Zadatak 361 (Goran, srednja škola)

Na vodi je tanak sloj ulja indeksa loma n = 1.5. Gledajući pod kutom 50º prema okomici vidi se zelena boja valne duljine 520 nm. Kolika može biti najmanja debljina sloja na tom mjestu?

Rješenje 361

n = 1.5, $\alpha = 50^\circ$, $\lambda = 520$ nm $= 5.2 \cdot 10^{-7}$ m, d = ?

Pri interferenciji svjetlosti na tankim listićima (sloju) maksimalna rasvjeta dobije se uz uvjet

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2},$$

gdje je d debljina sloja, n indeks loma prozirnog sredstva, α upadni kut, λ valna duljina svjetlosti, k = 0, 1, 2, 3, …

$$2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \; / \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{(2 \cdot k + 1) \cdot \lambda}{4 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{d je minimalno} \\ \text{za } k = 0 \end{array} \right] \Rightarrow d = \frac{(2 \cdot 0 + 1) \cdot \lambda}{4 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{4 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{5.2 \cdot 10^{-7} \; m}{4 \cdot \sqrt{1.5^2 - \sin^2 50^\circ}} = 1.008 \cdot 10^{-7} \; m \approx$$

$$\approx 1.01 \cdot 10^{-7} \; m = 101 \cdot 10^{-9} \; m = 101 \; nm.$$

Vježba 361

Odmor!

Rezultat: C.

Zadatak 362 (Dubravko, maturant)

Dvije uske pukotine međusobno razmaknute 0.4 mm obasjane su monokromatskom svjetlošću. Kolika je razlika optičkih putova zraka koje iz obje pukotine dolaze u točku S na zastoru udaljenom 4 m od pukotine ako je udaljenost $|OS| = 11.8$ mm?

Rješenje 362

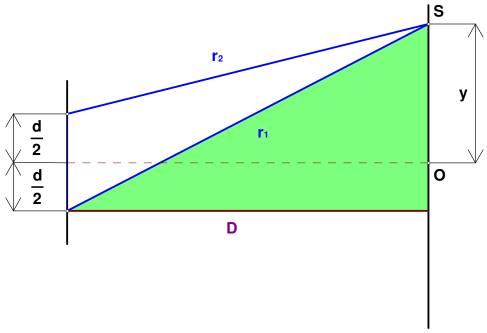
d = 0.4 mm $= 4 \cdot 10^{-4}$ m, D = 4 m, $|OS| = y = 11.8$ mm $= 1.18 \cdot 10^{-2}$ m, $\delta = ?$

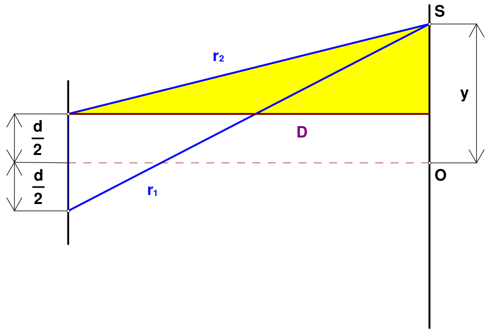
Optička dužina puta jednaka je umnošku indeksa loma sredstva kroz koje se svjetlosni val širi i geometrijske dužine puta. Razlika optičkih putova δ dviju zraka, od kojih je jedna prevalila put r_1 u sredstvu indeksa loma n_1, a druga put r_2 u sredstvu indeksa loma n_2, iznosi

$$\delta = n_1 \cdot r_1 - n_2 \cdot r_2.$$

Budući da se zrake šire u zraku, geometrijska razlika puta jednaka je optičkoj (indeks loma zraka $n \approx 1$) te je

$$\delta = r_1 - r_2.$$





Do točke S prvi val prevalio je put r_1, a drugi put r_2. Putove r_1 i r_2 izračunamo pomoću Pitagorina poučka.

$$\left.\begin{aligned} r_1^2 &= D^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 \\ r_2^2 &= D^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} r_1^2 &= D^2 + y^2 + y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \\ r_2^2 &= D^2 + y^2 - y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = D^2 + y^2 + y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(D^2 + y^2 - y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = D^2 + y^2 + y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - D^2 - y^2 + y \cdot d - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = D^2 + y^2 + y \cdot d + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - D^2 - y^2 + y \cdot d - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = 2 \cdot y \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (r_1 - r_2) \cdot (r_1 + r_2) = 2 \cdot y \cdot d \Rightarrow \delta \cdot (r_1 + r_2) = 2 \cdot y \cdot d.$$

Primijetimo da su veličine y i d mnogo manje od D (y << D, d << D) pa je

$$r_1 + r_2 \approx 2 \cdot D.$$

Zato je

$$\delta \cdot (r_1 + r_2) = 2 \cdot y \cdot d \Rightarrow \delta \cdot 2 \cdot D = 2 \cdot y \cdot d \Rightarrow \delta \cdot 2 \cdot D = 2 \cdot y \cdot d \; / \cdot \frac{1}{2 \cdot D} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{y \cdot d}{D} = \frac{1.18 \cdot 10^{-2}\ m \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ m}{4\ m} = 1.18 \cdot 10^{-6}\ m = 1.18\ \mu m.$$

Vježba 362

Dvije uske pukotine međusobno razmaknute 0.8 mm obasjane su monokromatskom svjetlošću. Kolika je razlika optičkih putova zraka koje iz obje pukotine dolaze u točku S na zastoru udaljenom 8 m od pukotine ako je udaljenost $|OS| = 11.8$ mm?

