

Zadatak 261 (Martin, srednja škola)

Odredite brzinu svjetlosti u staklu indeksa loma 1.5. Izrazite tu brzinu u postotcima od brzine svjetlosti u vakuumu. (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rješenje 261

$$n = 1.5, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad v = ?, \quad p = ?$$

Indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je kvocijentu brzine svjetlosti c u vakuumu i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v}$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Koliki je postotak broja a od broja b ?

$$\frac{a}{b} \cdot 100\%.$$

Brzina svjetlosti u staklu iznosi:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow n = \frac{c}{v} \cdot \frac{v}{n} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1.5} = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

Postotak je:

$$p = \frac{v}{c} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \cdot 100\% \Rightarrow p = 66.67\%.$$

Vježba 261

Odredite brzinu svjetlosti u staklu indeksa loma 1.2. Izrazite tu brzinu u postotcima od brzine svjetlosti u vakuumu. (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rezultat: $2.5 \cdot 10^8$ m / s, 83.33%.

Zadatak 262 (Mario, tehnička škola)

Čovjek gleda u konkavno sferno zrcalo polumjera zakrivljenosti 1 m. Na kojoj se udaljenosti od zrcala mora nalaziti da sebe vidi dva put povećanog?

Rješenje 262

$$R = 1 \text{ m}, \quad y' = 2 \cdot y, \quad a = ?$$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Za žarišnu (fokalnu) daljinu vrijedi:

$$f = \frac{R}{2}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Konkavno sferno zrcalo daje realnu sliku, ako je udaljenost predmeta od zrcala a veća od žarišne daljine f . Realna slika dobiva se za $a > f$ pa je tada $b > f$. Slika je obrnuta, a povećanje $\gamma < 0$.

Konkavno sferno zrcalo daje virtualnu sliku, ako je udaljenost predmeta od zrcala a manja od žarišne daljine f . Virtualna slika dobiva se za $a < f$ pa je tada $b < 0$. Slika je uspravna, a povećanje $\gamma > 1$.

- Za realnu sliku je

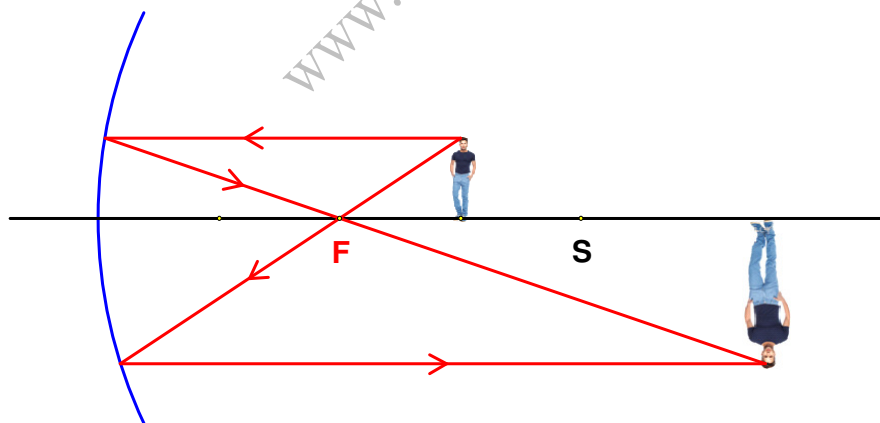
$$\left. \begin{array}{l} \gamma = -\frac{b}{a} \\ \gamma = -\frac{y'}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{2 \cdot y}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{2 \cdot y}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = -2 \cdot (-a) \Rightarrow b = 2 \cdot a.$$

Računamo udaljenost a .

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow [b = 2 \cdot a] \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{2+1}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{3}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{2 \cdot a}{3} = \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot a}{3} = \frac{R}{2} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3 \cdot R}{4} = \frac{3 \cdot 1 \text{ m}}{4} = \frac{3}{4} \text{ m} = 0.75 \text{ m}.$$



- Za virtualnu sliku je

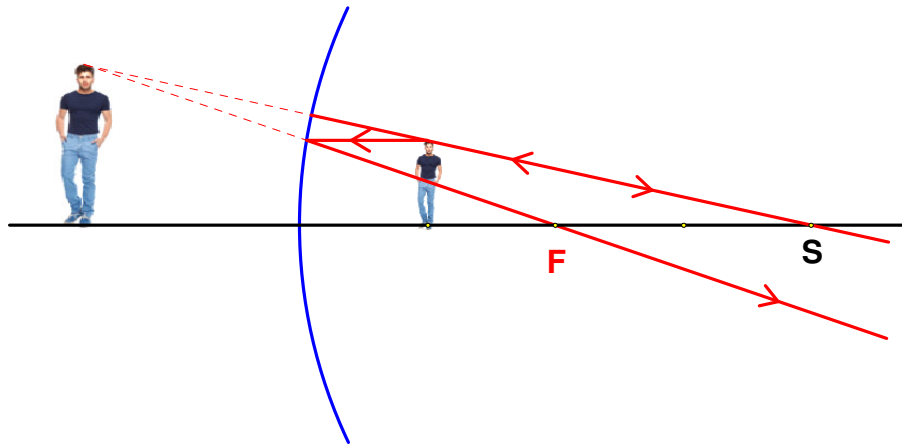
$$\left. \begin{array}{l} \gamma = -\frac{b}{a} \\ \gamma = \frac{y'}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{2 \cdot y}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{2 \cdot y}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \cdot (-a) \Rightarrow b = -2 \cdot a.$$

Računamo udaljenost a .

