

Zadatak 001 (Ivan, elektrotehnička škola)

Koliko je puta energija rendgenskih fotona valne duljine 0.02 nm veća od energije fotona svjetlosti valne duljine 400 nm?

Rješenje 001

$$\lambda_1 = 0.02 \text{ nm} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \quad \lambda_2 = 400 \text{ nm} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad E_1 / E_2 = ?$$

Svaki kvant ili foton ima energiju:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, ν frekvencija svjetlosti, c brzina svjetlosti, λ valna duljina svjetlosti.

Gledamo omjer:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda_1}}{h \cdot \frac{c}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{2 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 2 \cdot 10^4 = 20\,000.$$

Veća je 20 000 puta.

Vježba 001

Koliko je puta energija rendgenskih fotona valne duljine 0.02 nm veća od energije fotona svjetlosti valne duljine 600 nm?

Rezultat: 30 000 puta.

Zadatak 002 (Ivan, elektrotehnička škola)

Odredi redni i maseni broj nepoznate čestice ${}^A_Z X$ u reakciji ${}^{14}_6 C + {}^4_2 He \rightarrow {}^{17}_8 O + {}^A_Z X$.

Rješenje 002

Pri nuklearnim reakcijama zbroj masenih brojeva, A, prije i poslije nuklearne reakcije mora biti isti. Isto vrijedi i za brojeve koji označuju broj protona u jezgri, Z.

Maseni brojevi: $14 + 4 = 17 + A \Rightarrow A = 1$.

Redni brojevi: $6 + 2 = 8 + Z \Rightarrow Z = 0$.

Čestica koju tražimo ima maseni broj 1, a redni 0. To je neutron ${}^1_0 n$.

Vježba 002

Odredi redni i maseni broj nepoznate čestice ${}^A_Z X$ u reakciji ${}^{10}_5 B + {}^4_2 He \rightarrow {}^{13}_7 N + {}^A_Z X$.

Rezultat: ${}^1_0 n$.

Zadatak 003 (Ina, gimnazija)

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog elementa je 15 minuta. Nakon koliko će vremena ostati $\frac{1}{1024}$ radioaktivnih jezgara od početnog broja?

Rješenje 003

$$T_{1/2} = 15 \text{ min}, \quad N = \frac{1}{1024} N_0, \quad t = ?$$

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada (vremenski interval u kojem se raspadne polovina prvobitnog broja atoma).

Pišemo:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{N_0}{1024} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{15}} \quad /: N_0 \Rightarrow \frac{1}{1024} = 2^{-\frac{t}{15}} \Rightarrow \frac{1}{2^{10}} = 2^{-\frac{t}{15}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{-10} = 2^{-\frac{t}{15}} \Rightarrow -\frac{t}{15} = -10 \quad / \cdot (-15) \Rightarrow t = 150 \text{ min} = 2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2.5 \text{ h.}$$

Vježba 003

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog elementa je 15 minuta. Nakon koliko će vremena ostati $\frac{1}{4}$ radioaktivnih jezgara od početnog broja?

Rezultat: $t = 30 \text{ min} = 0.5 \text{ h.}$

Zadatak 004 (Josip, tehnička škola)

Aktivnost nekog izvora se za deset dana smanji tri puta. Kolika će biti aktivnost izvora nakon 100 dana, ako je početna aktivnost $14 \cdot 10^{12}$ raspada u minuti?

Rješenje 004

$$t_1 = 10 \text{ dana}, \quad t = 100 \text{ dana}, \quad A_0 = \frac{14 \cdot 10^{12}}{1 \text{ min}} = \frac{14 \cdot 10^{12}}{60 \text{ s}} = 2.33 \cdot 10^{11} \text{ Bq}, \quad A = ?$$

Budući da se za deset dana aktivnost smanji tri puta, lako izračunamo konstantu raspadanja λ :

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot A_0 = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \quad /: A_0 \Rightarrow \frac{1}{3} = e^{-\lambda \cdot t_1} \quad / \ln \Rightarrow \ln \frac{1}{3} = \ln e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow -\ln 3 = -\lambda \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln 3}{t_1} = \frac{\ln 3}{10}.$$

Nakon 100 dana aktivnost izvora bit će:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 2.33 \cdot 10^{11} \text{ Bq} \cdot e^{-\frac{\ln 3}{10} \cdot 100} = 2.33 \cdot 10^{11} \text{ Bq} \cdot e^{-10 \cdot \ln 3} = 3.9 \cdot 10^6 \text{ Bq.}$$

Vježba 004

Aktivnost nekog izvora se za deset dana smanji tri puta. Kolika će biti aktivnost izvora nakon 200 dana, ako je početna aktivnost $14 \cdot 10^{12}$ raspada u minuti?

