

Zadatak 161 (Ante, srednja škola)

Kolika je valna duljina termalnih neutrona energije 0.04 eV? (masa neutrona $m = 1.675 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 161

$$E_k = 0.04 \text{ eV} = [0.04 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}] = 6.4 \cdot 10^{-21} \text{ J}, \quad m = 1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \\ h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

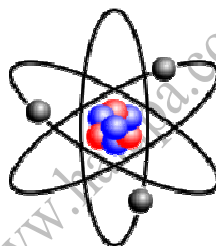
De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. U klasičnoj nerelativističkoj fizici kad su brzine male prema brzini svjetlosti, valna duljina čestice λ koja ima kinetičku energiju E_k i masu m jednaka je:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}},$$

gdje je h Planckova konstanta.

Valna duljina neutrona je:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 6.4 \cdot 10^{-21} \text{ J}}} = 1.43 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$



Vježba 161

Kolika je valna duljina termalnih neutrona energije $6.4 \cdot 10^{-24}$ kJ? (masa neutrona $m = 1.675 \cdot 10^{-27}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: $1.43 \cdot 10^{-10}$ m.

Zadatak 162 (Ante, srednja škola)

Kolika je de Broglieva valna duljina puščanog metka mase 10 g pri brzini 800 m/s? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 162

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad v = 800 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Valna duljina puščanog metka iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0.01 \text{ kg} \cdot 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8.28 \cdot 10^{-35} \text{ m}.$$

Vježba 162

Kolika je de Broglieva valna duljina puščanog metka mase 1 dag pri brzini 0.8 km/s? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: $8.28 \cdot 10^{-35}$ m.

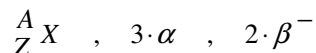
Zadatak 163 (Ivana, gimnazija)

Radioaktivni element ${}^A_Z X$ nakon $3 \cdot \alpha$ i $2 \cdot \beta^-$ raspada transmitira u element koji ima:

A. maseni broj za 12 manji B. maseni broj za 6 manji

C. maseni broj za 3 manji D. redni broj za 4 veći

Rješenje 163



Osnovne su sastavne čestice jezgre atoma proton i neutron. Broj protona u jezgri odlučan je za naboj jezgre, a time i za redni broj u periodnom sustavu elemenata. Suma protona i neutrona u jezgri određuje maseni broj jezgre i odlučna je za atomsku masu jezgre. Elemente označujemo simbolom

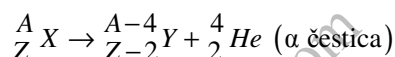


gdje je X simbol kemijskog elementa, A maseni broj jezgre (ukupan broj nukleona: protona i neutrona), Z redni broj elementa u periodnom sustavu elemenata (broj protona).

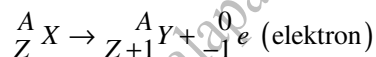
$$A = Z + N \Rightarrow N = A - Z \text{ broj neutrona.}$$

Simbolički zapisi radioaktivnih raspada:

- α raspad



- β^- raspad



Zakoni očuvanja:

- zbroj masenih brojeva prije nuklearne reakcije mora biti jednak zbroju masenih brojeva nakon nuklearne reakcije
- zbroj protona u jezgri prije nuklearne reakcije mora biti jednak zbroju protona u jezgri nakon nuklearne reakcije.

Simboli za čestice:

$$\text{neutron} = {}^1_0 n, \quad \text{proton} = {}^1_1 p, \quad \text{deuteron} = \text{jezgra od } {}^2_1 H$$

$$\alpha \text{ čestica} = \text{jezgra od } {}^4_2 He, \quad \text{elektron} = {}^0_{-1} e, \quad \text{pozitron} = {}^0_{+1} e.$$

Sada računamo.

