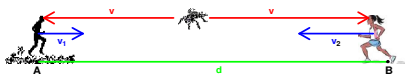


### Zadatak 021 (Kris, gimnazija)

Iz mjesta A kreće čovjek brzinom 3.6 km/h, a u isto vrijeme kreće njemu u susret drugi čovjek iz 200 m udaljenog mjesta B brzinom 5.4 km/h. Istodobno kad oni kreću, poleti s čela prvoga muha i leti brzinom 1 m/s prema čelu drugoga, dodirne ga i okreće natrag i tako sve dok se oni ne susretnu. Usporavanje i ubrzavanje muhe zanemarimo. Promatramo njezino gibanje kao jednoliko. Koliki će ukupan put preletjeti muha do njihovog susreta?

#### Rješenje 021

$$v_1 = 3.6 \text{ km/h} = [3.6 : 3.6] = 1 \text{ m/s}, \quad d = 200 \text{ m}, \quad v_2 = 5.4 \text{ km/h} = [5.4 : 3.6] = 1.5 \text{ m/s}, \\ v = 1 \text{ m/s}, \quad s = ?$$



Ukupni put koji će obojica proći prije susreta iznosi:

$$s_1 + s_2 = d.$$

Budući da se gibaju jednolikim brzinama, vrijeme susreta bit će:

$$s_1 + s_2 = d \Rightarrow v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = d \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t = d \Rightarrow t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{200 \text{ m}}{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 80 \text{ s}.$$

Za to vrijeme muha je, gibajući se jednoliko, prešla put:

$$s = v \cdot t = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 80 \text{ s} = 80 \text{ m}.$$

#### Vježba 021

Iz mjesta A kreće čovjek brzinom 15 km/h, a u isto vrijeme kreće njemu u susret drugi čovjek iz 20 km udaljenog mjesta B brzinom 15 km/h. Istodobno kad oni kreću, poleti s čela prvoga muha i leti brzinom 27 km/h prema čelu drugoga, dodirne ga i okreće natrag i tako sve dok se oni ne susretnu. Usporavanje i ubrzavanje muhe zanemarimo. Promatramo njezino gibanje kao jednoliko. Koliki će ukupan put preletjeti muha do njihovog susreta?

**Rezultat:** 18 km/h.

### Zadatak 022 (Ines, gimnazija)

Na visini 79.8 m kamen ispadne iz balona koji se penje brzinom 2 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 022

$$h = 79.8 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t + t_1 = ?$$

Budući da se kamen nalazi u balonu koji se penje, početna brzina kamena jednaka je brzini balona:

$$v_0 = v = 2 \text{ m/s}.$$



$$\text{Za hitac uvis vrijeme penjanja kamena je: } t = \frac{v_0}{g} = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.2 \text{ s}.$$

Put koji je kamen prešao prema gore iznosi:

$$h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.2 \text{ m}.$$

Ukupna visina na kojoj se kamen nakon penjanja zaustavio je:  $h + h_1 = 79.8 \text{ m} + 0.2 \text{ m} = 80 \text{ m}$ .

Sa te visine kamen će slobodno padati pa vrijedi:

$$h + h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h + h_1)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{16 \text{ s}^2} = 4 \text{ s.}$$

Ukupno vrijeme za koje će kamen pasti iznosi:

$$t + t_1 = 0.2 \text{ s} + 4 \text{ s} = 4.2 \text{ s.}$$

### Vježba 022

Na visini 179.8 m kamen ispadne iz balona koji se penje brzinom 2 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.2 s.

### Zadatak 023 (Ines, gimnazija)

Na visini 121.8 m bacimo uvis brzinom 6 m/s kamen iz balona koji se penje brzinom 2 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 023

$$h = 121.8 \text{ m}, \quad v = 6 \text{ m/s}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t + t_1 = ?$$

Prvobitno gibanje je hitac uvis početnom brzinom (relativna brzina!):

$$v_2 = v + v_1 = 6 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s} = 8 \text{ m/s.}$$



$$\text{Vrijeme za koje se kamen popne uvis iznosi: } t = \frac{v_2}{g} = \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.8 \text{ s.}$$

Put za koji se kamen popne uvis iznosi:

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{64 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3.2 \text{ m.}$$

Ukupna visina na kojoj se kamen nakon penjanja zaustavio je:

$$h + h_1 = 121.8 \text{ m} + 3.2 \text{ m} = 125 \text{ m.}$$

Sa te visine kamen će slobodno padati pa vrijedi:

$$h + h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h + h_1)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{25 \text{ s}^2} = 5 \text{ s.}$$

Ukupno vrijeme za koje će kamen pasti iznosi:

$$t + t_1 = 0.8 \text{ s} + 5 \text{ s} = 5.8 \text{ s.}$$

### Vježba 023

Na visini 176.8 m bacimo uvis brzinom 6 m/s kamen iz balona koji se penje brzinom 2 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.8 s.

