

### Zadatak 081 (Lana, gimnazija)

Srednje vrijeme života  $\pi$  – mezona je  $10^{-7}$  s. Giba se brzinom 99% brzine svjetlosti.

a) Koju udaljenost prijeđe čestica prije raspada u vlastitom sustavu?

b) Koju udaljenost prijeđe čestica u sustavu mirnog motritelja prije raspada? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8$  m / s)

### Rješenje 081

$$\Delta t_0 = 10^{-7} \text{ s}, \quad v = \frac{99}{100} \cdot c = 0.99 \cdot c, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad s_0 = ?, \quad s = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se gibaju brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo gibaju.

a) Udaljenost  $s_0$  koju prijeđe čestica prije raspada u vlastitom sustavu iznosi:

$$s_0 = v \cdot \Delta t_0 \Rightarrow s_0 = 0.99 \cdot c \cdot \Delta t_0 = 0.99 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-7} \text{ s} = 29.7 \text{ m}.$$

b) Udaljenost  $s$  koju prijeđe čestica prije raspada u sustavu mirnog motritelja je:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ s = v \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow s = 0.99 \cdot c \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.99 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow s = 0.99 \cdot c \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.99 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow s = 0.99 \cdot c \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - 0.99^2}} =$$
$$= 0.99 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{10^{-7} \text{ s}}{\sqrt{1 - 0.99^2}} = 210.54 \text{ m}.$$

### Vježba 081

Srednje vrijeme života  $\pi$  – mezona je  $0.1 \mu\text{s}$ . Giba se brzinom 99% brzine svjetlosti. Koju udaljenost prijeđe čestica u sustavu mirnog motritelja prije raspada? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8$  m / s)

**Rezultat:** 210.54 m.

### Zadatak 082 (Lana, gimnazija)

Vlastito vrijeme života  $\mu$  – mezona je  $2.2 \mu\text{s}$ . Odredi minimalnu brzinu mezona koji su nastali u atmosferi na 20 km nadmorske visine i uspjeli doći do tla prije raspada. (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8$  m / s)

### Rješenje 082

$$\Delta t_0 = 2.2 \mu\text{s} = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad s = 20 \text{ km} = 2 \cdot 10^4 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ v &= \frac{s}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \Rightarrow v = \frac{\frac{s}{1}}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \Rightarrow v = \frac{s \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\Delta t_0} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v = \frac{s \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\Delta t_0} \quad / \cdot \frac{\Delta t_0}{s} \Rightarrow \frac{v \cdot \Delta t_0}{s} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{v \cdot \Delta t_0}{s} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / ^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left( \frac{v \cdot \Delta t_0}{s} \right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2 \cdot (\Delta t_0)^2}{s^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2 \cdot (\Delta t_0)^2}{s^2} + \frac{v^2}{c^2} = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v^2 \cdot \left( \frac{(\Delta t_0)^2}{s^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 1 \Rightarrow v^2 \cdot \frac{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2}{s^2 \cdot c^2} = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v^2 \cdot \frac{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2}{s^2 \cdot c^2} = 1 \quad / \cdot \frac{s^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2} \Rightarrow v^2 = \frac{s^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{s^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{s^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2}} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{s^2 \cdot c^2}}{\sqrt{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v = \frac{s \cdot c}{\sqrt{c^2 \cdot (\Delta t_0)^2 + s^2}} \Rightarrow v = \frac{s \cdot c}{\sqrt{(c \cdot \Delta t_0)^2 + s^2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{s} = 299836783.3 \text{ m}.$$

$$\sqrt{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}\right)^2 + \left(2 \cdot 10^4 \text{ m}\right)^2}$$

### Vježba 082

Vlastito vrijeme života  $\mu$  – mezona je 220 ns. Odredi minimalnu brzinu mezona koji su nastali u atmosferi na 20 km nadmorske visine i uspjeli doći do tla prije raspada. (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:** 299836783.3 m.

