

Zadatak 041 (Maturantica, gimnazija)

Zemljin satelit giba se brzinom $v = 9 \cdot 10^3$ m/s. Osobi u satelitu prođe vremenski interval od jedan sat. Koliki je taj vremenski interval na Zemlji? Kolika je razlika u vremenu? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 041

$$v = 9 \cdot 10^3 \text{ m/s}, \quad \Delta t_0 = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \Delta t = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Za osobu na Zemlji vremenski interval iznosi:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{3600 \text{ s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} = 3600.000002 \text{ s}.$$

Razlika vremena je

$$\Delta t - \Delta t_0 = 3600.000002 \text{ s} - 3600 \text{ s} = 0.000002 \text{ s} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2 \mu\text{s}.$$

Vježba 041

Zemljin satelit giba se brzinom $v = 9$ km/s. Osobi u satelitu prođe vremenski interval od jedan sat. Koliki je taj vremenski interval na Zemlji? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: 3600.000002 s.

Zadatak 042 (Maturantica, gimnazija)

Jedan od blizanaca ostane na Zemlji dok drugi otputuje brzinom $0.995 \cdot c$ do daleke zvijezde i vrati se na Zemlju 15 godina mlađi nego što je njegov brat koji je ostao na Zemlji. Zanimari li se vrijeme akceleracije svemirskog broda pri okretanju, odredite koliko je udaljena zvijezda od Zemlje.

Rješenje 042

$$v = 0.995 \cdot c, \quad \Delta t' = \Delta t - \Delta t_0 = 15 \text{ god} = 15 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 4.734 \cdot 10^8 \text{ s}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t.$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Budući da je blizanac koji putuje brzinom v mlađi za $\Delta t'$ nego njegov brat koji je ostao na Zemlji, vrijedi sustav jednačbi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \Delta t_0 + \Delta t' \\ \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t - \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t - \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t - \Delta t' \Rightarrow \Delta t - \Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t - \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t' \Rightarrow \Delta t \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = \Delta t' \Rightarrow \Delta t \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = \Delta t' \cdot \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

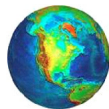
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

To je vremenski interval za blizanca na Zemlji za koji je drugi blizanac otišao do zvijezde i vratio se natrag. Polovica tog vremena trebat će samo u jednom smjeru, na primjer za put od Zemlje do zvijezde, pa traženi put iznosi:

$$s = v \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow s = v \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow s = 0.995 \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{0.995 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 0.995 \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{0.995 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow s = 0.995 \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t'}{1 - \sqrt{1 - 0.995^2}} =$$

$$= 0.995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4.734 \cdot 10^8 s}{1 - \sqrt{1 - 0.995^2}} = 7.849 \cdot 10^{16} m.$$



Vježba 042

Jedan od blizanaca ostane na Zemlji dok drugi otputuje brzinom 298500000 m/s do daleke zvijezde i vrati se na Zemlju 15 godina mlađi nego što je njegov brat koji je ostao na Zemlji. Zanemari li se vrijeme akceleracije svemirskog broda pri okretanju, odredite koliko je udaljena zvijezda od Zemlje.

Rezultat: $7.849 \cdot 10^{16}$ m.

Zadatak 043 (Megy, gimnazija)

Koliki je Lorentzov faktor γ ako se tijelo giba brzinom $0.8 \cdot c$?

- A. $\frac{5}{3}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. 4

Rješenje 043

$$v = 0.8 \cdot c, \quad \gamma = ?$$

Lorentzov faktor koristi se u specijalnoj teoriji relativnosti i definira

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gdje je v brzina tijela, c brzina svjetlosti. Faktor se rabi u specijalnoj teoriji relativnosti za dilataciju vremena, kontrakciju dužine i relativističku masu.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ v &= 0.8 \cdot c \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ v &= 0.8 \cdot c \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0.8^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.64}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{0.36}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{0.6} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\frac{6}{10}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\frac{6}{10}} \Rightarrow \gamma = \frac{10}{6} \Rightarrow \gamma = \frac{10}{6} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 043

Koliki je Lorentzov faktor γ ako se tijelo giba brzinom $0.6 \cdot c$?

- A. $\frac{5}{4}$ B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. 3

Rezultat: A.