### Zadatak 024 (Ines, gimnazija)

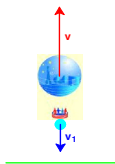
Na visini 404.2 m bacimo prema dolje brzinom 2 m/s kamen iz balona koji se penje brzinom 6 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 024

$$h = 121.8 \text{ m}, \quad v = 6 \text{ m/s}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t + t_1 = ?$$

Prvobitno gibanje je hitac uvis početnom brzinom (relativna brzina!):

$$v_2 = v - v_1 = 6 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}.$$



$$\text{Vrijeme za koje se kamen popne uvis iznosi: } t = \frac{v_2}{g} = \frac{4 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}} = 0.4 \text{ s}.$$

Put za koji se kamen popne uvis iznosi:

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(4 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = \frac{16 \frac{m^2}{s^2}}{20 \frac{m}{s^2}} = 0.8 \text{ m}.$$

Ukupna visina na kojoj se kamen nakon penjanja zaustavio je:

$$h + h_1 = 404.2 \text{ m} + 0.8 \text{ m} = 405 \text{ m}.$$

Sa te visine kamen će slobodno padati pa vrijedi:

$$h + h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h + h_1)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 405 \text{ m}}{10 \frac{m}{s^2}}} = \sqrt{81 \text{ s}^2} = 9 \text{ s}.$$

Ukupno vrijeme za koje će kamen pasti iznosi:

$$t + t_1 = 0.4 \text{ s} + 9 \text{ s} = 9.4 \text{ s}.$$

### Vježba 024

Na visini 179.2 m bacimo prema dolje brzinom 2 m/s kamen iz balona koji se penje brzinom 6 m/s. Za koje vrijeme će kamen pasti na tlo? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.4 s.

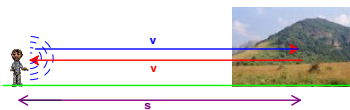
### Zadatak 025 (Ines, gimnazija)

Čovjek čuje odjek svojega glasa od vertikalne stijene nakon 2 s. Kolika je udaljenost stijene od čovjeka ako je brzina zvuka 340 m/s?

### Rješenje 025

$$t = 2 \text{ s}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

[Jeka – odbijanje valova zvuka ili glasa u prirodi ili u kakvoj prostoriji, čuje se kao ponavljanje.]



#### 1. inačica

Budući da čovjek čuje odjek svojega glasa nakon vremena  $t$ , znači da je zvuk za to vrijeme prešao dvostruki put: od čovjeka do stijene i natrag. Pišemo:

$$2s = v \cdot t \quad / : 2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 340 \frac{m}{s} \cdot 2 \text{ s} = 340 \text{ m}.$$

#### 2. inačica

Za vrijeme  $t$  zvuk je prešao put od čovjeka do stijene i natrag. Budući da se zvuk giba jednoliko, trebat će polovica tog vremena da prođe put samo u jednom smjeru: od čovjeka do stijene:

$$t' = \frac{1}{2} \cdot t.$$

Tada je:  $s = v \cdot t' = v \cdot \frac{1}{2} \cdot t = 340 \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 s = 340 m$ .

### Vježba 025

Čovjek čuje odjek svojega glasa od vertikalne stijene nakon 6 s. Kolika je udaljenost stijene od čovjeka ako je brzina zvuka 340 m/s?

**Rezultat:** 1020 m.

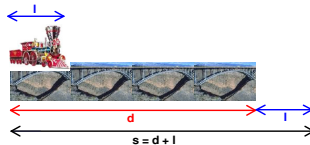
### Zadatak 026 (Ines, gimnazija)

Koliko je sekundi opterećen most dugačak 200 m ako preko njega prelazi vlak dugačak 40 m brzinom 36 km/h?

### Rješenje 026

$$d = 200 \text{ m}, \quad l = 40 \text{ m}, \quad v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

Kada počinje, a kada prestaje opterećenje mosta?



Most je opterećen od časa kada lokomotiva prvim kotačima stupa na nj do časa kada ga posljednji vagon napusti. Za to je vrijeme lokomotiva prešla put:

$$s = d + l.$$

Vrijeme opterećenja iznosi:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{d + l}{v} = \frac{200 \text{ m} + 40 \text{ m}}{10 \frac{m}{s}} = \frac{240 \text{ m}}{10 \frac{m}{s}} = 24 \text{ s}.$$

### Vježba 026

Koliko je sekundi opterećen most dugačak 160 m ako preko njega prelazi vlak dugačak 40 m brzinom 36 km/h?

