

### Zadatak 101 (Petra, gimnazija)

Brzina motornog čamca u mirnoj vodi iznosi 10 m/s. Koliki će put čamac prijeći za 2 sata uz rijeku, a koliki niz rijeku čija je brzina toka 0.4 m/s?

#### Rješenje 101

$$v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 2 \text{ h} = [2 \cdot 3600] = 7200 \text{ s}, \quad v_2 = 0.4 \text{ m/s}, \quad s_1 = ?, \quad s_2 = ?$$

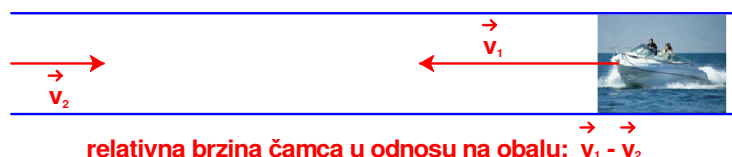
Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdjekad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

#### Uz rijeku



relativna brzina čamca u odnosu na obalu:  $v_1 - v_2$

Budući da se čamac giba uz rijeku, tj. u suprotnom smjeru od riječnog toka, njegova relativna brzina  $v$  u odnosu na obalu rijeke jednaka je razlici brzine čamca  $v_1$  u odnosu na mirnu vodu i brzine riječnog toka  $v_2$ .

$$v = v_1 - v_2.$$

Put  $s_1$  koji čamac prewali uz rijeku za vrijeme  $t$  iznosi:

$$s_1 = v \cdot t \Rightarrow s_1 = (v_1 - v_2) \cdot t = \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 7200 \text{ s} = 69120 \text{ m} = 69.12 \text{ km}.$$

#### Niz rijeku



relativna brzina čamca u odnosu na obalu:  $v_1 + v_2$

Budući da se čamac giba niz rijeku, tj. u smjeru riječnog toka, njegova relativna brzina  $v$  u odnosu na obalu rijeke jednaka je zbroju brzine čamca  $v_1$  u odnosu na mirnu vodu i brzine riječnog toka  $v_2$ .

$$v = v_1 + v_2.$$

Put  $s_2$  koji čamac prewali niz rijeku za vrijeme  $t$  iznosi:

$$s_2 = v \cdot t \Rightarrow s_2 = (v_1 + v_2) \cdot t = \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 7200 \text{ s} = 74880 \text{ m} = 74.88 \text{ km}.$$

#### Vježba 101

Brzina motornog čamca u mirnoj vodi iznosi 10 m/s. Koliki će put čamac prijeći za 4 sata uz rijeku, a koliki niz rijeku čija je brzina toka 0.4 m/s?

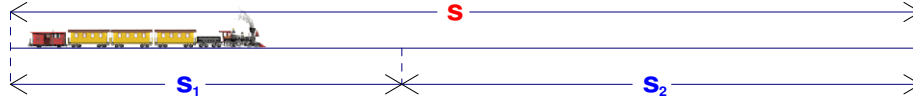
**Rezultat:** 138.24 km , 149.76 km.

### Zadatak 102 (Nina, medicinska škola)

Vlak u prva dva sata vožnje prijeđe 120 km, a u sljedeća četiri još 210 km. Izračunajte prosječnu brzinu vlaka na cijelom putu.

#### Rješenje 102

$$t_1 = 2 \text{ h}, \quad s_1 = 120 \text{ km}, \quad t_2 = 4 \text{ h}, \quad s_2 = 210 \text{ km}, \quad v = ?$$



Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki  $\Delta s$  i odgovarajući  $\Delta t$  duž nekog puta  $s$ , onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Prosječna brzina  $v$  vlaka na cijelom putu  $s$  jednaka je omjeru (količniku) ukupno prijeđenog puta

$$s = s_1 + s_2$$

i ukupno proteklog vremena

$$t = t_1 + t_2.$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{120 \text{ km} + 210 \text{ km}}{2 \text{ h} + 4 \text{ h}} = 55 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 102

Vlak u prvih dva sata vožnje prijeđe 240 km, a u sljedeća četiri još 420 km. Izračunajte prosječnu brzinu vlaka na cijelom putu.

**Rezultat:** 110 km/h.

### Zadatak 103 (Suzana, gimnazija)

Između dvije točke koje se nalaze sa iste strane obale, na međusobnom rastojanju od 140 km, usmjeren je motorni čamac koji ide niz rijeku i prelazi to rastojanje za 5 h, a kad se kreće uz rijeku 12 h. Odrediti brzinu protjecanja rijeke i brzinu čamca u odnosu na vodu.

