

Zadatak 181 (Felix, gimnazija)

Kolika je brzina neutrona koji ima valnu duljinu 600 nm? (masa neutrona $m = 1.675 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 181

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad m = 1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad v = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Brzina neutrona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v} / \cdot \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 0.6593 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 65.93 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

Vježba 181

Kolika je brzina neutrona koji ima valnu duljinu 0.6 μm ? (masa neutrona $m = 1.675 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: 65.93 cm.

Zadatak 182 (Josipa, gimnazija)

Tijelo mase 1 g i elektron čija je masa u mirovanju $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg gibaju se brzinom 11.2 km / s. Koliki je omjer njihovih valnih duljina?

Rješenje 182

$$m_1 = 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}, \quad m_2 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad v = 11.2 \text{ km / s} = 1.12 \cdot 10^4 \text{ m / s}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Računamo omjer valnih duljina.

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} &= \frac{\frac{h}{m_2 \cdot v}}{\frac{h}{m_1 \cdot v}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{h}{m_2 \cdot v}}{\frac{h}{m_1 \cdot v}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1.098 \cdot 10^{27} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1.1 \cdot 10^{27}. \end{aligned}$$

Vježba 182

Tijelo mase 0.1 dag i elektron čija je masa u mirovanju $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg gibaju se brzinom 11.2 km / s. Koliki je omjer njihovih valnih duljina?

Rezultat: $1.1 \cdot 10^{27}$.

Zadatak 183 (Josipa, gimnazija)

Valna duljina elektrona iznosi 0.1 nm. Za koliko je potrebno povećati njegovu kinetičku energiju da bi mu valna duljina bila dva puta manja? (masa elektrona u mirovanju $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 183

$$\lambda_1 = 0.1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \cdot \lambda_1 = 0.5 \cdot \lambda_1 = 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m},$$

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \Delta E_k = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. U klasičnoj nerelativističkoj fizici kad su brzine male prema brzini svjetlosti, kinetička energija čestice E_k koja ima valnu duljinu λ i masu m jednaka je:

$$E_k = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2},$$

gdje je h Planckova konstanta.

Povećanje kinetičke energije iznosi:

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} \Rightarrow \Delta E_k = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda_2^2} - \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda_1^2} \Rightarrow \Delta E_k = \frac{h^2}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) =$$

$$= \frac{(6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \left(\frac{1}{(5 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2} - \frac{1}{(10^{-10} \text{ m})^2} \right) = 7.23 \cdot 10^{-17} \text{ J}.$$

Vježba 183

Valna duljina elektrona iznosi 100 pm. Za koliko je potrebno povećati njegovu kinetičku energiju da bi mu valna duljina bila dva puta manja? (masa elektrona u mirovanju $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: $7.23 \cdot 10^{-17} \text{ J}$.

Zadatak 184 (Tonka, gimnazija)

Vrijeme poluraspada nekoga radioaktivnog uzorka je 28 dana. Za koje se vrijeme raspadne $\frac{7}{8}$ početne količine toga uzorka?

Rješenje 184

$$T_{1/2} = 28 \text{ dana}, \quad N_1 = \frac{7}{8} \cdot N_0, \quad t = ?$$

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivan raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Nakon vremena t broj neraspadnutih atoma iznositi će:

$$N = N_0 - N_1,$$

gdje je N_1 broj raspadnutih atoma.

Tada vrijeme t ima vrijednost:

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} N &= N_0 - N_1 \\ N &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} N &= N_0 - \frac{7}{8} \cdot N_0 \\ N &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} N &= \frac{1}{8} \cdot N_0 \\ N &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{1}{8} \cdot N_0 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{1}{8} \cdot N_0 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: N_0 \Rightarrow \frac{1}{8} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \\
\Rightarrow 2^{-3} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow -3 = -\frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow -3 = -\frac{t}{T_{1/2}} \quad /: (-1) \Rightarrow 3 = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 3 \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 3 \quad /: T_{1/2} \Rightarrow t = 3 \cdot T_{1/2} = 3 \cdot 28 \text{ dana} = 84 \text{ dana.}
\end{aligned}$$

Vježba 184

Vrijeme poluraspada nekoga radioaktivnog uzorka je 25 dana. Za koje se vrijeme raspadne $\frac{7}{8}$ početne količine toga uzorka?