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow [b = -2 \cdot a] \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{2-1}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow 2 \cdot a = \frac{R}{2} \Rightarrow 2 \cdot a = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{R}{4} = \frac{1 \text{ m}}{4} = \frac{1}{4} \text{ m} = 0.25 \text{ m}.$$



Vježba 262

Čovjek gleda u konkavno sferno zrcalo polumjera zakrivljenosti 10 dm. Na kojoj se udaljenosti od zrcala mora nalaziti da sebe vidi dva put povećanog?

Rezultat: 7.5 dm, 2.5 dm.

Zadatak 263 (Ante, srednja škola)

Zraka svjetlosti pada na površinu tekućine pod kutom 35° , a lomi se pod kutom 28° . Koliki će biti kut loma ako zraka upada pod kutom 70° ?

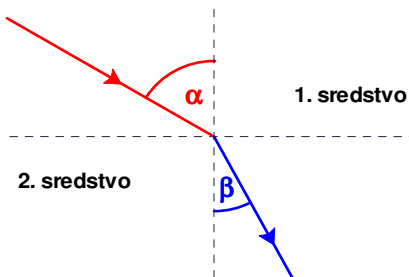
Rješenje 263

$$\alpha_1 = 70^\circ \text{ kut upadanja}, \quad \beta_1 = 28^\circ \text{ kut loma}, \quad \alpha_2 = 70^\circ \text{ kut upadanja}, \quad \beta_2 = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .



$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n \\ \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = n \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \cdot \frac{\sin \beta_2 \cdot \sin \beta_1}{\sin \alpha_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta_2 = \frac{\sin \alpha_2 \cdot \sin \beta_1}{\sin \alpha_1} \Rightarrow \beta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \alpha_2 \cdot \sin \beta_1}{\sin \alpha_1} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 70^\circ \cdot \sin 28^\circ}{\sin 35^\circ} \right) \Rightarrow \beta_2 = 50^\circ 16' 35''.$$

Vježba 263

Zraka svjetlosti pada na površinu tekućine pod kutom 35° , a lomi se pod kutom 28° . Koliki će biti kut loma ako zraka upada pod kutom 60° ?

Rezultat: $45^\circ 8' 26''$.

Zadatak 264 (Ante, srednja škola)

Pod kojim kutom β vidi ronilac pod vodom Sunce koje je na zalazu. Indeks loma vode je 1.333.

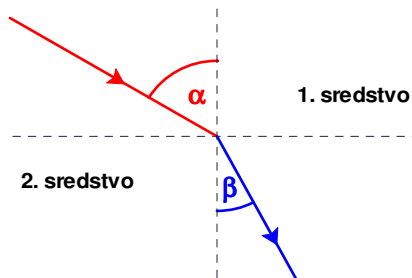
Rješenje 264

$$\alpha = 90^\circ \text{ upadni kut zrake Sunca na zalazu, } n = 1.333, \beta = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednačbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .



Totalna refleksija je pojava koja se isključivo javlja pri prijelazu svjetlosti iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo. Granični upadni kut α_g je onaj za koji je kut loma 90° . Kada svjetlost prelazi iz sredstva apsolutnog indeksa loma n u vakuum, odnosno zrak, tada je

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n}.$$

1. inačica

Uzmemo li zraku koja polazi od očiju ronioaca kao upadnu zraku, onda će upadni kut β biti granični kut totalne refleksije.

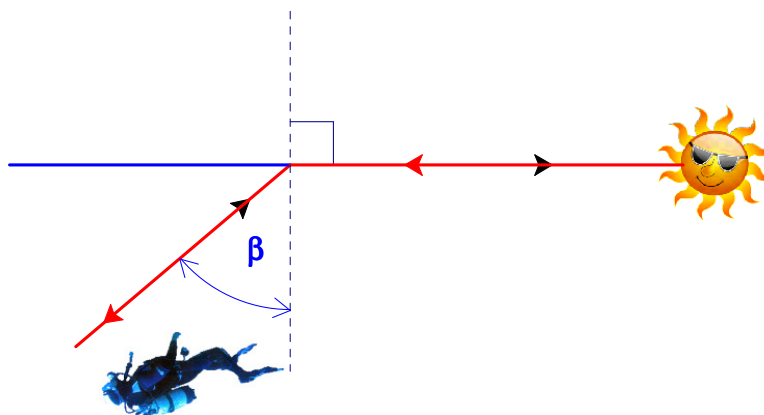
$$\sin \beta = \frac{1}{n} \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{n} \right) \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.333} \right) \Rightarrow \beta = 48^\circ 36' 24''.$$

2. inačica

Ako je Sunčeva zraka upadna, tada je kut upadanja $\alpha = 90^\circ$ pa vrijedi:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 90^\circ}{1.333} \right) \Rightarrow \beta = 48^\circ 36' 24''.$$



Vježba 264

Pod kojim kutom β vidi ronilac pod vodom Sunce koje je na zalazu. Indeks loma vode je 1.33.

Rezultat: $\beta = 48^\circ 45' 12''$.

Zadatak 265 (Max, gimnazija)

Svjetlost se lomi na prijelazu iz zraka u staklo, indeksa loma 1.5, tako da je kut upadanja jednak dvostrukom kutu loma. Koliki je pripadni upadni kut?

Rješenje 265

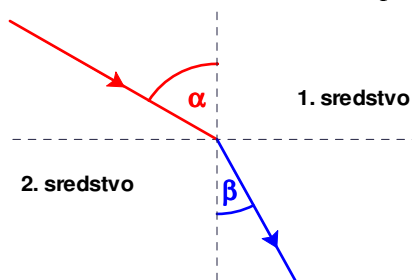
$$n = 1.5, \quad \alpha = 2 \cdot \beta, \quad \alpha = ?$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x.$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalna je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .



Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow [\alpha = 2 \cdot \beta] \Rightarrow \frac{\sin 2\beta}{\sin \beta} = n \Rightarrow \frac{2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}{\sin \beta} = n \Rightarrow \frac{2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}{\sin \beta} = n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \cos \beta = n \Rightarrow 2 \cdot \cos \beta = n \quad / : 2 \Rightarrow \cos \beta = \frac{n}{2} \Rightarrow \beta = \cos^{-1} \left(\frac{n}{2} \right).$$

Mjera kuta α iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \beta = \cos^{-1} \left(\frac{n}{2} \right) \\ \alpha = 2 \cdot \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 2 \cdot \cos^{-1} \left(\frac{n}{2} \right) \Rightarrow \alpha = 2 \cdot \cos^{-1} \left(\frac{1.5}{2} \right) \Rightarrow \beta = 82^\circ 49' 9''.$$

Vježba 265

Svjetlost se lomi na prijelazu iz zraka u staklo, indeksa loma 1.4, tako da je kut upadanja jednak dvostrukom kutu loma. Koliki je pripadni upadni kut?

Rezultat: $\alpha = 91^\circ 8' 46''$.

Zadatak 266 (Max, gimnazija)

Zraka svjetlosti upada na površinu tekućine pod kutom 50° i lomi se pod kutom 32° . Koliki je granični kut totalne refleksije za tu površinu?

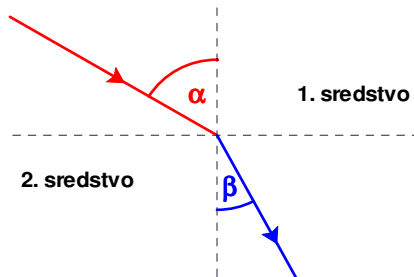
Rješenje 266

$$\alpha = 50^\circ, \quad \beta = 32^\circ, \quad \alpha_g = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .



Totalna refleksija je pojava koja se isključivo javlja pri prijelazu svjetlosti iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo. Granični upadni kut α_g je onaj za koji je kut loma 90° . Kada svjetlost prelazi iz sredstva apsolutnog indeksa loma n u vakuum, odnosno zrak, tada je

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \\ \sin \alpha_g = \frac{1}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \alpha_g = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}} \Rightarrow \sin \alpha_g = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}} \Rightarrow \sin \alpha_g = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha_g = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_g = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 32^\circ}{\sin 50^\circ} \right) \Rightarrow \alpha_g = 43^\circ 46' 11''.$$

Vježba 266

Zraka svjetlosti upada na površinu tekućine pod kutom 50° i lomi se pod kutom 30° . Koliki je granični kut totalne refleksije za tu površinu?

Rezultat: $\alpha_g = 40^\circ 44' 45''$.

Zadatak 267 (Marija, gimnazija)

Koliki mora biti polumjer zakrivljenosti zrcala ako se želi dobiti tri puta povećana uspravna slika predmeta koji je postavljen 20 cm od sfernog zrcala?

Rješenje 267

$$y' = 3 \cdot y, \quad a = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad R = ?$$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \frac{y'}{y} > 0 \text{ slika je uspravna} \\ \gamma = -\frac{b}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{3 \cdot y}{y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{3 \cdot y}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 3 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 3 \cdot (-a) \Rightarrow b = -3 \cdot a.$$

Računamo polumjer zakrivljenosti.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{3-1}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{2}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{2}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \cdot \frac{3 \cdot a \cdot R}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 3 \cdot a = 3 \cdot 0.2 \text{ m} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}.$$

Vježba 267

Koliki mora biti polumjer zakrivljenosti zrcala ako se želi dobiti tri puta povećana uspravna slika predmeta koji je postavljen 2 dm od sfernog zrcala?

Rezultat: 6 dm.

Zadatak 268 (Tomislav, gimnazija)

Zraka svjetlosti pada pod upadnim kutom 56° u središte gornje plohe staklene kocke, dok lomljena zraka pada u donji vrh kocke. Koliki je indeks loma stakla?

Rješenje 268

$$\alpha = 56^\circ, \quad n = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na

granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

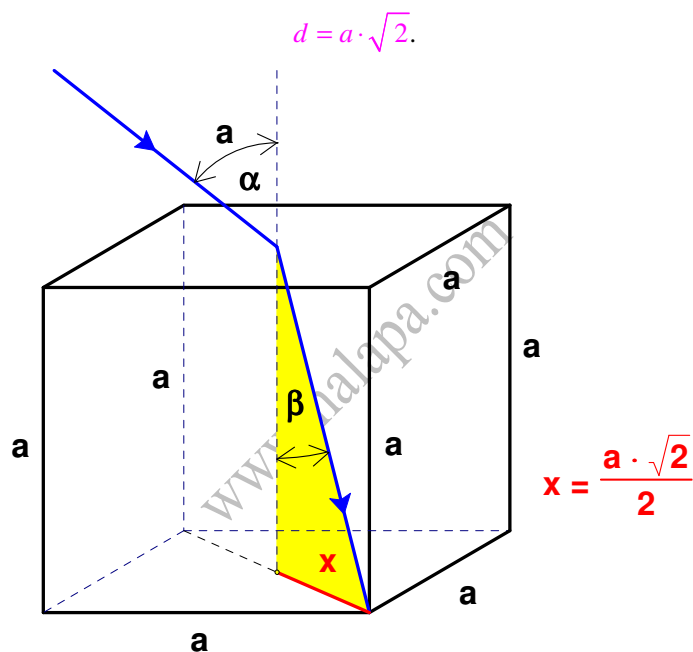
Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180° .