### Rješenje 103

$$s = 140 \text{ km} = 1.4 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad t_1 = 5 \text{ h} = [5 \cdot 3600] = 1.8 \cdot 10^4 \text{ s}, \quad t_2 = 12 \text{ h} = [12 \cdot 3600] = 4.32 \cdot 10^4 \text{ s}, \quad v = ?, \quad v_r = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

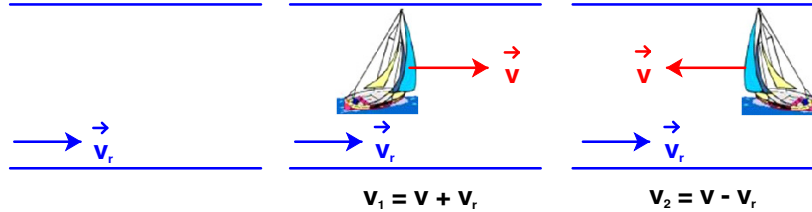
Ako je taj količnik stalan za svaki  $\Delta s$  i odgovarajući  $\Delta t$  duž nekog puta  $s$ , onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$

Uvedimo sljedeće oznake:

- $v_r$  – brzina protjecanja rijeke
- $v$  – brzina čamca u odnosu na vodu
- $v_1$  – brzina čamca niz rijeku u odnosu na promatrača koji stoji na obali

- $v_2$  – brzina čamca uz rijeku u odnosu na promatrača koji stoji na obali.



Kada plovi niz rijeku brzina čamca  $v_1$  u odnosu na promatrača koji stoji na obali jednaka je zbroju brzine čamca u odnosu na vodu  $v$  i brzine protjecanja rijeke  $v_r$ .

$$v_1 = v + v_r.$$

Budući da je put  $s$  prevaljen za vrijeme  $t_1$ , brzina  $v_1$  iznosi:

$$v_1 = \frac{s}{t_1}.$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v + v_r \\ v_1 = \frac{s}{t_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow v + v_r = \frac{s}{t_1}.$$

Kada plovi uz rijeku brzina čamca  $v_2$  u odnosu na promatrača koji stoji na obali jednaka je razlici brzine čamca u odnosu na vodu  $v$  i brzine protjecanja rijeke  $v_r$ .

$$v_2 = v - v_r.$$

Budući da je put  $s$  prevaljen za vrijeme  $t_2$ , brzina  $v_2$  iznosi:

$$v_2 = \frac{s}{t_2}.$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v - v_r \\ v_2 = \frac{s}{t_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow v - v_r = \frac{s}{t_2}.$$

Iz sustava jednačbi dobije se brzina čamca u odnosu na vodu  $v$  i brzina protjecanja rijeke  $v_r$ .

- brzina čamca u odnosu na vodu  $v$ :

$$\left. \begin{array}{l} v + v_r = \frac{s}{t_1} \\ v - v_r = \frac{s}{t_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot v = \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} \quad / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{2} \cdot \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) = \frac{1.4 \cdot 10^5 \text{ m}}{2} \cdot \left( \frac{1}{1.8 \cdot 10^4 \text{ s}} + \frac{1}{4.32 \cdot 10^4 \text{ s}} \right) = 5.51 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- brzina protjecanja rijeke  $v_r$ :

$$v + v_r = \frac{s}{t_1} \Rightarrow v_r = \frac{s}{t_1} - v = \frac{1.4 \cdot 10^5 \text{ m}}{1.8 \cdot 10^4 \text{ s}} - 5.51 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 103

Između dvije točke koje se nalaze sa iste strane obale, na međusobnom rastojanju od 280 km, usmjeren je motorni čamac koji ide niz rijeku i prelazi to rastojanje za 5 h, a kad se kreće uz rijeku 12 h. Odrediti brzinu protjecanja rijeke.

**Rezultat:** 11.02 m/s.

### Zadatak 104 (Roby, maturant)

Automobil je prešao  $\frac{4}{10}$  puta brzinom  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , a ostali dio puta brzinom  $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Odredite srednju brzinu automobila.

