

Zadatak 001 (Tomo, elektrotehnička škola)

Za koliko se sati napuni spremnik obujma 400 m^3 vodom koja utječe kroz cijev promjera 120 mm brzinom 2 m/s ?

Rješenje 001

$$V = 400 \text{ m}^3, \quad d = 120 \text{ mm} = 0.12 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad \pi \approx 3.14, \quad t = ?$$

1. inačica

Cijev ima oblik valjka čiji je obujam $V = B \cdot h$, gdje je B površina baze valjka, h visina (duljina) cijevi ispunjena s 400 m^3 vode.



Traži se vrijeme za koje će voda jednolikom brzinom isteći iz cijevi u spremnik.

Prijeđeni put je $h = v \cdot t$. Površina kruga računa se po formulama $r^2 \cdot \pi$ ili $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$.

Ovaj put uzet ćemo $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$. Sada je

$$\begin{aligned} V = B \cdot h &\Rightarrow V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot t / \cdot 4 \Rightarrow 4 \cdot V = d^2 \cdot \pi \cdot v \cdot t \Rightarrow t = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{4 \cdot 400 \text{ m}^3}{(0.12 \text{ m})^2 \cdot 3.14 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{1\,600 \text{ m}^3}{0.0144 \text{ m}^2 \cdot 6.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 17\,692.85209 \text{ s}. \end{aligned}$$

Sekunde dijelimo s $3\,600$ da dobijemo sate: $17\,692.85209 : 3\,600 = 4.914681136 \text{ h}$.

Oduzmemo 4 h , a decimalni dio 0.914681136 množimo s 60 da dobijemo minute:

$$914681136 \cdot 60 = 54.88086814 \text{ min.}$$

Cijeli dio 54 su tražene minute. Dakle, $t = 4 \text{ h } 54 \text{ min} \approx 4 \text{ h } 55 \text{ min}$.

2. inačica

Izračunajmo "jedinični volumen" V_1 , tj. koliko će vode isteći iz cijevi u jedinici vremena, 1 s .

$$V_1 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot 1 \text{ s} \Rightarrow V_1 = \frac{(0.12 \text{ m})^2 \cdot 3.14}{4} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = 0.022608 \text{ m}^3.$$

Vrijeme punjenja spremnika je: $t = \frac{V}{V_1} = \frac{400 \text{ m}^3}{0.022608 \text{ m}^3} = 4 \text{ h } 55 \text{ min}$.

Vježba 001

Za koje se vrijeme napuni spremnik obujma 200 m^3 vodom koja utječe kroz cijev promjera 100 mm brzinom 4 m/s ?

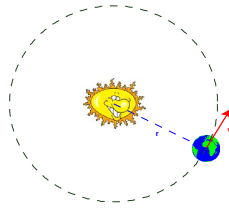
Rezultat: $1 \text{ h } 46 \text{ min}$.

Zadatak 002 (Marija, gimnazija)

Kolikom se srednjom brzinom giba Zemlja oko Sunca ako je srednja udaljenost od Zemlje do Sunca $1.507 \cdot 10^8 \text{ km}$, a jedna godina ima 365.25 dana?

Rješenje 002

Zadatak tretira rotaciju Zemlje oko Sunca. Bitno je uočiti da je riječ o jednolikoj rotaciji i da je linearna brzina u nekoj točki funkcija polumjera, tj. udaljenosti točke od osi rotacije. Prijeđeni put (opseg kruga) je također funkcija polumjera. Stoga se linearna brzina računa kao kod jednolikog gibanja po pravcu.



$r = 1.507 \cdot 10^8 \text{ km}$, $t = 365.25 \text{ dana} = 3.15576 \cdot 10^7 \text{ s}$, $\pi \approx 3.141592654$, $v = ?$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{t} = \frac{2 \cdot 1.507 \cdot 10^8 \text{ km} \cdot 3.14}{3.15576 \cdot 10^7 \text{ s}} = 29.99 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Srednja brzina je 30 km/s.

Vježba 002

Kolikom se srednjom brzinom giba tijelo oko čvrste točke ako je od nje udaljeno 50 cm, a jednom je obide za 0.25 s?

Rezultat: $4\pi \text{ m/s} = 12.56 \text{ m/s}$.

