Zadatak 201 (Nikola, elektrotehnička škola)

Valna duljina plave linije helija iznosi $4.471 \cdot 10^{-7}$ m. Kolika je njezina frekvencija? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^{8}$ m / s)

Rješenje 201

$\lambda = 4.471 \cdot 10^{-7}$ m, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s, $\nu = ?$

Jednadžba koja povezuje brzinu širenja vala v, valnu duljinu λ i frekvenciju ν elektromagnetskog vala može se prikazati kao

$$v = \lambda \cdot \nu .$$

Svjetlost se najbrže širi u vakuumu. Odnos frekvencije vala svjetlosti (ν), brzine širenja (c) i valne duljine (λ) izražen je jednadžbom

$$c = \lambda \cdot \nu .$$

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c \; / \cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}}{4.471 \cdot 10^{-7} \, m} =$$

$$= 6.71 \cdot 10^{14} \frac{1}{s} = 6.71 \cdot 10^{14} \, s^{-1} = 6.71 \cdot 10^{14} \, Hz .$$

Vježba 201

Valna duljina plave linije helija iznosi $447.1 \cdot 10^{-9}$ m. Kolika je njezina frekvencija? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^{8}$ m / s)

Rezultat: $6.71 \cdot 10^{14} \, Hz .$

www.halapa.com

Zadatak 202 (Nikola, elektrotehnička škola)

Koliko je vrijeme titraja za žutu svjetlost ($\lambda = 5.8 \cdot 10^{-7}$ m)? Koliko valnih duljina približno sadrži val svjetlosti za vrijeme 10^{-8} s? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^{8}$ m / s)

Rješenje 202

$\lambda = 5.8 \cdot 10^{-7}$ m, $t = 10^{-8}$ s, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m / s, $T = ?$, $N = ?$

Jednadžba koja povezuje brzinu širenja vala v, valnu duljinu λ i periodu T (vrijeme jednog titraja) elektromagnetskog vala može se prikazati kao

$$v = \frac{\lambda}{T} .$$

Svjetlost se najbrže širi u vakuumu. Odnos periode vala svjetlosti (T), brzine širenja (c) i valne duljine (λ) izražen je jednadžbom

$$c = \frac{\lambda}{T} .$$

Vrijeme titraja (perioda) iznosi:

$$c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow c = \frac{\lambda}{T} \; / \cdot \frac{T}{c} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{5.8 \cdot 10^{-7} \, m}{3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}} = 1.93 \cdot 10^{-15} \, s .$$

Broj valnih duljina N koji približno sadrži val svjetlosti za vrijeme t je:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{10^{-8} \, s}{1.93 \cdot 10^{-15} \, s} = 5.18 \cdot 10^{6} \text{ valnih duljina} .$$

Vježba 202

Koliko je vrijeme titraja za žutu svjetlost ($\lambda = 580 \cdot 10^{-9}$ m)? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^{8}$ m / s)

Rezultat: $1.93 \cdot 10^{-15} \, s .$

Zadatak 203 (Ivek, tehnička škola)

Iz izvora žute svjetlosti izlazi svjetlost valne duljine 0.000057 cm. Izračunaj koliko valova u sekundi prima naše oko. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rješenje 203

$\lambda = 0.000057$ cm $= 5.7 \cdot 10^{-7}$ m, $c = 3 \cdot 10^8$ m / s, $\nu = ?$

Frekvencija je fizikalna veličina kojom se izražava broj titraja u određenom vremenskom intervalu. Jednadžba koja povezuje brzinu širenja vala v, valnu duljinu λ i frekvenciju ν elektromagnetskog vala može se prikazati kao

$$v = \lambda \cdot \nu.$$

Svjetlost se najbrže širi u vakuumu. Odnos frekvencije vala svjetlosti (ν), brzine širenja (c) i valne duljine (λ) izražen je jednadžbom

$$c = \lambda \cdot \nu.$$

Računamo frekvenciju ν.

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c \;/\cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{5.7 \cdot 10^{-7} \; m} = 5.26 \cdot 10^{14} \; s^{-1}.$$

Vježba 203

Iz izvora žute svjetlosti izlazi svjetlost valne duljine 0.00057 mm. Izračunaj koliko valova u sekundi prima naše oko. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

Rezultat: $5.26 \cdot 10^{14} \; s^{-1}.$

www.halapa.com

Zadatak 204 (Ivek, tehnička škola)

Za standard duljine 1 m usvojen je 1960. godine optički metar koji iznosi 1 m ≈ 1650763.73 λKr, gdje je λKr duljina kriptonove ^{86}Kr narančaste linije. Kolika je valna duljina kriptonove linije izražena u μm?

Rješenje 204

1 m ≈ 1650763.73 λKr, λKr = ?

