

### Zadatak 381 (Igor, srednja škola)

Predmet je udaljen 80 cm od konvergentne leće žarišne daljine 5 cm. Između predmeta i leće postavimo drugu konvergentnu leću žarišne daljine 15 cm, ali na udaljenosti 50 cm od predmeta.

- Izračunajte udaljenost slike od prve leće.
- Nađite povećanje sustava leća (ukupno povećanje).

#### Rješenje 381

$$d_1 = 80 \text{ cm}, \quad f_1 = 5 \text{ cm}, \quad f_2 = 15 \text{ cm}, \quad a_2 = 50 \text{ cm}, \quad b_1 = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće. Divergentne leće daju samo virtualne slike. Realna slika konvergentne leće uvijek je obrnuta te je povećanje negativno.

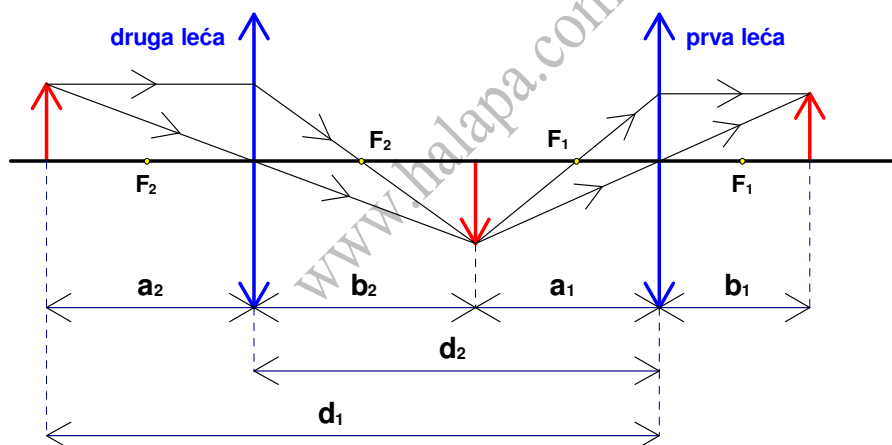
Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Povećanje sustava leća jednako je umnošku povećanja svake leće.

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2.$$



(Slika ne prikazuje pravi omjer veličina!)

a)

Predmet je od druge leće udaljen 50 cm, tj.  $a_2 = 50 \text{ cm}$ . Tada je udaljenost slike jednaka

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} &= \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{a_2 - f_2}{f_2 \cdot a_2} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow b_2 = \frac{f_2 \cdot a_2}{a_2 - f_2} = \frac{15 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}}{50 \text{ cm} - 15 \text{ cm}} = 21.43 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Međusobna udaljenost leća je

$$d_2 = d_1 - a_2 = 80 \text{ cm} - 50 \text{ cm} = 30 \text{ cm}.$$

Zato je

$$a_1 = d_2 - b_2 = 30 \text{ cm} - 21.43 \text{ cm} = 8.57 \text{ cm}.$$

Za prvu leću vrijedi:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{a_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{a_1 - f_1}{f_1 \cdot a_1} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{f_1 \cdot a_1}{a_1 - f_1} = \frac{5 \text{ cm} \cdot 8.57 \text{ cm}}{8.57 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = 12 \text{ cm}.$$

b)

Ukupno povećanje iznosi:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \Rightarrow \gamma = -\frac{b_1}{a_1} \cdot \left( -\frac{b_2}{a_2} \right) \Rightarrow \gamma = \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = \frac{12 \text{ cm}}{8.57 \text{ cm}} \cdot \frac{21.43 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = 0.6.$$

Budući da je  $0 < \gamma < 1$ , slika je umanjena i uspravna.

### Vježba 381

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 382 (Bolero, maturant)

Dvije leće, prva konvergentna žarišne daljine 40 cm i druga divergentna jakosti  $-1 \text{ m}^{-1}$ , međusobno su udaljene 30 cm. Gdje je slika ako je predmet ispred prve leće na beskonačnoj udaljenosti?

#### Rješenje 382

$$f_1 = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad C = -1 \text{ m}^{-1}, \quad d = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad a_1 = \infty, \quad b_2 = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće. **Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ( $b < 0, f < 0$ ).**

**Divergentne leće daju samo virtualne slike. Realna slika konvergentne leće uvijek je obrnuta te je povećanje negativno.**

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = C,$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $C$  jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine).

Prva leća (konvergentna leća) od beskonačno dalekog predmeta daje sliku u žarišnoj ravnini:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow 0 + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow b_1 = f_1 \Rightarrow b_1 = 0.4 \text{ m}.$$

$\left( \frac{1}{\infty} = 0 \right)$  nije matematički korektno napisano, ali sada smo koncentrirani na leće

Dobili smo sliku koja je od divergentne leće udaljena za  $b_1 - d$ . Ona služi kao virtualni predmet (njegova udaljenost je  $a_2$ ) za divergentnu leću koja će od njega dati realnu sliku na udaljenosti  $b_2$ .

$$-\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = C \Rightarrow \frac{1}{b_2} = C + \frac{1}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{C \cdot a_2 + 1}{a_2} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{a_2}{C \cdot a_2 + 1} \Rightarrow [a_2 = b_1 - d] \Rightarrow b_2 = \frac{b_1 - d}{C \cdot (b_1 - d) + 1} =$$

$$= \frac{0.4 \text{ m} - 0.3 \text{ m}}{-1 \frac{1}{\text{m}} \cdot (0.4 \text{ m} - 0.3 \text{ m}) + 1} = 0.11 \text{ m} = 11 \text{ cm}.$$

Dakle, paralelni snop zraka koji upada na ovaj sustav leća fokusira se na udaljenosti 11 cm od divergentne leće.

