) = \frac{1}{2} \cdot \left(60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 128

U prvoj polovici vremena automobil se giba brzinom $v_1 = 60 \text{ km/h}$, a u drugoj polovici brzinom $v_2 = 40 \text{ km/h}$. Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

A. $50 \frac{km}{h}$ B. $45 \frac{km}{h}$ C. $42 \frac{km}{h}$ D. $48 \frac{km}{h}$

Rezultat: A.

Zadatak 129 (Ivana, medicinska škola)

Koliki je obujam kocke stranice 2 cm? Izrazite obujam u litrama.

Rješenje 129

$a = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad V = ?$

Obujam kocke duljine stranice a dan je formulom

$$V = a^3.$$

Obujam kocke iznosi:

$$V = a^3 = (0.02 \text{ m})^3 = 0.02 \text{ m} \cdot 0.02 \text{ m} \cdot 0.02 \text{ m} = 0.000008 \text{ m}^3 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Izrazimo obujam u litrama:

$$\begin{aligned} V = 0.000008 \text{ m}^3 &= [1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3] = 0.000008 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 0.008 \text{ dm}^3 = \\ &= [1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}] = 0.008 \text{ l} = [1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}] = 0.008 \cdot 1000 \text{ ml} = 8 \text{ ml}. \end{aligned}$$

Vježba 129

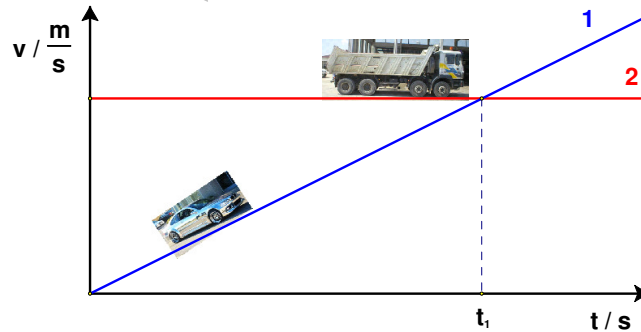
Koliki je obujam kocke stranice 4 cm? Izrazite obujam u litrama.

Rezultat: 64 ml.

Zadatak 130 (Ivana, medicinska škola)

Crtež prikazuje graf ovisnosti brzine o vremenu za automobil (1) i kamion (2). Kakav je odnos prijeđenih putova tih dvaju vozila od trenutka $t = 0$ do trenutka t_1 ?

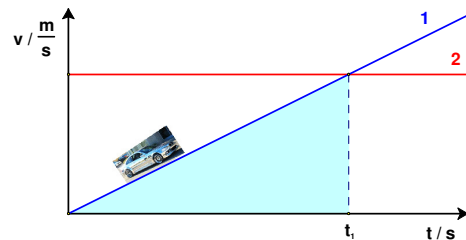
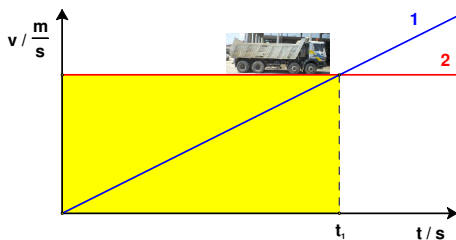
- A. Kamion i automobil prijeđu jednake putove.
- B. Kamion stoji pa automobil prijeđe veći put.
- C. Automobil prijeđe veći put.
- D. Kamion prijeđe veći put.



Rješenje 130

Ako je zadan v, t – graf prijeđeni put tijela brojčano je jednak površini ispod v, t – grafa.

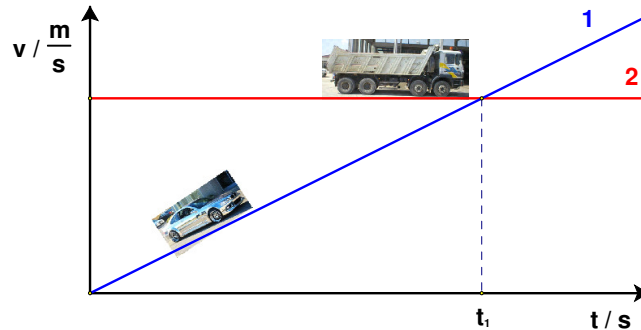
Sa slika vidi se da je površina pravokutnika (put kamiona) veća od površine pravokutnog trokuta (put automobila). Kamion je prešao veći put. Odgovor je pod D.



