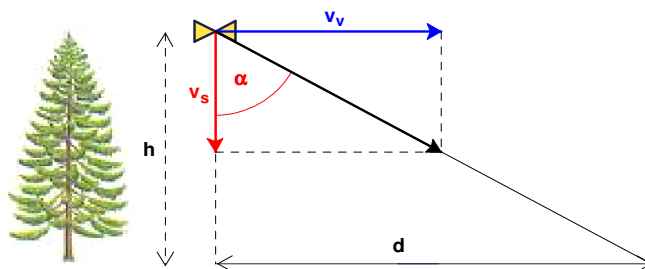


Zadatak 041 (Martin, gimnazija)

Kad ne bi bilo vjetra, malo krilato sjeme padalo bi s vrha drveta vertikalno stalnom brzinom 35 cm/s. Koliko će daleko od podnožja drveta pasti sjemenka ako pada s visine 30 m, a vjetar puše brzinom 36 km/h u horizontalnom smjeru?

Rješenje 041

$$v_s = 35 \text{ cm/s} = [35 : 100] = 0.35 \text{ m/s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad v_v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad d = ?$$



1. inačica

Pomoću trigonometrije iz dva pravokutna trokuta slijedi:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{v_v}{v_s} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{d}{h} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{h} = \frac{v_v}{v_s} \cdot h \Rightarrow d = h \cdot \frac{v_v}{v_s} = 30 \text{ m} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.35 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 857 \text{ m}.$$

2. inačica

Iz sličnosti dvaju pravokutnih trokuta odmah se dobije:

$$\frac{d}{h} = \frac{v_v}{v_s} \cdot h \Rightarrow d = h \cdot \frac{v_v}{v_s} = 857 \text{ m}.$$

3. inačica

To je složeno gibanje. Uporabit ćemo načelo neovisnosti gibanja:

Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istom vremenskom razmaku.

Vrijeme padanja t_1 , s visine h , dobije se iz formule za jednoliko gibanje:

$$t_1 = \frac{h}{v_s}.$$

Put d prijeđen je brzinom v_v u vremenskom razmaku t_2 :

$$t_2 = \frac{d}{v_v}.$$

Budući da je $t_1 = t_2$, slijedi:

$$\frac{d}{v_v} = \frac{h}{v_s} \Rightarrow d = h \cdot \frac{v_v}{v_s} = 857 \text{ m}.$$

Vježba 041

Kad ne bi bilo vjetra, malo krilato sjeme padalo bi s vrha drveta vertikalno stalnom brzinom 35 cm/s. Koliko će daleko od podnožja drveta pasti sjemenka ako pada s visine 60 m, a vjetar puše brzinom 36 km/h u horizontalnom smjeru?

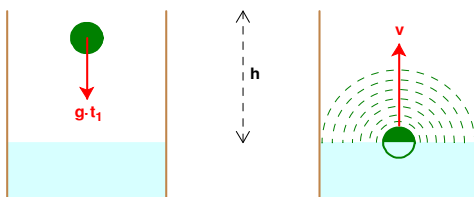
Rezultat: 1714 m.

Zadatak 042 (Ines, hotelijerska škola, Marinko, tehnička škola)

Tijelo je pušteno u bunar i udarac u vodu čuje se nakon 2.5 s. Ako je brzina zvuka 340 m/s, kolika je dubina bunara?

Rješenje 042

$$t = 2.5 \text{ s}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$



Vrijeme za koje tijelo padne u bunar dobije se iz formule za slobodni pad:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Vrijeme za koje zvuk dođe od dna do vrha bunara izračuna se pomoću formule za jednoliko pravocrtno gibanje (brzina zvuka je stalna):

$$t_2 = \frac{h}{v}$$

Budući da je tijelo pušteno u bunar, a udarac u vodu čuo se nakon vremena t , proizlazi:

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 = t &\Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} + \frac{h}{v} = 2.5 \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \frac{5}{2} - \frac{h}{v} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \frac{2 \cdot h}{g} = \frac{25}{4} - 5 \cdot \frac{h}{v} + \frac{h^2}{v^2} \quad / \cdot 4gv^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8v^2h = 25gv^2 - 20gvh + 4gh^2 \Rightarrow 4gh^2 - (20gv + 8v^2)h + 25gv^2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{20gv + 8v^2 \pm \sqrt{(20gv + 8v^2)^2 - 4 \cdot (g \cdot v)^2}}{8 \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_1 = \frac{20 \cdot 10 \cdot 340 + 8 \cdot 340^2 - \sqrt{(20 \cdot 10 \cdot 340 + 8 \cdot 340^2)^2 - 400 \cdot (10 \cdot 340)^2}}{8 \cdot 10} = 29.14 \text{ m}. \end{aligned}$$

Drugo rješenje nema fizikalnog smisla.

Vježba 042

Tijelo je pušteno u bunar i udarac u vodu čuje se nakon 2.5 s. Ako je brzina zvuka 330 m/s, kolika je dubina bunara?

Rezultat: 29.09 m.