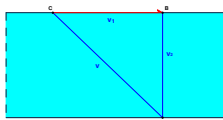
**Rezultat:**  $t = 20 \text{ s}$ .

### Zadatak 027 (Ines, gimnazija)

Čamac, držeći smjer prema točki C udaljenoj  $|CB| = 24 \text{ m}$  od okomice AB na tok rijeke širine  $|AB| = 84 \text{ m}$ , prelazi rijeku za 1 minutu u smjeru  $\overline{AB}$ . Koliko iznosi brzina u odnosu na vodu?

### Rješenje 027

$$|CB| = 24 \text{ m}, \quad |AB| = 84 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = ?$$



$$\text{Brzina rijeke je: } v_1 = \frac{|CB|}{t} = \frac{24 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 0.4 \frac{m}{s}.$$

Brzina čamca u odnosu na obalu iznosi:

$$v_2 = \frac{|AB|}{t} = \frac{84 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 1.4 \frac{m}{s}.$$

Brzina čamca u odnosu na vodu je:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{\left(0.4 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(1.4 \frac{m}{s}\right)^2} = \sqrt{0.16 \frac{m^2}{s^2} + 1.96 \frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{2.12 \frac{m^2}{s^2}} = \\ &= 1.46 \frac{m}{s} = [1.46 : 3.6] = 5.24 \frac{km}{h}. \end{aligned}$$

### Vježba 027

Čamac, držeći smjer prema točki C udaljenoj  $|CB| = 48$  m od okomice AB na tok rijeke širine  $|AB| = 168$  m, prelazi rijeku za 2 minute u smjeru  $\overline{AB}$ . Koliko iznosi brzina u odnosu na vodu?

**Rezultat:**  $1.46 \frac{m}{s} = 5.24 \frac{km}{h}$ .

### Zadatak 028 (Ines, gimnazija)

Učenica visine  $h = 165$  cm odmiče se po pravcu brzinom  $v = 1.5$  m/s od svjetiljke na visini  $H = 4.5$  m, koja se može smatrati točkastim izvorom. Kolika je duljina sjene učenice nakon 2 sekunde hoda od podnožja stupa?

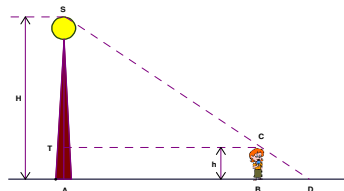
#### Rješenje 028

$$h = 165 \text{ cm} = [165 : 100] = 1.65 \text{ m}, \quad v = 1.5 \text{ m/s}, \quad H = 4.5 \text{ m}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad s = ?$$

Za vrijeme  $t = 2$  s učenica je prešla put:

$$|AB| = v \cdot t = 1.5 \frac{m}{s} \cdot 2 \text{ s} = 3 \text{ m}.$$

Duljina njezine sjene je  $s = |BD|$ . Uočimo slične trokute STC i CBD. Iz sličnosti trokuta STC i CBD dobiva se duljina sjene:



$$\begin{aligned} |ST| : |TC| &= |CB| : |BD| \Rightarrow |ST| \cdot |BD| = |TC| \cdot |CB| \Rightarrow |BD| = \frac{|TC| \cdot |CB|}{|ST|} \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= \frac{|AB| \cdot |CB|}{|ST|} = \frac{v \cdot t \cdot h}{H - h} = \frac{3 \text{ m} \cdot 1.65 \text{ m}}{4.5 \text{ m} - 1.65 \text{ m}} = 1.74 \text{ m}. \end{aligned}$$

### Vježba 028

Učenica visine  $h = 165$  cm odmiče se po pravcu brzinom  $v = 2$  m/s od svjetiljke na visini  $H = 4.5$  m, koja se može smatrati točkastim izvorom. Kolika je duljina sjene učenice nakon 2 sekunde hoda od podnožja stupa?

**Rezultat:** 2.32 m.

### Zadatak 029 (Ante, tehnička škola)

Autobus duljine 20 m vozi brzinom 36 km/h, a automobil duljine 4 m brzinom 90 km/h. Izračunajte koliko vremena treba da se mimoiđu.

#### Rješenje 029

$$l_1 = 20 \text{ m}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad l_2 = 4 \text{ m}, \quad v_2 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad t = ?$$



Da bi se mimoišli automobil mora prijeći vlastitu duljinu i duljinu autobusa relativnom brzinom:

$$v = v_1 + v_2.$$

Zato je:

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v} = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{20 \text{ m} + 4 \text{ m}}{10 \frac{m}{s} + 25 \frac{m}{s}} = \frac{24 \text{ m}}{35 \frac{m}{s}} = 0.69 \text{ s}.$$

### Vježba 029

Autobus duljine 40 m vozi brzinom 36 km/h, a automobil duljine 4 m brzinom 90 km/h. Izračunajte koliko vremena treba da se mimoiđu.