$$\begin{aligned} {}^A_Z X &\rightarrow {}^M_R Y + 3 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta^- \Rightarrow {}^A_Z X \rightarrow {}^M_R Y + 3 \cdot {}^4_2 He + 2 \cdot {}^0_{-1} e \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zakoni} \\ \text{očuvanja} \end{array} \right] &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = M + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 \\ Z = R + 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = M + 12 + 0 \\ Z = R + 6 - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = M + 12 \\ Z = R + 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} M + 12 = A \\ R + 4 = Z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} M = A - 12 \\ R = Z - 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} M = A - 12 \\ R = Z - 4 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 163

Radioaktivni element ${}^A_Z X$ nakon $2 \cdot \alpha$ i $3 \cdot \beta^-$ raspada transmitira u element koji ima:

A. maseni broj za 10 manji B. maseni broj za 8 manji

C. maseni broj za 4 manji D. redni broj za 6 veći

Rezultat: B.

Zadatak 164 (Ivica, gimnazija)

Površinu metala obasjamo zračenjem valne duljine 350 nm, a zatim zračenjem valne duljine 540 nm. Mjerenjem je ustanovljeno da je najveća brzina fotoelektrona dva puta veća u prvom nego u drugom slučaju. Koliki je izlazni rad za taj metal iskazan u elektronvoltima? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 164

$$\lambda_1 = 350 \text{ nm} = 3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad \lambda_2 = 540 \text{ nm} = 5.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad v_1 = 2 \cdot v, \quad v_2 = v, \\ h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad W = ?$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Fotoelektrični učinak pojava je izbijanja elektrona pomoću svjetlosti (elektromagnetskog zračenja) iz kovina. Kad fotoni energije

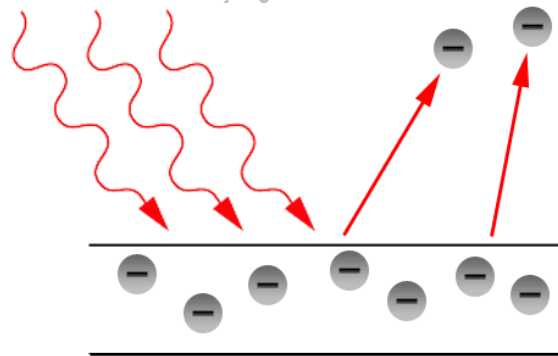
$$E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

padnu na neku kovinu, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz kovine. To je fotoelektrični efekt. Pritom se energija fotona utroši dijelom na izbijanje elektrona iz kovine, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi:

$$E_f = W + E_{k, \max}$$

gdje je $E_{k, \max}$ kinetička energija izbijenog elektrona, a W izlazni rad. Formula se može i ovako napisati:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W.$$



$$\left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v)^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot v^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot v^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 2 \cdot m \cdot v^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koefficienata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 2 \cdot m \cdot v^2 + W \\ h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \quad / \cdot (-4) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 2 \cdot m \cdot v^2 + W \\ -4 \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = -2 \cdot m \cdot v^2 - 4 \cdot W \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - 4 \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = W - 4 \cdot W \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - 4 \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = -3 \cdot W \Rightarrow 3 \cdot W = 4 \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_2} - h \cdot \frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot W = h \cdot c \cdot \left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \Rightarrow 3 \cdot W = h \cdot c \cdot \left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) / \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow W = \frac{h \cdot c}{3} \cdot \left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3} \cdot \left(\frac{4}{5.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - \frac{1}{3.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \right) = 3.015 \cdot 10^{-19} \text{ J} =$$

$$= \left[3.015 \cdot 10^{-19} : 1.602 \cdot 10^{-19} \right] = 1.88 \text{ eV}.$$

Vježba 164

Površinu metala obasjamo zračenjem valne duljine 0.35 μm , a zatim zračenjem valne duljine 0.54 μm . Mjerenjem je ustanovljeno da je najveća brzina fotoelektrona dva puta veća u prvom nego u drugom slučaju. Koliki je izlazni rad za taj metal iskazan u elektronvoltima? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: 1.88 eV.