Rezultat: 75 dana.

Zadatak 185 (Domagoj, srednja škola)

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona koji se ubrzao kroz napon od 200 V? Elektron je u početnoj točki mirovao. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 185

$$U = 200 \text{ V}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m i naboja e ubrzane naponom U je

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}$$

Valna duljina iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 200 \text{ V}}} = 8.67 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Vježba 185

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona koji se ubrzao kroz napon od 0.2 kV? Elektron je u početnoj točki mirovao. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: $8.67 \cdot 10^{-11}$ m.

Zadatak 186 (Marija, gimnazija)

Ako de Broglievu valnu duljinu elektrona kinetičke energije 10 eV obilježimo sa λ_1 , a valnu duljinu elektrona energije 1000 eV obilježimo sa λ_2 , tada je vrijednost omjera $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ jednaka:

- A. 0.01 B. 100 C. 10 D. 0.1

Rješenje 186

$$E_1 = 10 \text{ eV}, \quad E_2 = 1000 \text{ eV}, \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Svakoj čestici mase m i brzine v pridružuje se valna duljina λ koja opisuje valne osobine čestice. Čestica je najčešće opisana svojom kinetičkom energijom E_k pa izraz za valnu duljinu čestice glasi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}},$$

gdje je h Planckova konstanta.

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} &= \frac{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_1}}}{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_2}}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_2}}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_1}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{1000 \text{ eV}}{10 \text{ eV}}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 10. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 186

Ako de Broglievu valnu duljinu elektrona kinetičke energije 1000 eV obilježimo sa λ_1 , a valnu duljinu elektrona energije 10 eV obilježimo sa λ_2 , tada je vrijednost omjera $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ jednaka:

- A. 0.01 B. 100 C. 10 D. 0.1

Rezultat: D.

Zadatak 187 (Lana, gimnazija)

Pločica od kalija obasjana je svjetlošću valne duljine 350 nm. Izlazni rad za kalij je $3.53 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Koliki je napon potreban da zaustavi izbijene elektrone maksimalne kinetičke energije? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 187

$$\lambda = 350 \text{ nm} = 3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad W = 3.53 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad U = ?$$

Fotoelektrični učinak pojava je izbijanja elektrona pomoću svjetlosti (elektromagnetskog zračenja) iz kovina. Kad fotoni energije

$$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

padnu na neku kovinu, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz kovine. To je fotoelektrični efekt. Pritom se energija fotona utroši dijelom na izbijanje elektrona iz kovine, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi:

$$E_f = W + E_{k, \max},$$

gdje je $E_{k, \max}$ kinetička energija izbijenog elektrona, a W izlazni rad. Formula se može i ovako napisati:

$$h \cdot \nu = E_k + W, \quad h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W,$$

gdje je h Planckova konstanta, ν frekvencija, E_k kinetička energija izbijenog elektrona, W izlazni rad, c brzina svjetlosti, λ valna duljina.

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja. Razlika potencijala $\varphi_1 - \varphi_2$ naziva se napon pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} U = \varphi_1 - \varphi_2 \\ W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Napon mora biti takav da rad sile električnog polja bude jednak kinetičkoj energiji najbržih elektrona oslobođenih u fotoefektu. Zaustavni napon pomnožen s nabojem jednak je kinetičkoj energiji elektrona.

$$E_k = e \cdot U.$$

Iz Einsteinove relacije za fotoelektrični efekt dobivamo:

$$\left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W \\ E_k = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = e \cdot U + W \Rightarrow e \cdot U + W = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow e \cdot U = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e \cdot U = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W \quad / \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow U = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W}{e} =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}}{3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 3.53 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1.34 \text{ V}.$$

Vježba 187

Pločica od kalija obasjana je svjetlošću valne duljine $0.35 \mu\text{m}$. Izlazni rad za kalij je $3.53 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Koliki je napon potreban da zaustavi izbijene elektrone maksimalne kinetičke energije? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 1.34 V .