Zadatak 003 (Siniša, gimnazija)

Automobil ima početnu brzinu 18 km/h, jednoliko ubrzava i u prvoj minuti postigne brzinu 54 km/h kojom nastavlja gibanje u iduće 2 minute. Koliki je ukupni put prešao?

Rješenje 003

$$v_1 = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad t_1 = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v_2 = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \\ t_2 = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}, \quad s_u = ?$$

Izračunajmo akceleraciju u prvoj minuti vožnje:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ s}} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ s}} = 0.167 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Budući da je automobil imao početnu brzinu v_1 , put koji je prešao dok je ubrzavao računa se po formuli:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0.167 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (60 \text{ s})^2 = 300 \text{ m} + 300.6 \text{ m} = 600.6 \text{ m}.$$

Drugi dio puta prešao je stalnom brzinom v_2 za vrijeme t_2 pa je put s_2 :

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 120 \text{ s} = 1800 \text{ m}.$$

Ukupni put je: $s_u = s_1 + s_2 = 600.6 \text{ m} + 1800 \text{ m} = 2400.6 \text{ m}$.

Vježba 003

Automobil ima početnu brzinu 36 km/h, jednoliko ubrzava i u prve dvije minute postigne brzinu 144 km/h kojom nastavlja gibanje u iduće 3 minute. Koliki je ukupni put prešao?

Rezultat: 10 200 m.

Zadatak 004 (Siniša, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i u osmoj sekundi prevali 30 m. Kolika mu je brzina na kraju osme sekunde?

Rješenje 004

Nadimo akceleraciju. U osmoj sekundi, dakle u toj jednoj osmoj po redu, tijelo je prešlo 30 m. Taj se put dobije ako izračunamo put u prvih osam sekundi s_8 i od njega oduzmemo put u prvih sedam sekundi s_7 .

$$s_8 - s_7 = 30,$$

$$\frac{1}{2} \cdot a \cdot 8^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 7^2 = 30 / : 2,$$

$$64a - 49a = 60 \Rightarrow 15a = 60 / : 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2.$$

Brzina na kraju osme sekunde iznosi:

$$v = a \cdot t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ s} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 004

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i u šestoj sekundi prevali 44 m. Kolika mu je brzina na kraju šeste sekunde?

Rezultat: 48 m/s.

Zadatak 005 (Dario, tehnička škola)

Astronomska jedinica (znak AU) posebna je jedinica duljine u astronomiji. Definirana je udaljenošću Zemlje od Sunca uz standardiziranu Sunčevu paralaksu i iznosi $1.496 \cdot 10^{11}$ m ili $1.496 \cdot 10^8$ km. Ako je brzina svjetlosti $3 \cdot 10^8$ m/s, izrazite tu brzinu pomoću astronomskih jedinica u minuti.

Rješenje 005

$$1 \text{ AU} = 1.496 \cdot 10^8 \text{ km} \approx 1.5 \cdot 10^8 \text{ km} \Rightarrow 1 \text{ km} = \frac{1}{1.5 \cdot 10^8} \text{ AU}, \quad 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m},$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \Rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min},$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{1.5 \cdot 10^8} \frac{\text{AU}}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{60 \text{ AU}}{1.5 \cdot 10^8 \text{ min}} =$$

$$= \frac{180 \cdot 10^5 \text{ AU}}{1.5 \cdot 10^8 \text{ min}} = \frac{180 \cdot 10^5 \text{ AU}}{15 \cdot 10^7 \text{ min}} = \left[\text{kratimo s } 10^5 \right] = \frac{180 \text{ AU}}{15 \cdot 10^2 \text{ min}} =$$

$$= \frac{180 \text{ AU}}{1500 \text{ min}} = \left[\text{kratimo s } 60 \right] = \frac{3 \text{ AU}}{25 \text{ min}} = 0.12 \frac{\text{AU}}{\text{min}}.$$

Brzina svjetlosti je $c = 0.12 \frac{\text{AU}}{\text{min}}$.

Vježba 005

Astronomska jedinica (znak AU) posebna je jedinica duljine u astronomiji. Definirana je udaljenošću Zemlje od Sunca uz standardiziranu Sunčevu paralaksu i iznosi $1.496 \cdot 10^{11}$ m ili $1.496 \cdot 10^8$ km. Ako je brzina svjetlosti $3 \cdot 10^8$ m/s, izrazite tu brzinu pomoću astronomskih jedinica na sat.

