

### Zadatak 301 (Davor, srednja škola)

Do koje se temperature može na Mjesecu (gdje nema zraka) ugrijati crna površina tla kad je Sunce u zenitu ako svaki  $m^2$  površine primi energiju 1.35 kW? (Stefan – Boltzmannova konstanta  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$ )

#### Rješenje 301

$$A = 1 \text{ m}^2, \quad P = 1.35 \text{ kW} = 1350 \text{ W}, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4), \quad T = ?$$

#### Stefan-Boltzmannov zakon

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jedinici vremena određuje se zakonom:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, A površina tijela i  $\sigma$  Stefan-Boltzmannova konstanta

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

$$\begin{aligned} P = \sigma \cdot A \cdot T^4 &\Rightarrow \sigma \cdot A \cdot T^4 = P \Rightarrow \sigma \cdot A \cdot T^4 = P / \frac{1}{\sigma \cdot A} \Rightarrow T^4 = \frac{P}{\sigma \cdot A} \Rightarrow \\ \Rightarrow T^4 &= \frac{P}{\sigma \cdot A} \sqrt[4]{\quad} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma \cdot A}} = \sqrt[4]{\frac{1350 \text{ W}}{5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot 1 \text{ m}^2}} = 392.81 \text{ K}. \end{aligned}$$

#### Vježba 301

Do koje se temperature može na Mjesecu (gdje nema zraka) ugrijati crna površina tla kad je Sunce u zenitu ako svaki  $100 \text{ dm}^2$  površine primi energiju 1.35 kW? (Stefan – Boltzmannova konstanta  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$ )

**Rezultat:** 392.81 K.

### Zadatak 302 (Davor, srednja škola)

Odredi snagu zračenja apsolutno crnog tijela s površine  $1 \text{ cm}^2$  ako je poznato da je najveća energija zračenja na valnoj duljini  $4.84 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ . (Stefan – Boltzmannova konstanta  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$ )

#### Rješenje 302

$$A = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2, \quad \lambda_m = 4.84 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 4.84 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4),$$

$P = ?$

#### Stefan-Boltzmannov zakon

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jedinici vremena određuje se zakonom:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, A površina tijela i  $\sigma$  Stefan-Boltzmannova konstanta

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

Prema Wienovu zakonu umnožak apsolutne temperature T i valne duljine  $\lambda_m$  kojoj pripada najveća energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini, tj.

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_m \cdot T &= C \\ P &= \sigma \cdot A \cdot T^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \lambda_m \cdot T &= C \cdot \frac{1}{\lambda_m} \\ P &= \sigma \cdot A \cdot T^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T &= \frac{C}{\lambda_m} \\ P &= \sigma \cdot A \cdot T^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \sigma \cdot A \cdot \left( \frac{C}{\lambda_m} \right)^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [C = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}] \Rightarrow P = \sigma \cdot A \cdot \left( \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_m} \right)^4 =$$

$$= 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_m} \right)^4 = 7307.92 \text{ W} \approx 7.3 \cdot 10^3 \text{ W}.$$

### Vježba 302

Odredi snagu zračenja apsolutno crnog tijela s površine  $100 \text{ mm}^2$  ako je poznato da je najveća energija zračenja na valnoj duljini  $4.84 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ . (Stefan – Boltzmannova konstanta  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ )

**Rezultat:**  $7.3 \cdot 10^3 \text{ W}$ .

### Zadatak 303 (Josip, srednja škola)

Usporedni snop rentgenskih zraka ogiba se na nekom kristalu. Valna duljina zraka je  $1.539 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Koliki je kut sjaja prvog reda ako je daljina mrežnih ravnina kristala  $2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ?

#### Rješenje 303

$$\lambda = 1.539 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad k = 1, \quad d = 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad \Theta = ?$$

Kristali ogibaju rentgenske zrake kao prostorne optičke rešetke. Smjer u kojem se otklanjaju rentgenske zrake dan je Braggovom (Bregovom) jednadžbom:

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda,$$

gdje je  $d$  razmak između dviju mrežnih ravnina u kristalu,  $\Theta$  polovina kuta otklona (kut sjaja),  $k$  prirodni broj, a  $\lambda$  duljina vala rentgenskih zraka.