Zadatak 188 (Lana, gimnazija)

Kada svjetlost valne duljine 350 nm pada na površinu kalija emitiraju se elektroni čija je najveća kinetička energija 1.31 eV . Izračunajte:

a) izlazni rad b) graničnu frekvenciju c) graničnu valnu duljinu.

(brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,

$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

Rješenje 188

$$\lambda = 350 \text{ nm} = 3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad E_k = 1.31 \text{ eV} = [1.31 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}] = 2.096 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad W = ?, \quad \nu_g = ?, \quad \lambda_g = ?$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V :

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Fotoelektrični učinak pojava je izbijanja elektrona pomoću svjetlosti (elektromagnetskog zračenja) iz kovina. Kad fotoni energije

$$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

padnu na neku kovinu, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz kovine. To je fotoelektrični efekt.

Pritom se energija fotona utroši dijelom na izbijanje elektrona iz kovine, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi:

$$E_f = W + E_{k, \max},$$

gdje je $E_{k, \max}$ kinetička energija izbijenog elektrona, a W izlazni rad. Formula se može i ovako napisati:

$$h \cdot \nu = E_k + W, \quad h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W,$$

gdje je h Planckova konstanta, ν frekvencija, E_k kinetička energija izbijenog elektrona, W izlazni rad, c brzina svjetlosti, λ valna duljina.

Da bi došlo do fotoefekta frekvencija upadne svjetlosti mora biti barem tolika da pomnožena Planckovom konstantom bude jednaka izlaznom radu

$$W = h \cdot \nu_g,$$

gdje je ν_g granična frekvencija karakteristična za određeni metal.

Za elektromagnetske valove u vakuumu vrijedi:

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu},$$

gdje je c brzina elektromagnetskih valova u vakuumu, λ valna duljina, ν frekvencija.

a)

Izlazni rad iznosi:

$$\begin{aligned} h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W &\Rightarrow E_k + W = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow W = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_k = \\ &= 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 2.096 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.583 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \\ &= \left[3.583 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right] = 2.24 \text{ eV}. \end{aligned}$$

b)

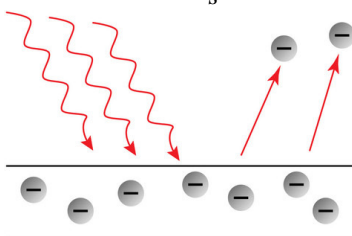
Iz formule za izlazni radi izračunamo graničnu frekvenciju

$$W = h \cdot \nu_g \Rightarrow h \cdot \nu_g = W \Rightarrow h \cdot \nu_g = W \cdot \frac{1}{h} \Rightarrow \nu_g = \frac{W}{h} = \frac{3.583 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5.41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

c)

Granična valna duljina je:

$$\lambda_g = \frac{c}{\nu_g} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5.41 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}}} = 5.56 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$



Vježba 188

Kada svjetlost valne duljine $0.35 \mu\text{m}$ pada na površinu kalija emitiraju se elektroni čija je najveća kinetička energija 1.31 eV . Izračunajte izlazni rad. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

Rezultat: 2.24 eV .

Zadatak 189 (Lana, gimnazija)

Snop svjetlosti valne duljine 555 nm pada na metalnu površinu za koju je granična valna duljina jednaka 732 nm. Izračunajte maksimalnu kinetičku energiju elektrona. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 189

$$\lambda = 555 \text{ nm} = 5.55 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad \lambda_g = 732 \text{ nm} = 7.32 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \\ h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad E_k = ?$$

Fotoelektrični učinak pojava je izbijanja elektrona pomoću svjetlosti (elektromagnetskog zračenja) iz kovina. Kad fotoni energije

$$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

padnu na neku kovinu, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz kovine. To je fotoelektrični efekt. Pritom se energija fotona utroši dijelom na izbijanje elektrona iz kovine, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi:

$$E_f = W + E_{k, \max},$$

gdje je $E_{k, \max}$ kinetička energija izbijenog elektrona, a W izlazni rad. Formula se može i ovako napisati:

$$h \cdot \nu = E_k + W, \quad h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W,$$

gdje je h Planckova konstanta, ν frekvencija, E_k kinetička energija izbijenog elektrona, W izlazni rad, c brzina svjetlosti, λ valna duljina.