Zadatak 044 (Iva, gimnazija)

Astronautkinja putuje raketom koja se giba jednoliko po pravcu brzinom $\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$ u odnosu na Zemlju. Ona je u svojem sustavu izmjerila da njezino putovanje traje 2 godine. Koliko je vremena putovanje trajalo za promatrača na Zemlji?

Rješenje 044

$$v = \frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad \Delta t_0 = 2 \text{ god}, \quad \Delta t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t.$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S, i vremenskog intervala Δt u sustavu S, određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Budući da je blizanac koji putuje brzinom v mlađi za $\Delta t'$ nego njegov brat koji je ostao na Zemlji, vrijedi sustav jednadžbi:

Za promatrača na Zemlji putovanje iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2c}\right)^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2c}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{\frac{1-3}{4}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{\frac{4-3}{4}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \text{ god}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{2 \text{ god}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{\frac{1}{2}} \text{ god} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ god}. \end{aligned}$$

Vježba 044

Astronautkinja putuje raketom koja se giba jednoliko po pravcu brzinom $\frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$ u odnosu na Zemlju. Ona je u svojem sustavu izmjerila da njezino putovanje traje 3 godine. Koliko je vremena putovanje trajalo za promatrača na Zemlji?

Rezultat: 6 god.

Zadatak 045 (Nino, srednja škola)

Štap je u sustavu mirovanja dugačak 3 m. Promatrač u odnosu na kojega se štap giba jednoliko duž svoje uzdužne osi mjeri da je duljina štapa 1 m. Kolikom se brzinom štap giba u odnosu na promatrača? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 045

$$l_0 = 3 \text{ m}, \quad l = 1 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

$$\begin{aligned} l &= l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right)} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1m}{3m}\right)^2} = 2.83 \cdot 10^8 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 045

Štap je u sustavu mirovanja dugačak 6 m. Promatrač u odnosu na kojega se štap giba jednoliko duž svoje uzdužne osi mjeri da je duljina štapa 2 m. Kolikom se brzinom štap giba u odnosu na promatrača? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $2.83 \cdot 10^8$ m/s.

Zadatak 046 (Ana, gimnazija)

Katete pravokutnog trokuta imaju duljinu 4 m i 3 m. Kolikom bi se brzinom morao gibati trokut u smjeru dulje katete da bi bio jednakokrani? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 046

$$l_0 = 4 \text{ m } \text{dulja kateta}, \quad l = 3 \text{ m } \text{kraća kateta}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje. Kontrakcija dužine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.

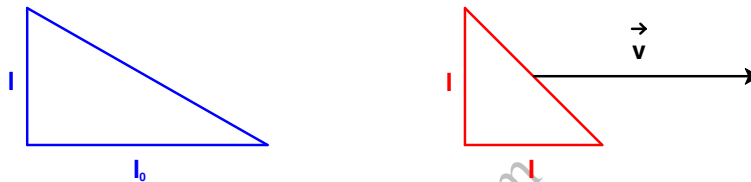
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta. Kod jednakokranih trokuta duljine dviju stranica su jednake. Stranice jednakih duljina zovemo kracima trokuta. Kod jednakokranih pravokutnog trokuta duljine kateta su jednake.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \cdot \sqrt{} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right)} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3m}{4m}\right)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{16-9}{16}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{16-9}{16}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{7}{16}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = c \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot c. \end{aligned}$$

Ili

$$v = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot c = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = 1.984 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$



Vježba 046

Katete pravokutnog trokuta imaju duljinu 8 m i 6 m. Kolikom bi se brzinom morao gibati trokut u smjeru dulje katete da bi bio jednakokračan? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $1.984 \cdot 10^8$ m/s.

Zadatak 047 (Gimnazijalka, gimnazija)

Pravokutni trokut giba se brzinom v u smjeru katete b . Kolika je ploština trokuta za promatrača koji se giba zajedno sa trokutom, a kolika za onoga koji se ne giba?

Rješenje 047

$$a_0, \quad b_0, \quad P_0 = ?, \quad P = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje. Kontrakcija dužine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Ploština pravokutnog trokuta izračunava se po formuli

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

gdje su a i b duljine kateta.