Ako je 1 m jednak

$$1 \; m = 1650763.73 \; \lambda Kr,$$

onda valna duljina kriptonove linije iznosi:

$$1650763.73 \; \lambda Kr = 1 \; m \Rightarrow 1650763.73 \; \lambda Kr = 1 \; m \;/\cdot \frac{1}{1650763.73} \Rightarrow \lambda Kr = 6.058 \cdot 10^{-7} \; m =$$

$$= 0.6058 \cdot 10^{-6} \; m = 0.6058 \; \mu m.$$

Vježba 204

Za standard duljine 1 m usvojen je 1960. godine optički metar koji iznosi 1 m ≈ 1650763.73 λKr, gdje je λKr duljina kriptonove ^{86}Kr narančaste linije. Kolika je valna duljina kriptonove linije izražena u metrima?

Rezultat: $6.058 \cdot 10^{-7} \; m.$

Zadatak 205 (Ivek, tehnička škola)

Valna duljina D – linije u zraku je $5.893 \cdot 10^{-7}$ m. Brzina te svjetlosti u vodi je 0.75 njezine brzine u zraku. Kolika je valna duljina D – linije u vodi? (c brzina svjetlosti u praznini)

Rješenje 205

$\lambda_1 = 5.893 \cdot 10^{-7}$ m, c, $v = 0.75 \cdot c$, $\lambda_2 = ?$

Prema valnoj ili undulatornoj teoriji svjetlost se širi u valovima za koje vrijedi jednadžba

$$c = \lambda \cdot \nu \;\Rightarrow\; \nu = \frac{c}{\lambda},$$

gdje je c brzina širenja, λ duljina vala, ν frekvencija.
Ako svjetlost prelazi iz jednog sredstva u drugo sredstvo mijenja se brzina c. Budući da frekvencija ν ostaje ista, proizlazi iz jednadžbe c = λ · ν da se pri prijelazu svjetlosti iz jednog sredstva u drugo sredstvo mijenja duljina vala.

$$\left.\begin{array}{l} \nu = \dfrac{\text{v}}{\lambda_2} \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\text{v}}{\lambda_2} = \frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\text{v}} = \frac{\lambda_1}{c} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\text{v}} = \frac{\lambda_1}{c} \;/\cdot \text{v} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{c} \cdot \text{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{c} \cdot 0.75 \cdot c \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{c} \cdot 0.75 \cdot c \Rightarrow \lambda_2 = 0.75 \cdot \lambda_1 =$$

$$= 0.75 \cdot 5.893 \cdot 10^{-7} \; m = 4.420 \cdot 10^{-7} \; m = 4\,420 \cdot 10^{-10} \; m.$$

Vježba 205

Valna duljina D – linije u zraku je 5.893 · 10^{-5} cm. Brzina te svjetlosti u vodi je 0.75 njezine brzine u zraku. Kolika je valna duljina D – linije u vodi? (c brzina svjetlosti u praznini)

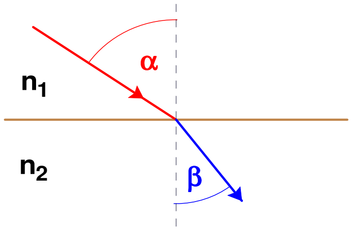
Rezultat: $4\,420 \cdot 10^{-10} \; m.$

Zadatak 206 (Tony, gimnazija)

Na površini ulja, indeksa loma n = 1.40, nalazi se staklena planparalelna ploča. Iznad nje je zrak. Pod kojim najmanjim kutom treba pasti svjetlosna zraka na graničnu plohu ulje – staklo (dolazeći iz ulja) da se na graničnoj plohi staklo – zrak totalno reflektira? (indeks loma zraka n_0 = 1)

Rješenje 206

n = 1.40, n_0 = 1, α = ?



Kad svjetlost prelazi iz jednoga optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{Snell – Descartesov zakon loma}$$

gdje je n_2 apsolutni indeks loma drugog optičkog sredstva, n_1 apsolutni indeks loma prvog optičkog sredstva. Kut loma može biti najviše 90º. Kut upada koji odgovara kutu loma 90º zove se kut totalne refleksije. Dakle, granični kut totalne refleksije je kut za koji lom više nije moguć.

Označimo li sa n_1 indeks loma stakla od kojeg je napravljena planparalelna ploča za lom svjetlosti vrijedi:

- u točki A

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n}$$

- u točki B

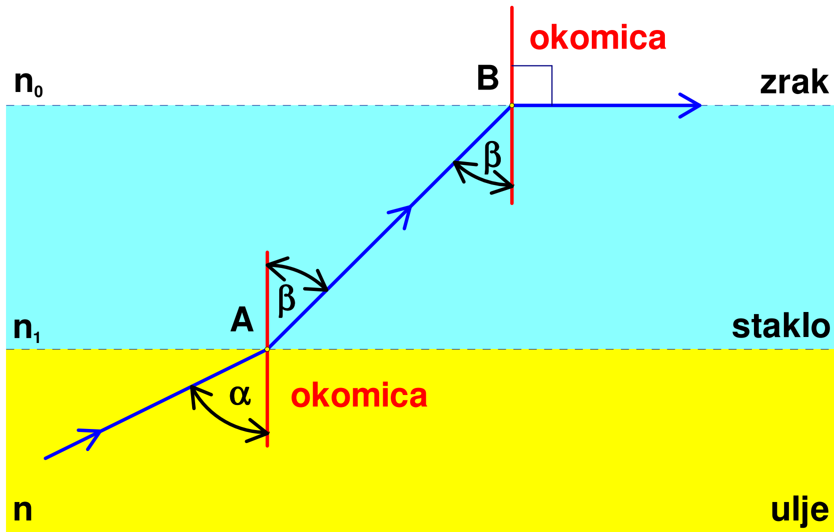
$$\frac{\sin\beta}{\sin 90^0} = \frac{n_0}{n_1} \Rightarrow \left[\sin 90^0 = 1\right] \Rightarrow \frac{\sin\beta}{1} = \frac{n_0}{n_1} \Rightarrow \sin\beta = \frac{n_0}{n_1}.$$

Pomoću sustava jednadžbi dobije se mjera kuta α.

www.halapa.com

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\dfrac{n_1}{n}\\[2ex] \sin\beta=\dfrac{n_0}{n_1}\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{pomnožimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\sin\beta=\frac{n_1}{n}\cdot\frac{n_0}{n_1}\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\sin\beta=\frac{n_1}{n}\cdot\frac{n_0}{n_1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sin\alpha=\frac{n_0}{n}\Rightarrow\alpha=\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\right)\Rightarrow\alpha=\sin^{-1}\left(\frac{1}{1.40}\right)\Rightarrow\alpha=45^0\,35'.$$



www.halapa

Vježba 206

Na površini ulja, indeksa loma n = 1.20, nalazi se staklena planparalelna ploča. Iznad nje je zrak. Pod kojim najmanjim kutom treba pasti svjetlosna zraka na graničnu plohu ulje – staklo (dolazeći iz ulja) da se na graničnoj plohi staklo – zrak totalno reflektira? (indeks loma zraka $n_0 = 1$)

Rezultat: 56° 26' 34''.

Zadatak 207 (Mislav, srednja škola)

Na optičku rešetku konstante $4 \cdot 10^{-4}$ cm okomito pada monokromatska svjetlost. Odredite valnu duljinu, ako je kut između spektra drugog i trećeg reda jednak 2° 30'. Pretpostavite da su kutovi otklona jako mali.

Rješenje 207

$d = 4 \cdot 10^{-4}$ cm $= 4 \cdot 10^{-6}$ m, $k_2 = 2$, $k_3 = 3$, $\alpha_3 - \alpha_2 = 2°\,30'$, $\lambda = ?$

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_k,\quad k=1,\,2,\,3,\,\ldots,\,n.$$

Kutovi maksimuma spektra drugog i trećeg reda dani su sljedećim jednadžbama:

$$\left.\begin{array}{l}k_2\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_2\\ k_3\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_3\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}2\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_2\\ 3\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_3\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{oduzmemo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow 3\cdot\lambda-2\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_3-d\cdot\sin\alpha_2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lambda=d\cdot\left(\sin\alpha_3-\sin\alpha_2\right)\Rightarrow\left[\sin x-\sin y=2\cdot\sin\frac{x-y}{2}\cdot\cos\frac{x+y}{2}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lambda=d\cdot 2\cdot\sin\frac{\alpha_3-\alpha_2}{2}\cdot\cos\frac{\alpha_3+\alpha_2}{2}\Rightarrow\lambda=2\cdot d\cdot\sin\frac{\alpha_3-\alpha_2}{2}\cdot\cos\frac{\alpha_3+\alpha_2}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{pretpostavka} \\ \frac{\alpha_3+\alpha_2}{2} \ll 1 \Rightarrow \cos\frac{\alpha_3+\alpha_2}{2} \approx 1 \end{array} \right] \Rightarrow \lambda = 2\cdot d\cdot \sin\frac{\alpha_3-\alpha_2}{2}\cdot 1 \Rightarrow \lambda = 2\cdot d\cdot\sin\frac{\alpha_3-\alpha_2}{2} =$$

$$= 2\cdot 4\cdot 10^{-6}\ m\cdot \sin\frac{2^0\, 30'}{2} = 1.745\cdot 10^{-7}\ m.$$

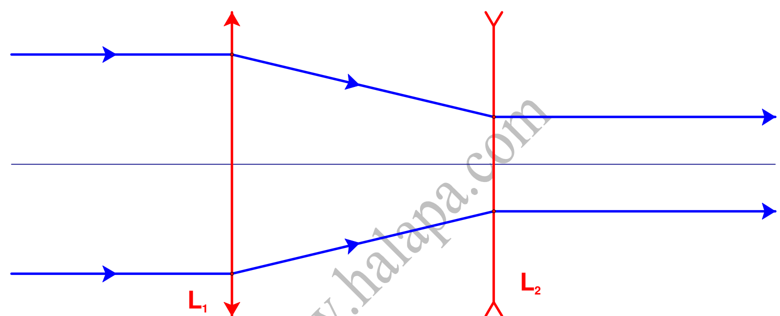
Vježba 207

Na optičku rešetku konstante $4 \cdot 10^{-5}$ dm okomito pada monokromatska svjetlost. Odredite valnu duljinu, ako je kut između spektra drugog i trećeg reda jednak 2º 30'. Pretpostavite da su kutovi otklona jako mali.