Da bi došlo do fotoefekta frekvencija upadne svjetlosti mora biti barem tolika da pomnožena Planckovom konstantom bude jednaka izlaznom radu

$$W = h \cdot \nu_g \Rightarrow W = h \cdot \frac{c}{\lambda_g},$$

gdje je ν_g granična frekvencija karakteristična za određeni metal, c brzina svjetlosti, λ_g granična valna duljina karakteristična za određeni metal.

$$\left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + W \\ W = h \cdot \frac{c}{\lambda_g} \end{array} \right\} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_k + h \cdot \frac{c}{\lambda_g} \Rightarrow E_k + h \cdot \frac{c}{\lambda_g} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E_k = h \cdot \frac{c}{\lambda} - h \cdot \frac{c}{\lambda_g} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_g} \right) = \\ = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{1}{5.55 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - \frac{1}{7.32 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \right) = 8.66 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

Vježba 189

Snop svjetlosti valne duljine 0.555 μm pada na metalnu površinu za koju je granična valna duljina jednaka 0.732 μm . Izračunajte maksimalnu kinetičku energiju fotona. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, 1 eV = 1.6 · 10⁻¹⁹J)

Rezultat: $8.66 \cdot 10^{-20}$ J.

Zadatak 190 (Branimir, gimnazija)

Položaj središta mase elektrona poznat je s točnošću $\Delta x = 2 \mu\text{m}$. Procijeni najmanju grešku s kojom se može odrediti njegova brzina. (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 190

$$\Delta x = 2 \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad \hbar = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \Delta v = ?$$

Položaj koji se određuje koordinatom x i impuls čestice $p = m \cdot v$ istodobno mogu biti točno određeni samo unutar granica određenih relacijom

$$\Delta x \cdot \Delta p = \hbar,$$

gdje je $\hbar = \frac{h}{2 \cdot \pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

$$\Delta x \cdot \Delta p = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta(m \cdot v) = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot m \cdot \Delta v = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot m \cdot \Delta v = \hbar \cdot \frac{1}{\Delta x \cdot m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{\hbar}{\Delta x \cdot m} = \frac{1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 57.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 190

Položaj središta mase elektrona poznat je s točnošću $\Delta x = 1 \mu\text{m}$. Procijeni najmanju grešku s kojom se može odrediti njegova brzina. (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Planckova konstanta $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 115.81 m / s.

Zadatak 191 (Branimir, gimnazija)

Pobuđeno stanje atoma traje $\Delta t = 10^{-8} \text{ s}$. Kolika je neodređenost energije elektrona u tom stanju? (Planckova konstanta $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 191

$$\Delta t = 10^{-8} \text{ s}, \quad \hbar = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \Delta E = ?$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Korpuskularno – valna priroda čestica onemogućava istodobno točno određivanje energije i vremena kada čestica raspolaže određenom energijom. Ako je ΔE neodređenost energije, a Δt vremena, onda je

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar,$$

gdje je $\hbar = \frac{h}{2 \cdot \pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar \Rightarrow \Delta E \cdot \Delta t = \hbar \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-8} \text{ s}} = 1.055 \cdot 10^{-26} \text{ J} =$$

$$= \left[1.055 \cdot 10^{-26} : 1.6 \cdot 10^{-19} \right] = 6.59 \cdot 10^{-8} \text{ eV}.$$

Vježba 191

Pobuđeno stanje atoma traje $\Delta t = 10 \text{ ns}$. Kolika je neodređenost energije elektrona u tom stanju? (Planckova konstanta $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: $6.59 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$.