Zadatak 043 (Ines, hotelijerska škola, Marinko, tehnička škola)

Zadan je niz od pet mjerenja iste duljine: $x_1 = 5.51 \text{ cm}$, $x_2 = 5.52 \text{ cm}$, $x_3 = 5.48 \text{ cm}$, $x_4 = 5.50 \text{ cm}$, $x_5 = 5.49 \text{ cm}$. Napišite rezultat mjerenja.

Rješenje 043

I. Računamo srednju vrijednost (aritmetičku sredinu)

$$\left[x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right]$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = \frac{5.51 + 5.52 + 5.48 + 5.50 + 5.49}{5} \text{ cm} = \frac{27.50}{5} \text{ cm} = 5.50 \text{ cm}.$$

- II. Odredimo odstupanje svakog pojedinog mjerenja od srednje vrijednosti (najvjerojatniju pogrešku svakog mjerenja)

$$[v_i = x_i - \bar{x}]$$

$$v_1 = x_1 - \bar{x} = 5.51 \text{ cm} - 5.50 \text{ cm} = 0.01 \text{ cm}$$

$$v_2 = x_2 - \bar{x} = 5.52 \text{ cm} - 5.50 \text{ cm} = 0.02 \text{ cm}$$

$$v_3 = x_3 - \bar{x} = 5.48 \text{ cm} - 5.50 \text{ cm} = -0.02 \text{ cm}$$

$$v_4 = x_4 - \bar{x} = 5.50 \text{ cm} - 5.50 \text{ cm} = 0$$

$$v_5 = x_5 - \bar{x} = 5.49 \text{ cm} - 5.50 \text{ cm} = -0.01 \text{ cm}$$

- III. Određujemo iznose kvadrata odstupanja od srednje vrijednosti

$$v_1^2 = (x_1 - \bar{x})^2 = (0.01 \text{ cm})^2 = 0.0001 \text{ cm}^2$$

$$v_2^2 = (x_2 - \bar{x})^2 = (0.02 \text{ cm})^2 = 0.0004 \text{ cm}^2$$

$$v_3^2 = (x_3 - \bar{x})^2 = (-0.02 \text{ cm})^2 = 0.0004 \text{ cm}^2$$

$$v_4^2 = (x_4 - \bar{x})^2 = 0^2 = 0$$

$$v_5^2 = (x_5 - \bar{x})^2 = (-0.01 \text{ cm})^2 = 0.0001 \text{ cm}^2$$

- IV. Računamo standardnu pogrešku mjerenja

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}$$

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{5 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2}{20}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0.0001 \text{ cm}^2 + 0.0004 \text{ cm}^2 + 0.0004 \text{ cm}^2 + 0 + 0.0001 \text{ cm}^2}{20}} = \sqrt{\frac{0.001 \text{ cm}^2}{20}} = 0.01 \text{ cm}.$$

- V. Rezultat mjerenja

$$[x = (\bar{x} \pm M)_n]$$

$$x = (5.50 \pm 0.01)_5 \text{ cm}.$$

Cijeli postupak prikazujemo tablično:

n	x_i / cm	$v_i = x_i - \bar{x} / \text{cm}$	$v_i^2 = (x_i - \bar{x})^2 / \text{cm}^2$
1	5.51	0.01	0.0001
2	5.52	0.02	0.0004
3	5.48	-0.02	0.0004
4	5.50	0	0
5	5.49	-0.01	0.0001
Σ	27.50	0	0.0010

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = \frac{27.50}{5} \text{ cm} = 5.50 \text{ cm} \quad , \quad \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 0.0010 \text{ cm}^2$$

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{5 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{0.0010 \text{ cm}^2}{20}} = 0.01 \text{ cm} \quad , \quad x = (5.50 \pm 0.01)_5 \text{ cm}.$$

Vježba 043

Zadan je niz od pet mjerenja iste duljine: $x_1 = 5.5 \text{ cm}$, $x_2 = 5.8 \text{ cm}$, $x_3 = 5.3 \text{ cm}$, $x_4 = 5.3 \text{ cm}$, $x_5 = 5.6 \text{ cm}$. Napišite rezultat mjerenja.

Rezultat: $x = (5.50 \pm 0.09)_5 \text{ cm}$.

Zadatak 044 (Martin, gimnazija)

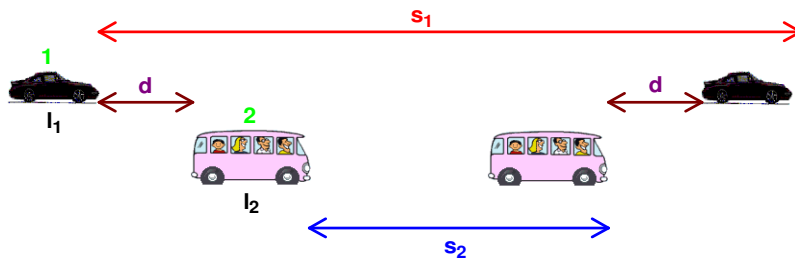
Automobil dugačak 4 m, brzine 120 km/h pretječe drugi automobil kojemu je duljina 3 m, a brzina 110 km/h. Kako dugo traje pretjecanje ako počne i završi kad su automobili međusobno udaljeni 30 m?