Kvadrat je četverokut kojemu su sve stranice sukladne, a dijagonale međusobno sukladne i okomite.

Duljina dijagonale d kvadrata izračunava se po formuli

$$d = a \cdot \sqrt{2}.$$



Uočimo pravokutan trokut čija je jedna kateta a , a druga

$$x = \frac{d}{2} \Rightarrow x = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}$$

i β šiljasti kut. Tada je:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta = \frac{x}{a} &\Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}{a} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}{\frac{2}{a}} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}{\frac{2}{a}} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \beta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \beta = 35^\circ 15' 52''. \end{aligned}$$

Uporabom zakona loma (Snelliusov zakona) izračunamo indeks loma stakla

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow n = \frac{\sin 56^\circ}{\sin 35^\circ 15' 52''} = 1.44.$$

Vježba 268

Zraka svjetlosti pada pod upadnim kutom 50° u središte gornje plohe staklene kocke, dok lomljena zraka pada u donji vrh kocke. Koliki je indeks loma stakla?

Rezultat: 1.33.

Zadatak 269 (Marija, gimnazija)

Udaljenost je predmeta od divergentne leće n puta veća od žarišne udaljenosti leće. Koliko će puta slika biti manja od predmeta?

Rješenje 269

$$a = n \cdot f, \quad \frac{y'}{y} = ?$$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0, f < 0$).

Budući da je za divergentnu leću b i f negativno, slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} - \frac{1}{b} &= -\frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow -\frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{a} \cdot (-1) \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{b} &= \frac{a+f}{a \cdot f} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a+f} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f \cdot f}{n \cdot f + f} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f \cdot f}{f \cdot (n+1)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow b = \frac{n \cdot f \cdot f}{f \cdot (n+1)} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f}{n+1}. \end{aligned}$$

Računamo samo koliko će puta slika biti manja od predmeta.

$$\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{\frac{n \cdot f}{n+1}}{\frac{n \cdot f}{n \cdot f}} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n+1}{\frac{n \cdot f}{1}} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n+1}{\frac{n \cdot f}{1}} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n+1}{\frac{1}{1}} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{n+1}.$$

Vježba 269

Udaljenost je predmeta od divergentne leće 3 puta veća od žarišne udaljenosti leće. Koliko će puta slika biti manja od predmeta?

Rezultat: $\frac{1}{4}$.

Zadatak 270 (Dado, gimnazija)

Zraka svjetlosti upada pod kutom 75° iz zraka na površinu ulja, lomi se, a zatim iz ulja, lomeći se, ulazi u anilin. Ako je ukupna devijacija zrake (kut između smjera upadne zrake i zrake u anilinu) jednaka 37° , kolika je brzina svjetlosti u anilinu? Indeks loma ulja manji je od indeksa loma anilina. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 270

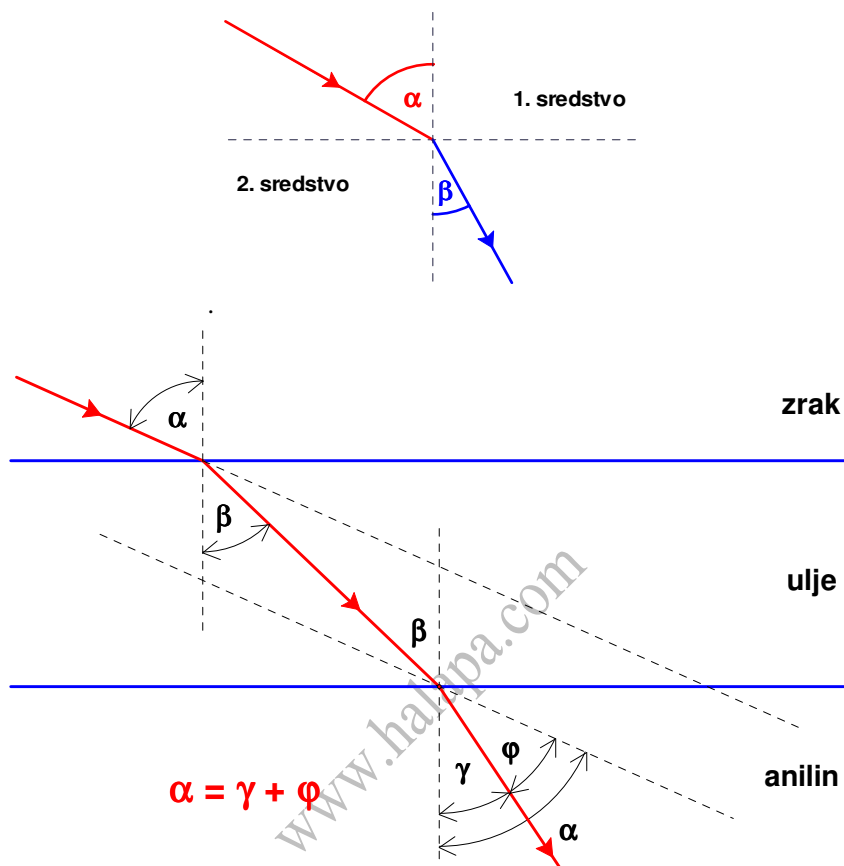
$$\alpha = 75^\circ, \quad \varphi = 37^\circ, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v_a = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalna je broj koji nazivamo indeksom loma. Upadni kut α i kut loma β vezani

su jednađbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2},$$

gdje su v_1 i v_2 brzine svjetlosti u prvom i drugom sredstvu.