### Zadatak 083 (Ivan, gimnazija)

Koliko se vode može zagrijati od ledišta do vrelišta energijom koja se oslobodi u eksploziji nuklearne bombe ako je ukupna masa produkta iza eksplozije manja za 1.5 g od početne mase nuklearnog goriva? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ , brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

### Rješenje 083

$$t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C} \text{ ledište vode, } t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C} \text{ vrelište vode, } \Delta m = 1.5 \text{ g} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg,}$$

$$c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s, } \quad m = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

U specijalnoj teoriji relativnosti Einstein je pokazao da se masa i energija ne mogu očuvati odvojeno već se može govoriti samo o očuvanju ukupne mase i energije sustava. Ekvivalentnost mase i energije dana je relacijom

$$E = m \cdot c^2.$$

u kojoj je  $m$  masa tijela, a  $c$  brzina svjetlosti.

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature.

Masa vode koja se može zagrijati od ledišta do vrelišta energijom koja se oslobodi u eksploziji nuklearne bombe iznosi:

$$Q = E \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = \Delta m \cdot c^2 \cdot \frac{1}{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)} \Rightarrow m = \frac{\Delta m \cdot c^2}{c \cdot (t_2 - t_1)} =$$

$$= \frac{1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 0) \text{ K}} = 322195704.1 \text{ kg} \approx 3.22 \cdot 10^8 \text{ kg}.$$

### Vježba 083

Koliko se vode može zagrijati od ledišta do vrelišta energijom koja se oslobodi u eksploziji nuklearne bombe ako je ukupna masa produkta iza eksplozije manja za 0.0015 kg od početne mase nuklearnog goriva? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$ )

**Rezultat:**  $3.22 \cdot 10^8 \text{ kg}$ .

### Zadatak 084 (Robert, tehnička škola)

Godišnja potrošnja energije u nekoj zemlji je reda veličine  $10^{17} \text{ J}$ . Kada bi se materija mogla potpuno pretvoriti u energiju kolika bi masa bila potrebna za proizvodnju te energije? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$ )

#### Rješenje 084

$$E = 10^{17} \text{ J}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad m = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

U specijalnoj teoriji relativnosti Einstein je pokazao da se masa i energija ne mogu očuvati odvojeno već se može govoriti samo o očuvanju ukupne mase i energije sustava. Ekvivalentnost mase i energije dana je relacijom

$$E = m \cdot c^2.$$

u kojoj je  $m$  masa tijela, a  $c$  brzina svjetlosti.

$$\begin{aligned} E = m \cdot c^2 &\Rightarrow m \cdot c^2 = E \Rightarrow m \cdot c^2 = E \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \\ &= \frac{10^{17} \text{ J}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1.11 \text{ kg}. \end{aligned}$$

### Vježba 084

Godišnja potrošnja energije u nekoj zemlji je reda veličine  $10^{14} \text{ kJ}$ . Kada bi se materija mogla potpuno pretvoriti u energiju kolika bi masa bila potrebna za proizvodnju te energije? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$ )

**Rezultat:**  $1.11 \text{ kg}$ .

### Zadatak 085 (Robert, tehnička škola)

Koliko se puta poveća masa elektrona kad prođe razlikom potencijala  $10^6 \text{ V}$ ? (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$ )

#### Rješenje 085

$$U = 10^6 \text{ V}, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s},$$

$$\frac{m}{m_0} = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu  $m_0$ , a kad se giba brzinom  $v$  masu  $m$ , onda je njegova kinetička energija

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2.$$

Razlika potencijala ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) naziva se naponom U i možemo ga izračunati kao

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U.$$

Rad što se utroši pri prijelazu naboja Q iz točke potencijala  $\varphi_1$  u točku potencijala  $\varphi_2$  jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

U električnom polju elektron je postigao kinetičku energiju  $E_k$  koja je jednaka radu sile električnog polja W:

$$\left. \begin{aligned} W &= Q \cdot U \\ E_k &= (m - m_0) \cdot c^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= e \cdot U \\ E_k &= (m - m_0) \cdot c^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [E_k = W] \Rightarrow (m - m_0) \cdot c^2 = e \cdot U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m - m_0) \cdot c^2 = e \cdot U \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow m - m_0 = \frac{e \cdot U}{c^2} \Rightarrow m - m_0 = \frac{e \cdot U}{c^2} \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m_0} - 1 = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^6 \text{ V}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} + 1 \Rightarrow \frac{m}{m_0} = 2.95 \Rightarrow \frac{m}{m_0} \approx 3 \text{ puta.}$$

### Vježba 085

Koliko se puta poveća masa elektrona kad prođe razlikom potencijala  $10^3$  kV? (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C, brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rezultat:** 3 puta.