### Vježba 382

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 383 (Vili, maturant)

Dvije leće jakosti  $4 \text{ m}^{-1}$  i  $5 \text{ m}^{-1}$  smještene su na razmaku 80 cm na zajedničkoj optičkoj osi. Predmet visine 3 cm nalazi se 60 cm ispred prve leće.

- Gdje će nastati slika predmeta?
- Koliko je povećanje?
- Kakva je slika?
- Odredite veličinu slike.

### Rješenje 383

$$C_1 = 4 \text{ m}^{-1}, \quad C_2 = 5 \text{ m}^{-1}, \quad d = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}, \quad y = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m},$$

$$a_1 = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, \quad b_2 = ?, \quad \gamma = ?, \quad y_2 = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = C,$$

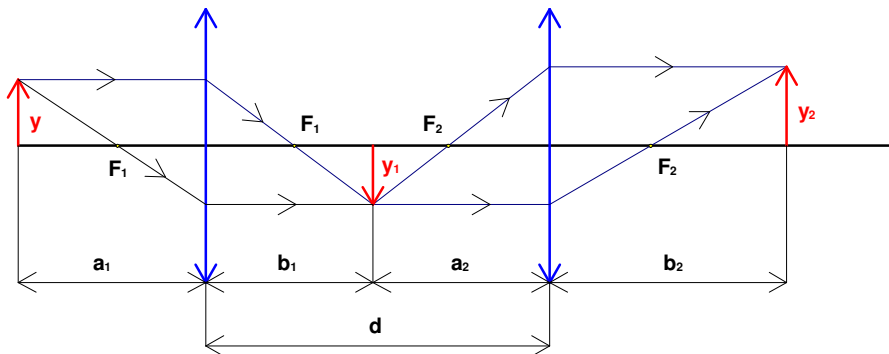
gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $C$  jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine).

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna. Povećanje sustava leća jednako je umnošku povećanja svake leće.

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2.$$



a)

Predmet se nalazi ispred prve leće. Njegova slika je predmet za drugu leću.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = C_1 \Rightarrow \frac{1}{b_1} = C_1 - \frac{1}{a_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{C_1 \cdot a_1 - 1}{a_1} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{a_1}{C_1 \cdot a_1 - 1} = \frac{0.6 \text{ m}}{4 \frac{1}{m} \cdot 0.6 \text{ m} - 1} = 0.429 \text{ m} = 42.9 \text{ cm}.$$

Dobivena slika je predmet za drugu leću, a njezina udaljenost  $a_2$  od te leće je:

$$a_2 = d - b_1 = 0.8 \text{ m} - 0.429 \text{ m} = 0.371 \text{ m} = 37.1 \text{ cm}.$$

Za drugu leću vrijedi:

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = C_2 \Rightarrow \frac{1}{b_2} = C_2 - \frac{1}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{C_2 \cdot a_2 - 1}{a_2} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{a_2}{C_2 \cdot a_2 - 1} = \frac{0.371 \text{ m}}{5 \frac{1}{m} \cdot 0.371 \text{ m} - 1} = 0.434 \text{ m} = 43.4 \text{ cm}.$$

b)

Povećanje iznosi:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \Rightarrow \gamma = -\frac{b_1}{a_1} \cdot \left( -\frac{b_2}{a_2} \right) \Rightarrow \gamma = \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = \frac{42.9 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} \cdot \frac{43.4 \text{ cm}}{37.1 \text{ cm}} = 0.84.$$

c)

$$\gamma = 0.84.$$

Budući da je  $0 < \gamma < 1$ , slika je umanjena i uspravna.

d)

Visinu slike izračunat ćemo na dva načina.

1. inačica

$$\gamma = \frac{y_2}{y} \Rightarrow \frac{y_2}{y} = \gamma \Rightarrow \frac{y_2}{y} = \gamma \cdot \frac{y}{y} \Rightarrow y_2 = \gamma \cdot y = 0.84 \cdot 3 \text{ cm} = 2.52 \text{ cm}.$$

2. inačica

Najprije nađemo visinu  $y_1$  prve slike.

$$\frac{y_1}{y} = -\frac{b_1}{a_1} \Rightarrow \frac{y_1}{y} = -\frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{y}{y} \Rightarrow y_1 = -\frac{b_1}{a_1} \cdot y = -\frac{42.9 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} \cdot 3 \text{ cm} = -2.15 \text{ cm}.$$

Visina  $y_2$  druge slike (na drugoj leći) je

$$\frac{y_2}{y_1} = -\frac{b_2}{a_2} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = -\frac{b_2}{a_2} \cdot \frac{y_1}{y_1} \Rightarrow y_2 = -\frac{b_2}{a_2} \cdot y_1 = -\frac{43.4 \text{ cm}}{37.1 \text{ cm}} \cdot (-2.15 \text{ cm}) = 2.52 \text{ cm}.$$

### Vježba 383

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 384 (Stiv, veleučilište)

Nacrtajte graf ovisnosti udaljenosti  $b$  slike o udaljenosti  $a$  predmeta za konkavno sferno zrcalo. (Napomena: Žarišna daljina  $f$  je stalna.)