Vježba 130

Crtež prikazuje graf ovisnosti brzine o vremenu za automobil (1) i kamion (2). Kakav je odnos prijeđenih putova tih dvaju vozila od trenutka $t = 0$ do trenutka t_1 ?

- A. Kamion i automobil prijeđu jednake putove.
- B. Put kamiona je dva puta veći od puta automobila.
- C. Put automobila je dva puta veći od puta kamiona.
- D. Put kamiona je dva puta manji od puta automobila.



Rezultat: B.

Zadatak 131 (Tina, gimnazija)

Tijelo se pola vremena giba brzinom 2 m/s. Nakon toga se pola prijeđenog puta giba brzinom od 7 m/s, a drugu polovicu brzinom 3 m/s. Kolika je njegova prosječna brzina na cijelom putu?

Rješenje 131

$$t_1 = \frac{t}{2}, \quad v_1 = 2 \frac{m}{s}, \quad s_2 = \frac{d}{2}, \quad v_2 = 7 \frac{m}{s}, \quad s_3 = \frac{d}{2}, \quad v_3 = 3 \frac{m}{s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}.$$

Budući da se tijelo pola ukupnog vremena gibalo brzinom v_1 , prijeđeni put iznosi:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow s_1 = v_1 \cdot \frac{t}{2}.$$

Nakon toga tijelo se pola prijeđenog puta gibalo brzinom v_2 , a drugu polovicu brzinom v_3 . Srednja brzina $v_{2,3}$ na te dvije polovice puta $s_{2,3}$ iznosi:

$$\begin{aligned} v_{2,3} &= \frac{s_{2,3}}{t_2 + t_3} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{s_2 + s_3}{t_2 + t_3} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{s_2 + s_3}{\frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{2}}{\frac{d}{2} \cdot \frac{1}{v_2} + \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{v_3}} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{d}{\frac{d}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{2,3} = \frac{d}{\frac{d}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{2}{\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{2}{\frac{v_3 + v_2}{v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_{2,3} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{v_2 + v_3}{v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{2 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3}$$

Put $s_{2,3}$ jednak je:

$$s_{2,3} = v_{2,3} \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_{2,3} = \frac{2 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_{2,3} = \frac{2 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_{2,3} = \frac{v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \cdot t$$

Prosječna brzina tijela na cijelom putu ima vrijednost:

$$v = \frac{s_1 + s_{2,3}}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{2} + \frac{v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \cdot t}{t} \Rightarrow v = \frac{t \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1 + \frac{v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \right)}{t} \Rightarrow v = \frac{t \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1 + \frac{v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} \right)}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot v_1 + \frac{v_2 \cdot v_3}{v_2 + v_3} = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s} + \frac{7 \frac{m}{s} \cdot 3 \frac{m}{s}}{7 \frac{m}{s} + 3 \frac{m}{s}} = 3.1 \frac{m}{s}$$

Vježba 131

Tijelo se pola vremena giba brzinom 4 m/s. Nakon toga se pola prijednog puta giba brzinom od 7 m/s, a drugu polovicu brzinom 3 m/s. Kolika je njegova prosječna brzina na cijelom putu?

Rezultat: 4.1 m/s.

Zadatak 132 (Tina, gimnazija)

Tijelo se pola puta giba brzinom 2 m/s. Nakon toga se trećinu preostalog vremena giba brzinom od 7 m/s, a druge dvije trećine vremena brzinom 3 m/s. Kolika je njegova prosječna brzina na cijelom putu?

Rješenje 132

$$s_1 = \frac{s}{2}, \quad v_1 = 2 \frac{m}{s}, \quad t_2 = \frac{1}{3} \cdot t, \quad v_2 = 7 \frac{m}{s}, \quad t_3 = \frac{2}{3} \cdot t, \quad v_3 = 3 \frac{m}{s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijedeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}$$