### Rješenje 104

$$s_1 = \frac{4}{10} \cdot s = \frac{2}{5} \cdot s, \quad v_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = \frac{6}{10} \cdot s = \frac{3}{5} \cdot s, \quad v_2 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijedeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijedeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{\frac{2}{5} \cdot s}{72 \frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{\frac{3}{5} \cdot s}{54 \frac{\text{km}}{\text{h}}}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{2 \cdot s}{5 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot s}{5 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{2}{5 \cdot v_1} + \frac{3}{5 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{2}{5 \cdot v_1} + \frac{3}{5 \cdot v_2} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{2}{5 \cdot v_1} + \frac{3}{5 \cdot v_2}}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{2}{5 \cdot v_2} + \frac{3}{5 \cdot v_1}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{5 \cdot v_1 \cdot v_2}{2 \cdot v_2 + 3 \cdot v_1} = \frac{5 \cdot 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2 \cdot 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 3 \cdot 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 104

Automobil je prešao  $\frac{4}{10}$  puta brzinom  $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , a ostali dio puta brzinom  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Odredite srednju brzinu automobila.

**Rezultat:** 120 km/h.

### Zadatak 105 (Roby, maturant)

Motorkotač prijeđe jednu trećinu puta brzinom  $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , drugu trećinu puta brzinom  $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  i posljednju trećinu brzinom  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Odredite srednju brzinu gibanja motorkotača.

### Rješenje 105

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_1 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_2 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_2 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s_3 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_3 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

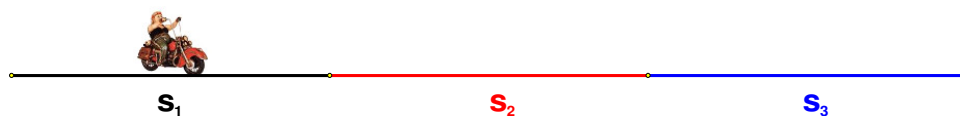
$$\bar{v} = \frac{\text{prijedeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijedeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_1} + \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_2} + \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{s \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



### Vježba 105

Motorkotač prijeđe jednu trećinu puta brzinom  $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , drugu trećinu puta brzinom  $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  i posljednju trećinu brzinom  $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Odredite srednju brzinu gibanja motorkotača.

**Rezultat:** 36 km/h.

### Zadatak 106 (Roby, maturant)

Automobil pređe prvu trećinu puta brzinom  $v_1$ , a ostatak brzinom  $v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Kolika je brzina  $v_1$  ako je prosječna brzina automobila na čitavom putu bila  $37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

#### Rješenje 106

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad s_2 = \frac{2}{3} \cdot s, \quad v_2 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \bar{v} = 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_1 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba,  $t$  vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\begin{aligned} \bar{v} = \frac{s}{t} &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \cdot s}{v_1} + \frac{\frac{2}{3} \cdot s}{v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot s}{3 \cdot v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \quad / \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot v_2} = \frac{1}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} = \frac{1}{\bar{v}} - \frac{2}{3 \cdot v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_1} = \frac{3 \cdot v_2 - 2 \cdot \bar{v}}{3 \cdot v_2 \cdot \bar{v}} \Rightarrow 3 \cdot v_1 = \frac{3 \cdot v_2 \cdot \bar{v}}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot \bar{v}} \quad / \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{v_2 \cdot \bar{v}}{3 \cdot v_2 - 2 \cdot \bar{v}} = \\ &= \frac{50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3 \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 2 \cdot 37.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$



### Vježba 106

Automobil pređe prvu trećinu puta brzinom  $v_1$ , a ostatak brzinom  $v_2 = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Kolika je brzina  $v_1$  ako je prosječna brzina automobila na čitavom putu bila  $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

**Rezultat:** 50 km/h.

**Zadatak 107 (Roby, maturant)**

Prvu polovicu puta vlak prijeđe brzinom 1.5 puta većom nego drugu polovicu puta. Srednja brzina vlaka na cijelom putu je  $42 \frac{km}{h}$ . Kolika je brzina vlaka na drugoj polovici puta?