### Rješenje 384

a, b, f

Zrake koje padaju na sferno zrcalo usporedno s osi sijeku se u točki koja se zove fokus  $F$  ili žarište

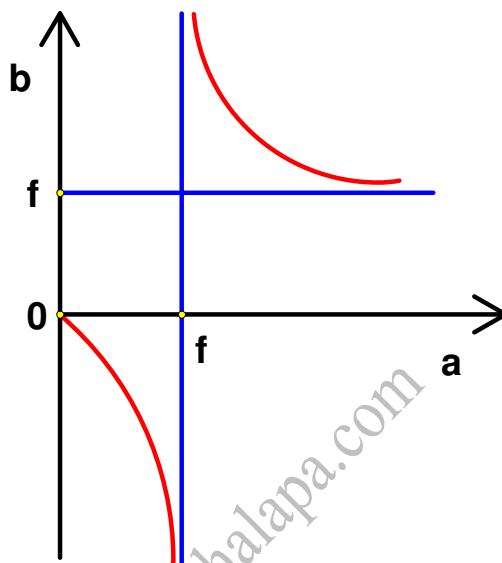
zrcala. Fokus leži na osi zrcala. Udaljenost  $f$  fokusa od tjemena jest fokalna ili žarišna daljina. Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Ako je reflektirajući sloj unutar sfere – **konkavno zrcalo**.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $a$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $b$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \boxed{b = \frac{a \cdot f}{a-f}}.$$



Graf ima oblik hiperbole. Postoje dvije asimptote  $a = f$  i  $b = f$ . Primijetimo da dio krivulje u intervalu  $0 < a < f$  odgovara virtualnoj slici.

Malo matematike

Prva asimptota (vertikalna asimptota) $a - f = 0 \Rightarrow a = f.$
Druga asimptota (horizontalna asimptota) $b = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a \cdot f}{a-f} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a \cdot f}{a-f} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a \cdot f}{a} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{f}{1-\frac{f}{a}} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{f}{1-0} = \frac{f}{1} = f.$

### Vježba 384

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 385 (Stiv, veleučilište)

Nacrtajte graf ovisnosti udaljenosti  $b$  slike o udaljenosti  $a$  predmeta za konveksno sferno zrcalo. (Napomena: Žarišna daljina  $f$  je stalna.)

### Rješenje 385

$a,$   $b,$   $f$

Zrake koje padaju na sferno zrcalo usporedno s osi sijeku se u točki koja se zove fokus  $F$  ili žarište zrcala. Fokus leži na osi zrcala. Udaljenost  $f$  fokusa od tjemena jest fokalna ili žarišna daljina. Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

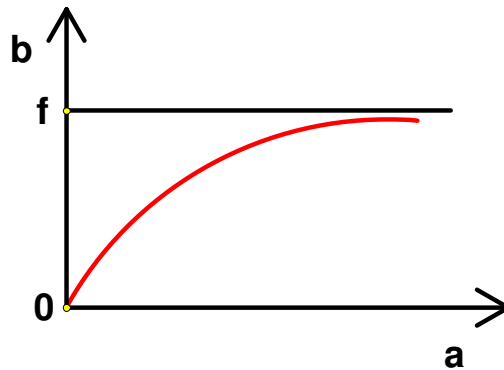
Ako je reflektirajući sloj na vanjskoj strani sfere – **konveksno zrcalo**.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $a$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $b$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednačba:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Udaljenost virtualnih slika i fokalna daljina konveksnog zrcala imaju negativan predznak.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{f+a}{a \cdot f} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \boxed{b = \frac{a \cdot f}{a+f}}$$



Graf je krivulja koja ima asimptotu  $b = f$ .

Malo matematike

Horizontalna asimptota

$$b = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a \cdot f}{a+f} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\frac{a \cdot f}{a}}{\frac{a+f}{a}} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a \cdot f}{a + \frac{f}{a}} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{f}{1 + \frac{f}{a}} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{f}{1+0} = \frac{f}{1} = f.$$

### Vježba 385

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 386 (Ivana, gimnazija)

Iz izvora se šire radiovalovi valne duljine 12 m. Izvor je na samoj površini vode i iz njega se šire dva vala. Jedan kroz zrak, a drugi kroz vodu. Nakon što su jedan i drugi prešli 100 m oni se ponovno nađu zajedno. Kolika je razlika hoda između ta dva vala? (indeks loma zraka  $n_1 \approx 1$ , indeks loma vode  $n_2 = 1.33$ )

### Rješenje 386

$$\lambda = 12 \text{ m}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad n_1 \approx 1, \quad n_2 = 1.33, \quad \Delta x = ?$$

Kada val prolazi kroz neko optičko sredstvo indeksa loma  $n$ , mijenja se njegova brzina, a time i valna duljina. Valna duljina smanjuje se  $n$  puta prema valnoj duljini kada se val širi vakuumom. Vrijedi:

$$\lambda_s = \frac{\lambda}{n},$$

gdje je  $\lambda_s$  valna duljina u sredstvu,  $\lambda$  valna duljina u vakuumu,  $n$  indeks loma sredstva.

Geometrijski putovi dva vala su jednaki. Optički putovi nisu im jednaki jer svjetlost putuje kroz sredstva različitog indeksa loma (zrak i vodu).