Zadatak 165 (Dario, gimnazija)

Kapljica vode polumjera 0.00005 mm giba se brzinom 2 cm/s. Kolika je valna duljina pridruženog vala kapljice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 165

$$r = 0.00005 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}, \quad v = 2 \text{ cm/s} = 0.02 \text{ m/s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Obujam kugle polumjera r dan je izrazom

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Valna duljina pridruženog vala kapljice je:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \\ m = \rho \cdot V \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \\ m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot h}{4 \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \pi \cdot v} =$$

$$= \frac{3 \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(5 \cdot 10^{-8} \text{ m}\right)^3 \cdot \pi \cdot 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6.327 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$$

Vježba 165

Kapljica vode polumjera 0.00005 mm giba se brzinom 0.2 dm/s. Kolika je valna duljina pridruženog vala kapljice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: $6.327 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$

Zadatak 166 (BBB, tehnička škola)

Snaga zračenja apsolutno crnog tijela iznosi 28150 W. Odredi površinu s koje tijelo zrači, ako je valna duljina kojoj pripada najveća energija $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$)

Rješenje 166

$$P = 28150 \text{ W}, \quad \lambda_m = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4), \quad A = ?$$

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jednoj sekundi može se odrediti Stefan – Boltzmannovim zakonom

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, A površina tijela, a σ Stefan – Boltzmannova konstanta

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

Prema Wienovu zakonu umnožak apsolutne temperature T i valne duljine λ_m kojoj pripada najveća energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini, tj.

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

Površina A s koje tijelo zrači iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_m \cdot T = C \\ P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_m \cdot T = C \cdot \frac{1}{\lambda_m} \\ P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \cdot \frac{1}{\sigma \cdot T^4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T = \frac{C}{\lambda_m} \\ A = \frac{P}{\sigma \cdot T^4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{P}{\sigma \cdot \left(\frac{C}{\lambda_m}\right)^4} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma} \cdot \left(\frac{\lambda_m}{C}\right)^4 = \frac{28150 \text{ W}}{5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{2.897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}\right)^4 =$$

$$= 9.0972 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9.0972 \text{ cm}^2.$$

Vježba 166

Snaga zračenja apsolutno crnog tijela iznosi 28.15 kW. Odredi površinu s koje tijelo zrači, ako je valna duljina kojoj pripada najveća energija $6 \cdot 10^{-7} \text{ mm}$. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$)

Rezultat: $9.0972 \text{ cm}^2.$

Zadatak 167 (Mario, gimnazija)

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 1 V. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 167

$$U = 1 \text{ V}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Prema de Broglievoj relaciji valna duljina λ čestice mase m koja se giba brzinom v je

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Razlika potencijala $\varphi_1 - \varphi_2$ naziva se napon pa možemo zapisati:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 - \varphi_2 = U \\ W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Budući da je kinetička energija koju je elektron postigao u električnom polju jednaka radu sile električnog polja, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ W = Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ W = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow [E_k = W] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}.$$

Valna duljina λ odredi se iz sustava jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \\ v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} =$$
$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V}}} = 1.23 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1.23 \text{ nm}.$$

Vježba 167

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 4 V. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $6.13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Zadatak 168 (Mina, srednja škola)

Odrediti energiju fotona emitiranog kada elektron u atomu vodika prijeđe sa razine kvantnog broja $n = 7$ na razinu kvantnog broja $m = 4$. Vrijednost Rydbergove konstante je $1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$.

Rezultat izraziti u jedinicama eV.