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda \Rightarrow [k = 1] \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \lambda \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \lambda \cdot \frac{1}{2 \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \Theta = \frac{\lambda}{2 \cdot d} \Rightarrow \Theta = \sin^{-1} \left( \frac{\lambda}{2 \cdot d} \right) \Rightarrow \Theta = \sin^{-1} \left( \frac{1.539 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}} \right) \Rightarrow \Theta = 22^\circ 37' 42''.$$



### Vježba 303

Usporedni snop rentgenskih zraka ogiba se na nekom kristalu. Valna duljina zraka je  $1.539 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ . Koliki je kut sjaja prvog reda ako je daljina mrežnih ravnina kristala  $2 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ ?

**Rezultat:**  $22^\circ 37' 42''$ .

### Zadatak 304 (Antonio, gimnazija)

Kad se usporedni snop rentgenskih zraka ogiba na kristalu kuhinjske soli, dobiva se maksimum prvog reda pri kutu sjaja  $6^\circ 50'$ . Nađi valnu duljinu usporednih rentgenskih zraka ako je razmak između mrežnih ravnina kristala  $2.81 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ .

#### Rješenje 304

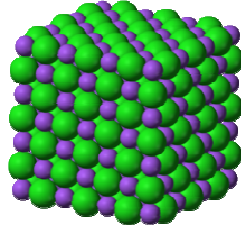
$$k = 1, \quad \Theta = 6^\circ 50', \quad d = 2.81 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 2.81 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad \lambda = ?$$

Kristali ogibaju rentgenske zrake kao prostorne optičke rešetke. Smjer u kojem se otklanjaju rentgenske zrake dan je Braggovom (Bregovom) jednadžbom:

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda,$$

gdje je  $d$  razmak između dviju mrežnih ravnina u kristalu,  $\Theta$  polovina kuta otklona (kut sjaja),  $k$  prirodni broj, a  $\lambda$  duljina vala rentgenskih zraka.

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda \Rightarrow [k = 1] \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \lambda \Rightarrow \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \\ = 2 \cdot 2.81 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \sin(6^\circ 50') = 6.69 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0.669 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$



### Vježba 304

Kad se usporedni snop rentgenskih zraka ogiba na kristalu kuhinjske soli, dobiva se maksimum prvog reda pri kutu sjaja  $6^\circ 50'$ . Nadi valnu duljinu usporednih rentgenskih zraka ako je razmak između mrežnih ravnina kristala  $2.81 \cdot 10^{-9}$  dm.

**Rezultat:**  $0.669 \cdot 10^{-8}$  cm.

### Zadatak 305 (Antonio, gimnazija)

Aluminij kristalizira u kubičnoj rešetki. Kad se usporedni snop rentgenskih zraka valne duljine  $\lambda = 1.539 \cdot 10^{-8}$  cm ogiba u kristalu, dobiva se maksimum prvog reda pri kutu sjaja  $22^\circ 20'$ . Kolika je udaljenost mrežnih ravnina kristala?

### Rješenje 305

$$\lambda = 1.539 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 1.539 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad k = 1, \quad \Theta = 22^\circ 20', \quad d = ?$$

Kristali ogibaju rentgenske zrake kao prostorne optičke rešetke. Smjer u kojem se otklanjaju rentgenske zrake dan je Braggovom (Bregovom) jednačbom:

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda,$$

gdje je  $d$  razmak između dviju mrežnih ravnina u kristalu,  $\Theta$  polovina kuta otklona (kut sjaja),  $k$  prirodni broj, a  $\lambda$  duljina vala rentgenskih zraka:

$$2 \cdot d \cdot \sin \Theta = k \cdot \lambda \Rightarrow [k = 1] \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \lambda \Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = \lambda \cdot \frac{1}{2 \cdot \sin \Theta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \Theta} = \frac{1.539 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{2 \cdot \sin(22^\circ 20')} = 2.03 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$



### Vježba 305

Aluminij kristalizira u kubičnoj rešetki. Kad se usporedni snop rentgenskih zraka valne duljine  $\lambda = 1.539 \cdot 10^{-9}$  dm ogiba u kristalu, dobiva se maksimum prvog reda pri kutu sjaja  $22^\circ 20'$ . Kolika je udaljenost mrežnih ravnina kristala?