U zraku je  $n_1 \approx 1$  pa je duljina vala ostala ista.

$$\lambda = 12 \text{ m}.$$

U vodi je  $n_2 = 1.33$  pa je valna duljina

$$\lambda_2 = \frac{\lambda}{n_2} = \frac{12 \text{ m}}{1.33} = 9.0226 \text{ m}.$$

Optički put vala u zraku dug je  $8.3333 \cdot \lambda$ .

$$\left( \frac{100}{12} = 8.3333 \right)$$

Optički put vala u vodi dug je  $11.0833 \cdot \lambda_2$ .

$$\left( \frac{100}{9.0226} = 11.0833 \right)$$

Nakon što se ponovno nađu zajedno oba vala imaju valnu duljinu  $\lambda$  i pomaknuti su jedan prema drugome za  $2.75 \cdot \lambda$ .

$$(11.0833 - 8.3333 = 2.75)$$

Sada je

$$2.75 \cdot \lambda = 2 \cdot \lambda + 0.75 \cdot \lambda.$$

Razlika hoda je

$$\Delta x = 0.75 \cdot \lambda = 0.75 \cdot 12 \text{ m} = 9 \text{ m}.$$

### Vježba 386

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 387 (Mi3, maturanti)

Svijeća se nalazi ispred konvergentne leće na udaljenosti 3 puta većoj od žarišne udaljenosti  $f$ . Slika svijeće je:

- A. realna, obrnuta, uvećana      B. realna, obrnuta, umanjena  
C. virtualna, uspravna, uvećana      D. virtualna, uspravna, umanjena

### Rješenje 387

$$a = 3 \cdot f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Konvergentne leće stvaraju realnu sliku, ako je udaljenost predmeta  $a$  veća od žarišne daljine  $f$ . Negativno  $a$  ili  $b$  znači da predmet ili slika nisu realni. Konvergentne leće imaju pozitivne žarišne daljine. Dakle, žarišta konvergentnih leća su realna.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} = \\ &\Rightarrow b = \frac{3 \cdot f \cdot f}{3 \cdot f - f} = \frac{3 \cdot f \cdot f}{2 \cdot f} = \frac{3 \cdot f \cdot f}{2 \cdot f} = \frac{3}{2} \cdot f = 1.5 \cdot f. \end{aligned}$$

Povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{1.5 \cdot f}{3 \cdot f} = -\frac{1.5 \cdot f}{3 \cdot f} = -0.5.$$

Rasprava!

$b = 1.5 \cdot f \Rightarrow b > 0 \Rightarrow$ slika je <b>realna</b>
$\gamma = -0.5 \Rightarrow \gamma < 0 \Rightarrow$ slika je <b>obrnuta</b>
$ \gamma  = 0.5 \Rightarrow  \gamma  < 1 \Rightarrow$ slika je <b>umanjena</b> .

Odgovor je pod B.

### Vježba 387

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 388 (Mi3, maturanti)

Svijeća se nalazi ispred konvergentne leće na udaljenosti 2 puta većoj od žarišne udaljenosti  $f$ . Slika svijeće je:

A. realna, obrnuta, uvećana      B. realna, obrnuta, umanjena

C. realna, obrnuta, jednake veličine kao i predmet      D. virtualna, uspravna, umanjena

### Rješenje 388

$$a = 2 \cdot f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Konvergentne leće stvaraju realnu sliku, ako je udaljenost predmeta  $a$  veća od žarišne daljine  $f$ . Negativno  $a$  ili  $b$  znači da predmet ili slika nisu realni. Konvergentne leće imaju pozitivne žarišne daljine. Dakle, žarišta konvergentnih leća su realna.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} = \\ &\Rightarrow b = \frac{2 \cdot f \cdot f}{2 \cdot f - f} = \frac{2 \cdot f \cdot f}{f} = \frac{2 \cdot f \cdot f}{f} = 2 \cdot f. \end{aligned}$$

Povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{2 \cdot f}{2 \cdot f} = -\frac{2 \cdot f}{2 \cdot f} = -1.$$

Rasprava!

$b = 2 \cdot f \Rightarrow b > 0 \Rightarrow$ slika je <b>realna</b>
$\gamma = -1 \Rightarrow \gamma < 0 \Rightarrow$ slika je <b>obrnuta</b>
$ \gamma  = 1 \Rightarrow  \gamma  = 1 \Rightarrow$ slika je <b>jednake veličine kao i predmet</b> .

Odgovor je pod C.

### Vježba 388

Odmor!

**Rezultat:** ...



### Zadatak 389 (Mi3, maturanti)

Svijeća se nalazi ispred konvergentne leće na udaljenosti 1.5 puta većoj od žarišne udaljenosti  $f$ . Slika svijeće je:

- A. realna, obrnuta, uvećana      B. realna, obrnuta, umanjena  
C. virtualna, uspravna, uvećana      D. virtualna, uspravna, umanjena

### Rješenje 389

$$a = 1.5 \cdot f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Konvergentne leće stvaraju realnu sliku, ako je udaljenost predmeta  $a$  veća od žarišne daljine  $f$ . Negativno  $a$  ili  $b$  znači da predmet ili slika nisu realni. Konvergentne leće imaju pozitivne žarišne daljine. Dakle, žarišta konvergentnih leća su realna.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{f}{a-f} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} \\ &\Rightarrow b = \frac{1.5 \cdot f \cdot f}{1.5 \cdot f - f} = \frac{1.5 \cdot f \cdot f}{0.5 \cdot f} = \frac{1.5 \cdot f \cdot f}{0.5 \cdot f} = 3 \cdot f. \end{aligned}$$

Povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{3 \cdot f}{1.5 \cdot f} = -\frac{3 \cdot f}{1.5 \cdot f} = -2.$$

Rasprava!

$$b = 3 \cdot f \Rightarrow b > 0 \Rightarrow \text{slika je realna}$$

$$\gamma = -2 \Rightarrow \gamma < 0 \Rightarrow \text{slika je obrnuta}$$

$$|\gamma| = 2 \Rightarrow |\gamma| > 1 \Rightarrow \text{slika je uvećana.}$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 389

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 390 (Mi3, maturanti)

Svijeća se nalazi ispred konvergentne leće na udaljenosti jednakoj žarišnoj daljini  $f$ . Slika svijeće je:

- A. realna, obrnuta, uvećana      B. realna, obrnuta, umanjena  
C. virtualna, uspravna, uvećana      D. nema slike

### Rješenje 390

$$a = f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Konvergentne leće stvaraju realnu sliku, ako je udaljenost predmeta  $a$  veća od žarišne daljine  $f$ . Negativno  $a$  ili  $b$  znači da predmet ili slika nisu realni. Konvergentne leće imaju pozitivne žarišne daljine. Dakle, žarišta konvergentnih leća su realna.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow b = \infty.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 390

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 391 (Mi3, maturanti)

Sviječica se nalazi ispred konvergentne leće na udaljenosti 0.5 puta manjoj od žarišne udaljenosti  $f$ . Slika svijećice je:

- A. realna, obrnuta, uvećana      B. realna, obrnuta, umanjena  
C. virtualna, uspravna, uvećana      D. virtualna, uspravna, umanjena

### Rješenje 391

$$a = 0.5 \cdot f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Konvergentne leće stvaraju realnu sliku, ako je udaljenost predmeta  $a$  veća od žarišne daljine  $f$ . Negativno  $a$  ili  $b$  znači da predmet ili slika nisu realni. Konvergentne leće imaju pozitivne žarišne daljine. Dakle, žarišta konvergentnih leća su realna.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} = \\ &\Rightarrow b = \frac{0.5 \cdot f \cdot f}{0.5 \cdot f - f} = \frac{0.5 \cdot f \cdot f}{-0.5 \cdot f} = \frac{0.5 \cdot f \cdot f}{-0.5 \cdot f} = -f. \end{aligned}$$

Povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{-f}{0.5 \cdot f} = \frac{f}{0.5 \cdot f} = \frac{f}{0.5 \cdot f} = 2.$$

Rasprava!

$$b = -f \Rightarrow b < 0 \Rightarrow \text{slika je virtualna}$$

$$\gamma = 2 \Rightarrow \gamma > 0 \Rightarrow \text{slika je uspravna}$$

$$\gamma = 2 \Rightarrow \gamma > 1 \Rightarrow \text{slika je uvećana.}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 391

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 392 (Mi3, maturanti)

Svijeća se nalazi ispred divergentne leće na udaljenosti jednakoj žarišnoj daljini  $f$ .

Slika svijeće je:

A. realna, uspravna, umanjena      B. virtualna, uspravna, uvećana

C. virtualna, uspravna, umanjena      D. virtualna, obrnuta, jednake veličine kao i predmet

### Rješenje 392

$$a = f, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta i  $b$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće.

Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ( $b < 0, f < 0$ ).

Divergentne leće daju samo virtualne slike.

Divergentne leće imaju negativne žarišne daljine. Dakle, žarišta divergentnih leća su virtualna.

Divergentne leće od realnog predmeta daju uvijek virtualnu, umanjenu i uspravnu sliku.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = -\frac{2}{f} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow b = -\frac{f}{2} \Rightarrow b = -0.5 \cdot f. \end{aligned}$$

Povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{-0.5 \cdot f}{f} = \frac{0.5 \cdot f}{f} = \frac{0.5 \cdot f}{f} = 0.5.$$

Rasprava!

$$b = -0.5 \cdot f \Rightarrow b < 0 \Rightarrow \text{slika je virtualna}$$

$$\gamma = 0.5 \Rightarrow \gamma > 0 \Rightarrow \text{slika je uspravna}$$

$$\gamma = 0.5 \Rightarrow \gamma < 1 \Rightarrow \text{slika je umanjena.}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 392

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 393 (Vinko, maturant)

Konvekskonkavna leća ima polumjere zakrivljenosti 60 cm i 1 m. Načinjena je od stakla indeksa loma 1.72. Kolika je njezina žarišna daljina?

#### Rješenje 393

$$R_1 = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, \quad R_2 = -1 \text{ m}, \quad n = 1.72, \quad f = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je  $f$  fokalna daljina leće,  $n$  relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a  $R_1$  i  $R_2$  jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

Udubljena ili konkavna leća može biti bikonkavna ako su joj obje plohe udubljene, plankonkavna ako joj je jedna ploha ravna, a druga udubljena, **konvekskonkavna** kada joj je jedna strana ispupčena, a druga udubljena.

- Za konvergentne (konveksne, tankog ruba) leće veličine  $R_1$  i  $R_2$  uzimamo s pozitivnim predznakom.
- Za divergentne (konkavne, širokog ruba) leće veličine  $R_1$  i  $R_2$  uzimamo s negativnim predznakom.