**Rješenje 107**

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad v_1 = 1.5 \cdot v_2, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot s, \quad \bar{v} = 42 \frac{km}{h}, \quad v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

$$\begin{aligned} \bar{v} = \frac{s}{t} &\Rightarrow \bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{1.5 \cdot v_2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot s}{v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{2 \cdot v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{2 \cdot v_2} = \frac{s}{\bar{v}} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot v_2} + \frac{1}{2 \cdot v_2} = \frac{1}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{2+3}{6 \cdot v_2} = \frac{1}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{5}{6 \cdot v_2} = \frac{1}{\bar{v}} \Rightarrow \frac{6 \cdot v_2}{5} = \bar{v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{6 \cdot v_2}{5} = \bar{v} \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow v_2 = \frac{5}{6} \cdot \bar{v} = \frac{5}{6} \cdot 42 \frac{km}{h} = 35 \frac{km}{h}. \end{aligned}$$

**Vježba 107**

Prvu polovicu puta vlak prijeđe brzinom 1.5 puta većom nego drugu polovicu puta. Srednja brzina vlaka na cijelom putu je  $42 \frac{km}{h}$ . Kolika je brzina vlaka na drugoj polovici puta?

**Rezultat:** 70 km/h.

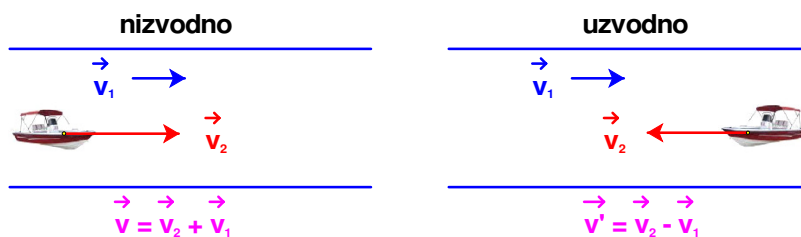
**Zadatak 108 (Nevzat, Tetovo)**

Brod plovi niz rijeku brzinom 25 km/h. Kolika je brzina broda i brzina rijeke, ako uz istu snagu motora uzvodno plovi brzinom 20 km/h u odnosu na obalu?

**Rješenje 108**

$$v = 25 \text{ km/h}, \quad v' = 20 \text{ km/h}, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo slovom  $v_1$ . Brzinu broda u odnosu na mirnu vodu obilježimo slovom  $v_2$ .



Kada se brod giba nizvodno njegova je relativna brzina zbroj brzina  $v_2$  i  $v_1$ :

$$v = v_2 + v_1.$$

Kada se brod kreće okrenut u smjeru struje (ide uzvodno) njegova je relativna brzina razlika brzina  $v_2$  i  $v_1$ :

$$v' = v_2 - v_1.$$

Dobili smo sustav jednačbi:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 + v_1 = v \\ v_2 - v_1 = v' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_2 + v_1 = 25 \\ v_2 - v_1 = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot v_2 = 45 \text{ / : } 2 \Rightarrow v_2 = 22.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Brzina broda u odnosu na mirnu vodu je:

$$v_2 = 22.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Brzina rijeke iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 + v_1 = 25 \\ v_2 = 22.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 22.5 + v_1 = 25 \Rightarrow v_1 = 25 - 22.5 \Rightarrow v_1 = 2.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

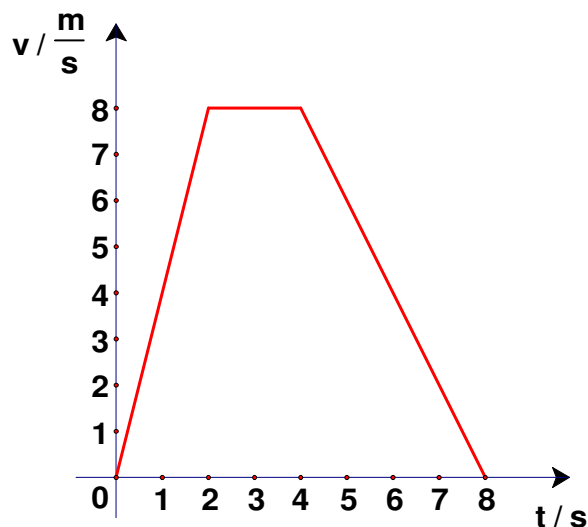
### Vježba 108

Brod plovi nizvodno niz rijeku brzinom 12 km/h. Kolika je brzina rijeke ako uz istu snagu motora uzvodno plovi brzinom 4 km/h u odnosu na obalu?

**Rezultat:**  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

### Zadatak 109 (Frenky, gimnazija)

Na slici je  $v, t$  – graf gibanja automobila. Izračunaj srednju brzinu automobila.