Rezultat: 1.18 μm.

Zadatak 363 (Štef, maturant)

Kako opisati obilježja slike kod sfernih zrcala?

Rješenje 363

a, b, f, γ

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Jednadžbom sfernih zrcala možemo izračunati položaj slike, položaj predmeta ili položaj žarišta znajući ostala dva podatka. Ista jednadžba vrijedi i za ispupčena zrcala, pri čemu treba uvrštavati negativnu vrijednost žarišne daljine.

$b > 0$	**slika je stvarna (realna)**
$b < 0$	**slika je prividna (virtualna)**

$\gamma > 0$	**slika je uspravna**
$\gamma < 0$	**slika je obrnuta**

$\lvert\gamma\rvert > 1$	**slika je povećana**
$\lvert\gamma\rvert < 1$	**slika je smanjena**
$\lvert\gamma\rvert = 1$	**slika je iste veličine kao i predmet**

Vježba 363

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 364 (Štef, maturant)

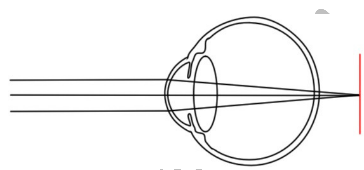
Izračunajte jakost leće naočala za dalekovidno oko koje ne vidi jasno slova kada je knjiga bliže od 50 cm. Naočale moraju omogućiti čitanje knjige na udaljenosti jasnog vida od 25 cm.

Rješenje 364

b = – 50 cm = – 0.5 m slika je s iste strane kao i predmet, a = 25 cm = 0.25 m, C = ?

Normalno oko bez naprezanja (akomodacije) oštro vidi predmete na udaljenosti približno 25 cm. Tu udaljenost zovemo daljina jasnog vida.

Dalekovidnost se korigira **konvergentnim** lećama. Dalekovidno oko upadnu svjetlost fokusira iza mrežnice.



Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C,$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a C jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine). Mjerna jedinica jakosti leće je recipročni metar ili dioptrija, m^{-1}. Prema dogovoru dioptrija je pozitivna za sabirne (konvergentne, ispupčene, konveksne) leće, a negativna za rastresne (divergentne, udubljene, konkavne) leće.

Pretpostavimo da su naočale sasvim uz oko, a predmet je od njih udaljen za a.

$$C=\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \Rightarrow C=\frac{b+a}{a\cdot b}=\frac{-0.5\ m+0.25\ m}{0.25\ m\cdot(-0.5\ m)}=+2\ \frac{1}{m}=+2\ dpt.$$

Vježba 364

Izračunajte jakost leće naočala za dalekovidno oko koje ne vidi jasno slova kada je knjiga bliže od 45 cm. Naočale moraju omogućiti čitanje knjige na udaljenosti jasnog vida od 25 cm.

Rezultat: + 1.78 dpt.

Zadatak 365 (Štef, maturant)

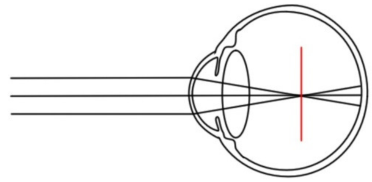
Izračunajte jakost leće naočala za kratkovidno oko koje ne može čitati ako mu je knjiga na udaljenosti većoj od 10 cm. Naočale moraju omogućiti čitanje knjige na udaljenosti jasnog vida od 25 cm.

Rješenje 365

b = – 10 cm = – 0.1 m leća je divergentna, a = 25 cm = 0.25 m, C = ?

Normalno oko bez naprezanja (akomodacije) oštro vidi predmete na udaljenosti približno 25 cm. Tu

udaljenost zovemo daljina jasnog vida.
Kratkovidnost se korigira **divergentnim** lećama. Kratkovidno oko upadnu svjetlost fokusira ispred mrežnice.



Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C,$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a C jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine). Udaljenost je virtualne slike, kao i jakost divergentne leće negativna ($b < 0, C < 0$). Mjerna jedinica jakosti leće je recipročni metar ili dioptrija, m^{-1}. Prema dogovoru dioptrija je pozitivna za sabirne (konvergentne, ispupčene, konveksne) leće, a negativna za rastresne (divergentne, udubljene, konkavne) leće.
Pretpostavimo da su naočale sasvim uz oko, a predmet je od njih udaljen za a.

$$C=\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \Rightarrow C=\frac{b+a}{a\cdot b}=\frac{-0.1\ m+0.25\ m}{0.25\ m\cdot(-0.1\ m)}=-6\ \frac{1}{m}=-6\ dpt.$$

Vježba 365

Izračunajte jakost leće naočala za kratkovidno oko koje ne može čitati ako mu je knjiga na udaljenosti većoj od 20 cm. Naočale moraju omogućiti čitanje knjige na udaljenosti jasnog vida od 25 cm.

Rezultat: – 1 dpt.

Zadatak 366 (Antonija, maturantica)

Kratkovidan čovjek nosi naočale jakosti – 2 dioptrije da bi jasno vidio predmete koji su 25 cm udaljeni od njegovih očiju. Kolika je udaljenost od očiju da bi predmet vidio jasno bez naočala?

Rješenje 366

$C = -2$ dpt, $a = 25$ cm $= 0.25$ m, $b = ?$

Normalno oko bez naprezanja (akomodacije) oštro vidi predmete na udaljenosti približno 25 cm. Tu udaljenost zovemo daljina jasnog vida.
Kratkovidnost se korigira **divergentnim** lećama. Kratkovidno oko upadnu svjetlost fokusira ispred mrežnice.
Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C,$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a C jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine). Udaljenost je virtualne slike, kao i jakost divergentne leće negativna ($b < 0, C < 0$). Mjerna jedinica jakosti leće je recipročni metar ili dioptrija, m^{-1}. Prema dogovoru dioptrija je pozitivna za sabirne (konvergentne, ispupčene, konveksne) leće, a negativna za rastresne (divergentne, udubljene, konkavne) leće.
Pretpostavimo da su naočale sasvim uz oko, a predmet je od njih udaljen za a.

$$C=\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C \Rightarrow \frac{1}{b}=C-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a\cdot C-1}{a} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \frac{a}{a \cdot C - 1} = \frac{0.25\ m}{0.25\ m \cdot \left(-2\ \frac{1}{m}\right) - 1} = -0.1667\ m = -16.67\ cm.$$

Vježba 366

Kratkovidan čovjek nosi naočale jakosti – 6 dioptrije da bi jasno vidio predmete koji su 25 cm udaljeni od njegovih očiju. Kolika je udaljenost od očiju da bi predmet vidio jasno bez naočala?

Rezultat: – 10 cm.

Zadatak 367 (Ana, maturantica)

Konkavno sferno zrcalo daje od realnog predmeta tri puta uvećanu i obrnutu sliku. Slika i predmet međusobno su udaljeni 16 cm. Kolika je žarišna daljina zrcala?

$A.\ 6\ cm \qquad B.\ 4\ cm \qquad C.\ 8\ cm \qquad D.\ 3\ cm$

Rješenje 367

$\gamma = -3$ slika je obrnuta, $b - a = 16$ cm $= 0.16$ m, $f = ?$

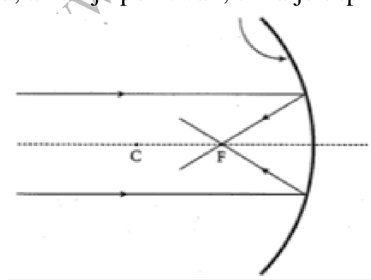
Zrake koje padaju na sferno zrcalo usporedno s osi sijeku se u točki koja se zove fokus F ili žarište zrcala. Fokus leži na osi zrcala. Udaljenost f fokusa od tjemena jest fokalna ili žarišna daljina. Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.



$$\left.\begin{array}{l} \gamma = -\frac{b}{a} \\ \gamma = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -3 \Rightarrow -\frac{b}{a} = -3 \ / \cdot (-a) \Rightarrow b = 3 \cdot a.$$

Iz sustava dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} b = 3 \cdot a \\ b - a = 0.16 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 \cdot a - a = 0.16 \Rightarrow 2 \cdot a = 0.16 \Rightarrow 2 \cdot a = 0.16 \ / : 2 \Rightarrow a = 0.08\ m = 8\ cm.$$

Računamo b.

$$\left.\begin{array}{l} a = 8\ cm \\ b = 3 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow b = 3 \cdot 8\ cm \Rightarrow b = 24\ cm.$$

Žarišna daljina zrcala iznosi:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{b+a}{a\cdot b}\Rightarrow\left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right]\Rightarrow f=\frac{a\cdot b}{a+b}=\frac{8\ cm\cdot 24\ cm}{8\ cm+24\ cm}=6\ cm.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 367

Konkavno sferno zrcalo daje od realnog predmeta dva puta uvećanu i obrnutu sliku. Slika i predmet međusobno su udaljeni 16 cm. Kolika je žarišna daljina zrcala?