Rješenje 168

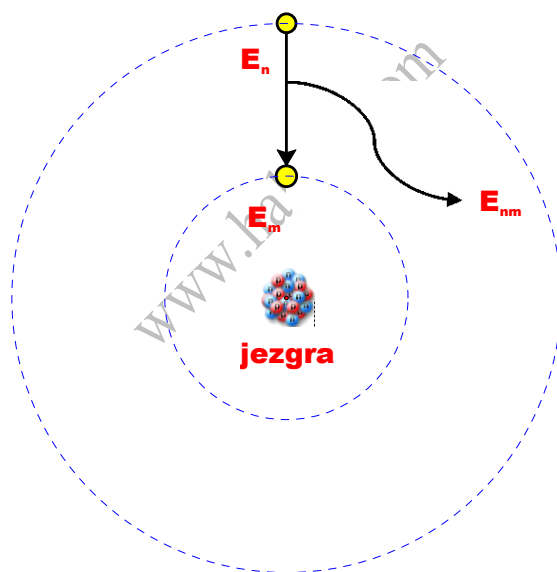
$$n = 7, \quad m = 4, \quad R = 1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}, \quad E_{nm} = ?$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V.

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Prema Bohrovom postulatu atom emitira elektromagnetno zračenje jedino kad elektron prelazi sa staze većeg polumjera (n – te staze, staze više energije) na onu manjeg polumjera (m – ta staza, staza niže energije) i pri tome izrači foton energije E_{nm} koja je jednaka razlici energija elektrona na pojedinim stazama.

$$E_{nm} = E_m - E_n \Rightarrow E_{nm} = 13.60 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > m.$$



Spektar vodika sastoji se od više serija:

- Lymanova serija, ultraljubičasta serija
 $m = 1$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$
- Balmerova serija, vidljiva serija
 $m = 2$, $n = 3, 4, 5, 6, \dots$
- Paschenova serija, infracrvena serija
 $m = 3$, $n = 4, 5, 6, 7, \dots$
- Bracketova serija, infracrvena serija
 $m = 4$, $n = 5, 6, 7, 8, \dots$
- Pfundova serija, infracrvena serija
 $m = 5$, $n = 6, 7, 8, 9, \dots$

$$\left. \begin{array}{l} n = 7 \\ m = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[E_{nm} = 13.60 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right] \Rightarrow E_{47} = 13.60 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2} \right) = 0.57 \text{ eV}.$$

Vježba 168

Odrediti energiju fotona emitiranog kada elektron u atomu vodika prijeđe sa razine sa glavnim kvantnim brojem $n = 6$ na razinu sa glavnim kvantnim brojem $m = 4$. Vrijednost Rydbergove

konstante je $1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$. Rezultat izraziti u jedinicama eV.

Rezultat: 0.47 eV.

Zadatak 169 (Mina, srednja škola)

Izračunajte najveću i najmanju valnu duljinu spektralnih linija Balmerove serije vodikova spektra. Rydbergova konstanta ima vrijednost $1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$.

Rješenje 169

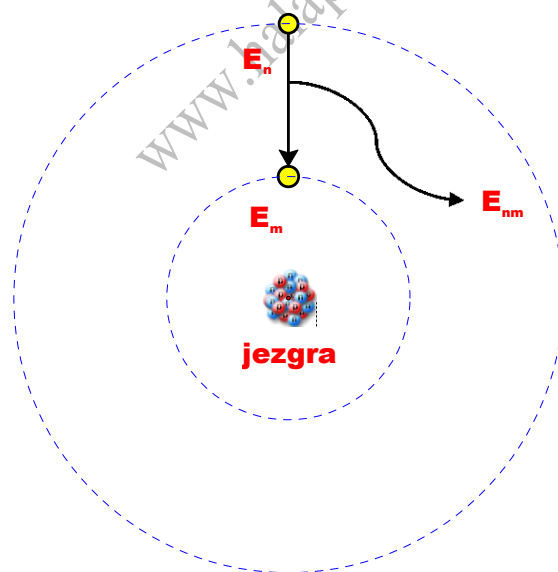
$$R = 1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}, \quad \lambda_{\max} = ?, \quad \lambda_{\min} = ?$$

Prema Bohrovom postulatu atom emitira elektromagnetno zračenje jedino kad elektron prelazi sa staze većeg polumjera (n – te staze, staze više energije) na onu manjeg polumjera (m – ta staza, staza niže energije) i pri tome izrača foton energije E_{nm} . Balmerova formula za valne duljine linija vodikova spektra je