Kada se promatrač giba zajedno sa pravokutnim trokutom za njega je ploština trokuta dana formulom

$$P_0 = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot b_0.$$

Kada se pravokutni trokut giba brzinom v u smjeru katete b_0 , njezina duljina za promatrača koji miruje smanjit će se pa ploština trokuta iznosi:

$$\left. \begin{aligned} b &= b_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ P &= \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot b \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot b_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \left[P_0 = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot b_0 \right] \Rightarrow P = P_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Vježba 047

Pravokutni trokut giba se brzinom v u smjeru katete a . Kolika je ploština trokuta za promatrača koji se giba zajedno sa trokutom, a kolika za onoga koji se ne giba?

Rezultat: $P_0 = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot b_0$, $P = P_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Zadatak 048 (Luka, gimnazija)

U vlastitom referentnom sustavu pravokutnik ima dimenzije 10 cm x 15 cm. Kolikom se brzinom i u kojem smjeru treba gibati da bi ga promatrač koji miruje 'vidio' kao kvadrat? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 048

$$a_0 = 15 \text{ cm}, \quad b_0 = 10 \text{ cm}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

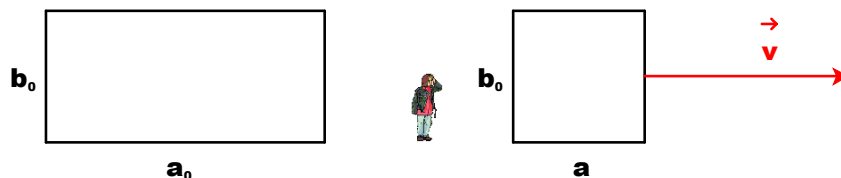
gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje. Kontrakcija dužine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.

Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri stranice. Paralelogram je četverokut kojemu su po dvije nasuprotne stranice paralelne.

Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90°).

Kvadrat je četverokut kojemu su sve stranice sukladne, a dijagonale međusobno sukladne i okomite.

Kvadrat je četverokut s četiri prava kuta i četiri sukladne stranice. Stranice su jednake duljine, a nasuprotne stranice su paralelne.



Kada se pravokutnik giba brzinom v u smjeru dulje stranice a_0 , njezina duljina smanji se (kontrakcija dužine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja!) za promatrača koji miruje i iznosi:

$$a = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Da bi promatrač 'vidio' kvadrat mora biti:

$$a = b_0$$

Računamo brzinu v kojom se pravokutnik mora gibati u odnosu na promatrača koji miruje.

$$\begin{aligned} a = b_0 \\ a = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned} \Rightarrow b_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow b_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{a_0} \Rightarrow \frac{b_0}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b_0}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 \quad / \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2\right) \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2\right) \quad / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{10 \text{ cm}}{15 \text{ cm}}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{10}{15}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{1-4}{1-9}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{9-4}{9}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{5}{9}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot c$$

Ili

$$v = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot c = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.24 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 048

U vlastitom referentnom sustavu pravokutnik ima dimenzije 1 dm x 1.5 dm. Kolikom se brzinom v u kojem smjeru treba gibati da bi ga promatrač koji miruje 'vidio' kao kvadrat? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: U smjeru dulje stranice, $v = 2.24 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 049 (XY, gimnazija)

Za koliko se postotaka poveća masa elektrona koji se giba brzinom $0.5 \cdot c$, gdje je c brzina svjetlosti u praznini?

Rješenje 049

m_0 – masa elektrona u mirovanju, c – brzina svjetlosti, $v = 0.5 \cdot c$, $p = ?$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa tijela u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela i c brzina svjetlosti u vakuumu. Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{P}{100}.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

S – osnovna vrijednost

p – postotak

P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P.$$

Najprije izračunamo masu elektrona u gibanju brzinom v .

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.5 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.5 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0.5^2}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0.25}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{0.75}} \Rightarrow m = 1.1547 \cdot m_0. \end{aligned}$$

Tada postotak povećanja mase iznosi:

$$\begin{aligned} p &= \frac{m - m_0}{m_0} \Rightarrow p = \frac{1.1547 \cdot m_0 - m_0}{m_0} \Rightarrow p = \frac{0.1547 \cdot m_0}{m_0} \Rightarrow p = \frac{0.1547 \cdot m_0}{m_0} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 0.1547 \Rightarrow p = \frac{15.47}{100} \Rightarrow p = 15.47\%. \end{aligned}$$

Ili

$$S = m_0$$

$$P = m - m_0 = 1.1547 \cdot m_0 - m_0 = 0.1547 \cdot m_0$$

$$p = ?$$

$$\begin{aligned} S \cdot p &= 100 \cdot P \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P : S \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 0.1547 \cdot m_0}{m_0} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = \frac{100 \cdot 0.1547 \cdot m_0}{m_0} \Rightarrow p = 100 \cdot 0.1547 \Rightarrow p = 15.47. \end{aligned}$$

Vježba 049

Za koliko se postotaka poveća masa elektrona koji se giba brzinom $0.6 \cdot c$, gdje je c brzina svjetlosti u praznini?