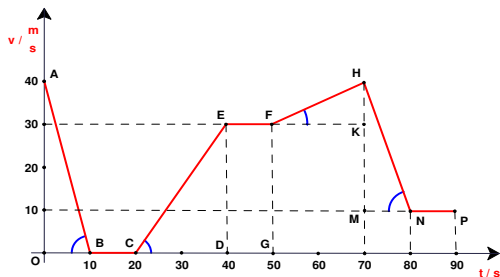
**Rezultat:** 1.26 s.

### Zadatak 030 (Ines, gimnazija)

Na slici je  $v, t$  – dijagram gibanja nekog tijela.

- Opišite gibanje u pojedinim vremenskim intervalima
- Nacrtajte  $a, t$  – dijagram
- Koliki je ukupni put tijelo prešlo?

### Rješenje 030



U tijeku prvih deset sekundi gibanja, tijelo se giba jednoliko usporeno i zaustavi se u 10. sekundi. Akceleracija je negativna i iznosi:

$$a_1 = -\frac{v}{t} = -\frac{|OA|}{|OB|} = -\frac{40 \frac{m}{s}}{10 s} = -4 \frac{m}{s^2}.$$

Prijeđeni put je:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot |a_1| \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (10 s)^2 = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 100 s^2 = 200 m.$$

Između 10. i 20. sekunde tijelo miruje pa je  $a_2 = 0, s_2 = 0$ .

Između 20. i 40. sekunde tijelo se giba jednoliko ubrzano, akceleracijom:

$$a_3 = \frac{v}{t} = \frac{|DE|}{|CD|} = \frac{30 \frac{m}}{40 s - 20 s} = \frac{30 \frac{m}}{10 s} = 1.5 \frac{m}{s^2}.$$

Prijeđeni put je:  $s_3 = \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.5 \frac{m}{s^2} \cdot (20 s)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.5 \frac{m}{s^2} \cdot 400 s^2 = 300 m$ .

Između 40. i 50. sekunde tijelo se giba jednoliko, stalnom brzinom  $v = 30$  m/s, pa je akceleracija jednaka nuli:  $a_4 = 0$ .

Prijeđeni put je:  $s_4 = v \cdot t = 30 \frac{m}{s} \cdot (50 s - 40 s) = 30 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 300 m$ .

Između 50. i 70 sekunde tijelo se giba jednoliko ubrzano, akceleracijom:

$$a_5 = \frac{v}{t} = \frac{|KH|}{|FK|} = \frac{40 \frac{m} - 30 \frac{m}}{70 s - 50 s} = \frac{10 \frac{m}}{20 s} = 0.5 \frac{m}{s^2}.$$

Prijeđeni put je:  $s_5 = \frac{1}{2} \cdot a_5 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5 \frac{m}{s^2} \cdot (20 s)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5 \frac{m}{s^2} \cdot 400 s^2 = 100 m$ .

Između 70. i 80. sekunde tijelo se giba jednoliko usporeno. Akceleracija je negativna i iznosi:

$$a_6 = -\frac{v}{t} = -\frac{|MH|}{|MN|} = -\frac{40 \frac{m} - 10 \frac{m}}{80 s - 70 s} = -\frac{30 \frac{m}}{10 s} = -3 \frac{m}{s^2}.$$

Prijeđeni put je:  $s_6 = \frac{1}{2} \cdot |a_6| \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{m}{s^2} \cdot (10 s)^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{m}{s^2} \cdot 100 s^2 = 150 m$ .

Između 80. i 90. sekunde tijelo se giba jednoliko, stalnom brzinom  $v = 10$  m/s, pa je akceleracija jednaka nuli:  $a_7 = 0$ .

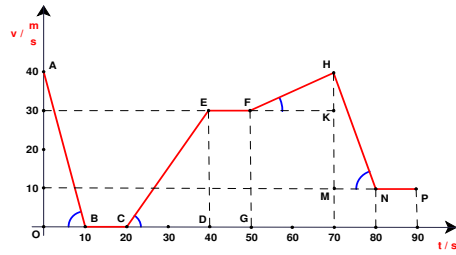
Prijeđeni put je:  $s_7 = v \cdot t = 10 \frac{m}{s} \cdot (90 s - 80 s) = 10 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 100 m$ .