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

gdje su m i n prirodni brojevi ($m > n$), a R je Rydbergova konstanta

$$R = 1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}.$$



Spektar vodika sastoji se od više serija:

- Lymanova serija, ultraljubičasta serija
 $m = 1$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$
- Balmerova serija, vidljiva serija
 $m = 2$, $n = 3, 4, 5, 6, \dots$
- Paschenova serija, infracrvena serija
 $m = 3$, $n = 4, 5, 6, 7, \dots$
- Bracketova serija, infracrvena serija
 $m = 4$, $n = 5, 6, 7, 8, \dots$

- Pfundova serija, infracrvena serija
 $m = 5$, $n = 6, 7, 8, 9, \dots$

Za Balmerovu seriju je $m = 2$ pa za njezine granične valne duljine vrijedi:

- maksimalna valna duljina, λ_{\max}

$$\left. \begin{array}{l} m = 2 \\ n = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right] \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \frac{9-4}{36} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \frac{5}{36} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{5 \cdot R}{36} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5 \cdot R} =$$

$$= \frac{36}{5 \cdot 1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}} = 6.563 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

- minimalna valna duljina, λ_{\min}

$$\left. \begin{array}{l} m = 2 \\ n = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right] \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - 0 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R} = \frac{4}{1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}} = 3646 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

Vježba 169

Izračunajte najveću i najmanju valnu duljinu spektralnih linija Lymanove serije vodikova spektra. Rydbergova konstanta ima vrijednost $1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$.

Rezultat: $\left. \begin{array}{l} m = 1 \\ n = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots \Rightarrow \lambda = 1.215 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $\left. \begin{array}{l} m = 1 \\ n = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \dots \Rightarrow \lambda = 9.116 \cdot 10^{-8} \text{ m.}$

Zadatak 170 (Iva, medicinska škola)

Atom vodika prelazi iz prvoga pobuđenog stanja energije $-5.44 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ u osnovno stanje energije $-21.76 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Kolika je frekvencija elektromagnetnog zračenja koje je pritom emitirano? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 170

$$E_2 = -5.44 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad E_1 = -21.76 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \nu = ?$$

Prema drugom Bohrovu postulatu frekvencija emitirane svjetlosti kada elektron prelazi iz n – te staze u m – t u stazu je

$$h \cdot \nu = E_n - E_m \Rightarrow \nu = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{-5.44 \cdot 10^{-19} \text{ J} - (-21.76 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = \frac{-5.44 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 21.76 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} =$$

$$= 2.463 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \approx 2.5 \cdot 10^{15} \text{ Hz.}$$

Vježba 170

Osnovno stanje elektrona u atomu obilježimo sa E_0 , a pobuđeno stanje sa E_1 . Atom može apsorbirati foton energije:

- A. E_0 B. E_1 C. $E_1 - E_0$ D. $E_0 + E_1$

Rezultat: C.

Zadatak 171 (Zdravko, maturant)

Koliko fotona žutog svjetla valne duljine 600 nm treba emitirati u jednoj sekundi da snaga radijacije bude $1.65 \cdot 10^{-18}$ W? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 171

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad P = 1.65 \cdot 10^{-18} \text{ W}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad n = ?$$

Svjetlost valne duljine λ može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju (M. Planck)

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, c je brzina svjetlosti. Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E_k.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Energija jednog fotona je

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}.$$

Budući da se u vremenu t oslobodi n fotona, onda je

$$\left. \begin{array}{l} W = n \cdot E \\ W = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow n \cdot E = P \cdot t \Rightarrow n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} = P \cdot t \Rightarrow n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} = P \cdot t \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c} \Rightarrow \\ \Rightarrow n = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{1.65 \cdot 10^{-18} \text{ W} \cdot 1 \text{ s} \cdot 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4.98 \approx 5.$$

Vježba 171

Izračunajte koliko fotona vidljive svjetlosti valne duljine 500 nm emitira žarulja snage 100 W tijekom jedne sekunde. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $2.515 \cdot 10^{20}$.