Sa slike vidi se:

$$\gamma + \varphi = \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha - \varphi \Rightarrow \gamma = 75^\circ - 37^\circ \Rightarrow \gamma = 38^\circ.$$

Dva put primijenimo Snelliusov zakon:

- kad svjetlost prelazi iz zraka u ulje

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v_u}, \quad c \text{ brzina svjetlosti u zraku, } v_u \text{ brzina svjetlosti u ulju}$$

- kad svjetlost prelazi iz ulja u anilin

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{v_u}{v_a}, \quad v_u \text{ brzina svjetlosti u ulju, } v_a \text{ brzina svjetlosti u anilinu.}$$

Iz sustava jednađbi izračunamo brzinu svjetlosti u anilinu.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v_u} \\ \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{v_u}{v_a} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pomnožimo} \\ \text{jednađbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{c}{v_u} \cdot \frac{v_u}{v_a} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{c}{v_u} \cdot \frac{v_u}{v_a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c}{v_a} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c}{v_a} \cdot \frac{v_a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} \Rightarrow v_a = c \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} =$$

$$= 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\sin 38^\circ}{\sin 75^\circ} = 1.91 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 270

Zraka svjetlosti upada pod kutom 70° iz zraka na površinu ulja, lomi se, a zatim iz ulja, lomeći se, ulazi u anilin. Ako je ukupna devijacija zrake (kut između smjera upadne zrake i zrake u anilinu) jednaka 37° , kolika je brzina svjetlosti u anilinu? Indeks loma ulja manji je od indeksa loma anilina. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $1.74 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 271 (Marija, gimnazija)

Predmet je na udaljenosti a ispred tjemena konkavnog sfernog zrcala polumjera zakrivljenosti a . Koliko je povećanje zrcala?

Rješenje 271

$$a = a, \quad R = a, \quad \gamma = ?$$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa R polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{R} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2-1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \Rightarrow b = a.$$

Povećanje je:

$$\gamma = -\frac{b}{a} \Rightarrow \gamma = -\frac{a}{a} \Rightarrow \gamma = -\frac{a}{a} \Rightarrow \gamma = -1.$$

Vježba 271

Predmet je na udaljenosti b ispred tjemena konkavnog sfernog zrcala polumjera zakrivljenosti b . Koliko je povećanje zrcala?

Rezultat: -1 .

Zadatak 272 (Marija, gimnazija)

Vertikalni stup visine 2 m stoji na horizontalnom dijelu dna jezera i potpuno je pod vodom. Kolika je duljina njegove sjene na dnu ako svjetlosne zrake padaju na površinu vode pod upadnim kutom (kut između zrake i okomice na površinu) 53° ? Indeks loma vode je 1.33.

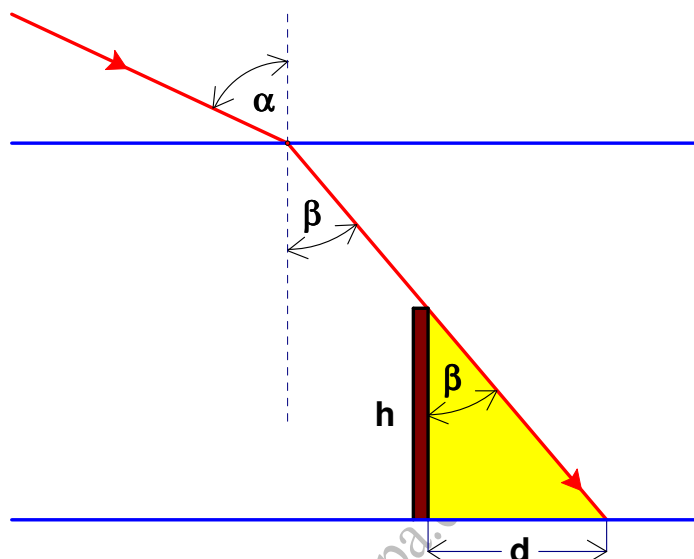
Rješenje 272

$$h = 2 \text{ m}, \quad \alpha = 53^\circ, \quad n = 1.33, \quad d = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n . Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta. Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta. **Tangens** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.



Svjetlosne zrake padaju na površinu vode pod upadnim kutom α pa kut loma β iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n &\Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 53^\circ}{1.33} \right) \Rightarrow \beta = 37^\circ. \end{aligned}$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete h i d . Uporabom funkcije tangens izračunamo duljinu sjene.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d}{h} \Rightarrow \frac{d}{h} = \operatorname{tg} \beta \Rightarrow \frac{d}{h} = \operatorname{tg} \beta \cdot h \Rightarrow d = h \cdot \operatorname{tg} \beta = 2 \text{ m} \cdot \operatorname{tg} 37^\circ = 1.51 \text{ m}.$$

Vježba 272

Vertikalni stup visine 20 dm stoji na horizontalnom dijelu dna jezera i potpuno je pod vodom. Kolika je duljina njegove sjene na dnu ako svjetlosne zrake padaju na površinu vode pod upadnim kutom (kut između zrake i morske površine) 53° ? Indeks loma vode je 1.33.

Rezultat: 1.51 m.

Zadatak 273 (Ante, gimnazija)

Ribar iz barke usmjeri snop svjetlosti pod kutom od 30° u odnosu na površinu mora na jato riba horizontalno udaljeno 5 m od barke. Na kojoj dubini je jato? Indeks loma morske vode je 1.33.