Ukupni put koji je tijelo prešlo iznosi:

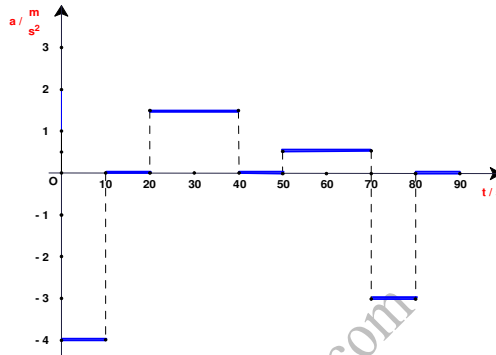
$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 =$$

$$= 200 \text{ m} + 0 + 300 \text{ m} + 300 \text{ m} + 100 \text{ m} + 150 \text{ m} + 100 \text{ m} = 1150 \text{ m} = 1.15 \text{ km}.$$

v, t - dijagram



a, t - dijagram

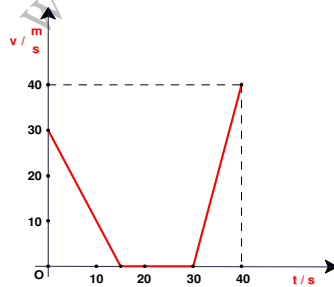


**Vježba 030**

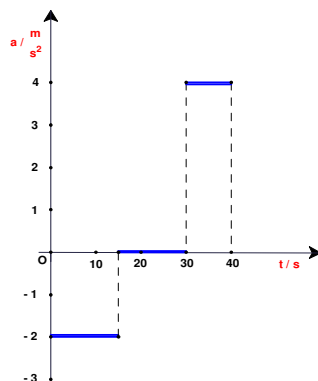
Na slici je v, t – dijagram gibanja nekog tijela. Nacrtajte a, t – dijagram.

**Rezultat:**

v, t - dijagram



a, t - dijagram

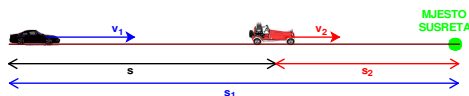


### Zadatak 031 (Iva, gimnazija)

Iz mjesta A kreće automobil brzinom 120 km/h. U istom trenutku u istom smjeru kreće iz mjesta B udaljenog 240 km drugi automobil brzinom 60 km/h. Nakon koliko vremena će brži sustići sporijeg?

#### Rješenje 031

$$v_1 = 120 \text{ km/h}, \quad t_1 = t_2 = t, \quad s = 240 \text{ km}, \quad v_2 = 60 \text{ km/h}, \quad t = ?$$



Put koji mora prijeći brži automobil do trenutka susreta iznosi:

$$\begin{aligned} s_1 &= s + s_2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 = s + v_2 \cdot t_2 \Rightarrow \left[ \text{zbog uvjeta zadatak } t_1 = t_2 = t \right] \Rightarrow v_1 \cdot t = s + v_2 \cdot t \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot t - v_2 \cdot t = s \Rightarrow t \cdot (v_1 - v_2) = s \Rightarrow t = \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{240 \text{ km}}{120 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{240 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 4 \text{ h.} \end{aligned}$$

#### Vježba 031

Iz mjesta A kreće automobil brzinom 60 km/h. U istom trenutku u istom smjeru kreće iz mjesta B udaljenog 240 km drugi automobil brzinom 30 km/h. Nakon koliko vremena će brži sustići sporijeg?

**Rezultat:** 8 h.

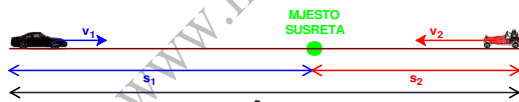
### Zadatak 032 (Leo, gimnazija)

Iz dva grada udaljena 340 km krenu dva automobila u susret, prvi brzinom 60 km/h, a drugi jedan sat kasnije brzinom 80 km/h. Nakon koliko vremena od polaska drugog će se sresti?

#### Rješenje 032

$$s = 340 \text{ km}, \quad v_1 = 60 \text{ km/h}, \quad \Delta t = 1 \text{ h}, \quad v_2 = 80 \text{ km/h}, \quad t_2 = ?$$

Označimo s  $t_1$  vrijeme prvog automobila do susreta, a s  $t_2$  vrijeme drugog automobila do susreta. Tada je  $t_2 = t_1 - \Delta t$ .