Zadatak 172 (Hana, medicinska škola)

Fotoni energije 9 eV dolaze na metalnu pločicu zbog čega iz nje izlaze elektroni kinetičke energije 6 eV. Kolika je kinetička energija elektrona koji izlaze iz te metalne pločice ako na nju dolaze fotoni energije 18 eV?

- A. 6 eV B. 9 eV C. 12 eV D. 15 eV

Rješenje 172

$$E_1 = 9 \text{ eV}, \quad E_{k1} = 6 \text{ eV}, \quad E_2 = 18 \text{ eV}, \quad E_{k2} = ?$$

Fotoelektrični učinak pojava je izbijanja elektrona pomoću svjetlosti (elektromagnetskog zračenja) iz metala. Foton energije E_f može izbiti elektron iz metala samo ako je energija fotona veća od energije veze W_i (izlazni rad) elektrona u atomu. Višak energije predaje se elektronu kao kinetička energija E_k .

$$E_f = E_k + W_i.$$

Izlazni rad materijala je minimalna energija potrebna da se izbaci elektron iz metala, da bi ga mogao napustiti. **To je karakteristično svojstvo svake krute tvari.** Izlazni rad elektrona različit je za razne elemente.

1. inačica

Budući da fotoni energije E_1 dolaze na metalnu pločicu zbog čega iz nje izlaze elektroni kinetičke energije E_{k1} , izlazni rad metala je

$$E_1 = E_{k1} + W_i \Rightarrow E_{k1} + W_i = E_1 \Rightarrow W_i = E_1 - E_{k1} = 9 \text{ eV} - 6 \text{ eV} = 3 \text{ eV}.$$

Kada na pločicu dolaze fotoni energije E_2 kinetička energija elektrona koji iz te metalne pločice izlaze bit će:

$$E_2 = E_{k2} + W_i \Rightarrow E_{k2} + W_i = E_2 \Rightarrow E_{k2} = E_2 - W_i = 18 \text{ eV} - 3 \text{ eV} = 15 \text{ eV}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = E_{k1} + W_i \\ E_2 = E_{k2} + W_i \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow E_1 - E_2 = E_{k1} + W_i - (E_{k2} + W_i) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_1 - E_2 &= E_{k1} + W_i - E_{k2} - W_i \Rightarrow E_1 - E_2 = E_{k1} + W_i - E_{k2} - W_i \Rightarrow E_1 - E_2 = E_{k1} - E_{k2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_{k2} = E_{k1} - E_1 + E_2 = 6 \text{ eV} - 9 \text{ eV} + 18 \text{ eV} = 15 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 172

Fotoni energije 9 eV dolaze na metalnu pločicu zbog čega iz nje izlaze elektroni kinetičke energije 6 eV. Kolika je kinetička energija elektrona koji izlaze iz te metalne pločice ako na nju dolaze fotoni energije 15 eV?

- A. 6 eV B. 9 eV C. 12 eV D. 15 eV

Rezultat: C.

Zadatak 173 (Anita, strukovna škola)

Dvije čestice različitih masa imaju jednaku de Broglievu valnu duljinu. Što je od navedenoga točno za te dvije čestice?

- A. Čestica manje mase ima veću količinu gibanja.
B. Čestica veće mase ima veću količinu gibanja.
C. Čestica manje mase ima veću brzinu.
D. Čestica veće mase ima veću brzinu.

Rješenje 173

$$m_1, \quad m_2, \quad \lambda_1 = \lambda_2$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v},$$

gdje je h Planckova konstanta.