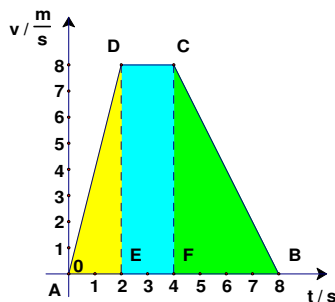
### Rješenje 109

Srednja brzina  $v$  tijela u vremenskom intervalu  $t$  jest kvocijent dijela puta  $s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme, i vremenskog razmaka  $t$ :

$$v = \frac{s}{t}.$$

Pri rješavanju zadataka tog tipa moramo najprije pogledati koje su veličine naznačene za koordinatne osi. Vidjet ćemo da je riječ o vremenu  $t$  iskazanom sekundama  $t/s$  i brzini  $v$  iskazanoj metrom u sekundi  $v/ms^{-1}$ . To znači da grafikon prikazuje promjenu brzine nekoga gibanja. Prijedeni put odgovara površini ispod krivulje.

1. inačica



Na prvom dijelu puta, od nulte do druge sekunde, put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnog trokuta AED:

$$s_1 = \frac{|AE| \cdot |ED|}{2}$$

Na drugom dijelu puta, od druge do četvrte sekunde, put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnika EFCD:

$$s_2 = |EF| \cdot |ED|.$$

Na trećem dijelu puta, od četvrte do osme sekunde, put ćemo izračunati iz izraza za površinu pravokutnog trokuta FCB:

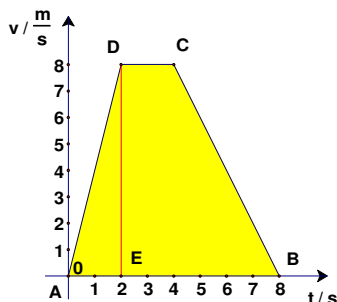
$$s_3 = \frac{|FB| \cdot |FC|}{2}.$$

Prijedeni put iznosi:

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow s = \frac{|AE| \cdot |ED|}{2} + |EF| \cdot |ED| + \frac{|FB| \cdot |FC|}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = \frac{2 \cdot 8 \cdot \frac{m}{s}}{2} + 2 \cdot 8 \cdot \frac{m}{s} + \frac{4 \cdot 8 \cdot \frac{m}{s}}{2} \Rightarrow s = 8 \text{ m} + 16 \text{ m} + 16 \text{ m} \Rightarrow s = 40 \text{ m}. \end{aligned}$$

Srednja brzina automobila je:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{40 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



2. inačica

Prijeđeni put  $s$  od nulte do osme sekunde odgovara površini ispod krivulje (trapeza) na slici.

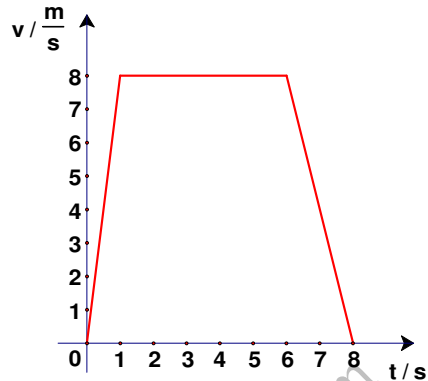
$$s = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot |ED| \Rightarrow s = \frac{8 \text{ s} + 2 \text{ s}}{2} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s = \frac{10 \text{ s}}{2} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s = 5 \text{ s} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s = 40 \text{ m}.$$

Srednja brzina automobila je:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{40 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 109

Na slici je  $v, t$  – graf gibanja automobila. Izračunaj srednju brzinu automobila.



**Rezultat:** 6.5 m/s.

### Zadatak 110 (Emilio, gimnazija)

Duljina jednog vlaka je  $l_1 = 500 \text{ m}$ , a drugog  $l_2 = 100 \text{ m}$ . Vlakovi se gibaju jedan prema drugom brzinama  $v_1 = 16 \text{ m/s}$  i  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ . Za koje će vrijeme prvi vlak proći pored jednog prozora drugog vlaka i koliki put prijeđe drugi vlak za to vrijeme?