Rezultat: 25%.

Zadatak 050 (Džana, gimnazija)

Koliko se energije oslobodi pri fisiji 0.5 kg urana, ako se u energiju transformira 0.2 % mase urana? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 050

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad p = 0.2\% = 0.002, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E = ?$$

U specijalnoj teoriji relativnosti Einstein je dokazao ekvivalentnost mase i energije. Ta je veza dana čuvenom formulom

$$E = m \cdot c^2,$$

gdje je E energija ekvivalentna masi, m masa i c brzina svjetlosti u vakuumu.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Oslobodena energija pri fisiji iznosi:

$$E = p \cdot m \cdot c^2 = 0.002 \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ J}.$$

Vježba 050

Koliko se energije oslobodi eksplozijom bombe koja sadrži 3 kg fisijskog materijala, ako se prilikom eksplozije samo 0.1% materijala pretvori u energiju? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $2.7 \cdot 10^{14}$ J.

Zadatak 051 (Miroslav, tehnička škola)

Svemirski brod prolazi brzinom $0.8 \cdot c$ uz svemirsku postaju. Astronauti u svemirskome brodu u smjeru svojega gibanja izmjere da duljina postaje iznosi 60 m. Koliku duljinu postaje u smjeru gibanja broda izmjere promatrači smješteni u postaji? Brzina svjetlosti u vakuumu je c.

$$A. 36 \text{ m} \quad B. 48 \text{ m} \quad C. 60 \text{ m} \quad D. 100 \text{ m}$$

Rješenje 051

$$v = 0.8 \cdot c, \quad c, \quad l = 60 \text{ m}, \quad l_0 = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{\sqrt{1 - (0.8)^2}} \Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{\sqrt{1 - 0.64}} \Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{\sqrt{1 - 0.64}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{\sqrt{0.36}} \Rightarrow l_0 = \frac{60 \text{ m}}{0.6} \Rightarrow l_0 = 100 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 051

Svemirski brod prolazi brzinom $0.8 \cdot c$ uz svemirsku postaju. Astronauti u svemirskome brodu u smjeru svojega gibanja izmjere da duljina postaje iznosi 120 m. Koliku duljinu postaje u smjeru gibanja broda izmjere promatrači smješteni u postaji? Brzina svjetlosti u vakuumu je c .

- A. 100 m B. 150 m C. 160 m D. 200 m

Rezultat: D.

Zadatak 052 (Džana, gimnazija)

Fuzijom četiri jezgre vodika u jednu jezgru helija na Suncu se oslobodi zračenje snage 300 YW. Koliko se smanji masa Sunca za vrijeme ljudskog života (80 godina)? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 052

$$P = 300 \text{ YW} = 300 \cdot 10^{24} \text{ W} = 3 \cdot 10^{26} \text{ W}, \quad t = 80 \text{ god} = [80 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600] =$$

$$= 2.525 \cdot 10^9 \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad m = ?$$

U specijalnoj teoriji relativnosti Einstein je dokazao ekvivalentnost mase i energije. Ta je veza dana čuvenom formulom

$$E = m \cdot c^2,$$

gdje je E energija ekvivalentna masi, m masa i c brzina svjetlosti u vakuumu.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Računamo smanjenje mase Sunca za vrijeme t.

$$\left. \begin{array}{l} E = m \cdot c^2 \\ E = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot c^2 = P \cdot t \Rightarrow m \cdot c^2 = P \cdot t \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow m = \frac{P \cdot t}{c^2} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 2.525 \cdot 10^9 \text{ s}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 8.417 \cdot 10^{18} \text{ kg}.$$

Vježba 052

Fuzijom četiri jezgre vodika u jednu jezgru helija na Suncu se oslobodi zračenje snage 300 YW. Koliko se smanji masa Sunca za jedan dan? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $2.88 \cdot 10^{14}$ kg.