Rezultat: $1.745 \cdot 10^{-7}$ m.

Zadatak 208 (Matija, gimnazija)

Konvergentna leća L_1, žarišne duljine iznosa 20 cm, i divergentna leća L_2, žarišne duljine iznosa 5 cm, nalaze se u zraku. Leće su razmještene kao što je prikazano na crtežu. Na tako postavljene leće pada paralelni snop svjetlosti usporedno s optičkom osi leća. Nakon prolaska kroz obje leće, snop svjetlosti ostaje paralelan i usporedan optičkoj osi leća. Kolika je udaljenost između leće L_1 i L_2?



www.halapa.com

Rješenje 208

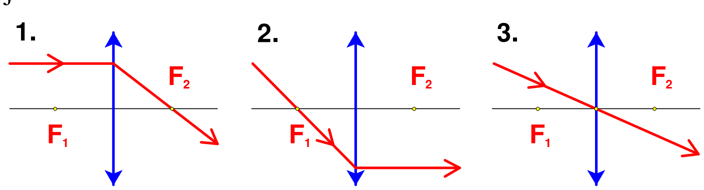
$f_1 = 20$ cm, $f_2 = 5$ cm, $d = ?$

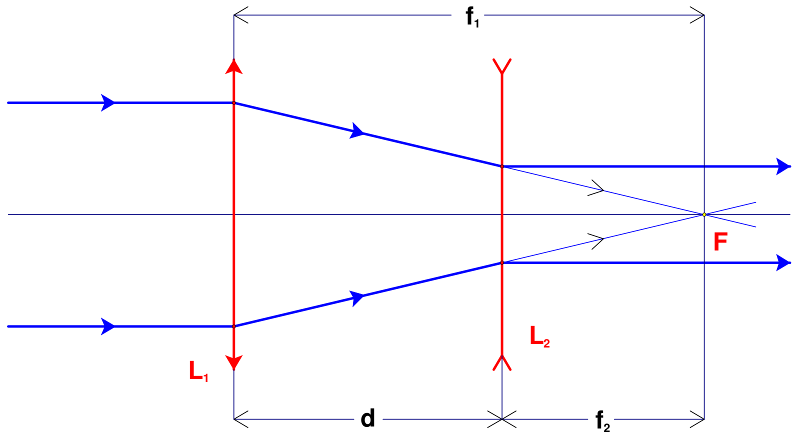
Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne ili sabirne).

Sliku nekog predmeta možemo najlakše konstruirati pomoću karakterističnih zraka svjetlosti. Pri konstrukciji slika rabimo tri karakteristične zrake svjetlosti:

1. Zraka koja dolazi na leću usporedno s optičkom osi lomi se kroz žarište slike F_2.
2. Zraka koja prolazi kroz žarište predmeta F_1 lomi se usporedno s optičkom osi.
3. Zraka koja prolazi kroz optičko središte leće ne lomi se odnosno prolazi kroz leću bez promjene smjera.

Ti zakoni vrijede za tanke leće s malenim otvorom. Za konstrukciju slike dovoljno je uzeti dvije od tri predložene zrake svjetlosti.

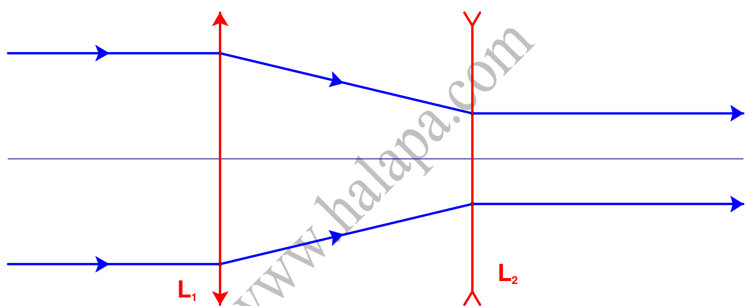




$$d = f_1 - f_2 = 20\ cm - 5\ cm = 15\ cm.$$

Vježba 208

Konvergentna leća L_1, žarišne duljine iznosa 25 cm, i divergentna leća L_2, žarišne duljine iznosa 10 cm, nalaze se u zraku. Leće su razmještene kao što je prikazano na crtežu. Na tako postavljene leće pada paralelni snop svjetlosti usporedno s optičkom osi leća. Nakon prolaska kroz obje leće, snop svjetlosti ostaje paralelan i usporedan optičkoj osi leća. Kolika je udaljenost između leće L_1 i L_2?



www.halapa.com

Rezultat: 15 cm.