Rezultat: $7.2 \frac{\text{AU}}{\text{h}}$.

Zadatak 006 (Mario, gimnazija)

Koliko je sekundi opterećen most dugačak 80 m ako preko njega prelazi vlak dugačak 80 m brzinom 80 km/h?

Rješenje 006

$$l_m = 80 \text{ m}, \quad l_v = 80 \text{ m}, \quad v = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = [80 : 3.6] = 22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad t = ?$$

Kada počinje opterećenje mosta? Opterećenje mosta počinje u trenutku kad lokomotiva prvim kotačima stupi na nj.

Do kada traje opterećenje mosta? Opterećenje mosta traje do časa kad zadnji vagon zadnjim kotačima napusti most. Dakle, most je opterećen od časa kad lokomotiva stupi na nj do časa kad ga posljednji vagon napusti. Za to je vrijeme lokomotiva prešla put 160 m. Tu je ukupni put jednak zbroju duljine mosta i duljine vlaka: $s = l_m + l_v$. Budući da je gibanje jednoliko pravocrtno vrijedi:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{l_m + l_v}{v} = \frac{80 \text{ m} + 80 \text{ m}}{22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{160 \text{ m}}{22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7.2 \text{ s}.$$

Most je opterećen 7.2 s.

Vježba 006

Koliko je sekundi opterećen most dugačak 120 m ako preko njega prelazi povorka ljudi dugačka 60 m brzinom 1.2 m/s?

Rezultat: 150 s = 2 min 30 s.

Zadatak 007 (Ivana, gimnazija)

Vlak vozi uzbrdo jednoliko usporeno srednjom brzinom 14 m/s. Kolika mu je početna brzina ako je konačna 6 m/s?

Rješenje 007

$$v_s = 14 \text{ m/s}, \quad v_2 = 6 \text{ m/s}, \quad v_1 = ?$$

Gibanje je jednoliko usporeno pa je konačna brzina v_2 manja od početne brzine v_1 . Pri jednolikom ubrzanom ili usporenom gibanju srednja se brzina dobije po formuli:

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje je v_1 početna brzina, a v_2 konačna brzina. Računamo početnu brzinu:

$$\begin{aligned} v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} &\Rightarrow 14 = \frac{v_1 + 6}{2} \quad / \cdot 2 \Rightarrow 28 = v_1 + 6 \Rightarrow -v_1 = 6 - 28 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -v_1 = -22 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow v_1 = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Početna brzina vlaka je $22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Vježba 007

Vlak vozi uzbrdo jednoliko usporeno srednjom brzinom 9 m/s. Kolika mu je početna brzina ako je konačna 8 m/s?

Rezultat: $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 008 (Maja, gimnazija)

Iz položaja mirovanja tijelo u slobodnom padu prijeđe put 20 m. Kolika je srednja brzina padanja? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 008

$$v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v_s = ?$$

Srednja brzina definira se:

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje je v_1 početna brzina, a v_2 konačna brzina. Nađemo konačnu brzinu:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = \sqrt{400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Srednja brzina sada iznosi:

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 20}{2} = 10 \frac{m}{s}.$$

Vježba 008

Iz položaja mirovanja tijelo u slobodnom padu prijeđe put 80 m. Kolika je srednja brzina padanja? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $v_s = 20 \frac{m}{s}.$

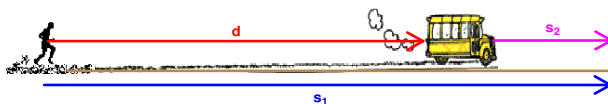
Zadatak 009 (Zoran, gimnazija)

Čovjek trči brzinom 4 m/s da bi stigao autobus koji stoji na postaji. Kada je bio udaljen 6 m od vrata autobusa, autobus je krenuo stalnim ubrzanjem (akceleracijom) 1.2 m/s^2 . Koliko je vremena proteklo od trenutka kada je autobus krenuo do trenutka kad je čovjek dotrčao do vrata?

Rješenje 009

$$v = 4 \text{ m/s}, \quad d = 6 \text{ m}, \quad a = 1.2 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

U zadatku se spominje jednoliko gibanje čovjeka i jednoliko ubrzano gibanje autobusa.