Zadatak 053 (Vesna, gimnazija)

Svemirski brod čija je duljina u sustavu mirovanja 40 m giba se brzinom $0.8 \cdot c$ u odnosu na promatrača na Zemlji. Kolika je duljina svemirskoga broda u odnosu na toga promatrača? Brzina svjetlosti u vakuumu označena je s c.

Rješenje 053

$$l_0 = 40 \text{ m}, \quad v = 0.8 \cdot c, \quad l = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetnih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

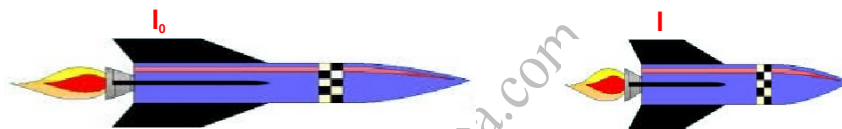
Kontraktacija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Duljina svemirskoga broda u odnosu na promatrača na Zemlji je:

$$\begin{aligned} l &= l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 40 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2} = 40 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2} = \\ &= 40 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - 0.8^2} = 24 \text{ m}. \end{aligned}$$



Vježba 053

Svemirski brod čija je duljina u sustavu mirovanja 40 m giba se brzinom $0.6 \cdot c$ u odnosu na promatrača na Zemlji. Kolika je duljina svemirskoga broda u odnosu na toga promatrača? Brzina svjetlosti u vakuumu označena je s c .

Rezultat: 32 m.

Zadatak 054 (Zlatko, gimnazija)

Putnik iz svemirskog broda, koji napušta Zemlju brzinom $0.8 \cdot c$, pošalje laserski signal prema Zemlji. Kolika je brzina laserskog signala u odnosu na putnika u brodu (v_1), a kolika u odnosu na Zemlju (v_2)? Brzina svjetlosti u vakuumu je c .

- A. $v_1 = 0.2 \cdot c$ i $v_2 = 0.2 \cdot c$ B. $v_1 = 0.2 \cdot c$ i $v_2 = 0.8 \cdot c$
C. $v_1 = 0.8 \cdot c$ i $v_2 = 0.2 \cdot c$ D. $v_1 = c$ i $v_2 = c$

Rješenje 054

$$v = 0.8 \cdot c, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetnih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Budući da je brzina elektromagnetnih valova (svjetlosti) u vakuumu invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i najveća moguća brzina u prirodi, bit će i brzina laserskog signala u odnosu na putnika u brodu i brzina u odnosu na Zemlju jednaka c .

Odgovor je pod D.

Vježba 054

Putnik iz svemirskog broda, koji napušta Zemlju brzinom $0.8 \cdot c$, pošalje laserski signal prema Zemlji. Kolika je brzina laserskog signala u odnosu na putnika u brodu (v_1), a kolika u odnosu na Zemlju (v_2)? Brzina svjetlosti u vakuumu je c .

- A. $v_1 = 0.2 \cdot c$ i $v_2 = 0.2 \cdot c$ B. $v_1 = 0.2 \cdot c$ i $v_2 = 0.8 \cdot c$
C. $v_1 = 0.8 \cdot c$ i $v_2 = 0.2 \cdot c$ D. $v_1 = c$ i $v_2 = c$

Rezultat: D.

Zadatak 055 (Zlatko, gimnazija)

Ispred promatrača na Zemlji prolazi svemirski brod brzinom $0.6 \cdot c$. S bočne strane broda nalazi se okno. Promatrač na brodu vidi da je okno kružno polumjera 0.5 m. Kakvo okno na brodu vidi promatrač sa Zemlje? Brzina svjetlosti u vakuumu je c .

- A. kružno polumjera 0.4 m
B. kružno polumjera 0.5 m
C. eliptično s velikom poluosi 0.5 m položenoj okomito na smjer gibanja broda
D. eliptično s velikom poluosi 0.5 m položenoj u smjeru gibanja broda

Rješenje 055

$$v = 0.6 \cdot c, \quad r = 0.5 \text{ m}$$

Specijalna teorija relativnosti

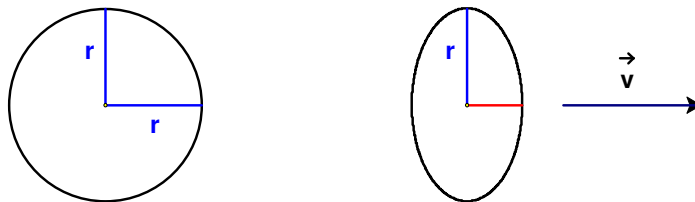
- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Kontrakcija duljine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.