Zadatak 209 (Ante, srednja škola)

Bikonveksna leća žarišne daljine 18 cm i jednakih polumjera napravljena je od stakla indeksa loma 1.7. Odredi polumjer zakrivljenosti.

Rješenje 209

f = 18 cm, $r_1 = r_2 = r$, n = 1.7, r = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne ili sabirne).

Žarišna daljina leće f ovisi o indeksu loma n i polumjerima zakrivljenosti sfernih ploha r_1 i r_2:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot (n-1)}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot (n-1)}{r} \ / \cdot f \cdot r \Rightarrow r = 2 \cdot f \cdot (n-1) = 2 \cdot 18\ cm \cdot (1.7 - 1) = 25.2\ cm.$$

Vježba 209

Bikonveksna leća žarišne daljine 36 cm i jednakih polumjera napravljena je od stakla indeksa loma 1.7. Odredi polumjer zakrivljenosti.

Rezultat: 50.4 cm.

Zadatak 210 (Almira, gimnazija)

Konvergentna leća udaljena je od predmeta 20 cm. Ako je jakost leće 10 m^{-1}, odredi na kojoj udaljenosti se stvara realna slika.

Rješenje 210

$a = 20\ cm = 0.2\ m, \quad C = 10\ m^{-1}, \quad b = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0, f < 0$).
Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost žarišne (fokalne) daljine:

$$C=\frac{1}{f}.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\\ C=\frac{1}{f}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C \Rightarrow \frac{1}{b}=C-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{C}{1}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a\cdot C-1}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow b=\frac{a}{a\cdot C-1}=\frac{0.2\ m}{0.2\ m\cdot 10\ \frac{1}{m}-1}=0.2\ m=20\ cm.$$

Vježba 210

Jakost leće iznosi 2.5 m^{-1}. Na kojoj udaljenosti nastaje slika predmeta udaljenog od te leće 60 cm?

Rezultat: 120 cm.

Zadatak 211 (Mario, gimnazija)

Koliki je granični kut upada za svjetlost pri prijelazu iz dijamanta u zrak? (indeks loma dijamanta $n_1 = 2.42$, indeks loma zraka $n_2 = 1.00$)

Rješenje 211

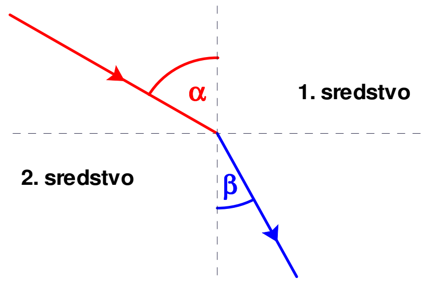
$\beta = 90^\circ$ kut loma, $\quad n_1 = 2.42, \quad n_2 = 1.00, \quad \alpha = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.

www.halapa.com



Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Brzina svjetlosti različita je u različitim materijalima pa se svjetlost u njima različito lomi. Ako je optički gušće sredstvo brzina je manja. Ako je optički rjeđe sredstvo brzina je veća. To svojstvo materijala naziva se indeks loma (n).

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \;/\cdot \sin\beta \Rightarrow \sin\alpha=\frac{n_2}{n_1}\cdot\sin\beta \Rightarrow \alpha=\sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\cdot\sin\beta\right)=$$

$$=\sin^{-1}\left(\frac{1.00}{2.42}\cdot\sin 90^0\right)=24^0\,24'.$$

Vježba 211

Koliki je granični kut upada za svjetlost pri prijelazu iz kvarca u zrak? (indeks loma kvarca n_1 = 1.46, indeks loma zraka n_2 = 1.00)

Rezultat: 43° 14'.

Zadatak 212 (Mario, gimnazija)

Pod kojim se kutom lomi svjetlost koja iz vode izlazi u zrak pod kutom 30 °? (indeks loma vode n_1 = 1.33, indeks loma zraka n_2 = 1.00)

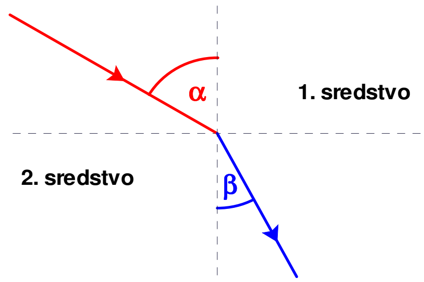
Rješenje 212

α = 30°, n_1 = 1.33, n_2 = 1.00, β = ?

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.



Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Brzina svjetlosti različita je u različitim materijalima pa se svjetlost u njima različito lomi. Ako je optički gušće sredstvo brzina je manja. Ako je optički rjeđe sredstvo brzina je veća. To svojstvo materijala naziva se indeks loma (n).