- A. 3.4 m B. 4.2 m C. 8.1 m D. 5.8 m E. 5 m

Rješenje 273

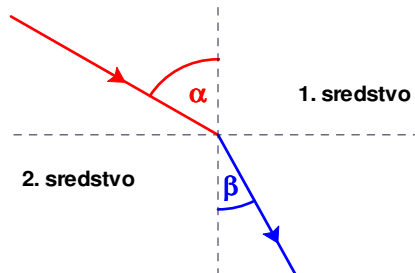
$\gamma = 30^\circ$, $d = 5 \text{ m}$, $n_1 = 1$ indeks loma zraka, $n_2 = 1.33$ indeks loma morske vode, $h = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i

sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednačbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1},$$

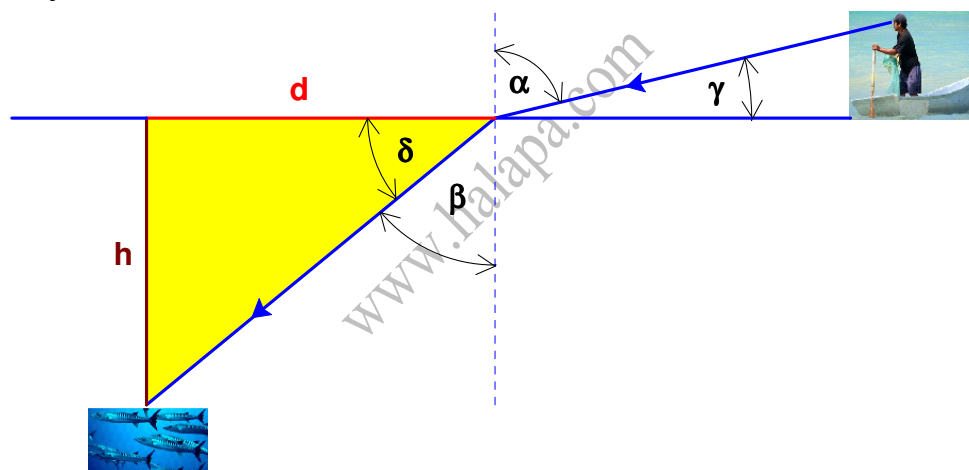
gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu.



Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.



Zraka svjetlosti zatvara s morskom površinom kut $\gamma = 30^\circ$ pa je upadni kut α jednak:

$$\alpha = 90^\circ - \gamma \Rightarrow \alpha = 90^\circ - 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Da bismo odredili kut loma β uporabit ćemo Snelliusov zakon.

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} &\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{n_1 \cdot \sin \beta}{n_2} \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2} \right) \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{1 \cdot \sin 60^\circ}{1.33} \right) \Rightarrow \beta = 40^\circ 38'. \end{aligned}$$

Sada izračunamo kut δ koji lomljena zraka svjetlosti zatvara s morskom površinom.

$$\delta = 90^\circ - \beta \Rightarrow \delta = 90^\circ - 40^\circ 38' \Rightarrow \delta = 89^\circ 60' - 40^\circ 38' \Rightarrow \delta = 49^\circ 22'.$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete horizontalna udaljenost d i dubina h , a δ šiljasti kut. Pomoću funkcije tangens dobije se:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{h}{d} = \operatorname{tg} \delta \Rightarrow \frac{h}{d} = \operatorname{tg} \delta \cdot d \Rightarrow h = d \cdot \operatorname{tg} \delta = 5 \text{ m} \cdot \operatorname{tg} 49^\circ 22' = 5.83 \text{ m} \approx 5.8 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 273

Ribar iz barke usmjeri snop svjetlosti pod kutom od 30° u odnosu na površinu mora na jato riba horizontalno udaljeno 500 cm od barke. Na kojoj dubini je jato? Indeks loma morske vode je 1.33.

- A. 3.4 m B. 4.2 m C. 8.1 m D. 5.8 m E. 5 m

Rezultat: D.

Zadatak 274 (Marko, gimnazija)

Zraka svjetlosti, šireći se kroz tekućinu, upada na površinu tekućina – zrak pod kutom 45° prema okomici. Lomeći se zraka skrene od prvobitnog smjera za $25^\circ 19'$. Koliki je indeks loma tekućine? (indeks loma zraka $n_2 = 1.0$)

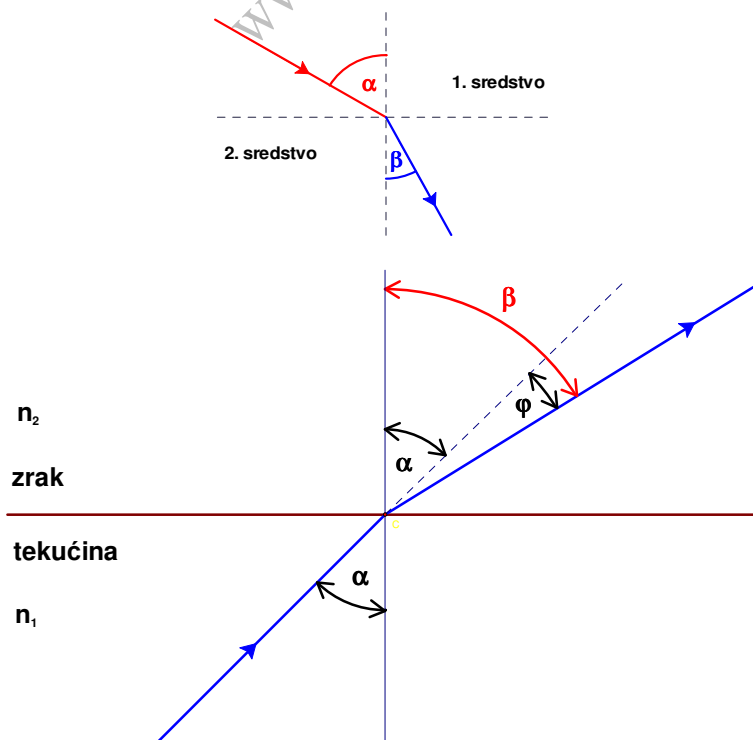
Rješenje 274

$$\alpha = 45^\circ, \quad \varphi = 25^\circ 19', \quad n_2 = 1.0, \quad n_1 = ?$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalna je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Svjetlost ima najveću brzinu u vakuumu. Sredstvo u kojemu je brzina svjetlosti manja nazivamo optički gušćim sredstvom. Ako zrake svjetla upadaju iz optički rjeđeg u optički gušće sredstvo, lomit će se prema okomici. **Ako zrake upadaju iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo, lomit će se od okomice** (okomica se postavlja na granicu dva sredstva različite optičke gustoće).