Zbroj putova jednak je udaljenosti mjesta:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 &= s \Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 = s \Rightarrow \left[ t_2 = t_1 - \Delta t \right] \Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot (t_1 - \Delta t) = s \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1 - v_2 \cdot \Delta t = s \Rightarrow t_1 \cdot (v_1 + v_2) = s + v_2 \cdot \Delta t \Rightarrow t_1 = \frac{s + v_2 \cdot \Delta t}{v_1 + v_2} = \\ &= \frac{340 \text{ km} + 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{420 \text{ km}}{140 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3 \text{ h.} \end{aligned}$$

Vrijeme drugog automobila do susreta iznosi:

$$t_2 = t_1 - \Delta t = 3 \text{ h} - 1 \text{ h} = 2 \text{ h.}$$

#### Vježba 032

Iz dva grada udaljena 340 km krenu dva automobila u susret, prvi brzinom 40 km/h, a drugi jedan sat kasnije brzinom 80 km/h. Nakon koliko vremena od polaska drugog će se sresti?

**Rezultat:** 2.5 h.

### Zadatak 033 (Marko, gimnazija)

Pješak i biciklist kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 20 km. Koliko će dugo biciklist čekati pješaka na cilju ako mu je srednja brzina 5 puta veća od brzine pješaka koja iznosi 5 km/h?

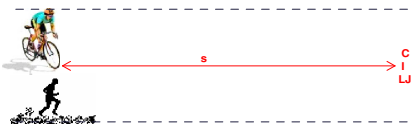


### Rješenje 033

$$s = 20 \text{ km/h}, \quad v_p = 5 \text{ km/h}, \quad v_b = 5 \cdot v_p = 25 \text{ km/h}, \quad \Delta t = ?$$

Kod jednolikog gibanja po pravcu vrijeme se računa po formuli:

$$t = \frac{s}{v}$$



Zato je:

$$\Delta t = t_p - t_b = \frac{s}{v_p} - \frac{s}{v_b} = \frac{20 \text{ km}}{5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} - \frac{20 \text{ km}}{25 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 4 \text{ h} - 0.8 \text{ h} = 3.2 \text{ h}$$

### Vježba 033

Pješak i biciklist kreću istodobno na put prema cilju udaljenom 20 km. Koliko će dugo biciklist čekati pješaka na cilju ako mu je srednja brzina 5 puta veća od brzine pješaka koja iznosi 4 km/h?

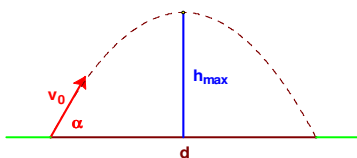
**Rezultat:** 4 h.

### Zadatak 034 (Marko, gimnazija)

Pod kojim je kutom prema horizontali potrebno izbaciti tijelo da bi njegov domet bio jednak najvećoj visini koju dosegne?

### Rješenje 034

$$h_{\max} = d, \quad t = ?$$



Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom  $v_0$  po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut  $\alpha$  (kut elevacije) i slobodnog pada. Zanemarimo li otpor zraka formule za maksimalnu visinu i domet glase:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}, \quad d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} &= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \quad / \cdot \frac{2 \cdot g}{v_0^2} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 2 \cdot \sin 2\alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = 2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sin^2 \alpha - 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot (\sin \alpha - 4 \cdot \cos \alpha) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0^0 \text{ (nema smisla)}. \end{aligned}$$

Druga jednadžba daje rješenje:

$$\sin \alpha - 4 \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 4 \cdot \cos \alpha \quad / : \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 4 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4 \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} 4 = 76^0$$

### Vježba 034

Pod kojim je kutom prema horizontali potrebno izbaciti tijelo da bi njegov domet bio maksimalan?

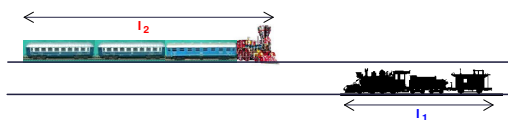
**Rezultat:** 45°.

### Zadatak 035 (Ivana, hotelijerska škola)

Mimoilaženje vlaka koji se giba brzinom 36 km/h i drugog vlaka traje 15 s. Prvi vlak je dugačak 75 m, a drugi 150 m. Odredite brzinu drugog vlaka.

### Rješenje 035

$$v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad t = 15 \text{ s}, \quad l_1 = 75 \text{ m}, \quad l_2 = 150 \text{ m}, \quad v_2 = ?$$



Budući da se vlakovi mimoilaze relativna brzina gibanja je:

$$v = v_1 + v_2.$$

Tada je:

$$v = \frac{l_1 + l_2}{t} \Rightarrow v_1 + v_2 = \frac{l_1 + l_2}{t} \Rightarrow v_2 = \frac{l_1 + l_2}{t} - v_1 =$$

$$= \frac{75 \text{ m} + 150 \text{ m}}{15 \text{ s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 035

Mimoilaženje vlaka koji se giba brzinom 36 km/h i drugog vlaka traje 5 s. Prvi vlak je dugačak 75 m, a drugi 150 m. Odredite brzinu drugog vlaka.