Na drugoj polovici cijelog puta tijelo se trećinu preostalog vremena giba brzinom v_2 , a druge dvije trećine vremena brzinom v_3 . Srednja brzina $v_{2,3}$ na toj polovici je

$$v_{2,3} = \frac{s_2 + s_3}{t_2 + t_3} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_3}{t_2 + t_3} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{v_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot t + v_3 \cdot \frac{2}{3} \cdot t}{\frac{1}{3} \cdot t + \frac{2}{3} \cdot t} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{t \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot v_2 + \frac{2}{3} \cdot v_3 \right)}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{2,3} = \frac{t \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot v_2 + \frac{2}{3} \cdot v_3 \right)}{t} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{1}{3} \cdot v_2 + \frac{2}{3} \cdot v_3 \Rightarrow v_{2,3} = \frac{v_2 + 2 \cdot v_3}{3}$$

Druga polovica ukupnog puta $s_{2,3}$ jednaka je

$$\left. \begin{aligned} s_{2,3} &= \frac{s}{2} \\ s_{2,3} &= v_{2,3} \cdot t \Rightarrow s_{2,3} = \frac{v_2 + 2 \cdot v_3}{3} \cdot t \end{aligned} \right\}$$

Srednja brzina tijela na cijelom putu s iznosi:

$$\begin{aligned} v &= \frac{s_1 + s_{2,3}}{t_1 + t} \Rightarrow v = \frac{\frac{s}{2} + \frac{s}{2}}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_{2,3}}{v_{2,3}}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2} + \frac{s}{2}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_{2,3}} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_{2,3}} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_{2,3}} \right)} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_{2,3}}} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{v_{2,3} + v_1}{v_1 \cdot v_{2,3}}} \Rightarrow v = \frac{2}{1} \cdot \frac{v_1 \cdot v_{2,3}}{v_1 + v_{2,3}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_{2,3}}{v_1 + v_{2,3}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot \frac{v_2 + 2 \cdot v_3}{3}}{v_1 + \frac{v_2 + 2 \cdot v_3}{3}} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + 2 \cdot v_3)}{3 \cdot v_1 + v_2 + 2 \cdot v_3} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + 2 \cdot v_3)}{3 \cdot v_1 + v_2 + 2 \cdot v_3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot (v_2 + 2 \cdot v_3)}{3 \cdot v_1 + v_2 + 2 \cdot v_3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{m}{s} \cdot \left(7 \cdot \frac{m}{s} + 2 \cdot 3 \cdot \frac{m}{s} \right)}{3 \cdot 2 \cdot \frac{m}{s} + 7 \cdot \frac{m}{s} + 2 \cdot 3 \cdot \frac{m}{s}} = 2.74 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Vježba 132

Tijelo se pola puta giba brzinom 4 m/s. Nakon toga se trećinu preostalog vremena giba brzinom od 7 m/s, a druge dvije trećine vremena brzinom 3 m/s. Kolika je njegova prosječna brzina na cijelom putu?

Rezultat: 4.16 m/s.

Zadatak 133 (Sanja, gimnazija)

Dva tijela počnu se istodobno gibati jednoliko po pravcu. Za vrijeme $t = 14$ s oba su tijela prešla ukupni put $s = 147$ m pri čemu je omjer njihovih brzina $v_1 : v_2 = 5 : 7$. Kolike su brzine v_1 i v_2 ?

Rješenje 133

$t = 14$ s, $s = 147$ m, $v_1 : v_2 = 5 : 7$, $v_1 = ?$, $v_2 = ?$
Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Ako su a i b brojevi, kažemo da je količnik $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b .

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

$$a : b = (a : n) : (b : n).$$

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Za vrijeme t prijeđeni put tijela iznosi:

- za prvo tijelo

$$s_1 = v_1 \cdot t$$

- za drugo tijelo

$$s_2 = v_2 \cdot t.$$

Budući da je ukupni put s, vrijedi sustav jednažbi:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 + s_2 = s \\ v_1 : v_2 = 5 : 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = s \\ 7 \cdot v_1 = 5 \cdot v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t \cdot (v_1 + v_2) = s \\ 7 \cdot v_1 = 5 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{7} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t \cdot (v_1 + v_2) = s \\ v_1 = \frac{5}{7} \cdot v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow t \cdot \left(\frac{5}{7} \cdot v_2 + v_2 \right) = s \Rightarrow t \cdot v_2 \cdot \left(\frac{5}{7} + 1 \right) = s \Rightarrow t \cdot v_2 \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{1}{1} \right) = s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot v_2 \cdot \frac{5+7}{7} = s \Rightarrow t \cdot v_2 \cdot \frac{12}{7} = s \Rightarrow t \cdot v_2 \cdot \frac{12}{7} = s \cdot \frac{7}{12 \cdot t} \Rightarrow v_2 = \frac{7 \cdot s}{12 \cdot t} = \frac{7 \cdot 147 \text{ m}}{12 \cdot 14 \text{ s}} = 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Računamo iznos brzine v_1 .