Budući da zraka prelazi iz optički gušćeg sredstva u optički rjeđe, lomi se od okomice pa je

$$\beta = \alpha + \varphi = 45^\circ + 25^\circ 19' = 70^\circ 19'.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot n_2 \Rightarrow n_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot n_2 = \frac{\sin 70^\circ 19'}{\sin 45^\circ} \cdot 1.0 = 1.33.$$

Vježba 274

Zraka svjetlosti, šireći se kroz tekućinu, upada na površinu tekućina – zrak pod kutom 45° prema okomici. Lomeći se zraka skrene od prvobitnog smjera za 15° . Koliki je indeks loma tekućine? (indeks loma zraka $n_2 = 1.0$)

Rezultat: 1.22.

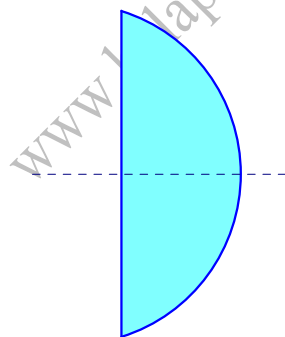
Zadatak 275 (Pavle, gimnazija)

Plankonveksna leća polumjera zakrivljenosti 10 cm izrađena je od stakla indeksa loma 1.55. Kolika je žarišna (fokalna) daljina leće u:

- zraku indeksa loma $n_1 = 1.00$
- vodi indeksa loma $n_2 = 1.33$
- sredstvu indeksa loma $n_3 = 1.55$
- sredstvu indeksa loma $n_4 = 1.60$?

Rješenje 275

$R_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$, $R_2 = \infty$ plankonveksna leća, $n_1 = 1.55$ staklo, $n_2 = 1.00$,
 $n_3 = 1.33$, $n_4 = 1.55$, $n_5 = 1.60$, $f = ?$



Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim ploham, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Žarišna je daljina dana jednadžbom

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće. Predznak polumjera pozitivan je pri konveksnoj leći, a negativan pri konkavnoj leći. Žarišna daljina divergentne leće je negativna. Ako je tanka leća izrađena od materijala apsolutnog indeksa loma n_1 , a nalazi se u sredstvu apsolutnog indeksa loma n_2 njezina jednadžba glasi:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Leća je plankonveksna pa se njezina jednadžba može preoblikovati na ovaj način:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow [R_2 = \infty] \Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} \frac{1}{\infty} = 0 \\ \text{matematički nije korektno napisano,} \\ \text{ali se u praksi time koristimo} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + 0 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{n_1 - 1}{n_2 R_1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow f = \frac{R_1}{\frac{n_1 - 1}{n_2}}$$

a)

$$f = \frac{R_1}{\frac{n_1}{n_2} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{\frac{1.55}{1.00} - 1} = 0.1818 \text{ m} = 18.18 \text{ cm.}$$

b)

$$f = \frac{R_1}{\frac{n_1}{n_3} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{\frac{1.55}{1.33} - 1} = 0.6045 \text{ m} = 60.45 \text{ cm.}$$

c)

$$f = \frac{R_1}{\frac{n_1}{n_4} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{\frac{1.55}{1.55} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{\frac{1.55}{1.55} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{1 - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{0} = \infty.$$

Leća gubi svoja temeljna svojstva.

d)

$$f = \frac{R_1}{\frac{n_1}{n_5} - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{\frac{1.55}{1.60} - 1} = -3.2 \text{ m} = -320 \text{ cm.}$$

Predznak (-) pokazuje da će se leća u ovom slučaju ponašati kao divergentna leća.

Vježba 275

Plankonveksna leća polumjera zakrivljenosti 1 dm izrađena je od stakla indeksa loma 1.55. Kolika je žarišna daljina leće u vodi indeksa loma $n_2 = 1.33$?

Rezultat: 60.45 cm.

Zadatak 276 (Pavle, gimnazija)

Žarišna daljina povećala iznosi 8 cm. U kojim se granicama kreće povećanje te leće ($d = 25$ cm) kao lupe?

Rješenje 276

$$f = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, \quad d = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m} \text{ daljina jasnog vida,} \quad M = ?$$

Okularni optički instrumenti povećavaju vidni kut pod kojim gledamo predmet. Leća može služiti kao lupa kada se stavi neposredno uz oko. Tada je kutno povećanje:

$$\frac{d}{f} \leq M \leq \frac{d}{f} + 1$$

za bliže i dalje predmete; $d = 25$ cm daljina jasnog vida.

$$\frac{d}{f} \leq M \leq \frac{d}{f} + 1 \Rightarrow \frac{0.25 \text{ m}}{0.08 \text{ m}} \leq M \leq \frac{0.25 \text{ m}}{0.08 \text{ m}} + 1 \Rightarrow 3.125 \leq M \leq 4.125.$$

Vježba 276

Žarišna daljina povećala iznosi 80 mm. U kojim se granicama kreće povećanje te leće ($d = 25$ cm) kao lupe?