Rezultat: 67 Bq.

Zadatak 005 (Petra, gimnazija)

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona čija je kinetička energija $8.0 \cdot 10^{-18} \text{ J}$? (Masa elektrona iznosi $9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a Planckova konstanta je $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.)

Rješenje 005

$$E_k = 8.0 \cdot 10^{-18} \text{ J}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad \lambda = ?$$

Louis de Broglie postavio je 1924. godine teoriju po kojoj svaka čestica koja se gibala mora imati valna svojstva. De Broglieva relacija za valnu duljinu glasi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}},$$

gdje je h Planckova konstanta, m masa čestice, E_k kinetička energija. Valna duljina elektrona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 8.0 \cdot 10^{-18} \text{ J}}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{1.4576 \cdot 10^{-47} \text{ kgJ}}} = 1.74 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Vježba 005

Kolika je de Broglieva valna duljina elektrona čija je kinetička energija $3.2 \cdot 10^{-17}$ J? (Masa elektrona iznosi $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, a Planckova konstanta je $6.626 \cdot 10^{-34}$ Js.)

Rezultat: $8.68 \cdot 10^{-11}$ m.

Zadatak 006 (Mario, strojarska škola)

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 1 V.

Rješenje 006

$U = 1$ V, $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s, $\lambda = ?$

Čestici u gibanju brzinom v odgovara valna duljina:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

U električnom polju elektron je postigao kinetičku energiju $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ koja je jednaka radu sile električnog polja $e \cdot U$:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}$$

Računamo valnu duljinu:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U \cdot m}} \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.23 \cdot 10^{-9} \text{ m} \end{aligned}$$

Vježba 006

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 4 V.

Rezultat: $6.13 \cdot 10^{-10}$ m.

Zadatak 007 (Ivana, gimnazija)

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine $0.5 \cdot 10^{-10}$ m?

Rješenje 007

$\lambda = 0.5 \cdot 10^{-10}$ m, $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s, $U = ?$



Budući da je kinetička energija elektrona u električnom polju jednaka radu sile električnog polja, dobije se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= e \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{h}{m \cdot \lambda} \right)^2 = e \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2} = e \cdot U \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2} = e \cdot U \Rightarrow U = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2 \cdot e} = \\ &= \frac{(6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 601.66 \text{ V} \end{aligned}$$

Vježba 007

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine $0.2 \cdot 10^{-10}$ m?

Rezultat: 3760.38 V.

Zadatak 008 (Lux, strojarska škola)

Odredi energiju protona na izlazu iz ciklotrona ako je najveći polumjer staze 48.3 cm, a frekvencija kojom se mijenja napon na D – elektrodama $12 \cdot 10^6$ Hz.

Rješenje 008

$$r = 48.3 \text{ cm} = 0.483 \text{ m}, \quad v = 12 \cdot 10^6 \text{ Hz}, \quad m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad E_k = ?$$

Brzina čestice (protona) pri kružnom gibanju je:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v.$$

Energija čestice iznosi:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot r \cdot \pi \cdot v)^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r^2 \cdot v^2 = \\ &= 2 \cdot \pi^2 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (0.483 \text{ m})^2 \cdot (12 \cdot 10^6 \text{ Hz})^2 = 1.109 \cdot 10^{-12} \text{ J}. \end{aligned}$$

Rezultat možemo izraziti u još jednoj jedinici za energiju – to je elektronvolt (eV):

$$E_k = 1.109 \cdot 10^{-12} \text{ J} = \left[1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right] = \frac{1.109 \cdot 10^{-12}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 6.932 \cdot 10^6 \text{ eV} = 6.932 \text{ MeV}.$$

Vježba 008

Odredi energiju protona na izlazu iz ciklotrona ako je najveći polumjer staze 96.6 cm, a frekvencija kojom se mijenja napon na D – elektrodama $12 \cdot 10^6$ Hz.

Rezultat: $4.436 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 2.77 \cdot 10^7 \text{ eV}.$

Zadatak 009 (Mira, gimnazija)

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 10 V.

Rješenje 009

$$U = 10 \text{ V}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}, \quad \lambda = ?$$

Valnu duljinu elektrona u gibanju brzinom v određujemo iz relacije

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

U električnom polju elektron je postigao kinetičku energiju E_k koja je jednaka radu W sile električnog polja:

$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U.$$

Valna duljina je jednaka:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= e \cdot U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{m \cdot v} \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U \cdot m}} =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10 \text{ V} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 3.88 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Vježba 009

Odredi valnu duljinu elektrona koji je prešao razliku potencijala 2 V.