Zadatak 192 (Mario, gimnazija)

Elektron kinetičke energije E_k nalazi se u prostoru dimenzije d . Pomoću relacije neodređenosti ocijenite relativnu neodređenost njegove brzine. (m – masa elektrona, \hbar – Planckova konstanta)

Rješenje 192

$$E_k, \quad \Delta x = d, \quad m, \quad \hbar, \quad \frac{\Delta v}{v} = ?$$

Položaj koji se određuje koordinatom x i impuls čestice $p = m \cdot v$ istodobno mogu biti točno određeni samo unutar granica određenih relacijom

$$\Delta x \cdot \Delta p = \hbar,$$

gdje je $\hbar = \frac{h}{2 \cdot \pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}.$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta(m \cdot v) = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot m \cdot \Delta v = \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot m \cdot \Delta v = \hbar \cdot \frac{1}{\Delta x \cdot m \cdot v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{\Delta x \cdot m \cdot v} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta x = d \\ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{d \cdot m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{d \cdot \sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{d \cdot \sqrt{m \cdot 2 \cdot E_k}} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{d \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}}.$$

Vježba 192

Elektron kinetičke energije $0.5 \cdot E_k$ nalazi se u prostoru dimenzije d . Pomoću relacije neodređenosti ocijenite relativnu neodređenost njegove brzine. (m – masa elektrona, \hbar – Planckova konstanta)

Rezultat:
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\hbar}{d \cdot \sqrt{m \cdot E_k}}.$$

Zadatak 193 (Nataša, gimnazija)

Izotop radija ima vrijeme poluraspada 4 dana. Pripremljeni uzorak toga izotopa u trenutku $t = 0$ sadrži N_0 atoma. Koliko je vrijeme u kojem se raspadne $\frac{7}{8} \cdot N_0$ atoma?

Rješenje 193

$$T_{1/2} = 4 \text{ dana}, \quad N_0, \quad t = ?$$

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivan raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

1. inačica

Nakon vremena t raspalo se $\frac{7}{8}$ prvobitnog broja N_0 atoma, tj. broj neraspadnutih atoma iznositi će:

$$N_0 - N = \frac{7}{8} \cdot N_0 \Rightarrow -N = \frac{7}{8} \cdot N_0 - N_0 \Rightarrow -N = -\frac{1}{8} \cdot N_0 \Rightarrow -N = -\frac{1}{8} \cdot N_0 \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{8} \cdot N_0.$$

Uvršteno u zakon

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

to daje

$$\left. \begin{array}{l} N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \\ N = \frac{1}{8} \cdot N_0 \end{array} \right\} \Rightarrow N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{8} \cdot N_0 \Rightarrow N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{8} \cdot N_0 \quad /: N_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{8} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{2^3} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^{-3} \Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} = -3 \quad / \cdot (-T_{1/2}) \Rightarrow t = 3 \cdot T_{1/2} = 3 \cdot 4 \text{ dana} = 12 \text{ dana.}$$

2. inačica

Nakon vremena t raspalo se $\frac{7}{8}$ prvobitnog broja N_0 atoma, tj. broj neraspadnutih atoma iznositi će:

$$N_0 - N = \frac{7}{8} \cdot N_0 \Rightarrow -N = \frac{7}{8} \cdot N_0 - N_0 \Rightarrow -N = -\frac{1}{8} \cdot N_0 \Rightarrow -N = -\frac{1}{8} \cdot N_0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 0.125 \cdot N_0.$$

Uvršteno u zakon

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

to daje

$$\left. \begin{array}{l} N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \\ N = 0.125 \cdot N_0 \end{array} \right\} \Rightarrow N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 0.125 \cdot N_0 \Rightarrow N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 0.125 \cdot N_0 \quad /: N_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 0.125 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array} \right] \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 0.125 \quad / \log \Rightarrow \log 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \log 0.125 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 = \log 0.125 \Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 = \log 0.125 \quad / \cdot \left(-\frac{T_{1/2}}{\log 2} \right) \Rightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \log 0.125}{\log 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = -\frac{4 \text{ dana} \cdot \log 0.125}{\log 2} \Rightarrow t = 12 \text{ dana.}$$



Vježba 193

Za koliko se vremena raspadne $\frac{1}{5}$ početnog broja atoma radioaktivnog uzorka ako je njegova perioda poluraspada 24 h?