Za dvije promjenjive međusobno zavisne veličine x i y kažemo da su obrnuto razmjerne s koeficijentom proporcionalnosti k , $k \neq 0$, ako je

$$x \cdot y = k.$$

Svako povećanje (smanjenje) jedne veličine dovodi jednako toliko puta do smanjenja (povećanja) druge veličine.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{h}{m_1 \cdot v_1} \\ \lambda_2 &= \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ \lambda_1 = \lambda_2 \end{array} \right] \Rightarrow \frac{h}{m_1 \cdot v_1} = \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1}{h} = \frac{m_2 \cdot v_2}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1}{h} = \frac{m_2 \cdot v_2}{h} \quad / \cdot h \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2.$$

Budući da umnožak mase m i brzine v , $m \cdot v$, mora biti stalan, slijedi da su masa i brzina obrnuto razmjerne veličine. Ako se masa smanji brzina se povećava.
Odgovor je pod C.

Vježba 173

Dvije čestice različitih masa imaju jednaku de Broglievu valnu duljinu. Što je od navedenoga točno za te dvije čestice?

- A. Čestica manje mase ima veću količinu gibanja.
- B. Čestica veće mase ima veću količinu gibanja.
- C. Čestica manje mase ima manju brzinu.
- D. Čestica veće mase ima manju brzinu.

Rezultat: D.

Zadatak 174 (Mateo, gimnazija)

Nalaze li se u vidljivoj svjetlosti fotoni energije 0.36 aJ? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 174

$$E = 0.36 \text{ aJ} = 0.36 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 3.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

$$\lambda = ?$$

Svjetlošću nazivamo elektromagnetske valove valne duljine od 400 nm do 800 nm. Svjetlost valne duljine λ može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, a c brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad / \cdot \frac{\lambda}{E} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5.522 \cdot 10^{-7} \text{ m} =$$

$$= 552.2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-7} \text{ m} = 552.2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 552.2 \text{ nm}.$$

Fotoni zadane energije nalaze se u vidljivoj svjetlosti.

$$400 \text{ nm} < 552.2 \text{ nm} < 800 \text{ nm}.$$

Vježba 174

Nalaze li se u vidljivoj svjetlosti fotoni energije 0.96 aJ? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: Ne, $\lambda = 207.06$ nm.

Zadatak 175 (Xena, medicinska škola)

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona kinetičke energije 10^{-18} J? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 175

$$E_k = 10^{-18} \text{ J}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. U klasičnoj nerelativističkoj fizici kad su brzine male prema brzini svjetlosti, valna duljina čestice λ koja ima kinetičku energiju E_k i masu m jednaka je:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}},$$

gdje je h Planckova konstanta.

Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-18} \text{ J}}} = 4.91 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

2. inačica

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot 2 \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2 \cdot m \cdot E_k &= m^2 \cdot v^2 \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2 \cdot m \cdot E_k &= (m \cdot v)^2 \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} (m \cdot v)^2 &= 2 \cdot m \cdot E_k \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} (m \cdot v)^2 &= 2 \cdot m \cdot E_k \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} m \cdot v &= \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k} \\ \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} = \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-18} \text{ J}}} = 4.91 \cdot 10^{-10} \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 175

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona kinetičke energije 10^{-16} J? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: $4.91 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Zadatak 176 (Vox, gimnazija)

Rentgenske zrake valne duljine 60 pm upadaju na uzorak kristala, pri čemu dolazi do Comptonovskog raspršenja pod kutom 75° . Kolika je valna duljina raspršenog zračenja? (Comptonova valna duljina $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12}$ m)

Rješenje 176

$$\lambda = 60 \text{ pm} = 60 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \quad \alpha = 75^\circ, \quad \lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad \lambda_1 = ?$$

Comptonov efekt

Prolazom kroz kristale rentgenske se zrake raspršuju interakcijom s elektronima. Pored valne duljine λ upadnog zračenja pojavljuje se i zračenje veće valne duljine λ_1 . Razlika tih valnih duljina iznosi

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha),$$

gdje je α kut raspršenja prema smjeru upadne zrake, λ_c Comptonova valna duljina.