1. inačica

Neka je t vrijeme za koje čovjek stigne autobus, onda je čovjek prešao ukupni put $v \cdot t$, a samo put autobusa je $v \cdot t - 6$. Autobus je za to vrijeme prešao put $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

Zato je:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a t^2 &= v t - 6 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot t^2 = 4 \cdot t - 6 \Rightarrow 0.6 \cdot t^2 - 4 \cdot t + 6 = 0 \quad / \cdot 5 \Rightarrow 3t^2 - 20t + 30 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3t^2 - 20t + 30 &= 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 360}}{6} = \frac{20 \pm \sqrt{40}}{6} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t_1 = 2.3 \text{ s}, \quad t_2 = 4.4 \text{ s}. \end{aligned}$$

Čovjek je dotrčao do vrata za 2.3 sekunde. Što predstavlja vrijeme t_2 , ima li ono fizikalnog smisla? Ako bi čovjek nastavio trčati i dalje istom brzinom, malo bi pretekao vrata autobusa, a vrijeme t_2 bi bilo vrijeme kada vrata autobusa stižu čovjeka.

2. inačica

Dok autobus prevali put $s_2 = \frac{1}{2} a t^2$, čovjek mora prevaliti udaljenost d i put autobusa s_2 . Dakle, čovjekov put s_1 jednak je:

$$s_1 = d + s_2.$$

Budući da se čovjek stalno giba brzinom v , put s_1 iznosi:

$$s_1 = v \cdot t.$$

Postavimo jednakost:

$$d + s_2 = s_1,$$

$$\begin{aligned} 6 + \frac{1}{2} a t^2 &= v t \Rightarrow 6 + \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot t^2 = 4 \cdot t \Rightarrow 0.6 t^2 - 4 t + 6 = 0 \quad / \cdot 5 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3t^2 - 20t + 30 &= 0 \Rightarrow t_1 = 2.3 \text{ s}, \quad t_2 = 4.4 \text{ s}. \end{aligned}$$

3.inačica

Čovjek se giba stalnom brzinom v . Autobus se jednoliko ubrzava pa mu je srednja brzina $\frac{0+a \cdot t}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t$.

Pri jednoliko ubrzanom gibanju srednja se brzina računa po formuli:

$$v_s = \frac{v_p + v_k}{2},$$

gdje je v_p početna brzina, a v_k konačna brzina.

Promatramo li iz sustava autobusa (relativnost gibanja!), čovjekova je brzina:

$$v' = v - \frac{1}{2}at.$$

Za vrijeme t prijeđen je put 6 m:

$$v' \cdot t = 6,$$

$$\left(v - \frac{1}{2}at\right) \cdot t = 6 \Rightarrow vt - \frac{1}{2}at^2 = 6 \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + vt - 6 = 0 \quad / \cdot (-2) \Rightarrow at^2 - 2vt + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.2t^2 - 8t + 12 = 0 \quad / : 0.4 \Rightarrow 3t^2 - 20t + 30 = 0 \Rightarrow t_1 = 2.3 \text{ s}, t_2 = 4.4 \text{ s}.$$

Vježba 009

Čovjek trči brzinom 5 m/s da bi stigao autobus koji stoji na postaji. Kada je bio udaljen 4 m od vrata autobusa, autobus je krenuo stalnim ubrzanjem (akceleracijom) 2 m/s². Koliko je vremena proteklo od trenutka kada je autobus krenuo do trenutka kad je čovjek dotrčao do vrata?

Rezultat: 1 s.

Zadatak 010 (Zoran, gimnazija)

Udaljenost između dvije stanice metroa iznosi 2 km, a kompozicija ju prijeđe za 140 s. Maksimalna brzina koju metro postigne natom putu iznosi 60 km/h. Ako se na početku i na kraju svog gibanja kreće stalnim ubrzanjem, jednakim po apsolutnoj veličini, koliko iznosi ubrzanje?