**Rezultat:**  $2.03 \cdot 10^{-10}$  m.

### Zadatak 306 (Asterix, gimnazija)

Koliku energiju zrači Sunce u jednoj minuti ako je temperatura na površini Sunca  $5800$  K? Zračenje Sunca smatramo približno jednakim zračenju apsolutno crnog tijela. Polumjer Sunca je  $695000000$  metara.

### Rješenje 306

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad T = 5800 \text{ K}, \quad r = 695000000 \text{ m} = 6.95 \cdot 10^8 \text{ m}, \quad E = ?$$

### Stefan-Boltzmannov zakon

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jedinici vremena određuje se zakonom:

$$P = \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, S površina tijela i  $\sigma$  Stefan-Boltzmannova konstanta

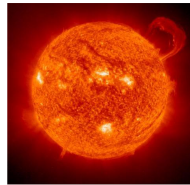
$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}.$$

Formula za oplošje kugle polumjera r:

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Snaga je brzina vršenja rada ili prijenosa energije. Ne misli se na brzinu gibanja u prostoru, nego na brzinu promjene funkcije koja ovisi o vremenu (vršenje rada ili prijenos energije).

$$P = \frac{W}{t}, \quad P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t.$$



Ako pretpostavimo da je Sunce kugla polumjera r, a njegovo zračenje smatramo približno jednakim zračenju apsolutno crnog tijela možemo napisati:

$$\left. \begin{array}{l} S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \\ P = \sigma \cdot S \cdot T^4 \\ E = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \sigma \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot T^4 \\ E = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow E = \sigma \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot T^4 \cdot t =$$
$$= 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 4 \cdot (6.95 \cdot 10^8 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot (5800 \text{ K})^4 \cdot 60 \text{ s} = 2.34 \cdot 10^{28} \text{ J}.$$

### Vježba 306

Koliku energiju zrači Sunce u jednoj minuti ako je temperatura na površini Sunca 5800 K? Zračenje Sunca smatramo približno jednakim zračenju apsolutno crnog tijela. Polumjer Sunca je 695000 kilometara.

**Rezultat:**  $2.34 \cdot 10^{28} \text{ J}$ .

### Zadatak 307 (Krešimir, srednja škola)

Kada zrake svjetlosti padnu na vodu pod kutom  $40^\circ$ , kut loma iznosi  $30^\circ$ . Kolika je brzina svjetlosti u vodi? (brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

### Rješenje 307

$$\alpha = 40^\circ, \quad \beta = 30^\circ, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

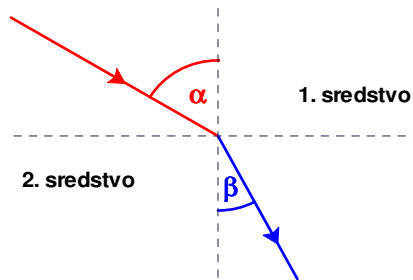
Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je kvocijentu brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v}.$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja  $\alpha$  i sinusa kuta loma  $\beta$  stalna je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut  $\alpha$  i kut loma  $\beta$  vezani su jednačbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma  $n$ .



$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \\ n = \frac{c}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \cdot \frac{v \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} =$$

$$= 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 40^\circ} = 2.33 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 307

Kada zrake svjetlosti padnu na vodu pod kutom  $35^\circ$ , kut loma iznosi  $25^\circ$ . Kolika je brzina svjetlosti u vodi? (brzina svjetlosti u praznini  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $2.21 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Zadatak 308 (Ana, gimnazija)

U retrovizoru oblika konveksnog zrcala vidi se slika automobila koji je udaljen 100 m od tjemena zrcala. Koliko je linearno povećanje ako je polumjer zrcala 10 m?