Rezultat: $8.67 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$

Zadatak 010 (Goga, gimnazija)

Koliku masu ima foton svjetlosti valne duljine $\lambda = 4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$?

Rješenje 010

$$\lambda = 4 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}, \quad m = ?$$

Ekvivalentnost mase i energije pokazuje da se foton energije

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = m \cdot c^2$$

ponaša kao čestica mase

$$m = \frac{h}{c \cdot \lambda}$$

Masa fotona iznosi:

$$m = \frac{h}{c \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5.5 \cdot 10^{-36} \text{ kg}.$$

Vježba 010

Koliku masu ima foton svjetlosti valne duljine $\lambda = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$?

Rezultat: $1.1 \cdot 10^{-35} \text{ kg}$.

Zadatak 011 (Goga, gimnazija)

Nađi masu elektrona koji ima kinetičku energiju 2 MeV ($m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Rješenje 011

$$E_k = 2 \text{ MeV} = 2 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.2 \cdot 10^{-13} \text{ J}, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad m = ?$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu m_0 , a kad se giba brzinom v masu m , onda je njegova kinetička energija jednaka:

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2.$$

Masa elektrona iznosi:

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow m - m_0 = \frac{E_k}{c^2} \Rightarrow m = m_0 + \frac{E_k}{c^2} = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} + \frac{3.2 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 4.47 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

Vježba 011

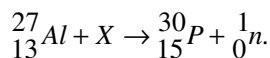
Nađi masu elektrona koji ima kinetičku energiju 4 MeV ($m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Rezultat: $8.02 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$.

Zadatak 012 (Mira, gimnazija)

Dopunite relaciju: ${}_{13}^{27}\text{Al} + X \rightarrow {}_{15}^{30}\text{P} + {}_0^1\text{n}$.

Rješenje 012



Zbroj masenih brojeva prije nuklearne reakcije jednak je zbroju masenih brojeva nakon nuklearne reakcije. Zakon vrijedi i za brojeve koji označuju broj protona u jezgri:

$$\left. \begin{array}{l} 27 + A = 30 + 1 \\ 13 + Z = 15 + 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = 4 \\ Z = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow {}_Z^A X = {}_2^4\text{He} \text{ (to je } \alpha \text{ čestica)}.$$

Vježba 012

Što nastaje u reakciji: ${}_{4}^9\text{Be} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + X$?

Rezultat: ${}_0^1 X = {}_0^1\text{n}$ (neutron)

Zadatak 013 (Mira, gimnazija)

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog elementa je 15 minuta. Za 2 sata početni se broj radioaktivnih jezgara smanji na:

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{128}$ E. $\frac{1}{256}$

Rješenje 013

1. inačica

$$T_{1/2} = 15 \text{ min} = \frac{15}{60} \text{ h} = 0.25 \text{ h}, \quad t = 2 \text{ h}, \quad N = ?$$

Iz zakona radioaktivnog raspada dobije se:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow N = N_0 \cdot 2^{-\frac{2 \text{ h}}{0.25 \text{ h}}} = N_0 \cdot 2^{-8} = \frac{1}{2^8} \cdot N_0 = \frac{1}{256} \cdot N_0.$$

Odgovor je pod E.

2. inačica

Nakon svakih 15 minuta broj se radioaktivnih jezgara smanji na polovicu. Za dva sata to će smanjenje iznositi:

$$n = \frac{2 \text{ h}}{0.25 \text{ h}} = 8 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 013

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog elementa je 30 minuta. Za 2 sata početni se broj radioaktivnih jezgara smanji na:

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{32}$ E. $\frac{1}{16}$

Rezultat: Odgovor je pod E.

Zadatak 014 (Mira, gimnazija)

Radioaktivni se izotop ^{226}Ra raspada u vremenu poluraspada od 1600 godina. Koliko se jezgara raspadne svake sekunde u 1 miligramu ^{226}Ra ? ($N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rješenje 014

$$T_{1/2} = 1600 \text{ god} = 1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 5.05 \cdot 10^{10} \text{ s}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad m = 1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g}, \quad \Delta N = ?$$

Broj jezgara ΔN koji se raspadne u vremenu Δt razmjernan je ukupnom broju N :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta N = \lambda \cdot N \cdot \Delta t \\ \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N \cdot 1 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N.$$

Broj jezgara u 1 gramu uzorka jednak je omjeru Avogadrove konstante i masenog broja elementa:

$$N = \frac{N_A}{226} \Rightarrow \Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{N_A}{226}.$$

Broj jezgara u 1 miligramu uzorka bit će tisuću puta manji:

$$\Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{N_A}{226} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{\ln 2}{5.05 \cdot 10^{10} \text{ s}} \cdot \frac{6.02 \cdot 10^{23}}{226} \cdot \frac{1}{1000} = 3.66 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{s}}.$$

Vježba 014

Radioaktivni se izotop ^{226}Ra raspada u vremenu poluraspada od 1600 godina. Koliko se jezgara raspadne svake sekunde u 2 miligrama ^{226}Ra ? ($N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rezultat: $7.31 \cdot 10^7 \frac{1}{s}$.