$A.\ 8.67\ cm \qquad B.\ 13.5\ cm \qquad C.\ 10.67\ cm \qquad D.\ 9.82\ cm$

Rezultat: C.

Zadatak 368 (Ana, maturantica)

Predmet visok 6 cm udaljen je 48 cm od tjemena konveksnog sfernog zrcala čiji je polumjer 64 cm. Odredite visinu slike.

$A.\ 2.2\ cm \qquad B.\ 2.4\ cm \qquad C.\ 2.8\ cm \qquad D.\ 3.2\ cm$

Rješenje 368

y = 6 cm = 0.06 m, a = 48 cm = 0.48 m, R = – 64 cm = – 0.64 m konveksno zrcalo, y ' = ?

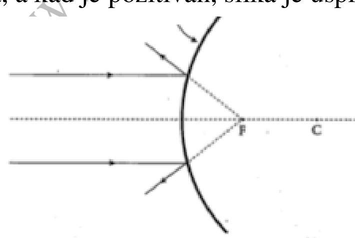
Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena, slovom R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}.$$

Udaljenost virtualnih slika i polumjer zakrivljenosti konveksnog zrcala imaju negativan predznak.
Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.



$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}\Rightarrow\frac{1}{b}=\frac{2}{R}-\frac{1}{a}\Rightarrow\frac{1}{b}=\frac{2\cdot a-R}{R\cdot a}\Rightarrow\left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right]\Rightarrow b=\frac{R\cdot a}{2\cdot a-R}=$$

$$=\frac{-0.64\ m\cdot 0.48\ m}{2\cdot 0.48\ m-(-0.64\ m)}=-0.192\ m=-19.2\ cm.$$

Visina slike je:

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=\dfrac{y'}{y}\\[2ex]\gamma=-\dfrac{b}{a}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}\Rightarrow\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}\ /\cdot y\Rightarrow y'=-\frac{b}{a}\cdot y=-\frac{-19.2\ cm}{48\ cm}\cdot 6\ cm=2.4\ cm.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 368

Predmet visok 4 cm udaljen je 48 cm od tjemena konveksnog sfernog zrcala čiji je polumjer 64 cm. Odredite visinu slike.

$$A.\ 0.8\ cm \qquad B.\ 1.4\ cm \qquad C.\ 1.6\ cm \qquad D.\ 1.8\ cm$$

Rezultat: C.

Zadatak 369 (Ana, maturantica)

Točkasti izvor svjetlosti nalazi se na 2 m ispred tanke leće. Slika tog izvora nalazi se 2 m iza leće. Jakost leće iznosi:

$$A.\ +1\ dioptriju \qquad B.\ +2\ dioptrije \qquad C.\ -2\ dioptrije \qquad D.\ -1\ dioptriju$$

Rješenje 369

a = 2 m, b = 2 m, C = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C,$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a C jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine). Mjerna jedinica jakosti leće je recipročni metar ili dioptrija, m^{-1}. Prema dogovoru dioptrija je pozitivna za sabirne (konvergentne, ispupčene, konveksne) leće, a negativna za rastresne (divergentne, udubljene, konkavne) leće.

$$C=\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \Rightarrow C=\frac{b+a}{a\cdot b}=\frac{2\ m+2\ m}{2\ m\cdot 2\ m}=+1\ \frac{1}{m}=+1\ dpt.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 369

Točkasti izvor svjetlosti nalazi se na 1 m ispred tanke leće. Slika tog izvora nalazi se 1 m iza leće. Jakost leće iznosi:

$$A.\ +1\ dioptriju \qquad B.\ +2\ dioptrije \qquad C.\ -2\ dioptrije \qquad D.\ -1\ dioptriju$$

Rezultat: B.

Zadatak 370 (Sofy, gimnazija)

Realni predmet nalazi se ispred divergentne leće u njezinu žarištu. Ako je visina predmeta označena s y, tada je visina slike:

$$A.\ 2\cdot y \qquad B.\ y \qquad C.\ \frac{y}{2} \qquad D.\ -\frac{y}{2}$$

Rješenje 370

a = f, y ' = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0,\ f < 0$).
Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b}=-\frac{1}{f}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=-\frac{1}{f}-\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b}=-\frac{2}{f} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b=-\frac{f}{2}.$$

Visina slike iznosi:

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=\dfrac{y'}{y}\\[2ex] \gamma=-\dfrac{b}{a}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{y'}{y}=-\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=-\frac{b}{a} \;/\cdot y \Rightarrow y'=-\frac{b}{a}\cdot y \Rightarrow y'=-\frac{-\frac{f}{2}}{f}\cdot y \Rightarrow y'=\frac{\frac{f}{2}}{\frac{f}{1}}\cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{\frac{f}{2}}{\frac{f}{1}}\cdot y \Rightarrow y'=\frac{y}{2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 370

Realni predmet nalazi se ispred divergentne leće u njezinu središtu. Ako je visina predmeta označena s y, tada je visina slike:

$$A.\ 3\cdot y \qquad B.\ 2\cdot y \qquad C.\ \frac{y}{6} \qquad D.\ \frac{y}{3}$$

Rezultat: D.