Rezultat: 60.45 cm.

Zadatak 277 (Vesna, gimnazija)

Ukupno povećanje teleskopa iznosi 30. Žarišna daljina objektiva je 1.2 m. Kolika je žarišna daljina okulara i duljina teleskopa?

Rješenje 277

$$M = 30, \quad f_{ob} = 1.2 \text{ m}, \quad f_{ok} = ? \quad l = ?$$

Dalekozor i teleskop služe za promatranje dalekih i vrlo dalekih objekata. Povećanje u oba slučaja iznosi

$$M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}},$$

gdje je f_{ob} žarišna daljina objektiva, f_{ok} žarišna daljina okulara, Duljina teleskopa je

$$l \approx f_{ob} + f_{ok}.$$



Žarišna daljina okulara iznosi:

$$M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} \Rightarrow M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} \cdot \frac{f_{ok}}{M} \Rightarrow f_{ok} = \frac{f_{ob}}{M} = \frac{1.2 \text{ m}}{30} = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}.$$

Duljina teleskopa je

$$l = f_{ob} + f_{ok} = 1.2 \text{ m} + 0.04 \text{ m} = 1.24 \text{ m} = 124 \text{ cm}.$$

Vježba 277

Ukupno povećanje teleskopa iznosi 30. Žarišna daljina objektiva je 120 cm. Kolika je žarišna daljina okulara i duljina teleskopa?

Rezultat: 4 cm, 124 cm.

Zadatak 278 (Vesna, gimnazija)

Duljina malog teleskopa je 49 cm, a povećanje 20. Kolike su žarišne daljine okulara i objektiva?

Rješenje 278

$$l = 49 \text{ cm} = 0.49 \text{ m}, \quad M = 20, \quad f_{ok} = ?, \quad f_{ob} = ?$$



Dalekozor i teleskop služe za promatranje dalekih i vrlo dalekih objekata. Povećanje u oba slučaja iznosi

$$M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}},$$

gdje je f_{ob} žarišna daljina objektiv, f_{ok} žarišna daljina okulara.
Duljina teleskopa je

$$l \approx f_{ob} + f_{ok}.$$

$$\left. \begin{array}{l} M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} \\ l = f_{ob} + f_{ok} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = M \\ f_{ob} + f_{ok} = l \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = M \cdot \frac{1}{f_{ok}} \\ f_{ob} + f_{ok} = l \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} f_{ob} = M \cdot f_{ok} \\ f_{ob} + f_{ok} = l \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \cdot f_{ok} + f_{ok} = l \Rightarrow f_{ok} \cdot (M + 1) = l \Rightarrow f_{ok} \cdot (M + 1) = l \cdot \frac{1}{M + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{ok} = \frac{l}{M + 1} = \frac{0.49 \text{ m}}{20 + 1} = 0.0233 \text{ m} = 2.33 \text{ cm}.$$

Računamo f_{ob} .

$$f_{ob} = M \cdot f_{ok} = 20 \cdot 2.33 \text{ cm} = 46.6 \text{ cm}.$$

Ili

$$l = f_{ob} + f_{ok} \Rightarrow f_{ob} + f_{ok} = l \Rightarrow f_{ob} = l - f_{ok} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} l = 49 \text{ cm} \\ f_{ok} = 2.33 \text{ cm} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{ob} = 49 \text{ cm} - 2.33 \text{ cm} = 46.67 \text{ cm}.$$

Vježba 278

Duljina malog teleskopa je 4.9 dm, a povećanje 20. Kolike su žarišne daljine objektiv i okulara?

Rezultat: 4 cm, 124 cm.

Zadatak 279 (Petra, gimnazija)

Koliki je indeks loma sredstva ako svjetlosni signal prijeđe u njemu udaljenost od 1.5 m za 0.0075 μ s? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

A. 1.21 B. 1.42 C. 1.5 D. 1.27

Rješenje 279

$$s = 1.5 \text{ m}, \quad t = 0.0075 \mu\text{s} = 7 \cdot 10^{-9} \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad n = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je količniku brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v}.$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{s}{t} \\ n = \frac{c}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{c}{\frac{s}{t}} \Rightarrow n = \frac{c \cdot t}{s} \Rightarrow n = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 7.5 \cdot 10^{-9} s}{1.5 m} = 1.5.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 279

Koliki je indeks loma sredstva ako svjetlosni signal prijeđe u njemu udaljenost od 3 m za 0.015 μ s? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

- A. 1.21 B. 1.42 C. 1.5 D. 1.27

Rezultat: C.

Zadatak 280 (Željka, srednja škola)

Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 50° , a kut loma 30° . Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

- A. $1.5 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ B. $1.96 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ C. $3.25 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ D. $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Rješenje 280

$$\alpha = 50^\circ, \quad \beta = 30^\circ, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad v = ?$$

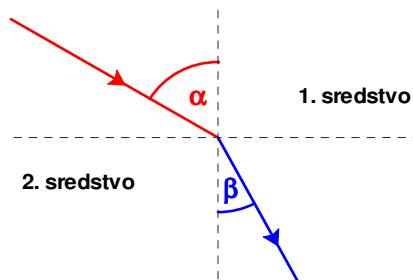
Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je količniku brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v}$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalna je broj koji nazivamo indeksom loma n . Upadni kut α i kut loma β vezani su jednačbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n .



$$\left. \begin{array}{l} n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ n = \frac{c}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot c \Rightarrow v = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 50^\circ} = 1.96 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 280

Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 45° , a kut loma 30° . Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

A. $1.9 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ B. $2.01 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ C. $2.12 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ D. $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Rezultat: C.

www.halapa.com