Rezultat: 7.73 h.

Zadatak 194 (Ivan, tehnička škola)

Koliko se puta poveća masa elektrona kad on prođe razlikom potencijala 10^6 V? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 194

$$U = 10^6 \text{ V}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

$$\frac{m}{m_0} = ?$$

Napon U između dvije točke električnog polja jednak je radu što ga treba utrošiti pri prenošenju naboja Q iz jedne točke u drugu.

$$U = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu m_0 , a kad se giba brzinom v masu m , onda je njegova kinetička energija

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2,$$

gdje je c brzina svjetlosti u vakuumu.

Razlika potencijala (napon) mora biti takva da rad sile električnog polja bude jednak kinetičkoj energiji elektrona.

$$\left. \begin{array}{l} E_k = W \\ W = Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = Q \cdot U \Rightarrow E_k = e \cdot U.$$

Iz sustava jednačbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \\ E_k = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow (m - m_0) \cdot c^2 = e \cdot U \Rightarrow (m - m_0) \cdot c^2 = e \cdot U \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m - m_0 = \frac{e \cdot U}{c^2} \Rightarrow m - m_0 = \frac{e \cdot U}{c^2} \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow \frac{m}{m_0} - \frac{m_0}{m_0} = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{m}{m_0} - \frac{m_0}{m_0} = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow \frac{m}{m_0} - 1 = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^6 \text{ V}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} + 1 \Rightarrow \frac{m}{m_0} = 1.95 + 1 \Rightarrow \frac{m}{m_0} = 2.95 \Rightarrow \frac{m}{m_0} \approx 3.$$

Vježba 194

Koliko se puta poveća masa elektrona kad on prođe razlikom potencijala 1 MV? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: 3 puta.

Zadatak 195 (Amra, gimnazija)

Vrijeme poluraspada neptuna je 2 dana. Kolika je početna masa, ako je nakon 8 dana ostalo neraspadnuto 27.8 μg neptuna?

Rješenje 195

$$T_{1/2} = 2 \text{ dana}, \quad t = 8 \text{ dana}, \quad m = 27.8 \mu\text{g} = 2.78 \cdot 10^{-8} \text{ kg}, \quad m_0 = ?$$

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivan raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Budući da je broj čestica razmjernan (proporcionalan) s masom, zakon možemo napisati i za masu m prisutne neraspadnute radioaktivne tvari u nekom trenutku t :

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je m_0 masa tvari u trenutku $t = 0$.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

1. inačica

$$\begin{aligned} m &= m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow m = m_0 \cdot 2^{-\frac{8 \text{ dana}}{2 \text{ dana}}} \Rightarrow m = m_0 \cdot 2^{-\frac{8 \text{ dana}}{2 \text{ dana}}} \Rightarrow m = m_0 \cdot 2^{-4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m = m_0 \cdot \frac{1}{2^4} \Rightarrow m = m_0 \cdot \frac{1}{16} \Rightarrow m_0 \cdot \frac{1}{16} = m \Rightarrow m_0 \cdot \frac{1}{16} = m \cdot 16 \Rightarrow m_0 = 16 \cdot m = \\ &= 16 \cdot 2.78 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 4.448 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 444.8 \mu\text{g}. \end{aligned}$$

2. inačica

Iz zakona radioaktivnog raspada

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

dobivamo omjer između broja neraspadnutih atoma nakon vremena t i početnog broja atoma:

$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{8 \text{ dana}}{2 \text{ dana}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{8 \text{ dana}}{2 \text{ dana}}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-4} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^4} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{N}{N_0} = 0.0625 \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{6.25}{100} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{6.25}{100} \cdot N_0 \Rightarrow N = \frac{6.25}{100} \cdot N_0 \Rightarrow N = 6.25\% \cdot N_0. \end{aligned}$$