Zadatak 371 (Sofy, gimnazija)

Predmet se nalazi 80 cm ispred konvergentne leće žarišne daljine 40 cm. Iza konvergentne leće, na udaljenosti 30 cm, nalazi se divergentna leća jakosti – 1 dioptrije. Odredite gdje je slika predmeta.

Rješenje 371

$a_1 = 80$ cm $= 0.8$ m, $f_1 = 40$ cm $= 0.4$ m, $d = 30$ cm $= 0.3$ m, $C_2 = -1$ dpt, $b_2 = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće.

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C,$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a C jakost ili konvergencija leće (recipročna vrijednost fokalne daljine). Udaljenost je virtualne slike, kao i jakost divergentne leće negativna ($b < 0$, $C < 0$). Mjerna jedinica jakosti leće je recipročni metar ili dioptrija, m^{-1}. Prema dogovoru dioptrija je pozitivna za sabirne (konvergentne, ispupčene, konveksne) leće, a negativna za rastresne (divergentne, udubljene, konkavne) leće.

Konvergentna leća će od predmeta dati realnu sliku na udaljenosti b_1:

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{a_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1}=\frac{a_1-f_1}{f_1\cdot a_1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow b_1=\frac{f_1\cdot a_1}{a_1-f_1} \Rightarrow$$

$$= \frac{0.4\ m \cdot 0.8\ m}{0.8\ m - 0.4\ m} = 0.8\ m.$$

Nastala slika udaljena je od divergentne leće 0.5 m.

$$b_1 - d = 0.8\ m - 0.3\ m = 0.5\ m.$$

Ona služi kao virtualan predmet za divergentnu leću koja će od njega dati realnu sliku na udaljenosti a_2.

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_1 - d} = C_2 \Rightarrow \frac{1}{a_2} = C_2 + \frac{1}{b_1 - d} \Rightarrow \frac{1}{a_2} = \frac{C_2 \cdot (b_1 - d) + 1}{b_1 - d} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{b_1 - d}{C_2 \cdot (b_1 - d) + 1} = \frac{0.8\ m - 0.3\ m}{-1\ \frac{1}{m} \cdot (0.8\ m - 0.3\ m) + 1} = 1\ m.$$

Slika je udaljena 1 m od divergentne leće.

Vježba 371

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 372 (Ante, tehnička škola)

Optička rešetka ima 500 zareza na 1 mm. Okomito na rešetku pada paralelni snop svjetlosti valne duljine 400 nm i 410 nm. Koliki je kutni razmak između maksimuma prvog reda za te dvije linije?

Rješenje 372

n = 500 zareza, l = 1 mm = 0.001 m, λ_1 = 400 nm = $4 \cdot 10^{-7}$ m, λ_2 = 410 nm = = $4.1 \cdot 10^{-7}$ m, $\Delta\alpha$ = ?

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha_k,\ \ k = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

Na optičku rešetku upadaju dvije različite duljine vala pa se u spektru svakog reda (prvog, drugog, …) dobiju po dvije linije. U smjeru okomitom na optičku rešetku (spektar nultog reda, k = 0) dobije se jedna linija – maksimum od obje valne duljine.

Najprije odredimo konstantu optičke rešetke d.

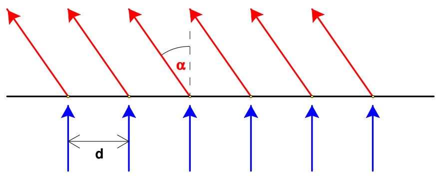
$$d = \frac{duljina}{broj\ \ zareza} \Rightarrow d = \frac{l}{n} = \frac{0.001\ m}{500} = 2 \cdot 10^{-6}\ m.$$

Gledamo spektar prvog reda, k = 1.

$$\left.\begin{aligned} d \cdot \sin \alpha_1 &= k \cdot \lambda_1 \\ d \cdot \sin \alpha_2 &= k \cdot \lambda_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} d \cdot \sin \alpha_1 &= k \cdot \lambda_1 \ / \cdot \frac{1}{d} \\ d \cdot \sin \alpha_2 &= k \cdot \lambda_2 \ / \cdot \frac{1}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{k \cdot \lambda_1}{d} \\ \sin \alpha_2 &= \frac{k \cdot \lambda_2}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow [k = 1] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{\lambda_1}{d} \\ \sin \alpha_2 &= \frac{\lambda_2}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_1}{d}\right) \\ \alpha_2 &= \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_2}{d}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \sin^{-1}\left(\frac{4 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \\ \alpha_2 &= \sin^{-1}\left(\frac{4.1 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} \alpha_1 = 11^\circ 32' 13'' \\ \alpha_2 = 11^\circ 49' 46'' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 \Rightarrow \Delta\alpha = 11^\circ 49' 46'' - 11^\circ 32' 13'' \Rightarrow \Delta\alpha = 17' 33''.$$



Vježba 372

Optička rešetka ima 500 zareza na 1 mm. Okomito na rešetku pada paralelni snop svjetlosti valne duljine 400 nm i 410 nm. Koliki je kutni razmak između maksimuma drugog reda za te dvije linije?