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{5}{7} \cdot v_2 \\ v_2 = 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \Rightarrow v_1 = \frac{5}{7} \cdot 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 133

Dva tijela počnu se istodobno gibati jednoliko po pravcu. Za vrijeme $t = 14$ s oba su tijela prešla ukupni put $s = 147$ m pri čemu je omjer njihovih brzina $v_1 : v_2 = 10 : 14$. Kolike su brzine v_1 i v_2 ?

Rezultat: $v_1 = 4.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 6.13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 134 (Blacky, strukovna škola)

Gibajući se pravocrtno u istom smjeru, tijelo prvi dio puta dug 60 m prijeđe za 6 s, sljedećih 300 m prijeđe za 10 s, a posljednjih 40 m za 4 s. Kolika je srednja brzina tijela na cijelom putu?

A. $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rješenje 134

$$s_1 = 60 \text{ m}, \quad t_1 = 6 \text{ s}, \quad s_2 = 300 \text{ m}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad s_3 = 40 \text{ m}, \quad t_3 = 4 \text{ s}, \quad v = ?$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki Δs i odgovarajući Δt duž nekog puta s, onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Srednja brzina tijela je količnik ukupno prijeđenog puta i proteklog vremena.

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{60 \text{ m} + 300 \text{ m} + 40 \text{ m}}{6 \text{ s} + 10 \text{ s} + 4 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 134

Gibajući se pravocrtno u istom smjeru, tijelo prvi dio puta dug 80 m prijeđe za 6 s, sljedećih 300 m prijeđe za 10 s, a posljednjih 20 m za 4 s. Kolika je srednja brzina tijela na cijelom putu?

A. $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rezultat: C.

Zadatak 135 (Blacky, strukovna škola)

Promatramo vatromet iz udaljenosti od 1 km. Za koje će vrijeme do nas stići svjetlost upaljene rakete, a za koje vrijeme zvuk njezina praska? (Brzina svjetlosti je $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, a zvuka $v = 340 \text{ m/s}$)

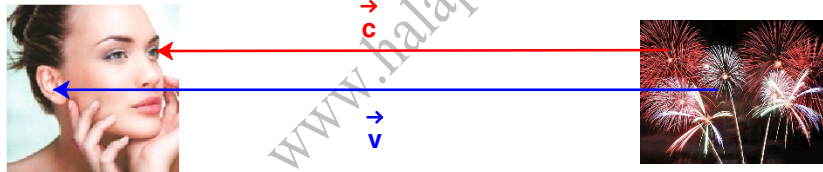
Rješenje 135

$$s = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad t_1 = ?, \quad t_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Računamo vrijeme za koje će do nas stići:

- svjetlost upaljene rakete

$$s = c \cdot t_1 \Rightarrow s = c \cdot t_1 \cdot \frac{1}{c} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{c} = \frac{1000 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3.33 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

- zvuk praska

$$s = v \cdot t_2 \Rightarrow s = v \cdot t_2 \cdot \frac{1}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v} = \frac{1000 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2.94 \text{ s}.$$

Vježba 135

Promatramo vatromet iz udaljenosti od 2 km. Za koje će vrijeme do nas stići svjetlost upaljene rakete, a za koje vrijeme zvuk njezina praska? (Brzina svjetlosti je $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, a zvuka $v = 340 \text{ m/s}$)

Rezultat: $t_1 = 6.67 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $t_2 = 5.88 \text{ s}$.

Zadatak 136 (Mira, srednja škola)

Pretpostavimo da se Sunce "ugasi". Nakon koliko vremena bi na Zemlji nastupio mrak ako je udaljenost Zemlja – Sunce jednaka $152 \cdot 10^6 \text{ km}$? (Brzina svjetlosti je $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

- A. Istog trena.
B. Nakon nekoliko godina.

- C. Nakon 8.44 minute.
D. Nakon 8 s.