### Rješenje 308

$$x = 100 \text{ m}, \quad R = 10 \text{ m}, \quad \gamma = ?$$

Zrake koje padaju na sferno zrcalo usporedno s osi sijeku se u točki koja se zove fokus  $F$  ili žarište zrcala. Fokus leži na osi zrcala. Udaljenost  $f$  fokusa od tjemena jest fokalna ili žarišna daljina:

$$f = \frac{R}{2},$$

gdje je  $R$  polumjer sfernog zrcala.

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $x$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $x'$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}.$$

Udaljenost virtualnih slika i polumjer zakrivljenosti konveksnog zrcala imaju negativan predznak.

Povećanje zrcala  $\gamma$  zovemo omjerom između veličine slike  $y'$  i veličine predmeta  $y$ :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta. Kad je  $\gamma$  pozitivan, slika je uspravna.

Budući da je zrcalo konveksno, njegova žarišna ili fokalna daljina je negativna.

$$f = -\frac{R}{2} = -\frac{10 \text{ m}}{2} = -5 \text{ m}.$$

Računamo  $x'$  udaljenost slike od tjemena zrcala.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} &= \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x'} = \frac{x-f}{f \cdot x} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow x' = \frac{f \cdot x}{x-f} = \\ &= \frac{-5 \text{ m} \cdot 100 \text{ m}}{100 \text{ m} - (-5 \text{ m})} = \frac{-500 \text{ m}^2}{100 \text{ m} + 5 \text{ m}} = \frac{-500 \text{ m}^2}{105 \text{ m}} = \frac{-500 \text{ m}^2}{105 \text{ m}} = -\frac{100}{21} \text{ cm}. \end{aligned}$$

Linearno povećanje iznosi:

$$\gamma = -\frac{x'}{x} = -\frac{-\frac{100}{21} \text{ cm}}{100 \text{ m}} = \frac{100 \text{ cm}}{\frac{100}{1} \text{ cm}} = \frac{100 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{1} = 0.048.$$



### Vježba 308

U retrovizoru oblika konveksnog zrcala vidi se slika automobila koji je udaljen 1000 dm od tjemena zrcala. Koliko je linearno povećanje ako je polumjer zrcala 100 dm?

**Rezultat:** 0.048.

### Zadatak 309 (Natko, gimnazija)

Predmet i realna slika međusobno su udaljeni 60 cm. Slika je 2 puta veća od predmeta. Kolika je žarišna daljina zrcala?

#### Rješenje 309

$$x' - x = 60 \text{ cm}, \quad \frac{y'}{y} = -2 \text{ slika je realna}, \quad f = ?$$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $x$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $x'$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}.$$

**Udaljenost virtualnih slika i polumjer zakrivljenosti konveksnog zrcala imaju negativan predznak.**

U izraze koji se odnose na sferna zrcala s negativnim predznakom uvrštavamo:

- udaljenost virtualne slike od tjemena zrcala
- žarišnu daljinu konveksnog zrcala
- veličinu obrnute slike (realne slike).

Povećanje zrcala  $\gamma$  zovemo omjerom između veličine slike  $y'$  i veličine predmeta  $y$ :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta. Kad je  $\gamma$  pozitivan, slika je uspravna.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \\ x' - x = 60 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \\ x' - x = 60 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x'}{x} = -2 \\ x' - x = 60 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x'}{x} = -2 \cdot (-x) \\ x' - x = 60 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x' = 2 \cdot x \\ x' - x = 60 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot x - x = 60 \text{ cm} \Rightarrow x = 60 \text{ cm}.$$

Računamo f žarišnu daljinu.

$$\left. \begin{array}{l} x' = 2 \cdot x \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{2 \cdot x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2+1}{2 \cdot x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{2 \cdot x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{2 \cdot x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow f = \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2 \cdot 60 \text{ cm}}{3} = 40 \text{ cm}.$$

### Vježba 309

Predmet i realna slika međusobno su udaljeni 6 dm. Slika je 2 puta veća od predmeta. Kolika je žarišna daljina zrcala?