### Rješenje 110

$$l_1 = 500 \text{ m}, \quad l_2 = 100 \text{ m}, \quad v_1 = 16 \text{ m/s}, \quad v_2 = 20 \text{ m/s}, \quad t_1 = ?, \quad s_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Budući da se vlakovi gibaju u suprotnim smjerovima, relativna brzina  $v$  kojom se gibaju jedan u odnosu na drugog, jednaka je zbroju njihovih brzina  $v_1$  i  $v_2$  u odnosu na tlo:

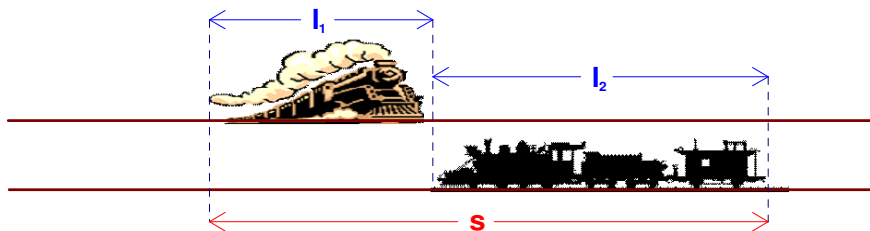
$$v = v_1 + v_2.$$

Vrijeme  $t_1$  za koje će prvi vlak duljine  $l_1$  proći pored jednog prozora drugog vlaka iznosi:

$$l_1 = v \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l_1}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{l_1}{v_1 + v_2} = \frac{500 \text{ m}}{16 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 13.89 \text{ s}.$$

Za vrijeme  $t_1$  drugi vlak prijeđe put  $s_2$ :

$$s_2 = v_2 \cdot t_1 \Rightarrow s_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 13.89 \text{ s} = 277.8 \text{ m}.$$



### Vježba 110

Duljina jednog vlaka je  $l_1 = 500$  m, a drugog  $l_2 = 100$  m. Vlakovi se gibaju jedan prema drugom brzinama  $v_1 = 16$  m/s i  $v_2 = 20$  m/s. Za koje će vrijeme drugi vlak proći pored jednog prozora prvog vlaka?

**Rezultat:** 2.78 s.

### Zadatak 111 (Josipa, srednja škola)

Kolika je brzina zvuka u vodi ako je od izvora zvuka do dubine 435 m i natrag potrebno 0.6 s?

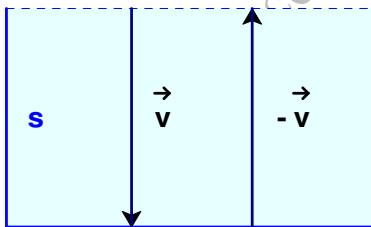
### Rješenje 111

$$s = 435 \text{ m}, \quad t = 0.6 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



1. inačica

Budući da zvuku od izvora do dubine  $s$  i natrag treba  $t$  vremena, znači da je zvuk za to vrijeme prešao dvostruki put. Pišemo:

$$2 \cdot s = v \cdot t \Rightarrow 2 \cdot s = v \cdot t \quad / : t \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t} = \frac{2 \cdot 435 \text{ m}}{0.6 \text{ s}} = 1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Za vrijeme  $t$  zvuk je prešao put od izvora do dubine  $s$  i natrag. Budući da se zvuk giba jednoliko, trebat će polovica tog vremena da prođe put samo u jednom smjeru: od izvora do dubine  $s$ .

$$t' = \frac{1}{2} \cdot t.$$

Tada je:

$$s = v \cdot t' \Rightarrow s = v \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s = v \cdot \frac{t}{2} \quad / \cdot \frac{2}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t} = \frac{2 \cdot 435 \text{ m}}{0.6 \text{ s}} = 1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 111

Kolika je brzina zvuka u vodi ako je od izvora zvuka do dubine 870 m i natrag potrebno 1.2 s?

**Rezultat:** 1450 m/s.

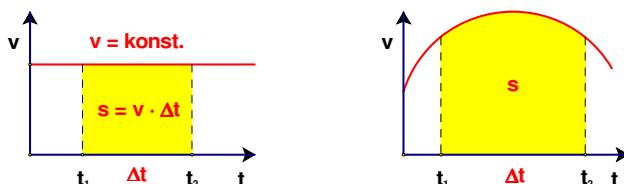
### Zadatak 112 (Maturantica, medicinska škola)

U dijagramu zavisnosti brzine o vremenu  $v(t)$  za gibanje nekog tijela, predočeno je površinom ispod krivulje brzine:

- A) srednje ubrzanje tijela u vremenu  $\Delta t$
- B) srednja brzina tijela
- C) put prijeđen u vremenu  $\Delta t$
- D) rad tijela obavljen u vremenu  $\Delta t$
- E) kinetička energija tijela.