Rješenje 044

$$l_1 = 4 \text{ m}, \quad v_1 = 120 \text{ km/h} = [120 : 3.6] = 33.33 \text{ m/s},$$

$$l_2 = 3 \text{ m}, \quad v_2 = 110 \text{ km/h} = [110 : 3.6] = 30.56 \text{ m/s}, \quad d = 30 \text{ m}, \quad t = ?$$

Dogovor: početna međusobna udaljenost automobila je razmak između prednjeg dijela prvog i stražnjeg dijela drugog automobila, a konačna međusobna udaljenost je obrnuto.



Za vrijeme t sporiji automobil (2) prevali put $s_2 = v_2 \cdot t$, a brži automobil (1) $s_1 = v_1 \cdot t$. Put bržeg automobila jednak je zbroju:

$$s_1 = d + l_2 + s_2 + d + l_1.$$

Odatle je vrijeme pretjecanja:

$$v_1 \cdot t = d + l_2 + v_2 \cdot t + d + l_1 \Rightarrow v_1 \cdot t - v_2 \cdot t = 2d + l_2 + l_1 \Rightarrow t \cdot (v_1 - v_2) = 2d + l_2 + l_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2d + l_2 + l_1}{v_1 - v_2} = \frac{2 \cdot 30 \text{ m} + 3 \text{ m} + 4 \text{ m}}{33.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30.56 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{67 \text{ m}}{2.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 24.19 \text{ s}.$$

Uočimo da vrijeme pretjecanja, osim o duljini vozila, ovisi o relativnoj brzini $v_1 - v_2$. Vrijeme pretjecanja je veće što je relativna brzina manja.

Vježba 044

Automobil dugačak 4 m, brzine 120 km/h pretječe drugi automobil kojemu je duljina 3 m, a brzina 110 km/h. Kako dugo traje pretjecanje ako počne i završi kad su automobili međusobno udaljeni 60 m?

Rezultat: $t = 45.85 \text{ s}$.

Zadatak 045 (Ivana, gimnazija)

Automobil prijeđe u prva dva sata 120 km, a u sljedeća tri sata 150 km. Kolika mu je bila prosječna brzina na cijelom putu?

Rješenje 045

$$t_1 = 2 \text{ h}, \quad s_1 = 120 \text{ km}, \quad t_2 = 3 \text{ h}, \quad s_2 = 150 \text{ km}, \quad v = ?$$

Prosječna brzina na cijelom putu iznosi:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{120 \text{ km} + 150 \text{ km}}{2 \text{ h} + 3 \text{ h}} = \frac{270 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 045

Automobil prijeđe u prva dva sata 120 km, a u sljedeća tri sata 180 km. Kolika mu je bila prosječna brzina na cijelom putu?

Rezultat: 60 km/h.

Zadatak 046 (Martin, gimnazija)

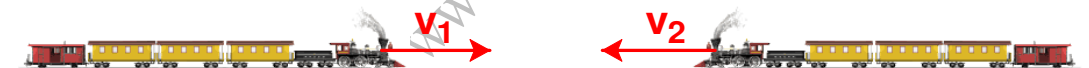
Dva se vlaka mimoilaze brzinama v_1 i v_2 . Duljina svakog vagona prvog vlaka je d_1 , a njihov broj je n_1 . Duljina svakog vagona drugog vlaka je d_2 , a njihov broj je n_2 . Koliko vremena putnik iz prvog vlaka vidi vagon drugog vlaka dok se mimoilaze? Putnik gleda kroz prozor vagona.

Rješenje 046

$$v_1, \quad v_2, \quad t = ?$$

Putnici u vlakovima, koji se mimoilaze, gibaju se jedan u odnosu na drugog relativnom brzinom v_r koja je jednaka zbroju brzina vlakova v_1 i v_2 u odnosu na zemlju:

$$v_r = v_1 + v_2.$$



Vrijeme za koje putnik iz prvog vlaka vidi vagon drugog vlaka dok se mimoilaze iznosi:

$$t_1 = \frac{n_2 \cdot d_2}{v_r} = \frac{n_2 \cdot d_2}{v_1 + v_2},$$

gdje je $n_2 \cdot d_2$ duljina drugog vlaka.

Vježba 046

Dva se vlaka mimoilaze brzinama v_1 i v_2 . Duljina svakog vagona prvog vlaka je d_1 , a njihov broj je n_1 . Duljina svakog vagona drugog vlaka je d_2 , a njihov broj je n_2 . Koliko vremena putnik iz drugog vlaka vidi vagon prvog vlaka dok se mimoilaze? Putnik gleda kroz prozor vagona.

Rezultat: $t_2 = \frac{n_1 \cdot d_1}{v_1 + v_2}$.