Rješenje 136

$$s = 152 \cdot 10^6 \text{ km} = 152 \cdot 10^9 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \Rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min.}$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Računamo vrijeme nakon kojega bi na Zemlji nastupio mrak.

$$s = c \cdot t \Rightarrow s = c \cdot t \cdot \frac{1}{c} \Rightarrow t = \frac{s}{c} = \frac{152 \cdot 10^9 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 506.67 \text{ s} = [506.67 : 60] = 8.44 \text{ min.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 136

Pretpostavimo da neka zvijezda eksplodira. Nakon koliko vremena bi se na Zemlji vidio bljesak eksplozije ako je udaljenost Zemlja – zvijezda jednaka $270 \cdot 10^7 \text{ km}$?

(Brzina svjetlosti je $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

- A. Istog trena.
B. Nakon nekoliko godina.
C. Nakon 150 minuta.
D. Nakon 50 s.

Rezultat: C.

Zadatak 137 (Sanja, gimnazija)

Putnički vlak prelazi put između dviju postaja dva sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 60 km/h , a prosječna brzina brzog vlaka 100 km/h , koliko iznosi udaljenost između postaja?

Rješenje 137

$$\Delta t = 2 \text{ h}, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad v_2 = 100 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Vrijeme za koje put s između dviju postaja prijeđe:

- putnički vlak je

$$t_1 = \frac{s}{v_1}$$

- brzi vlak je

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

Budući da putnički vlak prelazi put između dviju postaja dulje od brzog vlaka, vrijedi:

$$t_1 - t_2 = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \Delta t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 - v_1} = 2 \text{ h} \cdot \frac{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 300 \text{ km}.$$

Vježba 137

Putnički vlak prelazi put između dviju postaja dva sata dulje od brzog vlaka. Ako je prosječna brzina putničkog vlaka 120 km/h, a prosječna brzina brzog vlaka 200 km/h, koliko iznosi udaljenost između postaja?

Rezultat: 600 km.

Zadatak 138 (Mario, gimnazija)

Gliser uzvodno plovi rijekom brzinom 22 km/h s obzirom na obalu. Brzina rijeke je 2 km/h. Kojom bi brzinom gliser plorio nizvodno, uz istu snagu motora?

Rješenje 138

$$v = 22 \text{ km/h}, \quad v_r = 2 \text{ km/h}, \quad v_1 = ?, \quad v' = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo sa v_r . Brzinu glisera u odnosu na mirnu vodu obilježimo sa v_1 .

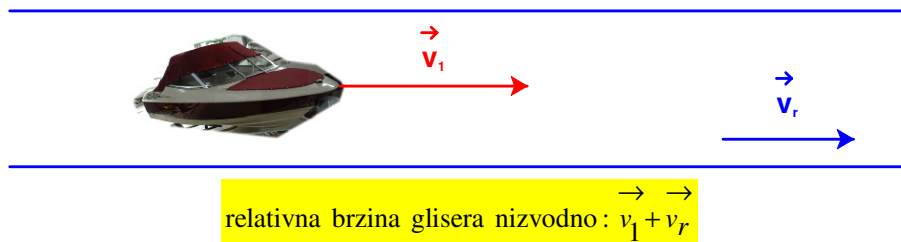


Kada se gliser giba uzvodno njegova je relativna brzina v razlika brzina v_1 i v_r :

$$v = v_1 - v_r \Rightarrow v_1 = v + v_r \Rightarrow v_1 = 22 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Brzina glisera u odnosu na mirnu vodu je

$$v_1 = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



Kada se gliser giba okrenut u smjeru struje (ide nizvodno) njegova je relativna brzina zbroj brzina v_1 i v_r :

$$v' = v_1 + v_r = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 26 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 138

Gliser uzvodno plovi rijekom brzinom 24 km/h s obzirom na obalu. Brzina rijeke je 4 km/h. Kojom bi brzinom gliser plorio nizvodno, uz istu snagu motora?

Rezultat: 32 km/h.

Zadatak 139 (Franka, gimnazija)

- Tijelo se giba jednoliko po pravcu i prijeđe 50 m za 20 s.
- Koliki put prijeđe za 75 s?
 - Nacrtaj $s - t$ i $v - t$ graf gibanja.