Rezultat: $\Delta\alpha = 37' 36''$.

Zadatak 373 (Petar, tehnička škola)

Okomito na pukotinu široku 2 μm pada usporedni snop svjetlosti valne duljine $\lambda = 5.89 \cdot 10^{-5}$ cm. Nađi kutove pod kojima se vide minimumi rasvjete.

Rješenje 373

$d = 2$ μm $= 2 \cdot 10^{-6}$ m, $\lambda = 5.89 \cdot 10^{-5}$ cm $= 5.89 \cdot 10^{-7}$ m, $\alpha_k = ?$

Za trigonometrijsku funkciju sinus vrijedi

$$-1 \le \sin(x) \le 1.$$

Pri ogibu na jednoj pukotini minimum svjetlosti nastaje kad je

$$\sin\alpha_k = k \cdot \frac{\lambda}{d},$$

gdje je λ valna duljina svjetlosti, d promjer pukotine.
Budući da je

$$\sin\alpha_k \le 1,$$

to je

$$k \cdot \frac{\lambda}{d} \le 1 \Rightarrow k \cdot \frac{\lambda}{d} \le 1 \ / \cdot \frac{d}{\lambda} \Rightarrow k \le \frac{d}{\lambda} \Rightarrow \begin{bmatrix} d = 2 \cdot 10^{-6}\ m \\ \lambda = 5.89 \cdot 10^{-7}\ m \end{bmatrix} \Rightarrow k \le \frac{2 \cdot 10^{-6}\ m}{5.89 \cdot 10^{-7}\ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \le 3.4.$$

Prema tome je k = 1, 2, 3. Pukotina daje prvi, drugi i treći minimum.

$$\sin\alpha_k = k \cdot \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \begin{bmatrix} k = 1 \\ k = 2 \\ k = 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \sin\alpha_1 = 1 \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \sin\alpha_2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{d} \\ \sin\alpha_3 = 3 \cdot \frac{\lambda}{d} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \sin\alpha_1 = 1 \cdot \frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m} \\ \sin\alpha_2 = 2 \cdot \frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m} \\ \sin\alpha_3 = 3 \cdot \frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_1 = \sin^{-1}\left(\dfrac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \\ \Rightarrow\ \alpha_2 = \sin^{-1}\left(2 \cdot \dfrac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \\ \alpha_3 = \sin^{-1}\left(3 \cdot \dfrac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \alpha_1 = 17^\circ 7' 39'' \\ \alpha_2 = 36^\circ 5' 10'' \\ \alpha_3 = 62^\circ 4' 3'' \end{array}\right\}.$$

Vježba 373

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 374 (Mirela, maturantica)

Na zastoru koji je 1.2 m daleko od predmeta leća daje dvostruko uvećanu sliku. Odredite položaj predmeta, slike te žarišnu daljinu leće.

Rješenje 374

d = 1.2 m, γ = – 2, a = ?, b = ?, f = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Divergentne leće daju samo virtualne slike. Realna slika konvergentne leće uvijek je obrnuta te je povećanje negativno. Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Slika se vidi na zastoru pa je realna. Dobivena je konvergentnom lećom. Udaljenost predmeta od zastora jednaka je zbroju udaljenosti predmeta i slike od leće.

$$a + b = d.$$

Iz sustava jednadžba dobije se a i b.

$$\left.\begin{array}{l} -\dfrac{b}{a} = \gamma \\ a + b = d \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\dfrac{b}{a} = -2 \\ a + b = 1.2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\dfrac{b}{a} = -2 \ / \cdot (-a) \\ a + b = 1.2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b = 2 \cdot a \\ a + b = 1.2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot a + a = 1.2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a = 1.2 \Rightarrow 3 \cdot a = 1.2 \ /: 3 \Rightarrow a = 0.4\ m.$$

Računamo b.

$$\left.\begin{array}{l} a = 0.4\ m \\ b = 2 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow b = 2 \cdot 0.4\ m \Rightarrow b = 0.8\ m.$$

Žarišnu daljinu dobijemo iz jednadžbe leće.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{b+a}{a \cdot b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}\right] \Rightarrow \frac{a \cdot b}{a+b} = f \Rightarrow f = \frac{a \cdot b}{a+b} =$$

$$= \frac{0.4\ m \cdot 0.8\ m}{0.4\ m + 0.8\ m} = 0.27\ m.$$

Vježba 374

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 375 (Ivana, gimnazija)

Polumjer zakrivljenosti konveksnog zrcala je 20 cm. Predmet visine 5 cm, okomit na optičku os, udaljen je 10 cm od zrcala. Gdje se nalazi slika? Koliki su povećanje i veličina slike?