Zadatak 047 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Automobil krene iz stanja mirovanja i giba se jednoliko ubrzano 10 s, nakon čega se 10 s giba brzinom 20 m/s, te u 10 s jednoliko usporava do stanja mirovanja. Kolika je prosječna brzina gibanja automobila?

Rješenje 047

$$t_1 = 10 \text{ s}, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad t_3 = 10 \text{ s}, \quad v_s = ?$$

Na prvom dijelu puta automobil jednoliko ubrzava iz stanja mirovanja do brzine $v = 20 \text{ m/s}$.

Na drugom dijelu puta giba se stalnom brzinom $v = 20 \text{ m/s}$, a na trećem dijelu puta jednoliko usporava od $v = 20 \text{ m/s}$ do mirovanja.

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 \\ s_2 &= v \cdot t_2 \\ s_3 &= \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_s = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 + v \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s}}{10 \text{ s} + 10 \text{ s} + 10 \text{ s}} = 13.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 047

Automobil krene iz stanja mirovanja i giba se jednoliko ubrzano 10 s, nakon čega se 10 s giba brzinom 30 m/s, te u 10 s jednoliko usporava do stanja mirovanja. Kolika je prosječna brzina gibanja automobila?

Rezultat: 20 m/s.

Zadatak 048 (Ivana, medicinska škola)

Od trenutka bljeska munje do trenutka udara groma prođe 7 s. Koliko je daleko mjesto udara groma? (Brzina zvuka je $v = 330 \text{ m/s}$.)

Rješenje 048

$$t = 7 \text{ s}, \quad v = 330 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Budući da je brzina svjetlosti mnogo veća od brzine zvuka, udaljenost mjesta udara groma jednaka je prijednom putu s zvuka za vrijeme t :

$$s = v \cdot t = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} = 2310 \text{ m} \approx 2.31 \text{ km}.$$



s



Vježba 048

Od trenutka bljeska munje do trenutka udara groma prođe 10 s. Koliko je daleko mjesto udara groma? (Brzina zvuka je $v = 330 \text{ m/s}$.)

Rezultat: 3.3 km.

Zadatak 049 (Ivana, medicinska škola)

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 20 s. Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s. Koliko je brod udaljen od svjetionika?

Rješenje 049

$$\Delta t = 20 \text{ s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v_v = 1450 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Neka je t vrijeme za koje zvučni signal dođe od svjetionika do broda gibajući se kroz vodu. Isti put s prijeći će za vrijeme $t + \Delta t$ gibajući se kroz zrak.

$$\left. \begin{aligned} s &= v_v \cdot t \\ s &= v_z \cdot (t + \Delta t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} t &= \frac{s}{v_v} \\ s &= v_z \cdot t + v_z \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow s = v_z \cdot \frac{s}{v_v} + v_z \cdot \Delta t \Rightarrow s - s \cdot \frac{v_z}{v_v} = v_z \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot \left(1 - \frac{v_z}{v_v} \right) = v_z \cdot \Delta t \Rightarrow s = \frac{v_z \cdot \Delta t}{1 - \frac{v_z}{v_v}} \Rightarrow s = \frac{v_z \cdot \Delta t}{\frac{v_v - v_z}{v_v}} \Rightarrow s = \frac{v_v \cdot v_z \cdot \Delta t}{v_v - v_z} = \frac{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8883 \text{ m}.$$

Vježba 049

Iz svjetionika je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i zrak. Na brodu su ti signali primljeni u razmaku od 10 s. Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s. Koliko je brod udaljen od svjetionika?

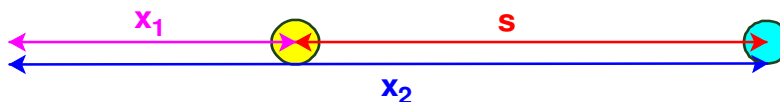
Rezultat: 4441 m.

Zadatak 050 (Ivana, medicinska škola)

Dva tijela počinju se gibati po pravcu u trenutku $t = 0$. Njihove apscise su $x_1 = 20 \cdot t$, $x_2 = 250 - 5 \cdot t$ ($[x]_{\text{SJ}} = m, [t]_{\text{SJ}} = s$). U kojem trenutku će njihova međusobna udaljenost biti prvi put 125 m?

Rješenje 050

$$x_1 = 20 \cdot t, \quad x_2 = 250 - 5 \cdot t, \quad s = 125 \text{ m}, \quad t = ?$$



Iz slike vidi se:

$$x_2 - x_1 = s \Rightarrow 250 - 5 \cdot t - 20 \cdot t = 125 \Rightarrow -25 \cdot t = 125 - 250 \Rightarrow -25 \cdot t = -125 \quad /: (-25) \Rightarrow t = 5 \text{ s.}$$

Vježba 050

Dva tijela počinju se gibati po pravcu u trenutku $t = 0$. Njihove apscise su $x_1 = 4 \cdot t$, $x_2 = 50 - t$ ($[x]_{\text{SJ}} = m, [t]_{\text{SJ}} = s$). U kojem trenutku će njihova međusobna udaljenost biti prvi put 25 m?