Zadatak 015 (Mira, gimnazija)

Fuzijom četiriju vodikovih jezgara u helijevu na Suncu se oslobađa snaga $3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Koliko se zbog toga smanji masa Sunca za jednu godinu?

Rješenje 015

$$P = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ god} = 1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 3.1536 \cdot 10^7 \text{ s}, \quad \Delta m = ?$$



$$\left. \begin{aligned} E &= P \cdot t \\ E &= \Delta m \cdot c^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta m \cdot c^2 = P \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{P \cdot t}{c^2} = \frac{3.8 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 3.1536 \cdot 10^7 \text{ s}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1.33 \cdot 10^{17} \text{ kg}.$$

Vježba 015

Fuzijom četiriju vodikovih jezgara u helijevu na Suncu se oslobađa snaga $3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Koliko se zbog toga smanji masa Sunca za sto godina?

Rezultat: $1.33 \cdot 10^{19} \text{ kg}$.

Zadatak 016 (Mira, gimnazija)

Izotop ^{24}Na ima vrijeme poluraspada 15 sati. U uzorku je izmjerena radioaktivnost 200 Bq. Koliki je broj atoma ^{24}Na u uzorku?

Rješenje 016

$$T_{1/2} = 15 \text{ h} = 15 \cdot 3600 \text{ s} = 5.4 \cdot 10^4 \text{ s}, \quad A = 200 \text{ Bq}, \quad N = ?$$

Iz formule za aktivnost radioaktivnog uzorka dobije se broj atoma:

$$A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N \Rightarrow N = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot A = \frac{5.4 \cdot 10^4 \text{ s}}{\ln 2} \cdot 200 \text{ Bq} = 1.558 \cdot 10^7.$$

Vježba 016

Izotop ^{24}Na ima vrijeme poluraspada 15 sati. U uzorku je izmjerena radioaktivnost 400 Bq. Koliki je broj atoma ^{24}Na u uzorku?

Rezultat: $3.116 \cdot 10^7$.

Zadatak 017 (Mario, strojarska škola)

Granična valna duljina svjetlosti pri kojoj se još primjećuje fotoelektrični efekt s površine litija iznosi 517 nm. Koliki je izlazni rad litija? ($h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 017

$$\lambda_g = 517 \text{ nm} = 5.17 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad W = ?$$

Einsteinova jednačica za fotoelektrični efekt glasi:

$$h \cdot \nu = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W.$$

Budući da je zadana granična valna duljina upadne svjetlosti (tj. granična frekvencija), kinetička energija fotoelektričnog efekta jednaka je nuli:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0 \Rightarrow W = h \cdot \nu_g = h \cdot \frac{c}{\lambda_g} =$$

$$= 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5.17 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3.84 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \left[3.84 \cdot 10^{-19} : 1.6 \cdot 10^{-19} \right] = 2.4 \text{ eV}.$$

Vježba 017

Granična valna duljina svjetlosti pri kojoj se još primjećuje fotoelektrični efekt s površine metala iznosi 400 nm. Koliki je izlazni rad metala? ($h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

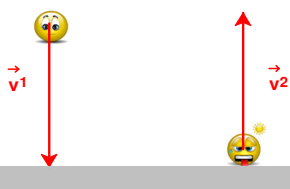
Rezultat: $5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Zadatak 018 (Mimi, gimnazija)

Koliko bi fotona valne duljine 663 nm trebalo u sekundi pogađati u okomitom mjeru savršeno reflektirajuću ploču da bi sila na ploču iznosila 1 N? ($h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$)

Rješenje 018

$$\lambda = 663 \text{ nm} = 6.63 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad F = 1 \text{ N}, \quad h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad n = ?$$



Fotoni okomito pogađaju ploču pa im se mijenja smjer brzine:

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2 \Rightarrow [\text{iznosi brzina su isti}] \Rightarrow v_1 = v_2 = v.$$