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{(n-1) \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow f = \frac{R_1 \cdot R_2}{(n-1) \cdot (R_1 + R_2)} = \frac{0.6 \text{ m} \cdot (-1 \text{ m})}{(1.72-1) \cdot (0.6 \text{ m} - 1 \text{ m})} = 2.083 \text{ m}. \end{aligned}$$

#### Vježba 393

Konvekskonkavna leća ima polumjere zakrivljenosti 50 cm i 1 m. Načinjena je od stakla indeksa loma 1.72. Kolika je njezina žarišna daljina?

**Rezultat:** 1.389 m.

### Zadatak 394 (Vinko, maturant)

Odredite polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće žarišne daljine 36 cm, indeksa loma 1.5.

A. 20 cm      B. 72 cm      C. 9 cm      D. 18 cm

#### Rješenje 394

$$R_1 = \infty, \quad R_2 = R, \quad f = 36 \text{ cm}, \quad n = 1.5, \quad R = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je  $f$  fokalna daljina leće,  $n$  relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a  $R_1$  i  $R_2$  jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

Ispupčena ili konveksna leća može biti bikonveksna kada su joj obje plohe ispupčene, **plankonveksna** kada joj je jedna strana ravna, a druga ispupčena i konkavkonveksna ako joj je jedna strana udubljena, a druga ispupčena.

- Za konvergentne (konveksne, tankog ruba) leće veličine  $R_1$  i  $R_2$  uzimamo s pozitivnim predznakom.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( 0 + \frac{1}{R} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R} \quad | \cdot f \cdot R \Rightarrow R = (n-1) \cdot f = (1.5-1) \cdot 36 \text{ cm} = 18 \text{ cm}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 394

Odredite polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće žarišne daljine 18 cm, indeksa loma 1.5.

- A. 20 cm      B. 72 cm      C. 9 cm      D. 18 cm

**Rezultat:** C.

### Zadatak 395 (Tony, maturant)

Ispred divergentne tanke leće žarišne daljine – 10 cm postavljen je predmet na udaljenosti 20 cm od leće. Odredite gdje se nalazi slika predmeta. Kolika je jakost leće?

#### Rješenje 395

$$f = -10 \text{ cm} = -0.1 \text{ m}, \quad a = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad b = ?, \quad C = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. **Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ( $b < 0, f < 0$ ).**

Jakost ili konvergencija leće C dana je jednadžbom

$$C = \frac{1}{f},$$

gdje je f fokalna daljina leće. Konvergentne leće imaju pozitivnu optičku jakost, dok divergentne leće imaju negativnu optičku jakost.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{f \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} =$$

$$= \frac{0.2 \text{ m} \cdot (-0.1 \text{ m})}{0.2 \text{ m} - (-0.1 \text{ m})} = -\frac{1}{15} \text{ m} = -\frac{1}{15} \cdot 100 \text{ cm} = -\frac{1}{15} \cdot 100 \text{ cm} = -\frac{20}{3} \text{ cm}.$$

Jakost leće je

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0.1 \text{ m}} = -10 \text{ dioptriya}.$$

### Vježba 395

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 396 (Tony, maturant)

Svjetlost prelazi iz stakla apsolutnog indeksa loma 1.67 u vodu apsolutnog indeksa loma 1.33. Upadni kut je 30°. Izračunajte kut loma.

#### Rješenje 396

$$n_1 = 1.67, \quad n_2 = 1.33, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \beta = ?$$

Na graničnoj plohi koja dijeli dva optički različita sredstva 1 i 2 svjetlost mijenja pravac širenja. Tu pojavu nazivamo lom ili refrakcija svjetlosti. Zakon loma možemo izreći ovako:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta,$$

gdje je  $n_1$  apsolutni indeks loma sredstva kroz koje svjetlost upada,  $\alpha$  kut upadanja,  $n_2$  apsolutni indeks loma sredstva u kojem se svjetlost lomi,  $\beta$  kut loma.

$$\begin{aligned} n_2 \cdot \sin \beta &= n_1 \cdot \sin \alpha \Rightarrow n_2 \cdot \sin \beta = n_1 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{n_2} \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \beta &= \sin^{-1} \left( \frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2} \right) \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left( \frac{1.67 \cdot \sin 30^\circ}{1.33} \right) \Rightarrow \text{DEG} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \beta = 38.89^\circ \Rightarrow \beta = 38^\circ 53'. \end{aligned}$$

### Vježba 396

Svjetlost prelazi iz stakla apsolutnog indeksa loma 1.67 u vodu apsolutnog indeksa loma 1.33. Upadni kut je  $45^\circ$ . Izračunajte kut loma.

**Rezultat:**  $62^\circ 36'$ .

### Zadatak 397 (Nikolina, gimnazija)

Ispred ispupčenog zrcala, polumjera 50 cm, nalazi se predmet veličine 5 cm na udaljenosti 10 cm od zrcala. Odredite položaj slike, veličinu slike, uvećanje te opišite obilježja slike. Nacrtajte konstrukciju slike i provjerite rezultate.

#### Rješenje 397

$R = -50$  cm zrcalo je ispupčeno (konveksno),  $y = 5$  cm,  $a = 10$  cm,  $b = ?$ ,  
 $m = ?$ ,  $y' = ?$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine. Sferno zrcalo je dio kugline plohe kojoj je jedna strana glatka, tako da reflektira svjetlost. Sferna zrcala mogu biti udubljena (konkavna) ili izbočena (konveksna).