Rezultat: 5 s.

Zadatak 051 (Goga, farmaceutska škola)

Tijelo se giba jednu sekundu. Prvu polovicu sekunde ima brzinu 1 m/s, a drugu 2 m/s. Koliki je put prešlo tijelo?

Rješenje 051

$$t = 1 \text{ s}, \quad t_1 = 0.5 \text{ s}, \quad v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad t_2 = 0.5 \text{ s}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Ukupan put iznosi:

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ s} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ s} = 1.5 \text{ m.}$$

Vježba 051

Tijelo se giba jednu sekundu. Prvu polovicu sekunde ima brzinu 2 m/s, a drugu 4 m/s. Koliki je put prešlo tijelo?

Rezultat: 3 m.

Zadatak 052 (Goga, farmaceutska škola)

Tijelo se giba jednu sekundu. Prvu polovicu sekunde ima brzinu 1 m/s, a drugu 2 m/s. Kolika je srednja brzina?

Rješenje 052

$$t = 1 \text{ s}, \quad t_1 = 0.5 \text{ s}, \quad v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad t_2 = 0.5 \text{ s}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Srednja brzina iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ s} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ s}}{1 \text{ s}} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 052

Tijelo se giba jednu sekundu. Prvu polovicu sekunde ima brzinu 4 m/s, a drugu 6 m/s. Kolika je srednja brzina?

Rezultat: 5 m/s.

Zadatak 053 (Goga, farmaceutska škola)

Pješak i biciklist kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 20 km. Koliko dugo će biciklist čekati pješaka na cilju ako mu je srednja brzina pet puta veća od brzine pješaka koja iznosi 5 km/h?

Rješenje 053

$$s = 20 \text{ km}, \quad v_b = 5 \cdot v_p, \quad v_p = 5 \text{ km/h}, \quad \Delta t = ?$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \text{ tj. } v = \frac{s}{t}.$$

Vrijeme čekanja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t_p = \frac{s}{v_p} \\ t_b = \frac{s}{v_b} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta t = t_p - t_b \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_p} - \frac{s}{v_b} \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_p} - \frac{s}{5 \cdot v_p} \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_p} \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_p} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{5} \cdot \frac{s}{v_p} = \frac{4}{5} \cdot \frac{20 \text{ km}}{5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3.2 \text{ h}.$$

Vježba 053

Pješak i biciklist kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 40 km. Koliko dugo će biciklist čekati pješaka na cilju ako mu je srednja brzina pet puta veća od brzine pješaka koja iznosi 5 km/h?

Rezultat: 6.4 h.

Zadatak 054 (Graziano, student)

Pješak za 2 minute učini 200 koraka. Odredite brzinu pješaka u m/s i km/h ako je duljina koraka 70 cm.

Rješenje 054

$$t = 2 \text{ min} = [2 \cdot 60] = 120 \text{ s}, \quad n = 200 \text{ koraka}, \quad d = 70 \text{ cm} = [70 : 100] = 0.70 \text{ m}, \quad v = ?$$

Duljina koraka pješaka je $d = 0.70 \text{ m}$. Za $n = 200$ koraka pješak će prewalkiti put:

$$s = n \cdot d = 200 \cdot 0.70 \text{ m} = 140 \text{ m}.$$

$$s = n \cdot d$$



d

Budući da je gibanje jednoliko pravocrtno, brzina u m/s i km/h iznosi:

- $v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}} \Rightarrow v = \frac{s}{t} = \frac{140 \text{ m}}{120 \text{ s}} = 1.167 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}},$
- $v = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}} \Rightarrow v = \frac{s}{t} = \frac{140 \text{ m}}{120 \text{ s}} = 1.167 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [1.167 \cdot 3.6] = 4.201 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 4.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

Vježba 054

Pješak za 1 minutu učini 200 koraka. Odredite brzinu pješaka u m/s i km/h ako je duljina koraka 35 cm.

Rezultat: $v = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

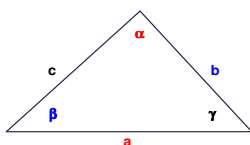
Zadatak 055 (Graziano, student, VSS)

U vagonu, koji se giba jednoliko brzinom 72 km/h, kreće se čovjek konstantnom brzinom 2.5 m/s pod kutom od 30° u odnosu na smjer gibanja vagona. Odredite brzinu čovjeka u odnosu na zemlju.

Rješenje 055

$$v_1 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2.5 \text{ m/s}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v = ?$$

Ponovimo!