Odgovor je pod C.

Vježba 055

Ispred promatrača na Zemlji prolazi svemirski brod brzinom $0.9 \cdot c$. S bočne strane broda nalazi se okno. Promatrač na brodu vidi da je okno kružno polumjera 0.5 m. Kakvo okno na brodu vidi promatrač sa Zemlje? Brzina svjetlosti u vakuumu je c .

- A. kružno polumjera 0.4 m
B. kružno polumjera 0.5 m
C. eliptično s velikom poluosi 0.5 m položenoj okomito na smjer gibanja broda
D. eliptično s velikom poluosi 0.5 m položenoj u smjeru gibanja broda

Rezultat: C.

Zadatak 056 (Dragan, gimnazija)

Vrijeme života neke čestice dok miruje jednako je 10^{-7} s. Odredi put koji čestica prijeđe ako se giba brzinom 297000 km/s . (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 056

$$\Delta t_0 = 10^{-7} \text{ s}, \quad v = 297000 \text{ km/s} = 2.97 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetnih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Dilatacija vremena

U bržem sustavu vrijeme sporije teče.

Neka je zadan inercijski sustav S' koji se s obzirom na inercijski sustav S giba jednoliko po pravcu brzinom v . Vremenski interval Δt_0 između dva događaja u istoj točki prostora inercijskog sustava S' (vlastito vrijeme) i vremenski interval Δt između ta ista dva događaja, ali mjeren iz sustava S , povezani su relacijom

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je c brzina svjetlosti u praznini.

Put koji čestica prevoli brzinom v iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ s &= v \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} =$$
$$= 2.97 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{10^{-7} \text{ s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2.97 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} = 210.54 \text{ m}.$$

Vježba 056

Vrijeme života neke čestice dok miruje jednako je $0.1 \mu\text{s}$. Odredi put koji čestica prijeđe ako se giba brzinom 297000 km/s . (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: 210.54 m.

Zadatak 057 (Zlatko, gimnazija)

Nestabilne čestice μ mezona u gornjim slojevima atmosfere imaju brzinu $0.998 \cdot c$. Vlastito srednje vrijeme života μ mezona je $2.2 \cdot 10^{-6}$ s. Koliki put prijeđe μ mezon prije nego se raspadne:

a) u sustavu vezanom za Zemlju

b) u sustavu vezanom za mezon? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 057

$$v = 0.998 \cdot c, \quad \Delta t_0 = 10^{-7} \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad s = ?, \quad s_0 = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetnih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Dilatacija vremena

U bržem sustavu vrijeme sporije teče.

Neka je zadan inercijski sustav S' koji se s obzirom na inercijski sustav S giba jednoliko po pravcu brzinom v . Vremenski interval Δt_0 između dva događaja u istoj točki prostora inercijskog sustava S' (vlastito vrijeme) i vremenski interval Δt između ta ista dva događaja, ali mjeren iz sustava S , povezani su relacijom

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je c brzina svjetlosti u praznini.

a)

Zbog dilatacije vremena, za promatrača u sustavu vezanom za Zemlju, vrijeme života μ mezona je dulje i iznosi

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pa će mezon prevaliti put

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ s = v \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow s = v \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} =$$
$$= 0.998 \cdot c \cdot \frac{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.998 \cdot c}{c}\right)^2}} = 0.998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.998 \cdot c}{c}\right)^2}} =$$
$$= 0.998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - 0.998^2}} = 10419.86 \text{ m} \approx 10.42 \text{ km}.$$

b)

U sustavu vezanom za mezon (vlastitom sustavu) prevaljeni put iznosi:

$$s = v \cdot \Delta t_0 \Rightarrow s = 0.998 \cdot c \cdot \Delta t_0 = 0.998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 658.68 \text{ m}.$$

Vježba 057

Nestabilne čestice μ mezona u gornjim slojevima atmosfere imaju brzinu $0.998 \cdot c$. Vlastito srednje vrijeme života μ mezona je $2.2 \mu\text{s}$. Koliki put prijeđe μ mezon prije nego se raspadne u sustavu vezanom za Zemlju? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: 10.42 km.