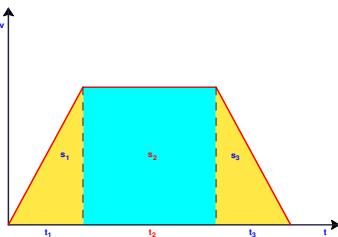
Rješenje 010

$$s = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad t = 140 \text{ s}, \quad v = 60 \text{ km/h} = [60 : 3.6] = 16.67 \text{ m/s} \quad a = ?$$

1.inačica

Budući da automobil kreće iz mirovanja, maksimalnu brzinu postići će za vrijeme:

$$t_1 = \frac{v}{a}. \quad (1)$$



Sa slike (i uvjeta zadatka) jasno je da je vrijeme zaustavljanja automobila t_3 jednako polaznom vremenu t_1 :

$$t_1 = t_3. \quad (2)$$

Vrijeme gibanja t_2 maksimalnom brzinom v jednako je

$$t_2 = 140 - 2 \cdot t_1. \quad (3)$$

Tijekom gibanja automobil prevali put:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow s = \frac{1}{2}at_1^2 + v \cdot t + \frac{1}{2}at_3^2 \Rightarrow [\text{zbog (2) i (3)}] \Rightarrow s = \frac{1}{2}at_1^2 + v \cdot (140 - 2 \cdot t_1) + \frac{1}{2}at_1^2,$$

$$s = at_1^2 + v \cdot (140 - 2 \cdot t_1) \Rightarrow s = at_1 \cdot t_1 + v \cdot (140 - 2 \cdot t_1) \Rightarrow [\text{zbog (1)}] \Rightarrow s = v \cdot t_1 + v \cdot (140 - 2 \cdot t_1),$$

$$s = v \cdot (t_1 + 140 - 2 \cdot t_1) = v \cdot (140 - t_1) \Rightarrow \frac{s}{v} = 140 - t_1 \Rightarrow t_1 = 140 - \frac{s}{v} = 140 - \frac{2000 \text{ m}}{16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 20 \text{ s}.$$

Iz (1) sada slijedi:

$$v = a \cdot t_1 \Rightarrow a = \frac{v}{t_1} = \frac{16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} \approx 0.83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. inačica

Automobil je prešao put za 140 s. Ako pretpostavimo da je cijelim putem vozio maksimalnom brzinom v , onda je vrijeme gibanja:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2000 \text{ m}}{16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 120 \text{ s}.$$

Razlika od 20 s

$$[\Delta t = 140 \text{ s} - 120 \text{ s} = 20 \text{ s}]$$

pojavi se zbog ubrzavanja na početku gibanja i usporavanja na kraju gibanja (akceleracija je po apsolutnoj vrijednosti jednaka pri ubrzavanju i usporavanju). Tada je akceleracija:

$$a = \frac{v}{\Delta t} = \frac{16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} \approx 0.83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 010

Udaljenost između dvije stanice metroa iznosi 2 km, a kompozicija ju prijeđe za 140 s. Maksimalna brzina koju metro postigne natom putu iznosi 72 km/h. Ako se na početku i na kraju svog gibanja kreće stalnim ubrzanjem, jednakim po apsolutnoj veličini, koliko iznosi ubrzanje?

Rezultat: $a = 0.5 \text{ m/s}^2$.

Zadatak 011 (Iva, gimnazija)

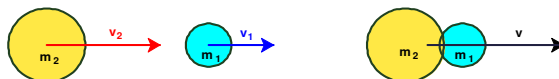
Tijelo mase 10 kg giba se brzinom 2 m/s. Drugo tijelo mase 15 kg giba se u istom smjeru kao i prvo tijelo brzinom 3 m/s. Poslije sudara tijela se gibaju slijepljena i zajedno. Odredite brzinu tijela poslije sudara.

Rješenje 011

$$m_1 = 10 \text{ kg}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad m_2 = 15 \text{ kg}, \quad v_2 = 3 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v'_1 i v'_2 , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2.$$



Možemo reći da je zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. Ako je sudar središnji (to se događa kad svi vektori brzina leže na pravcu koji prolazi središtem masa obaju tijela), zakon održanja količina gibanja tada glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v + m_2 \cdot v, \quad v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2},$$

gdje je v zajednička brzina za oba tijela koja su se sudarila. Sada je:

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10 \cdot 2 + 15 \cdot 3}{10 + 15} = \frac{65}{25} = 2.6 \frac{m}{s}$$

Vježba 011

Tijelo mase 20 kg giba se brzinom 1 m/s. Drugo tijelo mase 30 kg giba se u istom smjeru kao i prvo tijelo brzinom 2 m/s. Poslije sudara tijela se gibaju slijepljena i zajedno. Odredite brzinu tijela poslije sudara.