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha,$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos \beta, \quad \text{kosinusov poučak}$$

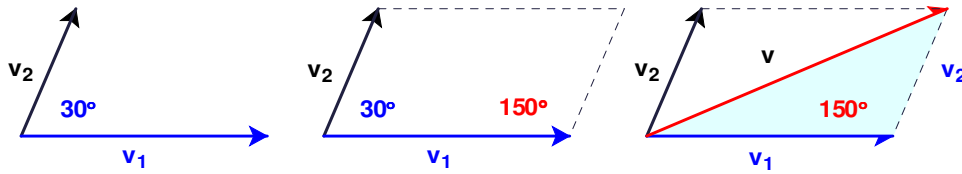
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma.$$

Unutarnji kutovi paralelograma



$$\beta = 180^\circ - \alpha.$$

Brzina čovjeka u odnosu na zemlju iznosi:



$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \cos 150^\circ \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \cos 150^\circ} =$$

$$= \sqrt{20^2 + 2.5^2 - 2 \cdot 20 \cdot 2.5 \cdot \cos 150^\circ} = 22.20 \frac{m}{s}.$$

Vježba 055

U vagonu, koji se giba jednoliko brzinom 72 km/h, kreće se čovjek konstantnom brzinom 2.5 m/s u smjeru gibanja vagona. Odredite brzinu čovjeka u odnosu na zemlju.

Rezultat: $v = 22.5 \text{ m/s}$.

Zadatak 056 (Anastazija, gimnazija)

S obale je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na mirnom brodu ovi su signali primljeni u vremenskom razmaku od 20 s. Koliko je brod udaljen od obale? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s.

Rješenje 056

$$\Delta t = 20 \text{ s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v_v = 1450 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Budući da je brzina zvuka veća u vodi nego u zraku, slijedi:

$$t_z - t_v = \Delta t \Rightarrow \frac{s}{v_z} - \frac{s}{v_v} = \Delta t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_z} - \frac{1}{v_v} \right) = \Delta t \Rightarrow s = \frac{\Delta t}{\frac{1}{v_z} - \frac{1}{v_v}} \Rightarrow s = \frac{\Delta t}{\frac{v_v - v_z}{v_z \cdot v_v}} \Rightarrow s = \frac{\Delta t \cdot v_z \cdot v_v}{v_v - v_z} =$$

$$= \frac{20 \text{ s} \cdot 340 \frac{m}{s} \cdot 1450 \frac{m}{s}}{1450 \frac{m}{s} - 340 \frac{m}{s}} = 8883 \frac{m}{s}.$$

Vježba 056

S obale je istodobno odaslan zvučni signal kroz vodu i kroz zrak. Na mirnom brodu ovi su signali primljeni u vremenskom razmaku od 10 s. Koliko je brod udaljen od obale? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s, a u vodi 1450 m/s.

Rezultat: 4441 m.

Zadatak 057 (Anastazija, gimnazija)

Autobus, koji vozi od Zagreba do Splita, prijeđe prvu trećinu puta srednjom brzinom 80 km/h, drugu trećinu puta srednjom brzinom 55 km/h, a treću trećinu puta srednjom brzinom 60 km/h. Kolika je srednja brzina gibanja autobusa na putu od Zagreba do Splita?

Rješenje 057

$$s_1 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_1 = 80 \frac{km}{h}, \quad s_2 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_2 = 55 \frac{km}{h}, \quad s_3 = \frac{1}{3} \cdot s, \quad v_3 = 60 \frac{km}{h}, \quad v = ?$$



Srednja brzina autobusa na putu od Zagreba do Splita iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{3 \cdot v_1} + \frac{s}{3 \cdot v_2} + \frac{s}{3 \cdot v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{\frac{s}{3} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)} \Rightarrow v = \frac{3}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}} \Rightarrow v = \frac{3}{\frac{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{3 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3}{v_2 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_3 + v_1 \cdot v_2} = \frac{3 \cdot 80 \cdot 55 \cdot 60}{55 \cdot 60 + 80 \cdot 60 + 80 \cdot 55} = 63.36 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 057

Autobus, koji vozi od Zagreba do Splita, prijeđe prvu trećinu puta srednjom brzinom 80 km/h, drugu trećinu puta srednjom brzinom 50 km/h, a treću trećinu puta srednjom brzinom 60 km/h. Kolika je srednja brzina gibanja autobusa na putu od Zagreba do Splita?

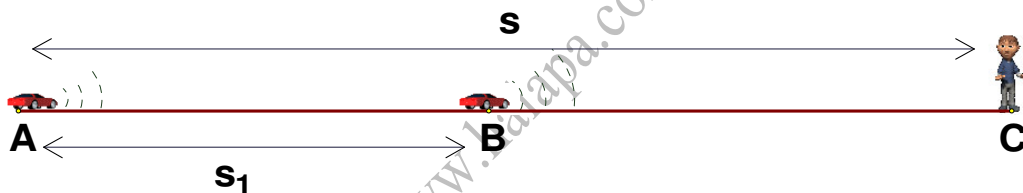
Rezultat: 61.02 km/h.

Zadatak 058 (Anamarija, gimnazija)

Automobil se giba cestom stalnom brzinom $v = 72 \text{ km/h}$. Na putu se nalazi opažač koji miruje. Ako automobil daje zvučni signal u trajanju $t = 3 \text{ s}$, koliko će dugo opažač čuti signal kada mu se automobil približava? (Brzina zvuka je $v_z = 340 \text{ m/s}$)

Rješenje 058

$$v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad \tau = ?$$



Pretpostavimo da se opažač nalazi u točki C, a automobil daje zvučni signal od trenutka prolaska kroz točku A do trenutka prolaska točkom B.