Zadatak 058 (Felix, gimnazija)

Izračunaj valnu duljinu elektrona brzine $0.8 \cdot c$. (masa elektrona u mirovanju $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rješenje 058

$$v = 0.8 \cdot c, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad \lambda = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa tijela u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela i c brzina svjetlosti u vakuumu. De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Brzina neutrona iznosi:

Budući da je brzina elektrona jako velika, primijenit ćemo relativističku formulu:

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda zamjene} \\ \text{(supstitucije)} \end{array} \right] \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 \cdot v} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{m_0 \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}}{m_0 \cdot 0.8 \cdot c} =$$
$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.8 \cdot c}{c}\right)^2}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.8 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \sqrt{1 - 0.8^2}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.8 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1.82 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1.82 \text{ pm}.$$

Vježba 058

Izračunaj valnu duljinu elektrona čija je brzina 80% brzine svjetlosti. (masa elektrona u mirovanju $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rezultat: 1.82 pm.

Zadatak 059 (Sonja, srednja škola)

Kolikom će se brzinom gibati štap duljine 3 m da bi za promatrača koji miruje njegova duljina bila 2.5 m? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rješenje 059

$$l_0 = 3 \text{ m}, \quad l = 2.5 \text{ m}, \quad c, \quad v = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.

- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje, c brzina svjetlosti, v brzina gibanja predmeta.

Računamo brzinu gibanja.

$$\begin{aligned} l &= l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \cdot \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right)} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = \\ &= c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.5 \text{ m}}{3 \text{ m}}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.5}{3}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.5}{3}\right)^2} = 0.553 \cdot c. \end{aligned}$$

Vježba 059

Kolikom će se brzinom gibati štap duljine 300 cm da bi za promatrača koji miruje njegova duljina bila 250 cm? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rezultat: $0.553 \cdot c$.

Zadatak 060 (Sonja, srednja škola)

Pravokutna slika visine 1 m i širine 1.2 m visi na zidu jedne prostorije u svemirskom brodu. Svemirski brod prolazi pokraj Zemlje brzinom $0.9 \cdot c$. Kolike su dimenzije slike za promatrača na Zemlji? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rješenje 060

$$a_0 = 1 \text{ m}, \quad b_0 = 1.2 \text{ m}, \quad v = 0.9 \cdot c, \quad a = ?, \quad b = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje, c brzina svjetlosti, v brzina gibanja predmeta.

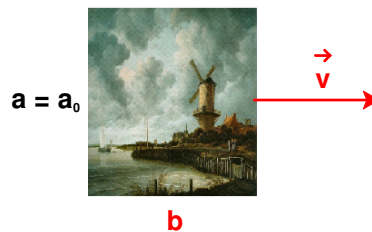
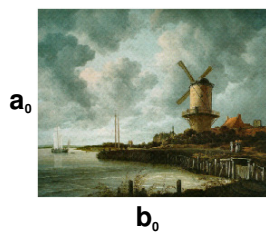
Kontrakcija dužine zbiva se samo u smjeru relativnog gibanja, a nema je u smjerovima okomitim na smjer gibanja.

Giba li se brod u smjeru širine slike, za promatrača na Zemlji visina slika ostat će ista

$$a = a_0 = 1 \text{ m.}$$

Budući da se svemirski brod giba brzinom v , širina slike b_0 za promatrača koji miruje smanjit će se i iznositi će:

$$\begin{aligned} b &= b_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow b = b_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1.2 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.9 \cdot c}{c}\right)^2} = 1.2 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.9 \cdot c}{c}\right)^2} = \\ &= 1.2 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - 0.9^2} = 0.52 \text{ m.} \end{aligned}$$



Vježba 060

Pravokutna slika visine 100 cm i širine 120 cm visi na zidu jedne prostorije u svemirskom brodu. Svemirski brod prolazi pokraj Zemlje brzinom $0.9 \cdot c$. Kolike su dimenzije slike za promatrača na Zemlji? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rezultat: visina 100 cm, širina 52 cm.

www.halapa.com