Rezultat: 1.6 m/s.

Zadatak 012 (Petra, gimnazija)

Granata leti brzinom 10 m/s. Pri eksploziji razleti se u dva podjednako velika dijela. Veći dio ima 60% cijele mase i nastavlja gibanje u istom smjeru brzinom 25 m/s. Kolika je brzina manjeg dijela?

Rješenje 012

$$m, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad m_1 = 60\% \cdot m = 0.60 \cdot m, \quad v_1 = 25 \text{ m/s}, \\ m_2 = m - m_1 = 0.40 \cdot m, \quad v_2 = ?$$

Prije eksplozije granata je imala količinu gibanja:

$$p = m \cdot v.$$

Nakon eksplozije raspala se na dva dijela pri čemu svaki dio ima svoju količinu gibanja:

$$p_1 = m_1 \cdot v_1, \quad p_2 = m_2 \cdot v_2.$$

Zbog zakona o održanju količine gibanja (koji kaže da je količina gibanja stalna; ista je prije i poslije raspada granate), pišemo:

$$p = p_1 + p_2,$$

$$m \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2,$$

$$m \cdot v - m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \quad / : m_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m \cdot v - m_1 \cdot v_1}{m_2} = \frac{m \cdot 10 - 0.60 \cdot m \cdot 25}{0.40 \cdot m} = \\ = \frac{m \cdot (10 - 0.60 \cdot 25)}{0.40 \cdot m} = \frac{10 - 15}{0.40} = -12.5 \frac{m}{s}$$

Brzina manjeg dijela je 12.5 m/s u suprotnom smjeru.

Vježba 012

Granata leti brzinom 10 m/s. Pri eksploziji razleti se u dva dijela. Veći dio ima 80% cijele mase i nastavlja gibanje u istom smjeru brzinom 25 m/s. Kolika je brzina manjeg dijela?

Rezultat: -50 m/s.

Zadatak 013 (Kristijan, gimnazija)

Kolica mase 120 kg gibaju se brzinom 4 m/s. Čovjek mase 80 kg uskače u njih u smjeru gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo. Kolikom će se brzinom nastaviti zajedno gibati?

Rješenje 013

$$m_1 = 120 \text{ kg}, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad m_2 = 80 \text{ kg}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad v_1' = v_2' = v' = ?$$

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$



Poslije uskakanja čovjeka u kolica oboje će se gibati istom brzinom pa vrijedi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v' + m_2 \cdot v' \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{120 \cdot 4 + 80 \cdot 2}{120 + 80} = 3.2 \frac{m}{s}$$

Vježba 013

Kolica mase 120 kg gibaju se brzinom 4 m/s. Čovjek mase 100 kg uskače u njih u smjeru gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo. Kolikom će se brzinom nastaviti zajedno gibati?

Rezultat: $3.09 \frac{m}{s}$.

Zadatak 014 (Kristijan, gimnazija)

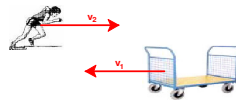
Kolica mase 120 kg gibaju se brzinom 4 m/s. Čovjek mase 80 kg uskače u njih u smjeru suprotnom od smjera gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo. Kolikom će se brzinom nastaviti zajedno gibati?

Rješenje 014

$$m_1 = 120 \text{ kg}, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad m_2 = 80 \text{ kg}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad v_1' = v_2' = v' = ?$$

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$



Budući da čovjek uskače u kolica u smjeru suprotnom od smjera njihovog gibanja, brzine imaju suprotne smjerove. Poslije uskakanja čovjeka u kolica oboje će se gibati istom brzinom pa vrijedi:

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v' + m_2 \cdot v' \Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{120 \cdot 4 - 80 \cdot 2}{120 + 80} = 1.6 \frac{m}{s}$$

Vježba 014

Kolica mase 120 kg gibaju se brzinom 4 m/s. Čovjek mase 100 kg uskače u njih u smjeru suprotnom od smjera gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo. Kolikom će se brzinom nastaviti zajedno gibati?

Rezultat: $1.27 \frac{m}{s}$.