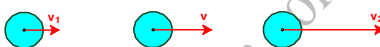
**Rezultat:** 35 m/s = 126 km/h.

### Zadatak 036 (Ivana, hotelijerska škola)

Tijelo se počinje gibati jednoliko ubrzano s početnom brzinom 2 m/s i prešavši određeni put postigne brzinu 8 m/s. Kolika je brzina tijela na polovici tog puta?

### Rješenje 036

$$v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad v_2 = 8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$



Tijelo ima početnu brzinu  $v_1$ . Prešavši određeni put  $s$  postigne brzinu  $v_2$  (gibanje je jednoliko ubrzano):

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s.$$

Tijelo ima početnu brzinu  $v_1$ . Prešavši polovicu tog puta  $s$  postigne brzinu  $v$ :

$$v^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{s}{2} = v_1^2 + a \cdot s.$$

Iz sustava jednačbi nađemo brzinu  $v$ :

$$\left. \begin{aligned} v_2^2 &= v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \\ v^2 &= v_1^2 + a \cdot s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_2^2 &= v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \\ a \cdot s &= v^2 - v_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot (v^2 - v_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot v^2 - 2 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot v^2 - v_1^2 \Rightarrow v^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}} = \sqrt{\frac{\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}} = 5.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 036

Tijelo se počinje gibati jednoliko ubrzano s početnom brzinom 2 m/s i prešavši određeni put postigne brzinu 10 m/s. Kolika je brzina tijela na polovici tog puta?

**Rezultat:** 7.2 m/s.

### Zadatak 037 (Ivana, hotelijerska škola)

Ulazeći u željezničku postaju, vlak jednoliko usporava pa prvih 50 m prijeđe za 5 s, a sljedećih 50 m za 7 s. Kolika je akceleracija (deceleracija, retardacija) vlaka?

### Rješenje 037

$$s_1 = 50 \text{ m}, \quad t_1 = 5 \text{ s}, \quad s_2 = 50 \text{ m}, \quad t_2 = 7 \text{ s}, \quad a = ?$$



Neka je  $v$  početna brzina vlaka. Ukupni je put:  $s = s_1 + s_2 = 50 \text{ m} + 50 \text{ m} = 100 \text{ m}$ , vlak prešao za vrijeme:

$$t = t_1 + t_2 = 5 \text{ s} + 7 \text{ s} = 12 \text{ s}.$$

Prvi dio puta  $s_1$  dan je izrazom:

$$s_1 = v \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2.$$

Ukupan put  $s$  računa se:

$$s = v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo akceleraciju:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \quad / \cdot 2t \\ s = v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot (-2t_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot t \cdot s_1 = 2 \cdot v \cdot t \cdot t_1 + a \cdot t \cdot t_1^2 \\ -2 \cdot s \cdot t_1 = -2 \cdot v \cdot t \cdot t_1 - a \cdot t^2 \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{zbrojimo jednakosti}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t \cdot s_1 - 2 \cdot s \cdot t_1 = a \cdot t_1^2 \cdot t - a \cdot t^2 \cdot t_1 \Rightarrow 2 \cdot (t \cdot s_1 - s \cdot t_1) = a \cdot t \cdot t_1 \cdot (t_1 - t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot (t \cdot s_1 - s \cdot t_1)}{t \cdot t_1 \cdot (t_1 - t)} = \frac{2 \cdot (12 \text{ s} \cdot 50 \text{ m} - 100 \text{ m} \cdot 5 \text{ s})}{12 \text{ s} \cdot 5 \text{ s} \cdot (5 \text{ s} - 12 \text{ s})} = \frac{2 \cdot 100 \text{ m} \cdot \text{s}}{60 \cdot (-7) \text{ s}^3} = -0.48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vježba 037

Ulazeći u željezničku postaju, vlak jednoliko usporava pa prvih 50 m prijeđe za 5 s, a sljedećih 50 m za 10 s. Kolika je akceleracija (deceleracija, retardacija) vlaka?

**Rezultat:**  $-0.67 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 038 (Martin, gimnazija)

Tijelo se iz mirovanja počinje gibati jednoliko ubrzano. Koliko vremena traje cijeli put ako u posljednje 3 s tijelo prevali pola ukupnog puta?