**Rezultat:** 4 dm.

### Zadatak 310 (Natko, gimnazija)

Slika predmeta dobivena tankom lećom jakosti 5 dpt vidi se na zastoru. Na kojoj udaljenosti od leće su postavljeni predmet i zastor, ako je predmet visok 5 cm, a njegova slika 10 cm?

### Rješenje 310

$$C = 5 \text{ dpt} = 5 \text{ m}^{-1}, \quad y = 5 \text{ cm}, \quad y' = -10 \text{ cm} \text{ slika je realna}, \quad x = ?, \quad x' = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jakost ili konvergencija leće C dana je jednadžbom

$$C = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'},$$

gdje je x udaljenost predmeta i x' udaljenost slike od leće.

Sabirne (konvergentne, konveksne) leće imaju pozitivnu optičku jakost, a rastresne (divergentne) leće imaju negativnu dioptrijsku jakost.

Povećanje, tj. omjer između veličine slike y' i predmeta y iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}.$$

$$-\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{x'}{x} = \frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow -\frac{x'}{x} = \frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow -\frac{x'}{x} = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{x'}{x} = -2 \quad / \cdot (-x) \Rightarrow x' = 2 \cdot x.$$

Računamo x.

$$\left. \begin{array}{l} x' = 2 \cdot x \\ C = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow C = \frac{1}{x} + \frac{1}{2 \cdot x} \Rightarrow C = \frac{2+1}{2 \cdot x} \Rightarrow C = \frac{3}{2 \cdot x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{3}{2 \cdot x} \quad / \cdot \frac{x}{C} \Rightarrow x = \frac{3}{2 \cdot C} = \frac{3}{2 \cdot 5 \text{ m}^{-1}} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}.$$

Računamo x'.

$$\left. \begin{array}{l} x = 30 \text{ cm} \\ x' = 2 \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow x' = 2 \cdot 30 \text{ cm} = 60 \text{ cm}.$$

### Vježba 310

Slika predmeta dobivena tankom lećom jakosti 5 dpt vidi se na zastoru. Na kojoj udaljenosti od leće su postavljeni predmet i zastor, ako je predmet visok 0.5 dm, a njegova slika 1 dm?

**Rezultat:** 3 dm, 6 dm.

### Zadatak 311 (Ivan, gimnazija)

Na koju udaljenost od divergentne leće žarišne daljine 10 cm moramo postaviti predmet da bismo dobili tri puta umanjenu sliku?

#### Rješenje 311

$$f = -10 \text{ cm divergentna leća, } \frac{y'}{y} = \frac{1}{3}, \quad x = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $x$  udaljenost predmeta i  $x'$  udaljenost slike od leće, a  $f$  fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ( $x' < 0$ ,  $f < 0$ ).

Povećanje, tj. omjer između veličine slike  $y'$  i predmeta  $y$  iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}.$$

$$-\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{x'}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{x'}{x} = \frac{1}{3} \cdot (-x) \Rightarrow x' = -\frac{x}{3}.$$

Računamo  $x$ .

$$\left. \begin{array}{l} x' = -\frac{x}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{-\frac{x}{3}} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{3}{x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1-3}{x} = \frac{1}{f} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -\frac{2}{x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{2}{x} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{2}{x} \cdot f \cdot x \Rightarrow x = -2 \cdot f = -2 \cdot (-10 \text{ cm}) = 20 \text{ cm}.$$

### Vježba 311

Na koju udaljenost od divergentne leće žarišne daljine 1 dm moramo postaviti predmet da bismo dobili tri puta umanjenu sliku?

**Rezultat:** 2 dm.

### Zadatak 312 (Ivan, gimnazija)

Na koju udaljenost od konveksnog sfernog zrcala treba postaviti predmet da njegova slika bude 1 m udaljena od zrcala? Polumjer zakrivljenosti zrcala je 2.5 m.