### Rješenje 112

U  $v, t$  – dijagramu površina ispod krivulje odgovara veličini puta što ga je tijelo prešlo gibajući se u vremenu  $\Delta t$  brzinom  $v$ . Dakle, prijeđeni put može se odrediti računajući površinu ispod krivulje  $v(t)$ .



Odgovor je pod C.

### Vježba 112

U dijagramu zavisnosti akceleracije o vremenu  $a(t)$  za gibanje nekog tijela, predočeno je površinom ispod krivulje akceleracije:

- A) srednje ubrzanje tijela u vremenu  $\Delta t$
- B) brzina tijela
- C) put prijeđen u vremenu  $\Delta t$
- D) rad tijela obavljen u vremenu  $\Delta t$
- E) kinetička energija tijela.

**Rezultat:** B.

### Zadatak 113 (Željka, gimnazija)

Zrakoplov leti iz točke A u točku B koja se nalazi 400 km zapadno od A. Odredi kako je dugo morao letjeti:

- a) ako nema vjetra,
- b) ako puše vjetar s istoka,
- c) ako puše vjetar s juga.

Brzina je vjetra 20 m/s, a brzina zrakoplova s obzirom na zrak 800 km/h.

### Rješenje 113

$s = 400 \text{ km} = 400000 \text{ m}$ ,  $v_v = 20 \text{ m/s}$ ,  $v_z = 800 \text{ km/h} = [800 : 3.6] = 222.22 \text{ m/s}$ ,  
 $t = ?$

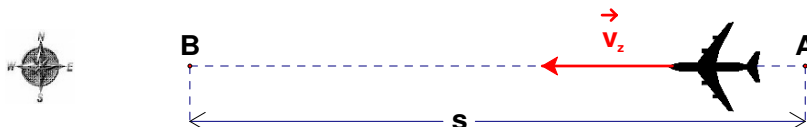
Jednoliko pravocrtno gibanje je gibanje stalnom brzinom. Put je razmjernan s vremenom:

$$s = v \cdot t.$$

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat duljine hipotenuze jednak zbroju kvadrata duljina kateta.

a) Ako nema vjetra vrijeme letenja zrakoplova iznosi:

$$s = v_z \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v_z} = \frac{400000 \text{ m}}{222.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1800.02 \text{ s} = \left[ \begin{array}{l} 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \\ 1800.02 : 60 \end{array} \right] \approx 30 \text{ min}.$$



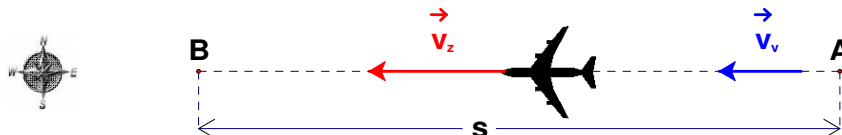
b) Budući da vjetar puše s istoka brzinom  $v_v$ , relativna brzina zrakoplova  $v$  jednaka je zbroju brzine zrakoplova  $s$  obzirom na zrak  $v_z$  i brzine vjetra  $v_v$

$$v = v_z + v_v$$

pa vrijeme letenja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} s = v \cdot t \\ v = v_z + v_v \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = (v_z + v_v) \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v_z + v_v} = \frac{400\,000 \text{ m}}{222.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1651.39 \text{ s} =$$

$$= \left[ \begin{array}{l} 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \\ 1651.39 : 60 \end{array} \right] \approx 27.5 \text{ min.}$$



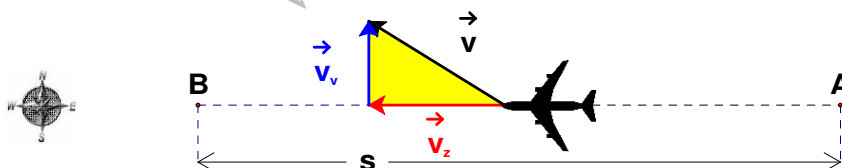
c) Budući da vjetar puše s juga, vektori brzina zrakoplova  $s$  obzirom na zrak  $v_z$  i vjetra  $v_v$ , međusobno su okomiti. Uočimo pravokutan trokut čija je hipotenuza relativna brzina zrakoplova  $v$ , a katete su brzine  $v_z$  i  $v_v$ . Pomoću Pitagorina poučka dobije se:

$$v^2 = v_z^2 + v_v^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_z^2 + v_v^2}$$