### Zadatak 086 (Maki, gimnazija)

Kolikom brzinom bi se trebao gibati inercijski sustav da vrijeme u njemu teče upola sporije? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

### Rješenje 086

$$\Delta t = 2 \cdot \Delta t_0, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav S, i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu S, određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow [\Delta t = 2 \cdot \Delta t_0] \Rightarrow 2 \cdot \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \cdot \Delta t_0 &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{\Delta t_0} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] &\Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{4} = 1-\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} &= 1-\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1}-\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4-1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \Rightarrow v = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{3} = \\ &= \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2} \cdot \sqrt{3} = 2.6 \cdot 10^8 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

### Vježba 086

Kolikom brzinom bi se trebao gibati inercijski sustav da vrijeme u njemu teče četiri puta sporije? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $v = \frac{c}{4} \cdot \sqrt{15} = 2.90 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$

### Zadatak 087 (Maki, gimnazija)

Kako teče vrijeme u koordinatnom sustavu vezanom za foton? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

#### Rješenje 087

$$c, \quad v = c, \quad \Delta t = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Budući da se foton giba brzinom svjetlosti (samo tada egzistira), tj, da je  $v = c$ , slijedi:

$$\begin{aligned} \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow [v=c] \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{0} = \infty. \end{aligned}$$

U sustavu vezanom za foton gubi se pojam vremena.

Pozor! Korektno zapisano:

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} = \infty.$$

### Vježba 087

Kako teče vrijeme u koordinatnom sustavu vezanom za česticu koja se giblje brzinom svjetlosti? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

**Rezultat:** Gubi se pojam vremena.

### Zadatak 088 (Maki, gimnazija)

Kolikom se brzinom mora gibljati proton da njegova ukupna energija bude dva puta veća nego u mirovanju? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

### Rješenje 088

$$E = E_0, \quad c, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $m$  masa tijela u gibanju,  $m_0$  masa mirovanja,  $v$  brzina tijela i  $c$  brzina svjetlosti u vakuumu.

U specijalnoj teoriji relativnosti Einstein je pokazao da se masa i energija ne mogu očuvati odvojeno već se može govoriti samo o očuvanju ukupne mase i energije sustava. Ekvivalentnost mase i energije dana je relacijom

$$E = m \cdot c^2$$

u kojoj je  $m$  masa tijela, a  $c$  brzina svjetlosti.

Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$E = 2 \cdot E_0 \Rightarrow m \cdot c^2 = 2 \cdot m_0 \cdot c^2 \Rightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 = 2 \cdot m_0 \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 = 2 \cdot m_0 \cdot c^2 \quad / \cdot \frac{1}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \quad / \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad /^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4-1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \Rightarrow v = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2} \cdot \sqrt{3} = 2.6 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 088

Kolikom se brzinom mora gibljati proton da njegova ukupna energija bude četiri puta veća nego u mirovanju? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

**Rezultat:**  $v = \frac{c}{4} \cdot \sqrt{15} = 2.90 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ .

**Zadatak 089 (XY, maturantica)**

Svemirski brod prolazi pored Zemlje brzinom  $0.8 \cdot c$ . Duljina svemirskog broda u smjeru gibanja, koju izmjeri posada broda, iznosi 50 m. Koliku će duljinu svemirskog broda izmjeriti promatrač na Zemlji? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

**Rješenje 089**

$v = 0.8 \cdot c, \quad l_0 = 50 \text{ m}, \quad l = ?$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontraktcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je  $l_0$  vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet),  $l$  duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Računamo duljinu svemirskog broda koju je izmjerio promatrač na Zemlji.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - 0.8^2} = 50 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - 0.64} = 30 \text{ m}.$$

**Vježba 089**

Svemirski brod prolazi pored Zemlje brzinom  $0.6 \cdot c$ . Duljina svemirskog broda u smjeru gibanja, koju izmjeri posada broda, iznosi 50 m. Koliku će duljinu svemirskog broda izmjeriti promatrač na Zemlji? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c$ )

**Rezultat:** 40 m.

**Zadatak 090 (Maro, elektrostrojarska škola)**

Elektron ima brzinu  $0.99 \cdot c$ . Kolika je njegova kinetička energija? (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rješenje 090**

$v = 0.99 \cdot c, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E_k = ?$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu  $m_0$ , a kad se giba brzinom  $v$  masu  $m$ , onda je njegova kinetička energije

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$



Kinetička energija iznosi:

$$E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.99 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.99 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0.99^2}} - 1 \right) = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0.99^2}} - 1 \right) = 4.99 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

### Vježba 090

Elektron ima brzinu  $0.999 \cdot c$ . Kolika je njegova kinetička energija? (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $1.75 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ .

### Zadatak 091 (Biba, gimnazija)

Kojom se brzinom giba čestica, ako joj je ukupna relativistička energija dva puta veća od energije mirovanja? (brzina svjetlosti u praznini  $c$ )

#### Rješenje 091

$$E = 2 \cdot E_0, \quad c, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase i brzine. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $m$  masa u gibanju,  $m_0$  masa mirovanja,  $v$  brzina tijela,  $c$  brzina svjetlosti. Općenito, masa tijela  $m$  i energija povezane su relacijom

$$E = m \cdot c^2.$$

Ukupna relativistička energija čestice je

$$E = m \cdot c^2,$$

gdje je  $m$  masa čestice u gibanju.

Energija čestice u mirovanju je

$$E = m_0 \cdot c^2,$$

gdje je  $m_0$  masa čestice u mirovanju. Prema uvjetu zadatka dobije se:

$$2 \cdot E_0 = E \Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 = m \cdot c^2 \Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \quad / \cdot \frac{1}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4-1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \quad / \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c.$$

### Vježba 091

Kojom se brzinom giba čestica, ako joj je energija mirovanja dva puta manja od ukupne relativističke energije? (brzina svjetlosti u praznini  $c$ )

**Rezultat:**  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c.$

### Zadatak 092 (Biba, gimnazija)

Izračunati količinu gibanja i kinetičku energiju elektrona koji se giba brzinom  $0.85 \cdot c$ . (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

#### Rješenje 092

$$v = 0.85 \cdot c, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad p = ?, \quad E_k = ?$$

Ako je brzina  $v$  čestice mase mirovanja  $m_0$  usporediva s brzinom svjetlosti (relativistička čestica), količina gibanja čestice je

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu  $m_0$ , a kad se giba brzinom  $v$  masu  $m$ , onda je njegova kinetička energija jednaka razlici između ukupne relativističke energije  $E$  i energije mirovanja  $E_0$ .

$$E_k = E - E_0 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Računamo količinu gibanja.

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{0.85 \cdot c}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{0.85 \cdot c}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{0.85 \cdot m_0 \cdot c}{\sqrt{1-0.85^2}} = \frac{0.85 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{1-0.85^2}} = 4.41 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Računamo kinetičku energiju.

$$E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0.85^2}} - 1 \right) = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0.85^2}} - 1 \right) = 7.37 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

### Vježba 092

Izračunati količinu gibanja elektrona koji se giba brzinom  $0.95 \cdot c$ . (masa elektrona u mirovanju  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $8.31 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 093 (Mario, gimnazija)

Kolikom se brzinom giba tijelo čija je masa za mirnog promatrača  $4 \text{ kg}$ , ako je masa mirovanja tijela  $2.4 \text{ kg}$ ? (brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

### Rješenje 093

$$m = 4 \text{ kg}, \quad m_0 = 2.4 \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase i brzine. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $m$  masa u gibanju,  $m_0$  masa mirovanja,  $v$  brzina tijela,  $c$  brzina svjetlosti.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 \right) \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\quad}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 \right)} \Rightarrow v = \sqrt{c^2} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2} =$$

$$= c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.4 \text{ kg}}{4 \text{ kg}}\right)^2} = 0.8 \cdot c.$$

### Vježba 093

Kolikom se brzinom giba tijelo čija je masa za mirnog promatrača 8 kg, ako je masa mirovanja tijela 4.8 kg? (brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $0.8 \cdot c.$

### Zadatak 094 (Petra, medicinska škola)

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi  $T_0 = 2 \mu\text{s}$ . Koliko iznosi njezino vrijeme života u laboratorijskome sustavu u kojem se čestica giba brzinom  $0.6 \cdot c$ ?

#### Rješenje 094

$$T_0 = 2 \mu\text{s} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad v = 0.6 \cdot c, \quad T = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = T \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2.5 \mu\text{s}. \end{aligned}$$

### Vježba 094

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi  $T_0 = 2 \mu\text{s}$ . Koliko iznosi njezino vrijeme života u laboratorijskome sustavu u kojem se čestica giba brzinom  $0.8 \cdot c$ ?