Rješenje 139

$$s_1 = 50 \text{ m}, \quad t_1 = 20 \text{ s}, \quad t_2 = 75 \text{ s}, \quad s_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$v = \frac{s}{t}, \quad s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

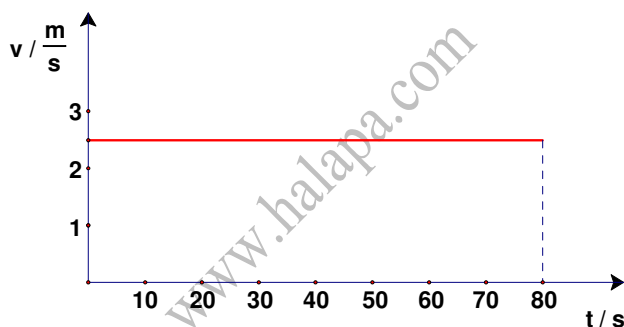
- Pomoću prijednog puta s_1 i proteklog vremena t_1 izračunamo brzinu v .

$$v = \frac{s_1}{t_1} = \frac{50 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Put s_2 koji je tijelo prešlo za vrijeme t_2 iznosi:

$$s_2 = v \cdot t_2 = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 75 \text{ s} = 187.5 \text{ m}.$$

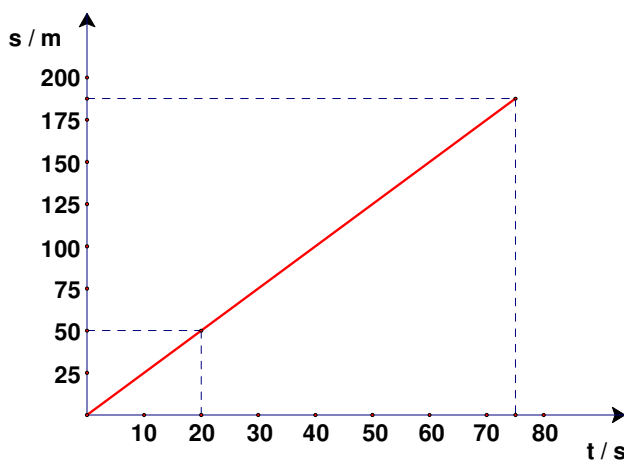
- Grafički prikaz brzine kao funkcije vremena (prikaz brzine u v, t – dijagramu) bit će pravac usporedan (paralelan) s osi t jer je brzina v za svako vremensko razdoblje t jednaka.



Kako se iz formule za put

$$s = v \cdot t$$

vidi, put je linearna funkcija vremena. To znači da će grafički prikaz puta kao funkcije vremena (prikaz puta u s, t – dijagramu) biti pravac kroz ishodište s nagibom prema osi vremena (t – osi), a nagib je ovisan o brzini v .



Vježba 139

Tijelo se giba jednoliko po pravcu i prijeđe 50 m za 20 s. Koliki put prijeđe za 150 s?

Rezultat: 375 m.

Zadatak 140 (Renata, gimnazija)

Automobil prijeđe prvu trećinu puta brzinom v_1 , a ostatak brzinom 50 km/h. Kolika je brzina v_1 ako je prosječna brzina automobila na cijelom putu bila 37.5 km/h?

Rješenje 140

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijede izrazi

$$s = v \cdot t, \quad t = \frac{s}{v}.$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Budući da automobil prijeđe prvu trećinu puta s_1 brzinom v_1 , vrijeme t_1 iznosi:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{3 \cdot v_1}.$$

Ostatak puta s_2 prewalki brzinom v_2 pa je vrijeme t_2 jednako:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{2}{3} \cdot s}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2}.$$

Iz formule za prosječnu brzinu (ukupni put dijelimo ukupnim vremenom) dobijemo brzinu v_1 .

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2}} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow v = \frac{s}{s \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2}} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} = \frac{1}{v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} = \frac{1}{v} - \frac{2}{3 \cdot v_2} \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} = \frac{3 \cdot v_2 - 2 \cdot v}{3 \cdot v \cdot v_2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow 3 \cdot v_1 = \frac{3 \cdot v \cdot v_2}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3 \cdot v_1 = \frac{3 \cdot v \cdot v_2}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot v} \quad /: 3 \Rightarrow v_1 = \frac{v \cdot v_2}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot v} = \frac{37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3 \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 2 \cdot 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 140

Automobil prijeđe prvu trećinu puta brzinom v_1 , a ostatak brzinom 100 km/h. Kolika je brzina v_1 ako je prosječna brzina automobila na cijelom putu bila 75 km/h?

Rezultat: 50 km/h.