Vrijeme letenja zrakoplova iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} s = v \cdot t \\ v = \sqrt{v_z^2 + v_v^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \sqrt{v_z^2 + v_v^2} \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{\sqrt{v_z^2 + v_v^2}} =$$

$$= \frac{400\,000 \text{ m}}{\sqrt{\left(222.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}} = 1792.78 \text{ s} = \left[ \begin{array}{l} 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \\ 1792.78 : 60 \end{array} \right] \approx 29.9 \text{ min.}$$



### Vježba 113

Zrakoplov leti iz točke A u točku B koja se nalazi 400 km zapadno od A. Odredi kako je dugo morao letjeti ako puše vjetar s istoka. Brzina je vjetra 30 m/s, a brzina zrakoplova s obzirom na zrak 800 km/h.

**Rezultat:** 26.4 min.

### Zadatak 114 (Tomo, tehnička škola)

Vlak se giba brzinom 75 km/h. Može li čovjek primijetiti njegovo gibanje u mraku pri bljesku munje koji traje  $2 \cdot 10^{-4}$  s, ako se nalazi na udaljenosti od vlaka  $s$  koje još može uočiti pomak od 1 cm?

### Rješenje 114

$$v = 75 \text{ km/h} = [75 : 3.6] = 20.83 \text{ m/s}, \quad t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}, \quad \Delta x = 1 \text{ cm}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje je gibanje stalnom brzinom. Put je razmjeran s vremenom:

$$s = v \cdot t.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

Pri bljesku munje, za vrijeme  $t$ , vlak je prešao put:

$$s = v \cdot t = 20.83 \frac{m}{s} \cdot 2 \cdot 10^{-4} s = 0.0042 m = 0.42 cm.$$

Budući da vrijedi

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 1 cm \\ s = 0.42 cm \end{array} \right\} \Rightarrow s < \Delta x,$$

čovjek neće primijetiti gibanje vlaka u mraku pri bljesku munje.

### Vježba 114

Vlak se giba brzinom 72 km/h. Može li čovjek primijetiti njegovo gibanje u mraku pri bljesku munje koja traje  $2 \cdot 10^{-4}$  s, ako se nalazi na udaljenosti od vlaka  $s$  koje još može uočiti pomak od 1 cm?

**Rezultat:** Ne.

### Zadatak 115 (Alen, tehnička škola)

Motociklist je 30 km prešao brzinom 15 km/h i 72 km brzinom 18 km/h.

- Koliko je vremena proveo na putu?
- Kolika je bila srednja brzina na cijelom putu?

### Rješenje 115

$$s_1 = 30 km, \quad v_1 = 15 km/h, \quad s_2 = 72 km, \quad v_2 = 18 km/h, \quad t = ?, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje je gibanje stalnom brzinom. Put je razmjernan s vremenom:

$$s = v \cdot t.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki  $\Delta s$  i odgovarajući  $\Delta t$  duž nekog puta  $s$ , onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}.$$



Na oba dijela puta motociklist se gibao jednoliko pravocrtno pa vremena gibanja iznose:

- $t_1 = \frac{s_1}{v_1}$  prvi dio puta
- $t_2 = \frac{s_2}{v_2}$  drugi dio puta.

Ukupno vrijeme gibanja  $t$  jednako je zbroju vremena gibanja  $t_1$  i  $t_2$ .

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{30 \text{ km}}{15 \frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{72 \text{ km}}{18 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 6 \text{ h.}$$

Srednja brzina  $v$  na cijelom putu jednaka je količniku ukupnog puta koji je tijelo prošlo i ukupnog vremena za koji je prošlo taj put.

$$\left. \begin{array}{l} s = s_1 + s_2, \quad t = t_1 + t_2 \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = v = \frac{30 \text{ km} + 72 \text{ km}}{\frac{30 \text{ km}}{15 \frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{72 \text{ km}}{18 \frac{\text{km}}{\text{h}}}} = 17 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 115

Motociklist je 60 km prešao brzinom 30 km/h i 144 km brzinom 36 km/h. Koliko je vremena proveo na putu?

**Rezultat:** 6 h.