Rješenje 375

R = – 20 cm konveksno zrcalo, y = 5 cm, a = 10 cm, b = ?, γ = ?, y' = ?

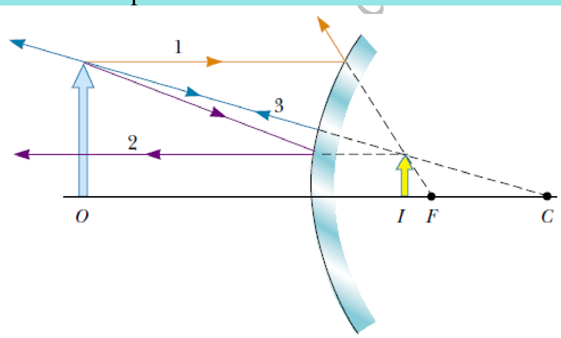
Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena, slovom R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}.$$

Udaljenost virtualnih slika i polumjer zakrivljenosti **konveksnog** zrcala imaju negativan predznak.
Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Slika dobivena konveksnim zrcalom je uspravna, virtualna i umanjena. Kada se predmet približava konveksnom zrcalu virtualna slika se povećava.



Računamo b.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{2}{R}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{2\cdot a-R}{R\cdot a} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow b=\frac{R\cdot a}{2\cdot a-R}=$$

$$=\frac{-20\ cm\cdot 10\ cm}{2\cdot 10\ cm-(-20\ cm)}=\frac{-200\ cm^2}{20\ cm+20\ cm}=\frac{-200\ cm^2}{40\ cm}=-5\ cm.$$

Budući da je b < 0, slika je virtualna.
Računamo povećanje.

$$\gamma=-\frac{b}{a}=-\frac{-5\ cm}{10\ cm}=0.5<1.$$

Povećanje je pozitivno i manje od 1 pa je slika uspravna i umanjena.
Računamo veličinu slike.

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=\frac{y'}{y}\\ \gamma=0.5\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{y'}{y}=0.5 \Rightarrow \frac{y'}{y}=0.5\ /\cdot y \Rightarrow y'=0.5\cdot y=0.5\cdot 5\ cm=2.5\ cm.$$

Vježba 375

Polumjer zakrivljenosti **konkavnog** sfernog zrcala je 20 cm. Pronađite i opišite sliku za predmet na udaljenosti 25 cm od zrcala.

Rezultat: b = 16.7 cm … b je pozitivno pa je slika realna
γ = – 0.668 … γ je negativan pa je slika obrnuta … 0.668 < 1 pa je slika umanjena.

Zadatak 376 (Branka, maturantica)

Predmet visine 6 cm smješten na optičkoj osi konkavnog sfernog zrcala polumjera 40 cm treba dati sliku visine 15 cm. Na kojoj udaljenosti od tjemena zrcala treba stajati taj predmet i na kojoj udaljenosti nastaje slika?

Rješenje 376

y = 6 cm, R = 40 cm, y' = – 15 cm slika realna i obrnuta, a = ?, b = ?

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena, slovom R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}.$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Konkavno zrcalo može dati i realne i virtualne slike.
Slika je realna ako je a > 0.5 · R. Tada je i b > 0.5 · R.
Slika je obrnuta, a povećanje γ < 0.
Za realnu sliku je

$$-\frac{b}{a}=\frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-15\ cm}{6\ cm} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-15\ cm}{6\ cm} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-5}{2} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-5}{2}\ /\cdot(-a) \Rightarrow b=2.5\cdot a.$$

Računamo a.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{2.5\cdot a}=\frac{2}{40} \Rightarrow \frac{2.5+1}{2.5\cdot a}=\frac{2}{40} \Rightarrow \frac{3.5}{2.5\cdot a}=\frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{20}=\frac{3.5}{2.5\cdot a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20}=\frac{3.5}{2.5\cdot a}\ /\cdot 20\cdot a \Rightarrow a=28\ cm.$$

Računamo b.

$$b=2.5\cdot a=2.5\cdot 28\ cm=70\ cm.$$

Vježba 376

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 377 (Ivana, gimnazija)

Dvije tanke leće, žarišnih daljina + 9 cm i – 6 cm, smještene su jedna do druge. Izračunajte ukupnu žarišnu daljinu tog sustava leća.

Rješenje 377

f_1 = + 9 cm, f_2 = – 6 cm, f = ?