#### Rješenje 312

$$x' = -1 \text{ m konveksno sferno zrcalo, } R = 2.5 \text{ m, } x = ?$$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa  $x$  udaljenost predmeta od tjemena, sa  $x'$  udaljenost slike od tjemena, sa  $f$  žarišnu ili fokalnu daljinu zrcala, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}.$$



Udaljenost virtualnih slika i polumjer zakrivljenosti konveksnog zrcala imaju negativan predznak.

U izraze koji se odnose na sferna zrcala s negativnim predznakom uvrštavamo:

- udaljenost virtualne slike od tjemena zrcala
- žarišnu daljinu konveksnog zrcala
- veličinu obrnute slike (realne slike).

Budući da je zrcalo konveksno, njegova žarišna ili fokalna daljina je negativna.

$$f = -\frac{R}{2} = -\frac{2,5 \text{ m}}{2} = -1,25 \text{ m}.$$

Računamo x udaljenost predmeta od tjemena zrcala.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} &= \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x'} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x' - f}{f \cdot x'} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow x = \frac{f \cdot x'}{x' - f} = \\ &= \frac{-1,25 \text{ m} \cdot (-1 \text{ m})}{-1 \text{ m} - (-1,25 \text{ m})} = \frac{1,25 \text{ m}^2}{-1 \text{ m} + 1,25 \text{ m}} = \frac{1,25 \text{ m}^2}{0,25 \text{ m}} = \frac{-1,25 \text{ m}^2}{0,25 \text{ m}} = 5 \text{ m}. \end{aligned}$$

### Vježba 312

Na koju udaljenost od konveksnog sfernog zrcala treba postaviti predmet da njegova slika bude 10 dm udaljena od zrcala? Polumjer zakrivljenosti zrcala je 25 dm.

**Rezultat:** 50 dm.

### Zadatak 313 (Domagoj, gimnazija)

Između dvije usporedne staklene planparalelne ploče, indeksa loma  $n_1$  i  $n_2$ , nalazi se sloj tekućine indeksa loma  $n$ . Pokažite da na lom zraka svjetlosti ne utječe tekućina između ploča.



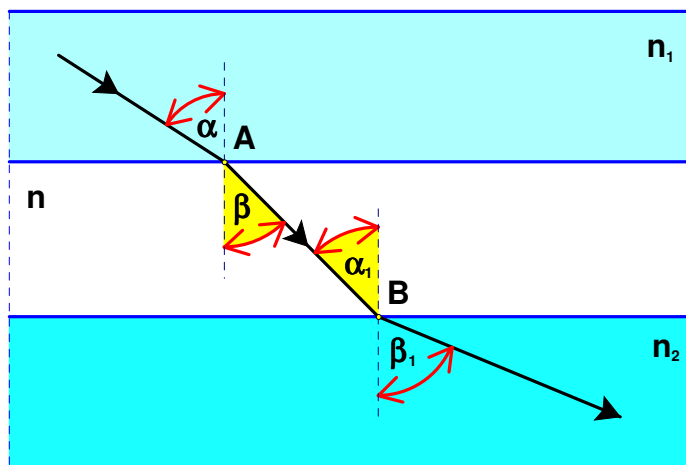
### Rješenje 313

$n_1, n_2, n$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja  $\alpha$  i sinusa kuta loma  $\beta$  stalna je broj koji nazivamo indeksom loma. Upadni kut  $\alpha$  i kut loma  $\beta$  vezani su jednačinom (Snelliusov zakon):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1},$$

gdje su  $n_1$  i  $n_2$  indeksi loma prvog i drugog sredstva.



Uporabom zakona loma:

- za graničnu plohu staklo – voda (točka A) dobije se

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_1}$$

- za graničnu plohu voda – staklo (točka B) dobije se

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n}$$

Budući da su kutovi  $\beta$  i  $\alpha_1$  međusobno jednaki (kutovi s paralelnim kracima), slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_1} \\ \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow [\beta = \alpha_1] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{n}{n_1} \\ \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n}{n_1} \cdot \frac{n_2}{n} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n}{n_1} \cdot \frac{n_2}{n} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Dakle, sloj tekućine neće utjecati na uvjete loma svjetlosti. Izuzetak je totalna refleksija na prvoj graničnoj plohi između stakla i tekućine.