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $a$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $b$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa  $R$  polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe konjugacije sfernog zrcala:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Udaljenost virtualnih slika  $b$ , udaljenost žarišta  $f$  i polumjer zakrivljenosti  $R$  konveksnog (ispupčenog) zrcala imaju negativan predznak.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $m$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Paralelne zrake koje padaju na ispupčeno zrcalo reflektiraju se kao da dolaze iz žarišta koje se nalazi iza zrcala.

#### Računamo položaj slike $b$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{R} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2 \cdot a - R}{R \cdot a} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{R \cdot a}{2 \cdot a - R} = \\ &= \frac{-50 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{2 \cdot 10 \text{ cm} - (-50 \text{ cm})} = \frac{-500 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm} + 50 \text{ cm}} = \frac{-500 \text{ cm}^2}{70 \text{ cm}} = -7.14 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Predznak minus pokazuje da je slika iza zrcala i da je prividna (virtualna).

#### Računamo uvećanje slike $m$ .

$$m = -\frac{b}{a} = -\frac{-7.14 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0.71.$$

Povećanje je pozitivno,  $m > 0$ , znači slika je uspravna. Povećanje je manje od 1,  $m < 1$ , znači slika je umanjena.

### Računamo veličinu slike $y'$ .

$$m = \frac{y'}{y} \Rightarrow \frac{y'}{y} = m \Rightarrow \frac{y'}{y} = m / \cdot y \Rightarrow y' = m \cdot y = 0.71 \cdot 5 \text{ cm} = 3.55 \text{ cm}.$$

### Opis obilježja slike.

Slika je prividna (virtualna, irealna), uspravna i umanjena.

Zapamtimo!

Slika je predmeta nastala **ispupčenim** zrcalom prividna (virtualna), uspravna i umanjena, a nalazi se između tjemena zrcala i prividnog žarišta.

Ispupčena sferna zrcala nalaze se u automobilima kao retrovizori



i kao zrcala na nepreglednim cestovnim križanjima jer stvaraju sliku velikog dijela prostora.



### Konstrukcija slike.

Sliku predmeta možemo dobiti konstrukcijom u odgovarajućem mjerilu pomoću najmanje dviju karakterističnih zraka.

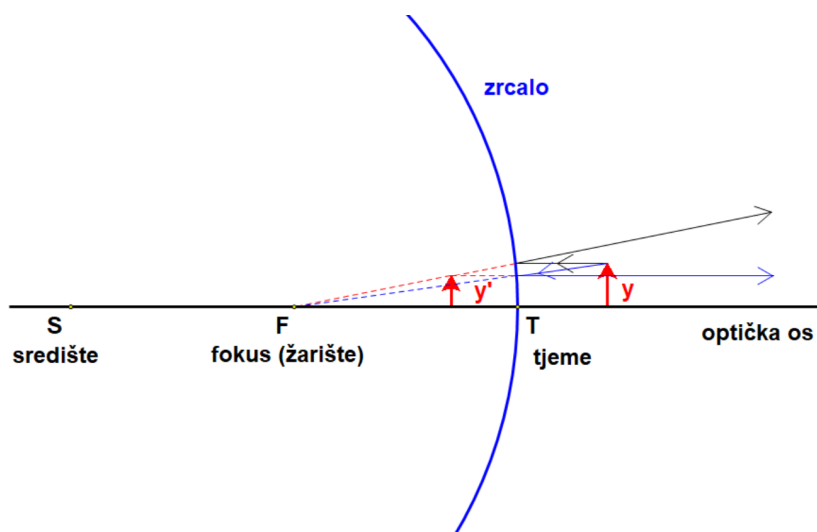
Uzet ćemo mjerilo 1 : 4. Smanjujemo veličine 4 puta.

$$R = 50 \text{ cm} \Rightarrow [50 : 4] \Rightarrow R = 12.5 \text{ cm}$$

$$y = 5 \text{ cm} \Rightarrow [5 : 4] \Rightarrow y = 1.25 \text{ cm}$$

$$a = 10 \text{ cm} \Rightarrow [10 : 4] \Rightarrow a = 2.5 \text{ cm}$$

Crtnjom se slika dobije tako da crtamo zraku od predmeta paralelnu s optičkom osi koja se odbija kao da dolazi iz žarišta i zraku koja je upravljena prema žarištu i odbija se paralelno s optičkom osi.



Na crtežu izmjerimo veličinu slike,  $y' = 0.88$  cm. Pomnožimo brojem 4 i dobijemo  $y' = 3.52$  cm što se dobro slaže s računskim postupkom.

### Vježba 397

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 398 (Nikola, maturant)

Točkasti izvor titra frekvencijom 50 Hz. Iz njega se širi val brzinom 300 m / s. Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su 2 m i 8 m udaljene od izvora?

- A.  $\pi$  rad      B. 6 m      C. 0      D.  $2 \cdot \pi$  rad

### Rješenje 398

$$f = 50 \text{ Hz}, \quad v = 300 \text{ m / s}, \quad x_1 = 2 \text{ m}, \quad x_2 = 8 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Izraz

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}$$

zove se **razlika u fazi** između titranja čestice na mjestu  $x_1$  i čestice na mjestu  $x_2$ .  
Veza između valne duljine  $\lambda$ , frekvencije titranja  $f$  i brzine vala  $v$  je

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{f} \\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{f}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f \cdot (x_2 - x_1)}{v} =$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \frac{50 \frac{1}{s} \cdot (8 \text{ m} - 2 \text{ m})}{300 \frac{\text{m}}{s}} = 2 \cdot \pi \text{ rad.}$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 398

Točkasti izvor titra frekvencijom 50 Hz. Iz njega se širi val brzinom 300 m / s. Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su 1 m i 7 m udaljene od izvora?