**Rezultat:**  $3.33 \mu\text{s}.$

### Zadatak 095 (Darko, obrtnička škola)

Astronautkinja putuje raketom koja se giba jednoliko po pravcu brzinom  $\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$  u odnosu na Zemlju. Ona je u svojem sustavu izmjerila da njezino putovanje traje 2 godine. Koliko je vremena putovanje trajalo za promatrača na Zemlji?

#### Rješenje 095

$$v = \frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad T_0 = 2 \text{ god}, \quad T = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2c}\right)^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = 4 \text{ god}. \end{aligned}$$

### Vježba 095

Astronautkinja putuje raketom koja se giba jednoliko po pravcu brzinom  $\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$  u odnosu na Zemlju. Ona je u svojem sustavu izmjerila da njezino putovanje traje 4 godine. Koliko je vremena putovanje trajalo za promatrača na Zemlji?



**Rezultat:** 8 god.

### Zadatak 096 (Vedrana, srednja škola)

Putnik u svemirskome brodu izmjeri da trajanje neke pojave iznosi 1 s, a promatrač na Zemlji izmjeri da trajanje te pojave iznosi 2 s. Kolika je brzina kojom se svemirski brod giba u odnosu na Zemlju? Brzina svjetlosti u vakuumu je  $c$ .

- A.  $0.33 \cdot c$       B.  $0.50 \cdot c$       C.  $0.87 \cdot c$       D.  $c$

### Rješenje 096

$$T_0 = 1 \text{ s}, \quad T = 2 \text{ s}, \quad v = ?$$


Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{T} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} &= \frac{T_0}{T} \Rightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{T_0}{T} \quad / \cdot 2 \Rightarrow 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \Rightarrow -\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -\left(\frac{v}{c}\right)^2 &= \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 - 1 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \quad / \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \quad / \cdot c \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1 \text{ s}}{2 \text{ s}}\right)^2} = \\ &= c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1 \text{ s}}{2 \text{ s}}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = c \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = \text{

Odgovor je pod C.$$

### Vježba 096

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 097 (Ante, tehnička škola)

Vlastito vrijeme života neke čestice je  $2 \mu\text{s}$ . Od trenutka nastanka do trenutka raspada ta čestica preleti razmak od  $6 \text{ km}$  u odnosu na Zemlju. Kolika je brzina čestice u odnosu na Zemlju? (brzina svjetlosti u vakuumu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

### Rješenje 097

$$T_0 = 2 \mu\text{s} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad s = 6 \text{ km} = 6 \cdot 10^3 \text{ m}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $T_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $T$  u sustavu  $S$ , određena je izrazom:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz


$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

U sustavu Zemlje čestica (elektromagnetski val) preleti vlastiti put  $s$  za vrijeme  $T$ .

$$T = \frac{s}{c} = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$$

Računamo brzinu  $v$ .

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{T_0} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 &= \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \left[\frac{a=c}{b=d} \Rightarrow \frac{b=d}{a=c}\right] \Rightarrow \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right) \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right)} \Rightarrow v = \sqrt{c^2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{2 \cdot 10^{-5} \text{ s}}\right)^2} \Rightarrow \text{} \Rightarrow v = 0.995 \cdot c. \end{aligned}$$

### Vježba 097

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 098 (Sany, maturantica)

Kolika je kinetička energija čestice mase  $m$  koja se giba brzinom  $0.8 \cdot c$ ?

$$A. E_k = \frac{2}{3} \cdot m \cdot c^2 \quad B. E_k = \frac{4}{3} \cdot m \cdot c^2 \quad C. E_k = \frac{5}{3} \cdot m \cdot c^2 \quad D. E_k = \frac{16}{9} \cdot m \cdot c^2$$

### Rješenje 098

$$m, \quad v = 0.8 \cdot c, \quad E_k = ?$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu  $m_0$ , a kad se giba brzinom  $v$  masu  $m$ , onda je njegova kinetička energija

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Čestica mase  $m$  giba se brzinom  $0.8 \cdot c$  pa je njezina kinetička energija jednaka

$$\begin{aligned}
E_k &= m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow E_k = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow E_k = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0.8^2}} - 1 \right) \Rightarrow \text{📱} \Rightarrow E_k = \frac{2}{3} \cdot m \cdot c^2.
\end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 098

Kolika je kinetička energija čestice mase  $m$  koja se giba brzinom  $0.6 \cdot c$ ?