Zvuk nastao u točki A stići će do opažača za vrijeme t_1 :

$$t_1 = \frac{s}{v_z},$$

gdje je $s = |AC|$.

Zvuk nastao u točki B stići će do opažača za vrijeme t_2 :

$$t_2 = \frac{s - s_1}{v_z},$$

gdje je $s_1 = |AB|$.

Razlika vremena $t_1 - t_2$ predstavlja smanjenje trajanja zvučnog signala za opažača. Zato će on čuti zvučni signal za vrijeme τ :

$$\tau = t - (t_1 - t_2) \Rightarrow \tau = t - \left(\frac{s}{v_z} - \frac{s - s_1}{v_z} \right) \Rightarrow \tau = t - \frac{s - s + s_1}{v_z} \Rightarrow \tau = t - \frac{s_1}{v_z}.$$

Budući da automobil prijeđe put s_1 stalnom brzinom v za vrijeme t , slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v \cdot t \\ \tau = t - \frac{s_1}{v_z} \end{array} \right\} \Rightarrow \tau = t - \frac{v \cdot t}{v_z} \Rightarrow \tau = t \cdot \left(1 - \frac{v}{v_z} \right) = 3 \text{ s} \cdot \left(1 - \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 2.82 \text{ s}.$$

Vježba 058

Automobil se giba cestom stalnom brzinom $v = 36 \text{ km/h}$. Na putu se nalazi opažač koji miruje. Ako automobil daje zvučni signal u trajanju $t = 3 \text{ s}$, koliko će dugo opažač čuti signal kada mu se automobil približava? (Brzina zvuka je $v_z = 340 \text{ m/s}$)

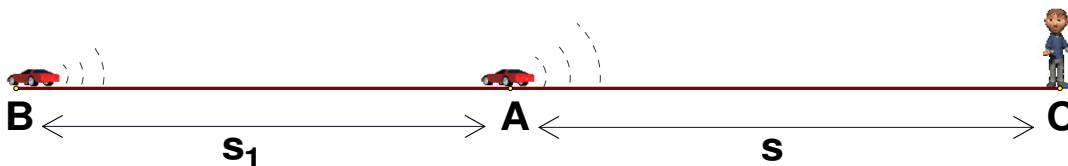
Rezultat: 2.91 s.

Zadatak 059 (Anamarija, gimnazija)

Automobil se giba cestom stalnom brzinom $v = 72 \text{ km/h}$. Na putu se nalazi opažač koji miruje. Ako automobil daje zvučni signal u trajanju $t = 3 \text{ s}$, koliko će dugo opažač čuti signal kada se automobil udaljava od njega? (Brzina zvuka je $v_z = 340 \text{ m/s}$)

Rješenje 059

$$v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad \tau = ?$$



Pretpostavimo da se opažač nalazi u točki C, a automobil daje zvučni signal od trenutka prolaska kroz točku A do trenutka prolaska točkom B.

Zvuk nastao u točki A stići će do opažača za vrijeme t_1 :

$$t_1 = \frac{s}{v_z},$$

gdje je $s = |AC|$.

Zvuk nastao u točki B stići će do opažača za vrijeme t_2 :

$$t_2 = \frac{s + s_1}{v_z},$$

gdje je $s_1 = |AB|$.

Razlika vremena $t_2 - t_1$ predstavlja povećanje trajanja zvučnog signala za opažača. Zato će on čuti zvučni signal za vrijeme τ :

$$\tau = t + (t_2 - t_1) \Rightarrow \tau = t + \left(\frac{s + s_1}{v_z} - \frac{s}{v_z} \right) \Rightarrow \tau = t + \frac{s + s_1 - s}{v_z} \Rightarrow \tau = t + \frac{s_1}{v_z}.$$

Budući da automobil prijeđe put s_1 stalnom brzinom v za vrijeme t , slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v \cdot t \\ \tau = t + \frac{s_1}{v_z} \end{array} \right\} \Rightarrow \tau = t + \frac{v \cdot t}{v_z} \Rightarrow \tau = t \cdot \left(1 + \frac{v}{v_z} \right) = 3 \text{ s} \cdot \left(1 + \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 3.18 \text{ s}.$$

Vježba 059

Automobil se giba cestom stalnom brzinom $v = 72 \text{ km/h}$. Na putu se nalazi opažač koji miruje. Ako automobil daje zvučni signal u trajanju $t = 3 \text{ s}$, koliko će dugo opažač čuti signal kada se automobil udaljava od njega? (Brzina zvuka je $v_z = 340 \text{ m/s}$)

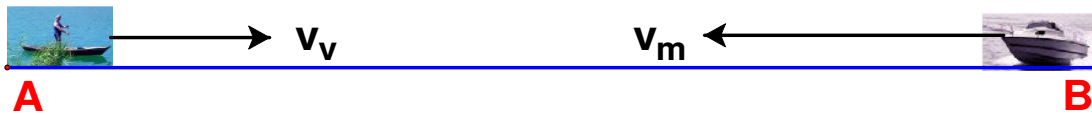
Rezultat: 3.09 s.