Zadatak 015 (Kristijan, gimnazija)

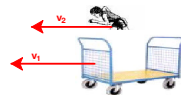
Kolica mase 120 kg, i u njima čovjek mase 80 kg, gibaju se brzinom 5 m/s. Kolikom će se brzinom kolica nastaviti gibati ako iz njih iskoči čovjek u smjeru kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo?

Rješenje 015

$$m_1 = 120 \text{ kg}, \quad m_2 = 80 \text{ kg}, \quad v_1 = v_2 = v = 5 \text{ m/s}, \quad v_2' = 2 \text{ m/s}, \quad v_1' = ?$$

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$



Poslije iskakanja čovjeka iz kolica oboje će imati brzine istog smjera pa vrijedi:

$$m_1 \cdot v + m_2 \cdot v = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1' = (m_1 + m_2) \cdot v - m_2 \cdot v_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v - m_2 \cdot v_2'}{m_1} = \frac{(120 + 80) \cdot 5 - 80 \cdot 2}{120} = 7 \frac{m}{s}$$

Vježba 015

Kolica mase 120 kg, i u njima čovjek mase 100 kg, gibaju se brzinom 5 m/s. Kolikom će se brzinom kolica nastaviti gibati ako iz njih iskoči čovjek u smjeru kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo?

Rezultat: $7.5 \frac{m}{s}$.

Zadatak 016 (Kristijan, gimnazija)

Kolica mase 120 kg, i u njima čovjek mase 80 kg, gibaju se brzinom 4 m/s. Kolikom će se brzinom kolica nastaviti gibati ako iz njih iskoči čovjek u smjeru suprotnom od smjera gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo?

Rješenje 016

$$m_1 = 120 \text{ kg}, \quad m_2 = 80 \text{ kg}, \quad v_1 = v_2 = v = 4 \text{ m/s}, \quad v_2' = 2 \text{ m/s}, \quad v_1' = ?$$

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela mase m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$



Poslije iskakanja čovjeka iz kolica njihove brzine imat će suprotne smjerove pa pišemo:

$$m_1 \cdot v + m_2 \cdot v = m_1 \cdot v_1' - m_2 \cdot v_2' \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1' - m_2 \cdot v_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1' = (m_1 + m_2) \cdot v + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v + m_2 \cdot v_2'}{m_1} = \frac{(120 + 80) \cdot 4 + 80 \cdot 2}{120} = 8 \frac{m}{s}$$

Vježba 016

Kolica mase 120 kg, i u njima čovjek mase 100 kg, gibaju se brzinom 4 m/s. Kolikom će se brzinom kolica nastaviti gibati ako iz njih iskoči čovjek u smjeru suprotnom od smjera gibanja kolica brzinom 2 m/s u odnosu na tlo?

Rezultat: $9 \frac{m}{s}$.

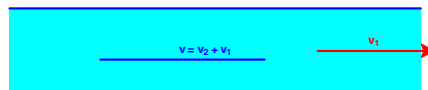
Zadatak 017 (Tomislav, tehnička škola)

Brzina vode u rijeci je 12 km/h. Brzina broda koji ide nizvodno je 18 km/h. Kako se brod giba okrenut u smjeru struje?

Rješenje 017

$$v_1 = 12 \text{ km/h}, \quad v = 18 \text{ km/h}, \quad v_2 = ?, \quad v' = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo v_1 . Brzinu broda u odnosu na mirnu vodu obilježimo v_2 .



Kada se brod giba nizvodno njegova je relativna brzina zbroj brzina v_2 i v_1 :

$$v = v_2 + v_1 \Rightarrow v_2 = v - v_1 = 18 \frac{km}{h} - 12 \frac{km}{h} = 6 \frac{km}{h}$$

Kada se brod kreće okrenut u smjeru struje (ide uzvodno) njegova je relativna brzina razlika brzina v_2 i v_1 :

$$v' = v_2 - v_1 = 6 \frac{km}{h} - 12 \frac{km}{h} = -6 \frac{km}{h}$$

Vježba 017

Brzina vode u rijeci je 10 km/h. Brzina broda koji ide nizvodno je 15 km/h. Kako se brod giba okrenut u smjeru struje?

Rezultat: $-5 \frac{km}{h}$.