### Vježba 313

Između dvije usporedne staklene planparalelne ploče, indeksa loma  $n$  i  $n_1$ , nalazi se sloj tekućine indeksa loma  $n_2$ . Pokažite da na lom zraka svjetlosti ne utječe tekućina između ploča.

**Rezultat:** 
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = \frac{n_1}{n}$$

### Zadatak 314 (Mirela, gimnazija)

Za koliko se pomakne zraka svjetlosti koja pada na planparalelnu staklenu ploču debelu 8 cm pod kutom od  $60^\circ$ ? (indeks loma stakla  $n = 1.5$ )

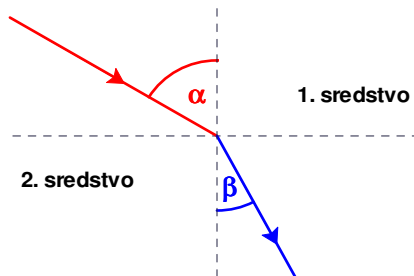
### Rješenje 314

$$d = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad n = 1.5, \quad \delta = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja  $\alpha$  i sinusa kuta loma  $\beta$  stalna je broj koji nazivamo indeksom loma  $n$ . Upadni kut  $\alpha$  i kut loma  $\beta$  vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma  $n$ .



Planparalelna ploča je homogeno, optičko sredstvo, omeđeno dvjema ravnim paralelnim plohama. Zraka svjetlosti izlazi bez promjene smjera, samo je pomaknuta usporedno samoj sebi. Pomak  $\delta$  zrake svjetlosti koja pada na planparalelnu ploču debljine  $d$  pod kutom  $\alpha$  računa se po formuli

$$\delta = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta},$$

gdje je  $\beta$  kut loma zrake.

Najprije moramo izračunati kut loma  $\beta$ .

$$\begin{aligned} n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} &\Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \alpha}{n} \right) = \\ &= \sin^{-1} \left( \frac{\sin 60^\circ}{1.5} \right) = 35^\circ 16'. \end{aligned}$$

Pomak zrake svjetlosti je

$$\delta = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = \frac{0.08 \text{ m} \cdot \sin(60^\circ - 35^\circ 16')}{\cos 35^\circ 16'} = 0.041 \text{ m} = 4.1 \text{ cm}.$$

### Vježba 314

Za koliko se pomakne zraka svjetlosti koja pada na planparalelnu staklenu ploču debelu 0.8 dm pod kutom od  $60^\circ$ ? (indeks loma stakla  $n = 1.5$ )

**Rezultat:** 4.1 cm.

### Zadatak 315 (Vjekoslav, gimnazija)

Zraka svjetlosti prolazi kroz planparalelnu ploču i pomakne se za 0.66 mm. Kolika je debljina ploče ako je kut upada  $45^\circ$ ? (indeks loma stakla  $n = 1.5$ )

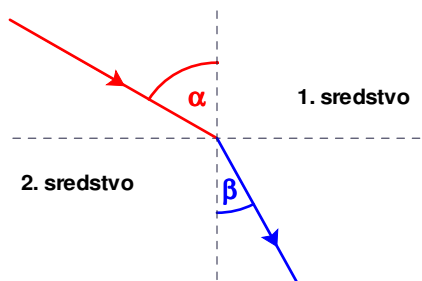
### Rješenje 315

$$\delta = 0.66 \text{ mm} = 6.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad n = 1.5, \quad d = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja  $\alpha$  i sinusa kuta loma  $\beta$  stalan je broj koji nazivamo indeksom loma  $n$ . Upadni kut  $\alpha$  i kut loma  $\beta$  vezani su jednačbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma  $n$ .



Planparalelna ploča je homogeno, optičko sredstvo, omeđeno dvjema ravnim paralelnim plohama. Zraka svjetlosti izlazi bez promjene smjera, samo je pomaknuta uspooredno samoj sebi. Pomak  $\delta$  zrake svjetlosti koja pada na planparalelnu ploču debljine  $d$  pod kutom  $\alpha$  računa se po formuli

$$\delta = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta},$$

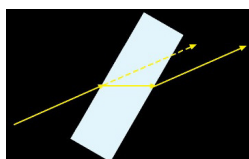
gdje je  $\beta$  kut loma zrake.