Prema tome nakon 8 dana ostane 6.25 % prvobitnog broja atoma pa i za mase vrijedi:

$$\begin{aligned} m &= 6.25\% \cdot m_0 \Rightarrow m = \frac{6.25}{100} \cdot m_0 \Rightarrow \frac{6.25}{100} \cdot m_0 = m \Rightarrow \frac{6.25}{100} \cdot m_0 = m \cdot \frac{100}{6.25} \Rightarrow m_0 = m \cdot \frac{100}{6.25} = \\ &= 2.78 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \frac{100}{6.25} = 4.448 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 444.8 \mu\text{g}. \end{aligned}$$

3. inačica

Budući da je vrijeme poluraspada 2 dana, nakon svaka 2 dana broj se radioaktivnih jezgara smanji na polovicu. Tijekom 8 dana 4 puta će se smanjivati pa za mase vrijedi:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot m_0 = m \Rightarrow \frac{1}{16} \cdot m_0 = m \Rightarrow \frac{1}{16} \cdot m_0 = m / 16 \Rightarrow m_0 = 16 \cdot m =$$

$$= 16 \cdot 2.78 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 4.448 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 444.8 \text{ } \mu\text{g}.$$

Vježba 195

Vrijeme poluraspada neptuna je 48 sati. Kolika je početna masa, ako je nakon 8 dana ostalo neraspadnuto 27.8 μg neptuna?

Rezultat: 444.8 μg .

Zadatak 196 (Ante, srednja škola)

Ako pretpostavimo da je starost Zemlje 10^{10} godina, koliko torija 232 (izraženo u postocima početne množine) još uvijek postoji na Zemlji? (Vrijeme poluživota torija 232 iznosi $1.39 \cdot 10^{10}$ godina.)

Rješenje 196

$$t = 10^{10} \text{ godina}, \quad T_{1/2} = 1.39 \cdot 10^{10} \text{ godina}, \quad p = ?$$

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivan raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Budući da je broj čestica razmjernan (proporcionalan) s masom, zakon možemo napisati i za masu m prisutne neraspadnute radioaktivne tvari u nekom trenutku t :

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je m_0 masa tvari u trenutku $t = 0$.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

$$p = \frac{m}{m_0} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{m_0} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{m_0} \Rightarrow p = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 2^{-\frac{10^{10} \text{ godina}}{1.39 \cdot 10^{10} \text{ godina}}} \Rightarrow p = 2^{-\frac{10^{10} \text{ godina}}{1.39 \cdot 10^{10} \text{ godina}}} \Rightarrow p = 2^{-\frac{1}{1.39}} \Rightarrow p = \frac{1}{2^{1.39}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{1.39^{\sqrt{2}}} \Rightarrow p = 0.6073 \Rightarrow p = \frac{60.73}{100} \Rightarrow p = 60.73\%.$$

Vježba 196

Ako pretpostavimo da je starost Zemlje 10^{10} godina, koliko urana 238 (izraženo u postocima početne množine) još uvijek postoji na Zemlji? (Vrijeme poluživota urana 238 iznosi $4.5 \cdot 10^9$ godina.)

Rezultat: 21.43 %.

Zadatak 197 (Amir, tehnička škola)

Valna duljina monokromatske svjetlosti je 632 nm? Kolika je energija kvanta tog zračenja izražena u džulima i elektronvoltima? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rješenje 197

$$\lambda = 632 \text{ nm} = 6.32 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E = ?$$

Svjetlost valne duljine λ može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju (M. Planck)

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, c je brzina svjetlosti. Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Energija kvanta izražena u džulima:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6.32 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3.15 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Energija kvanta izražena u elektronvoltima:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6.32 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3.15 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \\ = \left[3.15 \cdot 10^{-19} : 1.6 \cdot 10^{-19} \right] = 1.97 \text{ eV}.$$

Vježba 197

Valna duljina monokromatske svjetlosti je 0.632 μm ? Kolika je energija kvanta tog zračenja izražena u džulima i elektronvoltima? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rezultat: $3.15 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.97 \text{ eV}$.