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_1}{n_2} \; / \cdot \sin\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta=\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha \Rightarrow \beta=\sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha\right)=\sin^{-1}\left(\frac{1.33}{1.00}\cdot\sin 30^0\right)=41^0\,41'.$$

www.halapa.com

Vježba 212

Pod kojim se kutom lomi svjetlost koja iz vode izlazi u zrak pod kutom 35 º? (indeks loma vode $n_1 = 1.33$, indeks loma zraka $n_2 = 1.00$)

Rezultat: 49º 43'.

Zadatak 213 (Mario, gimnazija)

Koliki je kut pri vrhu presjeka stošca koji je obuhvatio u vodi svu svjetlost što je prešla u vodu iz zraka iznad vode? (indeks loma zraka $n_1 = 1.00$, indeks loma vode $n_2 = 1.33$)

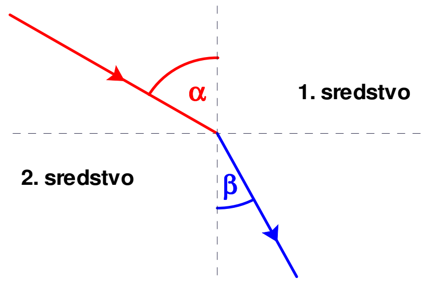
Rješenje 213

$\alpha = 90º$, $n_1 = 1.00$, $n_2 = 1.33$, $\varphi = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$

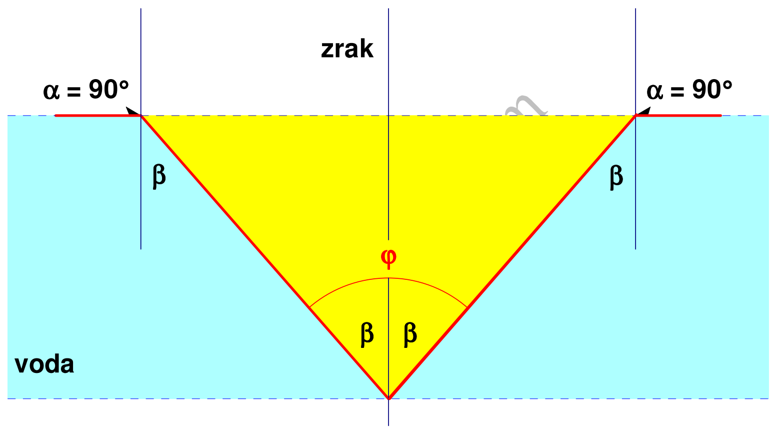
Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.



Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Brzina svjetlosti različita je u različitim materijalima pa se svjetlost u njima različito lomi. Ako je optički gušće sredstvo brzina je manja. Ako je optički rjeđe sredstvo brzina je veća. To svojstvo materijala naziva se indeks loma (n).



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_1}{n_2} \; / \cdot \sin\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta=\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha \Rightarrow \beta=\sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{kut pri vrhu} \\ \text{presjeka stošca} \\ \varphi=2\cdot\beta\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi=2\cdot\sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha\right)=2\cdot\sin^{-1}\left(\frac{1.00}{1.33}\cdot\sin 90^0\right)=97^0\,30'\approx 98^0.$$

Vježba 213

Koliki je kut pri vrhu presjeka stošca koji je obuhvatio u vodi svu svjetlost što je prešla u led iz zraka iznad leda? (indeks loma zraka n_1 = 1.00, indeks loma leda n_2 = 1.31)

Rezultat: 99º 31'.

Zadatak 214 (Melita, srednja škola)

Bikonveksna staklena leća indeksa loma 1.60 ima u zraku žarišnu daljinu 25 cm. Odredi žarišnu daljinu leće, ako se potopi u tekućinu čiji je indeks loma 1.55.

Rješenje 214

$n = 1.60, \quad f = 25 \text{ cm}, \quad n_1 = 1.55, \quad f_1 = ?$

Žarišna daljina leće f ovisi o indeksu loma n i polumjerima zakrivljenosti sfernih ploha R_1 i R_2:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Polumjeri R_1 i R_2 računaju se pozitivno, ako su konveksni.
Ako se leća indeksa loma n nalazi u sredstvu indeksa loma n_1 tada treba uzeti relativni indeks loma materijal leće – sredstvo

$$\frac{n}{n_1}$$

pa jednadžba glasi

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo f_1.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) \\ \dfrac{1}{f_1} = \left(\dfrac{n}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{f_1}} = \frac{(n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}{\left(\frac{n}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{(n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}{\left(\frac{n}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{n-1}{\frac{n}{n_1} - 1} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{n-1}{\frac{n}{n_1} - 1} \; / \cdot f \Rightarrow f_1 = \frac{(n-1) \cdot f}{\frac{n}{n_1} - 1} =$$

$$= \frac{(1.60 - 1) \cdot 25 \; cm}{\frac{1.60}{1.55} - 1} = 465 \; cm.$$

www.halapa.com

Vježba 214

Bikonveksna staklena leća indeksa loma 1.60 ima u zraku žarišnu daljinu 25 cm. Odredi žarišnu daljinu leće, ako se potopi u tekućinu čiji je indeks loma 1.80.