### Rješenje 038

$$\Delta t = 3 \text{ s}, \quad s_1 = \frac{1}{2} \cdot s \Rightarrow s = 2 \cdot s_1, \quad t = ?$$

Uporabit ćemo formulu za put kod jednoliko ubranog gibanja:

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \\ s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - \Delta t)^2 \quad / \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot s = a \cdot t^2 \\ 2 \cdot s_1 = a \cdot (t - \Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{podijelimo jednakosti}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot s}{2 \cdot s_1} = \frac{a \cdot t^2}{a \cdot (t - \Delta t)^2} \Rightarrow \frac{s}{s_1} = \frac{t^2}{(t - \Delta t)^2} \Rightarrow \frac{2 \cdot s_1}{s_1} = \frac{t^2}{(t - \Delta t)^2} \Rightarrow \left( \frac{t}{t - \Delta t} \right)^2 = 2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t}{t - \Delta t} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{t}{t - 3} = \sqrt{2} \quad / \cdot (t - 3) \Rightarrow t = \sqrt{2} \cdot (t - 3) \Rightarrow t = t \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$3 \cdot \sqrt{2} = t \cdot (\sqrt{2} - 1) \Rightarrow t = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \approx 10.24 \text{ s.}$$

### Vježba 038

Tijelo se iz mirovanja počinje gibati jednoliko ubrzano. Koliko vremena traje cijeli put ako u posljednje 2 s tijelo prevali pola ukupnog puta?

**Rezultat:** 6.83 s.

### Zadatak 039 (Hrvoje, tehnička škola)

Prvi je kamen bačen ravno uvis početnom brzinom 15 m/s, a dvije sekunde kasnije bačen je ravno uvis istom početnom brzinom drugi kamen. Na kojoj će se visini sresti ta dva kamena?

### Rješenje 039

$$v = 15 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 2 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s_1 = s_2 = s = ?$$

Budući da su to dva vertikalna hica uvis iste početne brzine  $v$ , proizlazi:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ s_2 &= v \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\text{zbog uvjeta zadatka, } s_1 = s_2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot v \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v \cdot (t - \Delta t) - g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot v \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v \cdot t - 2 \cdot v \cdot \Delta t - g \cdot t^2 + 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot v \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot v \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2}{2 \cdot g \cdot \Delta t} = \frac{\Delta t \cdot (2 \cdot v + g \cdot \Delta t)}{2 \cdot g \cdot \Delta t} = \frac{2 \cdot v + g \cdot \Delta t}{2 \cdot g} =$$

$$= \frac{2 \cdot v}{2 \cdot g} + \frac{g \cdot \Delta t}{2 \cdot g} = \frac{v}{g} + \frac{\Delta t}{2} = \frac{v}{g} + \frac{2}{g} = \frac{v}{g} + 1.$$

Visina na kojoj će se tijela sresti iznosi:

$$s = s_1 = v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v \cdot \left( \frac{v}{g} + 1 \right) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{v}{g} + 1 \right)^2 = \left( \frac{v}{g} + 1 \right) \cdot \left[ v - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{v}{g} + 1 \right) \right] =$$

$$= \left( \frac{15}{9.81} + 1 \right) \cdot \left[ 15 - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot \left( \frac{15}{9.81} + 1 \right) \right] \approx 6.56 \text{ m.}$$

### Vježba 039

Prvi je kamen bačen ravno uvis početnom brzinom 20 m/s, a dvije sekunde kasnije bačen je ravno uvis istom početnom brzinom drugi kamen. Na kojoj će se visini sresti ta dva kamena?

**Rezultat:** 15.48 m.

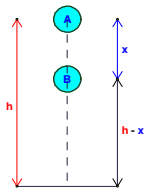
### Zadatak 040 (Zoran, gimnazija)

Točka A nalazi se  $x$  metara iznad točke B. Iz točke A ispustimo kamen. Iz točke B ispustimo drugi kamen jednu sekundu nakon prvog kamena. Prvi kamen ispušten je s visine 62 m. Koliki je  $x$  ako oba padnu na tlo u istom trenutku?

### Rješenje 040

$$\Delta t = 1 \text{ s}, \quad h = 62 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad x = ?$$

Odredimo vrijeme padanja prvog kamena s visine  $h$ :



$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Drugi kamen pada s visine  $h - x$  pa vrijedi:

$$h - x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow h - x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h - x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - g \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \Rightarrow -x = -g \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \quad / \cdot (-1) \Rightarrow x = g \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g =$$

$$= g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} - \frac{1}{2} \cdot g = \sqrt{2 \cdot h \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g = \sqrt{2 \cdot 62 \cdot 9.81} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 = 30 \text{ m.}$$

### Vježba 040

Točka A nalazi se  $x$  metara iznad točke B. Iz točke A ispuštimo kamen. Iz točke B ispuštimo drugi kamen jednu sekundu nakon prvog kamena. Prvi kamen ispušten je s visine 124 m. Koliki je  $x$  ako oba padnu na tlo u istom trenutku?

**Rezultat:** 44.42 m.