Zadatak 060 (Branko, gimnazija)

Čovjek se vozi od mjesta A do mjesta B veslajući u čamcu, koji se giba u odnosu na rijeku brzinom 3 km/h . Za isto vrijeme, polazeći od mjesta B, motorni čamac prijeđe četiri puta ovo rastojanje gibajući se u odnosu na rijeku brzinom 10 km/h . U kojem smjeru teče rijeka i kojom brzinom?

Rješenje 060

$$v_v = 3 \text{ km/h}, \quad v_m = 10 \text{ km/h}, \quad s = |AB|, \quad v = ?$$



Neka je v brzina rijeke. Pretpostavimo da rijeka teče u smjeru od mjesta A prema mjestu B. Relativna brzina čamca na vesla je $v_v + v$ pa je vrijeme gibanja od mjesta A do mjesta B:

$$t_1 = \frac{s}{v_v + v}$$

Relativna brzina motornog čamca od mjesta B do mjesta A iznosi:

$$v_m - v$$

Motorni čamac dva puta prijeđe put s od mjesta B do mjesta A za vrijeme:

$$t_2 = \frac{2 \cdot s}{v_m - v}$$

Relativna brzina motornog čamca od mjesta A do mjesta B iznosi:

$$v_m + v$$

Motorni čamac dva puta prijeđe put s od mjesta A do mjesta B za vrijeme:

$$t_3 = \frac{2 \cdot s}{v_m + v}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$t_1 = t_2 + t_3 \Rightarrow \frac{s}{v_v + v} = \frac{2 \cdot s}{v_m - v} + \frac{2 \cdot s}{v_m + v} \quad /: s \Rightarrow \frac{1}{v_v + v} = \frac{2}{v_m - v} + \frac{2}{v_m + v} \Rightarrow \frac{1}{v_v + v} = 2 \cdot \left(\frac{1}{v_m - v} + \frac{1}{v_m + v} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_v + v} = 2 \cdot \frac{v_m + v + v_m - v}{(v_m - v) \cdot (v_m + v)} \Rightarrow \frac{1}{v_v + v} = \frac{4 \cdot v_m}{v_m^2 - v^2} \Rightarrow v_m^2 - v^2 = 4 \cdot v_m \cdot (v_v + v) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_m^2 - v^2 = 4 \cdot v_m \cdot v_v + 4 \cdot v_m \cdot v \Rightarrow v_m^2 - v^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v - 4 \cdot v_m \cdot v = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -v^2 - 4 \cdot v_m \cdot v - 4 \cdot v_m \cdot v_v + v_m^2 = 0 \quad /: (-1) \Rightarrow v^2 + 4 \cdot v_m \cdot v + 4 \cdot v_m \cdot v_v - v_m^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=4 \cdot v_m \\ c=4 \cdot v_m \cdot v_v - v_m^2 \end{array} \right\} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \cdot v_m \pm \sqrt{16 \cdot v_m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4 \cdot v_m \cdot v_v - v_m^2)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \cdot v_m \pm \sqrt{16 \cdot v_m^2 - 16 \cdot v_m \cdot v_v + 4 \cdot v_m^2}}{2} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \cdot v_m \pm \sqrt{20 \cdot v_m^2 - 16 \cdot v_m \cdot v_v}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \cdot v_m \pm \sqrt{4 \cdot (5 \cdot v_m^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v)}}{2} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-4 \cdot v_m \pm 2 \cdot \sqrt{5 \cdot v_m^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1,2} = -2 \cdot v_m \pm \sqrt{5 \cdot v_m^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = -2 \cdot v_m + \sqrt{5 \cdot v_m^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v} \\ v_2 = -2 \cdot v_m - \sqrt{5 \cdot v_m^2 - 4 \cdot v_m \cdot v_v} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = -2 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} + \sqrt{5 \cdot \left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 - 4 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \\ v_2 = -2 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} - \sqrt{5 \cdot \left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 - 4 \cdot 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = -0.5 \frac{km}{h}$$

predznak minus označava da rijeka teče od mjesta B
prema mjestu A, tj. u suprotnom smjeru od pretpostavljenog

$$\Rightarrow v_2 = -39.5 \frac{km}{h}$$

nema fizikalnog smisla jer čamac pri ovoj brzini rijeke
ne može ploviti uz rijeku, rijeka ga nosi

Vježba 060

Čovjek se vozi od mjesta A do mjesta B veslajući u čamcu, koji se giba u odnosu na rijeku brzinom 3 km/h. Za isto vrijeme, polazeći od mjesta B, motorni čamac prijeđe dva puta ovo rastojanje gibajući se u odnosu na rijeku brzinom 10 km/h. U kojem smjeru teče rijeka i kojom brzinom?

Rezultat: 1.83 km/h, smjer od A prema B.