- A.  $\pi$  rad      B. 6 m      C. 0      D.  $2 \cdot \pi$  rad

**Rezultat:** D.

### Zadatak 399 (Danijela, maturantica)

Luka je od oftalmologa dobio nalaz na kojem piše da mu trebaju naočale jakosti – 2 dpt. Kakve leće na naočalama treba nositi Luka?

- A. divergentne leće žarišne daljine 50 cm      B. konvergentne leće žarišne daljine 50 cm  
C. divergentne leće žarišne daljine 200 cm      D. konvergentne leće žarišne daljine 200 cm

### Rješenje 399

$$C = -2 \text{ dpt} = -2 \text{ m}^{-1}, \quad f = ?$$

Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost fokalne daljine:

$$C = \frac{1}{f}$$

Konvergencija se izražava jedinicom  $\text{m}^{-1}$ .

**Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.**

Budući da je jakost C negativna, Luka treba za naočale divergentne leće žarišne daljine



$$C = \frac{1}{f} \Rightarrow C = \frac{1}{f} \cdot \frac{f}{C} \Rightarrow f = \frac{1}{C} = \frac{1}{2 \text{ m}^{-1}} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}.$$



Odgovor je pod A.

### Vježba 399

Luka je od oftalmologa dobio nalaz na kojem piše da mu trebaju naočale jakosti + 2 dpt. Kakve leće na naočalama treba nositi Luka?

- A. divergentne leće žarišne daljine 50 cm      B. konvergentne leće žarišne daljine 50 cm  
C. divergentne leće žarišne daljine 200 cm      D. konvergentne leće žarišne daljine 200 cm

**Rezultat:** B.

### Zadatak 400 (Danijel, veleučilište)

Na plankonveksnu leću polumjera zakrivljenosti 20 cm upada paralelni snop bijele svjetlosti. Koliki je razmak između fokusa za crvenu i plavu svjetlost ako je indeks loma stakla leće za crvenu svjetlost 1.62, a za plavu 1.63?

### Rješenje 400

$r_1 = r = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$ ,       $r_2 = \infty$  plankonveksna leća,       $n_1 = 1.62$  indeks loma stakla leće za crvenu svjetlost,       $n_2 = 1.63$  indeks loma stakla leće za plavu svjetlost,       $\Delta f = ?$

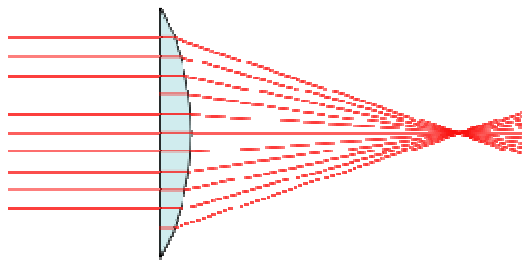
Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravna. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne).

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je  $f$  fokalna daljina leće,  $n$  relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a  $R_1$  i  $R_2$  jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

Plankonveksna leća ima jednu stranu ravnu, a drugu ispupčenu.



- Za konvergentne (konveksne, tankog ruba) leće veličine  $R_1$  i  $R_2$  uzimamo s pozitivnim predznakom.
- Za divergentne (konkavne, širokog ruba) leće veličine  $R_1$  i  $R_2$  uzimamo s negativnim predznakom.
- Žarišnu udaljenost divergentne leće uzimamo s negativnim predznakom.

Budući da je riječ o plankonveksnoj leći, vrijedi:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r} + 0 \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{n-1}{r} \Rightarrow f = \frac{r}{n-1}.$$

Žarišne duljine su:

- za crvenu svjetlost  $f_1 = \frac{r}{n_1 - 1}$
- za plavu svjetlost  $f_2 = \frac{r}{n_2 - 1}$ .

Udaljenost žarišta iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta f = f_1 - f_2 &\Rightarrow \Delta f = \frac{r}{n_1 - 1} - \frac{r}{n_2 - 1} \Rightarrow \Delta f = r \cdot \left( \frac{1}{n_1 - 1} - \frac{1}{n_2 - 1} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta f &= r \cdot \frac{n_2 - 1 - (n_1 - 1)}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)} \Rightarrow \Delta f = r \cdot \frac{n_2 - 1 - n_1 + 1}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)} \Rightarrow \Delta f = r \cdot \frac{n_2 - 1 - n_1 + 1}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta f &= r \cdot \frac{n_2 - n_1}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)} = 0.2 \text{ m} \cdot \frac{1.63 - 1.62}{(1.62 - 1) \cdot (1.63 - 1)} = 5.12 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.512 \text{ cm}. \end{aligned}$$

#### Vježba 400

Na plankonveksnu leću polumjera zakrivljenosti 30 cm upada paralelni snop bijele svjetlosti. Koliki je razmak između fokusa za crvenu i plavu svjetlost ako je indeks loma stakla leće za crvenu svjetlost 1.62, a za plavu 1.63?

**Rezultat:** 0.768 cm.

www.halapa.com