Najprije moramo izračunati kut loma  $\beta$ .

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \alpha}{n} \right) = \\ &= \sin^{-1} \left( \frac{\sin 45^\circ}{1.5} \right) = 28^\circ 7' 32''. \end{aligned}$$

Debljina planparalelne ploče iznosi:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \Rightarrow \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = \delta \Rightarrow \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = \delta \cdot \frac{\cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)} \Rightarrow \\ \Rightarrow d &= \frac{\delta \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{6.6 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \cos 28^\circ 7' 32''}{\sin(45^\circ - 28^\circ 7' 32'')} = 2.01 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2.01 \text{ mm}. \end{aligned}$$



### Vježba 315

Zraka svjetlosti prolazi kroz planparalelnu ploču i pomakne se za 0.066 cm. Kolika je debljina ploče ako je kut upada  $45^\circ$ ? (indeks loma stakla  $n = 1.5$ )

**Rezultat:** 2.01 mm.

### Zadatak 316 (Darko, gimnazija)

Dokažite da za planparalelnu ploču vrijedi formula  $\delta = d \cdot \sin \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right)$ ,

gdje je  $\delta$  pomak (udaljenost upadne i izlazne zrake),  $d$  debljina ploče,  $\alpha$  kut upada,  $n$  indeks loma optičkog sredstva.

### Rješenje 316

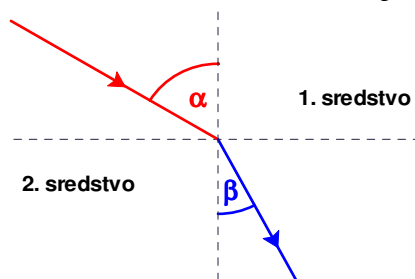
$\delta$ ,  $d$ ,  $\alpha$ ,  $n$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja  $\alpha$  i

sinusa kuta loma  $\beta$  stalan je broj koji nazivamo indeksom loma  $n$ . Upadni kut  $\alpha$  i kut loma  $\beta$  vezani su jednažbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma  $n$ .



Planparalelna ploča je homogeno, optičko sredstvo, omeđeno dvjema ravnim paralelnim plohama. Zraka svjetlosti izlazi bez promjene smjera, samo je pomaknuta usporedno samoj sebi. Pomak  $\delta$  zrake svjetlosti koja pada na planparalelnu ploču debljine  $d$  pod kutom  $\alpha$  računa se po formuli

$$\delta = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta},$$

gdje je  $\beta$  kut loma zrake.

Najprije izračunamo  $\cos \beta$ .

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{kvadriramo} \\ \text{jednažbu} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \sin \beta &= \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \sin^2 \beta = \left( \frac{\sin \alpha}{n} \right)^2 \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} \Rightarrow \left[ \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos^2 \beta + \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} &= 1 \Rightarrow \cos^2 \beta = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} \Rightarrow \cos^2 \beta = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos \beta &= \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}. \end{aligned}$$

Dalje slijedi:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \Rightarrow \delta = d \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \Rightarrow \delta = d \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow \\ \Rightarrow \delta &= d \cdot \left( \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \beta} - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta} \right) \Rightarrow \delta = d \cdot \left( \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \beta} - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \delta &= d \cdot \left( \sin \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta} \right) \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \\ \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} \end{array} \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \delta = d \cdot \left( \sin \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \right) \Rightarrow \delta = d \cdot \left( \sin \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{n \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow \delta = d \cdot \left( \sin \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sqrt{n^2 \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}\right)}} \right) \Rightarrow \delta = d \cdot \left( \sin \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow \delta = d \cdot \sin \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right).
\end{aligned}$$

### Vježba 316

Ne trebate ništa dokazivati.

**Rezultat:** Odmorite se! 😊

www.halapa.com