Zadatak 198 (Ante, gimnazija)

Kinetička energija elektrona iznosi 10 eV. Kolika mu je valna duljina? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

A. 1.21 nm B. 500 pm C. 56 pm D. 32 nm E. 0.39 nm

Rješenje 198

$$E_k = 10 \text{ eV} = [10 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}] = 1.6 \cdot 10^{-18} \text{ J}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \\ \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}},$$

gdje je m masa čestice, E_k kinetička energija čestice.

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Valna duljina čestice iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.6 \cdot 10^{-18} \text{ J}}} = 3.88 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0.388 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 0.39 \text{ nm}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 198

Kinetička energija elektrona iznosi 0.01 keV. Kolika mu je valna duljina? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

- A. 1.21 nm B. 500 pm C. 56 pm D. 32 nm E. 0.39 nm

Rezultat: E.

Zadatak 199 (Ante, gimnazija)

Odredi glavni kvantni broj pobuđenog stanja atoma vodika ako pri prijelazu u osnovno stanje emitira foton valne duljine 97.25 nm. (Rydbergova konstanta $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$)

- A. $n = 4$ B. $n = 5$ C. $n = 2$ D. $n = 3$

Rješenje 199

$$\lambda = 97.25 \text{ nm} = 9.725 \cdot 10^{-8} \text{ m}, \quad R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}, \quad m = 1 \text{ osnovno stanje}, \quad n = ?$$

Za vodikov atom može se izračunati valna duljina zračenja koju emitira atom pri prijelazu elektrona s n – te na m – tu stazu

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

gdje je R Rydbergova konstanta, m i n su kvantni brojevi (prirodni brojevi, $n > m$).

Za prijelaz u osnovno stanje vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 \\ \frac{1}{\lambda} &= R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{\lambda \cdot R} = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{\lambda \cdot R} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{\lambda \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{\lambda \cdot R - 1}{\lambda \cdot R} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow n^2 = \frac{\lambda \cdot R}{\lambda \cdot R - 1} \Rightarrow n^2 = \frac{\lambda \cdot R}{\lambda \cdot R - 1} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\frac{\lambda \cdot R}{\lambda \cdot R - 1}} = \sqrt{\frac{9.725 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{9.725 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \cdot \frac{1}{\text{m}} - 1}} = 3.995 \approx 4.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 199

Odredi glavni kvantni broj pobuđenog stanja atoma vodika ako pri prijelazu u osnovno stanje emitira foton valne duljine $0.09725 \mu\text{m}$. (Rydbergova konstanta $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$)

$$A. n = 4 \quad B. n = 5 \quad C. n = 2 \quad D. n = 3$$

Rezultat: A.

Zadatak 200 (Amila, medicinska škola)

Vrijeme poluraspada izotopa joda ^{131}I je 8.04 dana. Ako je u uzorku izmjerena aktivnost od 200 Bq koliko ima atoma joda?

Rješenje 200

$$T_{1/2} = 8.04 \text{ dana} = [8.04 \cdot 24 \cdot 3600] = 694656 \text{ s}, \quad A = 200 \text{ Bq}, \quad N = ?$$

Aktivnost uzorka jednaka je broju raspadnutih atoma u jedinici vremena.

Aktivnost uzorka jednaka je umnošku broja atoma i konstante radioaktivnog raspada

$$A = \lambda \cdot N,$$

gdje je

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Zato je:

$$A = \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2}}.$$

$$\begin{aligned} A = \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2}} &\Rightarrow \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2}} = A \Rightarrow \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2}} = A \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \Rightarrow N = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = \\ &= \frac{200 \text{ Bq} \cdot 694656 \text{ s}}{\ln 2} = 2.00 \cdot 10^8. \end{aligned}$$



Vježba 200

Koliko atoma sadrži radioaktivni uzorak kobalta $^{60}_{27}\text{Co}$ ako je njegova aktivnost 10 Bq? Perioda poluraspada kobalta je $1.7 \cdot 10^8 \text{ s}$.

Rezultat: $2.45 \cdot 10^9$.