A.  $E_k = \frac{1}{4} \cdot m \cdot c^2$       B.  $E_k = \frac{3}{4} \cdot m \cdot c^2$       C.  $E_k = \frac{3}{5} \cdot m \cdot c^2$       D.  $E_k = \frac{4}{5} \cdot m \cdot c^2$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 099 (Zagi, maturant)

U trenutku kada svemirski brod brzinom  $v = 0.6 \cdot c$  prolazi pokraj satelita smještenog u blizini Marsa sa satelita je poslan radio – signal prema Zemlji. Signal stiže na Zemlju nakon  $t_1 = 1250$  s. Koliko traje put od Zemlje do satelita za posadu svemirskog broda?

### Rješenje 099

$t_1 = 1250$  s,       $t = ?$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala  $\Delta t_0$  u sustavu  $S_0$ , koji se giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ , i vremenskog intervala  $\Delta t$  u sustavu  $S$ , određena je izrazima:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti.

Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Put od satelita do Zemlje je

$$d = c \cdot t_1.$$

Za promatrača na Zemlji trajanje puta iznosi:



$$t' = \frac{d}{v} \Rightarrow t' = \frac{c \cdot t_1}{0.6 \cdot c} \Rightarrow t' = \frac{c \cdot t_1}{0.6 \cdot c} \Rightarrow t' = \frac{t_1}{0.6} = \frac{1250 \text{ s}}{0.6} = 2083.33 \text{ s.}$$

Za posadu svemirskog broda trajanje puta jest

$$t = t' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow t = t' \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow t = t' \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow t = t' \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow t = t' \cdot \sqrt{1 - 0.6^2} = 2083.33 \text{ s} \cdot \sqrt{1 - 0.6^2} = 1666.66 \text{ s.}$$

### Vježba 099

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 100 (Mirela, maturantica)

Jednakokrani pravokutni trokut katete  $\sqrt{3}$  cm miruje u nekome inercijalnom sustavu.

Promatrač se giba paralelno s jednom njegovom katetom brzinom  $c/2$ . Koliku površinu trokuta mjeri promatrač?

### Rješenje 100

$$a_0 = \sqrt{3} \text{ cm}, \quad v = 0.5 \cdot c, \quad P = ?$$

**Trokut** je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

**Pravokutni trokuti** imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

**Ploština** pravokutnog trokuta čije su katete  $a$  i  $b$  dana je formulom

$$P = \frac{a \cdot b}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b.$$

**Pravokutni jednakokrani trokuti** ima obje katete jednake duljine.

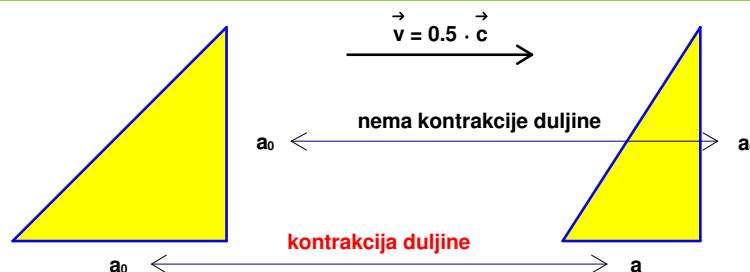
Kontraktcija duljine

Duljina tijela u sustavu u kojem tijelo miruje zove se vlastita duljina. Giba li se štap vlastite duljine  $l_0$  prema promatraču brzinom  $v$ , promatrač će izmjeriti duljinu  $l$ , koja iznosi:

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti.

Kontraktcija duljine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.



Duljina katete u smjeru brzine  $v$  iznosi:

$$a = a_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Duljina katete okomite na smjer brzine  $v$  ne mijenja se. Površina trokuta je

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot a_0 \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot a_0 \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot a_0^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3} \text{ cm})^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.5 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ cm}^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.5 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow P = \frac{3}{2} \text{ cm}^2 \cdot \sqrt{1 - 0.5^2} \Rightarrow P = 1.3 \text{ cm}^2.
\end{aligned}$$

### Vježba 100

Odmor!

**Rezultat:** ...

www.halapa.com