Rezultat: – 135 cm.

Zadatak 215 (Marija, gimnazija)

Osoba se nalazi u izoliranoj sobi čija je temperatura zidova 15 ºC. Ako je emisijski faktor jednak 0.7, a površina kože 1.5 m^2, koliku količinu topline tijekom vremena gubi osoba zbog zračenja uz temperaturu kože 34 ºC? (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W / ($m^2 \cdot K^4$))

Rješenje 215

$t_1 = 15$ °C => $T_1 = 273 + t_1 = (273 + 15)$ K = 288 K, $\quad e = 0.7, \quad A = 1.5 \; m^2$,

$t_2 = 34$ °C => $T_2 = 273 + t_2 = (273 + 34)$ K = 307 K, $\quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W / ($m^2 \cdot K^4$), $\quad \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = ?$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jednoj sekundi može se odrediti Stefan – Boltzmannovim zakonom

$$P = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, e emisijski faktor, σ Stefan – Boltzmannova konstanta, A površina tijela, T temperatura tijela.
Količina topline koju osoba gubi tijekom vremena iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \Delta P \\ \Delta P = P_2 - P_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = P_2 - P_1 \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T_2^4 - e \cdot \sigma \cdot A \cdot T_1^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = e \cdot \sigma \cdot A \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) =$$

$$= 0.7 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 1.5\ m^2 \cdot \left((307\ K)^4 - (288\ K)^4\right) = 119.26\ W.$$

Vježba 215

Osoba se nalazi u izoliranoj sobi čija je temperatura zidova 15 ºC. Ako je emisijski faktor jednak 0.7, a površina kože 150 dm^2, koliku količinu topline tijekom vremena gubi osoba zbog zračenja uz temperaturu kože 34 ºC? (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W / ($m^2 \cdot K^4$))

Rezultat: 119.26 W.

Zadatak 216 (Goran, gimnazija)

Kolika je promjena valne duljine zrake žute svjetlosti pri prijelazu iz zraka u staklo? Indeks loma zraka je 1.0, a indeks loma stakla 1.5. Valna duljina žute svjetlosti u zraku je 590 nm.

Rješenje 216

$n_1 = 1.0$, $n_2 = 1.5$, $\lambda_1 = 590\ nm = 5.9 \cdot 10^{-7}\ m$, $\Delta\lambda = ?$

Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je omjeru brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti v u tom sredstvu

$$n = \frac{c}{v},$$

dok je relativni indeks loma sredstva 2 prema sredstvu 1 jednak

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2},$$

gdje je v_1 brzina svjetlosti u sredstvu 1, a v_2 brzina svjetlosti u sredstvu 2.
Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi:

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je v brzina širenja vala, λ valna duljina, ν frekvencija.
Najprije odredimo valnu duljinu λ_2 žute svjetlosti u staklu.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2 \cdot \nu}{\lambda_1 \cdot \nu} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2 \cdot \cancel{\nu}}{\lambda_1 \cdot \cancel{\nu}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \ / \cdot \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \lambda_1.$$

Promjena valne duljine iznosi:

www.halapa.com

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_1 - \frac{n_1}{n_2} \cdot \lambda_1 \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_1 \cdot \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) =$$

$$= 5.9 \cdot 10^{-7} \ m \cdot \left(1 - \frac{1.0}{1.5}\right) = 1.97 \cdot 10^{-7} \ m = 197 \ nm.$$

Vježba 216

Kolika je promjena valne duljine zrake žute svjetlosti pri prijelazu iz zraka u staklo? Indeks loma zraka je 1.0, a indeks loma stakla 1.5. Valna duljina žute svjetlosti u zraku je 0.59 μm.

Rezultat: 197 nm.

Zadatak 217 (Ivana, gimnazija)

Apsolutno crno tijelo zagrijemo s temperature T na temperaturu 2 · T. Izračunajte početnu temperaturu T ako je maksimum izračene energije pri temperaturi 2 · T na valnoj duljini 580 nm. (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rješenje 217

2 · T, $\lambda_m = 580$ nm $= 5.8 \cdot 10^{-7}$ m, C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K, T = ?

Prema Wienovu zakonu umnožak apsolutne temperature T i valne duljine λ_m kojoj pripada najveća energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini, tj.

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.9 \cdot 10^{-3} \ m \cdot K.$$

$$\lambda_m \cdot 2 \cdot T = C \Rightarrow 2 \cdot \lambda_m \cdot T = C \ / \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda_m} \Rightarrow T = \frac{C}{2 \cdot \lambda_m} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \ m \cdot K}{2 \cdot 5.8 \cdot 10^{-7} \ m} = 2500 \ K.$$

www.halapa.com

Vježba 217

Apsolutno crno tijelo zagrijemo s temperature T na temperaturu 2 · T. Izračunajte početnu temperaturu T ako je maksimum izračene energije pri temperaturi 2 · T na valnoj duljini 0.58 μm. (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rezultat: 2500 K.