Promjena količine gibanja iznosi:

$$\Delta p = m \cdot v_1 - m \cdot (-v_2) = m \cdot v + m \cdot v = 2 \cdot m \cdot v.$$

Budući da je promjena količine gibanja jednaka impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao, slijedi (za n fotona):

$$n \cdot \Delta p = F \cdot t \Rightarrow n \cdot 2 \cdot m \cdot v = F \cdot t \Rightarrow n \cdot 2 \cdot p = F \cdot t \Rightarrow n \cdot 2 \cdot \frac{h}{\lambda} = F \cdot t \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{F \cdot t \cdot \lambda}{2 \cdot h} = \frac{1 \text{ N} \cdot 1 \text{ s} \cdot 6.63 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{2 \cdot 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 5 \cdot 10^{26}.$$

Vježba 018

Koliko bi fotona valne duljine 663 nm trebalo u sekundi pogađati u okomitom mjeru savršeno reflektirajuću ploču da bi sila na ploču iznosila 2 N? ($h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$)

Rezultat: $1 \cdot 10^{27}$.

Zadatak 019 (Mimi, gimnazija)

U prirodnom uranu nalazi se 0.7% ^{235}U , a ostatak je ^{238}U . Oba se raspadaju u vremenima poluraspada od $7.2 \cdot 10^8$ godina i $4.5 \cdot 10^9$ godina. Kolika je starost svemira ako je pri stvaranju elemenata ista množina ^{235}U i ^{238}U ?

Rješenje 019

$$T_1 = 7.2 \cdot 10^8 \text{ god}, \quad T_2 = 4.5 \cdot 10^9 \text{ god}, \quad N_1 = 0.007 \cdot N_0, \quad N_2 = 0.993 \cdot N_0, \quad t = ?$$

Istu množinu urana označili smo slovom N_0 .



$$\left. \begin{aligned} N_1 &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_1}} \\ N_2 &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_1}}}{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_2}}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{0.007 \cdot N_0}{0.993 \cdot N_0} &= \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_1}}}{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_2}}} \Rightarrow \frac{0.007}{0.993} = \frac{2^{-\frac{t}{T_1}}}{2^{-\frac{t}{T_2}}} \Rightarrow \frac{0.007}{0.993} = 2^{\frac{t}{T_1} - \frac{t}{T_2}} \Rightarrow \frac{0.007}{0.993} = 2^{-\frac{t}{T_1} + \frac{t}{T_2}} \quad / \ln \Rightarrow \\ \Rightarrow \ln \frac{0.007}{0.993} &= \ln 2^{-\frac{t}{T_1} + \frac{t}{T_2}} \Rightarrow \ln \frac{0.007}{0.993} = \left(-\frac{t}{T_1} + \frac{t}{T_2} \right) \cdot \ln 2 \Rightarrow \ln \frac{0.007}{0.993} = t \cdot \left(-\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \cdot \ln 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \ln \frac{0.007}{0.993} &= t \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot \ln 2 \quad / \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow T_1 \cdot T_2 \cdot \ln \frac{0.007}{0.993} = t \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln 2 \Rightarrow t = \frac{T_1 \cdot T_2 \cdot \ln \frac{0.007}{0.993}}{(T_1 - T_2) \cdot \ln 2} = \\ &= \frac{7.2 \cdot 10^8 \text{ god} \cdot 4.5 \cdot 10^9 \text{ god} \cdot \ln \frac{0.007}{0.993}}{(7.2 \cdot 10^8 \text{ god} - 4.5 \cdot 10^9 \text{ god}) \cdot \ln 2} = 6.13 \cdot 10^9 \text{ godina.} \end{aligned}$$

Vježba 019

Odredi vrijeme poluraspada radioaktivne tvari koja ima konstantu raspada $3.8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Rezultat: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{3.8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s}} = 182 \text{ s} \approx 3 \text{ min.}$

Zadatak 020 (Anita, gimnazija)

Za koliko se postotaka smanji aktivnost radioaktivnog uzorka u vremenu koje je 3 puta dulje od perioda poluraspada njegovih atoma?

Rješenje 020

$$t = 3 \cdot T_{1/2}, \quad \eta = ?$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{A_0 - A}{A_0} = \frac{A_0 - A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{A_0} = \frac{A_0 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right)}{A_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 1 - 2^{-\frac{3 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} = 1 - 2^{-3} = \\ &= 1 - \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{8} = 0.875 = 87.5\%. \end{aligned}$$

Vježba 020

Za koliko se postotaka smanji aktivnost radioaktivnog uzorka u vremenu koje je 4 puta dulje od perioda poluraspada njegovih atoma?

Rezultat: 93.75%.