Zadatak 018 (Tomislav, tehnička škola)

Brod plovi uzvodno uz rijeku brzinom 5 km/h u odnosu na obalu. Kolikom brzinom bi uz istu snagu motora plovio nizvodno ako je brzina rijeke 20 km/h?

Rješenje 018

$$v' = 5 \text{ km/h}, \quad v_1 = 20 \text{ km/h}, \quad v = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo v_1 . Brzinu broda u odnosu na mirnu vodu obilježimo v_2 .



Kada se brod kreće okrenut u smjeru struje (ide uzvodno) njegova je relativna brzina razlika brzina v_2 i v_1 :

$$v' = v_2 - v_1 \Rightarrow v_2 = v' + v_1 = 5 \frac{km}{h} + 20 \frac{km}{h} = 25 \frac{km}{h}.$$

Brzina broda u odnosu na mirnu vodu je $v_2 = 25 \text{ km/h}$.

Kada se brod giba nizvodno njegova je relativna brzina zbroj brzina v_2 i v_1 :

$$v = v_1 + v_2 = 20 \frac{km}{h} + 25 \frac{km}{h} = 45 \frac{km}{h}.$$

Vježba 018

Brod plovi uzvodno uz rijeku brzinom 3 km/h u odnosu na obalu. Kolikom brzinom bi uz istu snagu motora plovio nizvodno ako je brzina rijeke 20 km/h?

Rezultat: $43 \frac{km}{h}$.

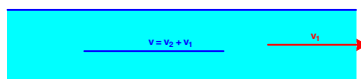
Zadatak 019 (Tomislav, tehnička škola)

Brod plovi nizvodno niz rijeku brzinom 30 km/h. Kolika je brzina rijeke ako uz istu snagu motora uzvodno plovi brzinom 6 km/h u odnosu na obalu?

Rješenje 019

$$v = 30 \text{ km/h}, \quad v' = 6 \text{ km/h}, \quad v_1 = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo v_1 . Brzinu broda u odnosu na mirnu vodu obilježimo v_2 .



Kada se brod giba nizvodno njegova je relativna brzina zbroj brzina v_2 i v_1 :

$$v = v_2 + v_1.$$

Kada se brod kreće okrenut u smjeru struje (ide uzvodno) njegova je relativna brzina razlika brzina v_2 i v_1 :

$$v' = v_2 - v_1.$$

Dobili smo sustav jednačnji:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 + v_1 = 30 \\ v_2 - v_1 = 6 \end{array} \right\} \cdot (-1) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_2 + v_1 = 30 \\ -v_2 + v_1 = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow 2v_1 = 24 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{km}{h}.$$

Vježba 019

Brod plovi nizvodno niz rijeku brzinom 12 km/h. Kolika je brzina rijeke ako uz istu snagu motora uzvodno plovi brzinom 4 km/h u odnosu na obalu?

Rezultat: $4 \frac{km}{h}$.

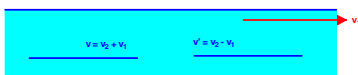
Zadatak 020 (Tomislav, tehnička škola)

Brzina broda na mirnoj vodi je 15 km/h. Kolikom brzinom plovi uzvodno ako nizvodno plovi brzinom 20 km/h u odnosu na obalu?

Rješenje 020

$$v_2 = 15 \text{ km/h}, \quad v = 20 \text{ km/h}, \quad v' = ?$$

Brzinu vode u rijeci označimo v_1 . Brzinu broda u odnosu na mirnu vodu obilježimo v_2 .



Kada se brod giba nizvodno njegova je relativna brzina zbroj brzina v_2 i v_1 :

$$v = v_2 + v_1 \Rightarrow v_1 = v - v_2 = 20 \frac{km}{h} - 15 \frac{km}{h} = 5 \frac{km}{h}.$$

Kada se brod kreće okrenut u smjeru struje (ide uzvodno) njegova je relativna brzina razlika brzina v_2 i v_1 :

$$v' = v_2 - v_1 = 15 \frac{km}{h} - 5 \frac{km}{h} = 10 \frac{km}{h}.$$

Vježba 020

Brzina broda na mirnoj vodi je 5 km/h. Kolikom brzinom plovi uzvodno ako nizvodno plovi brzinom 8 km/h u odnosu na obalu?

Rezultat: $2 \frac{km}{h}$.