Ekvivalentna žarišna daljina f sustava više priljubljenih tankih leća nalazi se iz relacije

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+...+\frac{1}{f_n}.$$

Simboličan zapis:

$$\frac{1}{f}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{f_i}.$$

Za dvije leće vrijedi:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\Rightarrow f=\frac{f_1\cdot f_2}{f_1+f_2}.$$

Ukupna žarišna daljina iznosi:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{f_2+f_1}{f_1\cdot f_2}\Rightarrow\left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right]\Rightarrow f=\frac{f_1\cdot f_2}{f_1+f_2}=\frac{9\ cm\cdot(-6\ cm)}{9\ cm-6\ cm}=-18\ cm.$$

Vježba 377

Dvije tanke leće, žarišnih daljina + 9 cm i – 3 cm, smještene su jedna do druge. Izračunajte ukupnu žarišnu daljinu tog sustava leća.

Rezultat: – 4.5 cm.

Zadatak 378 (Vlado, srednja škola)

Gdje treba biti predmet kod konkavnog sfernog zrcala da bi slika i predmet bili jednake visine?

Rješenje 378

y = – y ', γ = – 1 slika je obrnuta, a = ?

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena, slovom R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}.$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Konkavno zrcalo može dati i realne i virtualne slike.
Slika je realna ako je a > 0.5 · R. Tada je i b > 0.5 · R.
Slika je obrnuta, a povećanje γ < 0.
Računamo a.

$$\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=\gamma\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-1\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-1\ /\cdot(-a)\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}b=a\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{R}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{2}{R}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{2}{a}=\frac{2}{R}\Rightarrow a=R.$$

Predmet mora biti u središtu zakrivljenosti konkavnog sfernog zrcala.
Budući da je predmet u središtu zrcala, to je i slika u središtu zrcala. Ona je iste veličine kao i predmet, realna je i obrnuta.

Vježba 378

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 379 (Davor, maturant)

Bikonveksna leća jednakih polumjera napravljena je od stakla indeksa loma 1.7. Slika predmeta s udaljenosti 24 cm uvećana je 3 puta. Odredite:
a) žarišnu daljinu leće
b) udaljenost slike
c) polumjer zakrivljenosti.

Rješenje 379

$R_1 = R_2 = R$, $n = 1.7$, $a = 24$ cm, $\gamma = -3$ slika je obrnuta, $f = ?$, $b = ?$, $R = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0$, $f < 0$).
Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

gdje je f fokalna daljina leće, n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

- Za konvergentne (konveksne, tankog ruba) leće veličine R_1 i R_2 uzimamo s pozitivnim predznakom.
- Za divergentne (konkavne, širokog ruba) leće veličine R_1 i R_2 uzimamo s negativnim predznakom.
- Žarišnu udaljenost divergentne leće uzimamo s negativnim predznakom.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

a)

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{b}{a}=\gamma \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{b}{a}=-3 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{b}{a}=-3 \;/\cdot(-a) \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=3\cdot a \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{3\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3+1}{3\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4}{3\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4}{3\cdot a}=\frac{1}{f} \;/\cdot\frac{3\cdot a\cdot f}{4} \Rightarrow f=\frac{3\cdot a}{4}=\frac{3\cdot 24\ cm}{4}=18\ cm.$$

b)

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a-f}{f\cdot a} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow b=\frac{f\cdot a}{a-f}=\frac{18\ cm\cdot 24\ cm}{24\ cm-18\ cm}=72\ cm.$$

c)

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{f}=(n-1)\cdot\frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{f}=(n-1)\cdot\frac{2}{R} \;/\cdot R\cdot f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R=2\cdot(n-1)\cdot f=2\cdot(1.7-1)\cdot 18\ cm=25.2\ cm.$$

Vježba 379

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 380 (Valentina, gimnazija)

Polumjeri zakrivljenosti tanke bikonveksne leće su 4 cm i 5 cm, a indeks loma 1.5. Koliko je $\frac{b}{a}$, ako se slika nalazi na udaljenosti 32 cm od leće?

Rješenje 380

$R_1 = 4$ cm, $R_2 = 5$ cm, $n = 1.5$, $b = 32$ cm, $\frac{b}{a} = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0$, $f < 0$).

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

gdje je f fokalna daljina leće, n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

- Za konvergentne (konveksne, tankog ruba) leće veličine R_1 i R_2 uzimamo s pozitivnim predznakom.
- Za divergentne (konkavne, širokog ruba) leće veličine R_1 i R_2 uzimamo s negativnim predznakom.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\Rightarrow \frac{1}{a}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{1}{b}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{1}{b}\ /\cdot b \Rightarrow \frac{b}{a}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\cdot b-1=$$

$$=(1.5-1)\cdot\left(\frac{1}{4\ cm}+\frac{1}{5\ cm}\right)\cdot 32\ cm-1=6.2.$$

Vježba 380

Polumjeri zakrivljenosti tanke bikonveksne leće su 2 cm i 4 cm, a indeks loma 1.7. Koliko je $\frac{b}{a}$, ako se slika nalazi na udaljenosti 32 cm od leće?

Rezultat: 15.8.