Računamo valnu duljinu raspršenog zračenja.

$$\begin{aligned} \lambda_1 - \lambda &= \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha) \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha) + \lambda = \\ &= 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot (1 - \cos 75^\circ) + 6 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 6.18 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 61.8 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 61.8 \text{ pm}. \end{aligned}$$

Vježba 176

Rentgenske zrake valne duljine $600 \cdot 10^{-13}$ m upadaju na uzorak kristala, pri čemu dolazi do Comptonovskog raspršenja pod kutom 75° . Kolika je valna duljina raspršenog zračenja? (Comptonova valna duljina $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12}$ m)

Rezultat: 61.8 pm.

Zadatak 177 (Vox, gimnazija)

Rentgenske zrake valne duljine 60 pm upadaju na uzorak kristala, pri čemu dolazi do Comptonovskog raspršenja. Kod kojeg će kut valna duljina biti 61 pm? (Comptonova valna duljina $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12}$ m)

Rješenje 177

$$\lambda = 60 \text{ pm} = 60 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \quad \lambda_1 = 61 \text{ pm} = 61 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 6.1 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \\ \lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad \alpha = ?$$

Comptonov efekt

Prolazom kroz kristale rentgenske se zrake raspršuju interakcijom s elektronima. Pored valne duljine λ upadnog zračenja pojavljuje se i zračenje veće valne duljine λ_1 . Razlika tih valnih duljina iznosi

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha),$$

gdje je α kut raspršenja prema smjeru upadne zrake, λ_c Comptonova valna duljina.

Računamo kut α .

$$\begin{aligned} \lambda_1 - \lambda &= \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha) \Rightarrow \lambda_1 - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{1}{\lambda_c} \Rightarrow \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_c} = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos \alpha &= 1 - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_c} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{1} - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_c} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\lambda_c - (\lambda_1 - \lambda)}{\lambda_c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{\lambda_c - \lambda_1 + \lambda}{\lambda_c} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\lambda_c - \lambda_1 + \lambda}{\lambda_c} \right) = \end{aligned}$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m} - 6.1 \cdot 10^{-11} \text{ m} + 6 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \right) = 53.95^\circ.$$

Vježba 177

Rentgenske zrake valne duljine $600 \cdot 10^{-13} \text{ m}$ upadaju na uzorak kristala, pri čemu dolazi do Comptonovskog raspršenja. Kod kojeg će kuta valna duljina biti $610 \cdot 10^{-13} \text{ m}$? (Comptonova valna duljina $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$)

Rezultat: 53.95° .

Zadatak 178 (Klara, srednja škola)

Kolika je valna duljina čestice koja ima količinu gibanja $6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 178

$$p = 6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Valna duljina čestice iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0.01 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0.01 \text{ nm}.$$

Vježba 178

Kolika je valna duljina čestice koja ima količinu gibanja $6.62 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{km} / \text{s}$? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 0.01 nm .

Zadatak 179 (Klara, srednja škola)

Kolika je valna duljina protona koji se giba brzinom $3 \cdot 10^5 \text{ m} / \text{s}$? (masa protona u mirovanju $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 179

$$v = 3 \cdot 10^5 \text{ m} / \text{s}, \quad m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Valna duljina čestice iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1.32 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1.32 \text{ pm}.$$

Vježba 179

Kolika je valna duljina protona koji se giba brzinom $300 \text{ km} / \text{s}$? (masa protona u mirovanju $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 1.32 pm .

Zadatak 180 (Klara, srednja škola)

Kolikom se brzinom giba elektron čija je valna duljina 0.2 nm? (masa elektrona u mirovanju $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 180

$$\lambda = 0.2 \text{ nm} = 0.2 \cdot 10^{-9} \text{ m}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad v = ?$$

De Broglie je teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Brzina čestice iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \cdot \frac{v}{v} \Rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3.6 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 180

Kolikom se brzinom giba elektron čija je valna duljina $0.2 \cdot 10^{-12}$ km? (masa elektrona u mirovanju $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: $3.6 \cdot 10^6$ m / s.