Zadatak 218 (Ivana, gimnazija)

Pri kojoj bi temperaturi maksimum izračene energije crnog tijela bio u ultraljubičastom području na valnoj duljini 145 nm? (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rješenje 218

$\lambda_m = 145$ nm $= 1.45 \cdot 10^{-7}$ m, C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K, T = ?

Prema Wienovu zakonu umnožak apsolutne temperature T i valne duljine λ_m kojoj pripada najveća energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini, tj.

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.9 \cdot 10^{-3} \ m \cdot K.$$

$$\lambda_m \cdot T = C \Rightarrow \lambda_m \cdot T = C \ / \cdot \frac{1}{\lambda_m} \Rightarrow T = \frac{C}{\lambda_m} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \ m \cdot K}{1.45 \cdot 10^{-7} \ m} = 20000 \ K.$$

Vježba 218

Pri kojoj bi temperaturi maksimum izračene energije crnog tijela bio u ultraljubičastom području na valnoj duljini 0.145 μm? (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rezultat: 20000 K.

Zadatak 219 (Ivana, gimnazija)

Kojoj valnoj duljini pripada najveća energija zračenja apsolutnog crnog tijela koje ima temperaturu jednaku temperaturi ljudskog tijela, tj. 37 ºC? (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rješenje 219

t = 37 °C => T = 273 + t = (273 + 37) K = 310 K, C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K, λ_m = ?

Prema Wienovu zakonu umnožak apsolutne temperature T i valne duljine λ_m kojoj pripada najveća energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini, tj.

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.9 \cdot 10^{-3} \; m \cdot K.$$

$$\lambda_m \cdot T = C \;\Rightarrow\; \lambda_m \cdot T = C \;/\cdot \frac{1}{T} \;\Rightarrow\; \lambda_m = \frac{C}{T} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \; m \cdot K}{310 \; K} = 9.35 \cdot 10^{-6} \; m.$$

Vježba 219

Kojoj valnoj duljini pripada najveća energija zračenja apsolutno crnog tijela koje ima temperaturu jednaku temperaturi ljudskog tijela, tj. 37 ºC? (Wienova konstanta C = $2.9 \cdot 10^{-3}$ m · K)

Rezultat: $9.35 \cdot 10^{-6} \; m.$

Zadatak 220 (Miroslav, gimnazija)

Odredi žarišnu daljinu bikonkavne staklene leće čiji je indeks loma 1.6, ako su polumjeri zakrivljenosti 15 cm i 20 cm.

Rješenje 220

n = 1.6, r_1 = 15 cm = 0.15 m, r_2 = 20 cm = 0.2 m, f = ?

Žarišna daljina leće f ovisi o indeksu loma n i polumjerima zakrivljenosti sfernih ploha R_1 i R_2:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

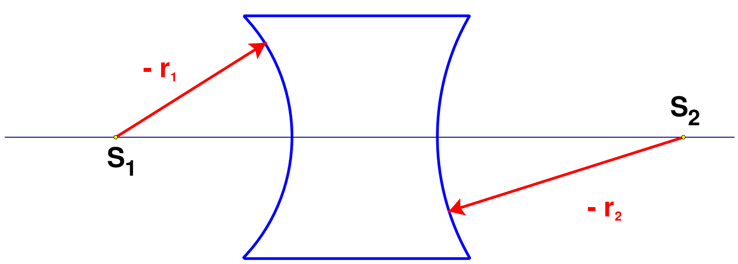
www.halapa.com

Polumjeri R_1 i R_2 računaju se pozitivno, ako su konveksni, a negativno ako su konkavni.
Budući da za konkavne leće polumjere zakrivljenosti uzimamo s negativnim predznakom, slijedi:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(-\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \;\Rightarrow\; \frac{1}{f} = (1-n) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \;\Rightarrow\; \frac{1}{f} = (1-n) \cdot \frac{r_2 + r_1}{r_1 \cdot r_2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \frac{1}{f} = \frac{(1-n) \cdot (r_1 + r_2)}{r_1 \cdot r_2} \;\Rightarrow\; \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \;\Rightarrow\; \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \;\Rightarrow\; f = \frac{r_1 \cdot r_2}{(1-n) \cdot (r_1 + r_2)} =$$

$$= \frac{0.15 \; m \cdot 0.2 \; m}{(1-1.6) \cdot (0.15 \; m + 0.2 \; m)} = -0.143 \; m = -14.3 \; cm.$$



Vježba 220

Odredi žarišnu daljinu bikonkavne staklene leće čiji je indeks loma 1.6, ako su polumjeri zakrivljenosti 1.5 dm i 200 mm.

Rezultat: $-14.3 \; cm.$