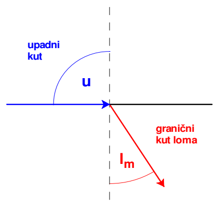
Zadatak 101 (Max, gimnazija)

Koliki je kut α pri vrhu presjeka stošca koji je u vodi obuhvatio svu svjetlost što je prešla iz zraka iznad vode u vodu? Indeks loma vode je 1.33.

Rješenje 101

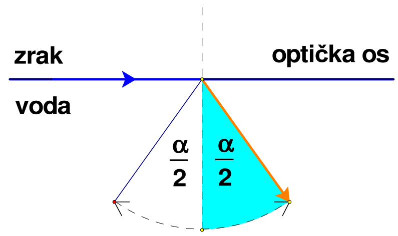
n = 1.33, α = ?



Pri prijelazu svjetlosti iz optički rjeđeg sredstva u gušće sredstvo svjetlost se lomi prema okomici.
Najvećem upadnom kutu 90º odgovara najveći kut loma l_m koji se zove granični kut loma Za njega vrijedi jednadžba

$$\sin l_m = \frac{1}{n_{2/1}} \Rightarrow \sin l_m = \frac{n_1}{n_2}.$$

Sa slike vidi se da je granični kut loma jednak polovici kuta pri vrhu presjeka stošca koji je u vodi obuhvatio svu svjetlost. Pomoću jednadžbe za granični kut loma računamo kut α.



$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \; / \cdot 2 \Rightarrow \alpha = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.33}\right) \Rightarrow \alpha = 97.5^{0}.$$

Vježba 101

Koliki je kut α pri vrhu presjeka stošca koji je u alkoholu obuhvatio svu svjetlost što je prešla iz zraka iznad alkohola u alkohol? Indeks loma alkohola je 1.36.

Rezultat: 94.66°.

Zadatak 102 (Magdalena, srednja škola)

Koliko daleko od udubljenog sfernog zrcala mora biti predmet dug 30 mm da bi njegova slika bila duga 8 mm? Žarišna daljina zrcala je 40 cm.

Rješenje 102

y = 30 mm, y ' = 8 mm, f = 40 cm, a = ?

Jednadžba sfernog zrcala daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine. Uzmemo li za ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena i slovom f udaljenost fokusa od tjemena, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjer između veličine slike y ' i veličine predmeta y:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna. Računamo udaljenost predmeta od zrcala.

1.inačica

Za realnu sliku je

$$\frac{y'}{y}=\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{b}{a} \ / \cdot a \Rightarrow b=a\cdot\frac{y'}{y}$$

pa udaljenost a iznosi:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{a\cdot\frac{y'}{y}}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{y}{a\cdot y'}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}\cdot\left(1+\frac{y}{y'}\right)=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}\cdot\frac{y'+y}{y'}=\frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a}\cdot\frac{y'+y}{y'}=\frac{1}{f} \ / \cdot a\cdot f \Rightarrow a=f\cdot\frac{y'+y}{y'}=40\ cm\cdot\frac{8\ mm+30\ mm}{8\ mm}=190\ cm.$$

2.inačica

Za realnu sliku je

$$\frac{y'}{y}=\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{8\ mm}{30\ mm} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{4}{15} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{4}{15} \ / \cdot a \Rightarrow b=\frac{4}{15}\cdot a$$

pa udaljenost a iznosi:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{a\cdot\frac{4}{15}}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{15}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4+15}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{19}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{19}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \ / \cdot a\cdot f \Rightarrow a=f\cdot\frac{19}{4}=40\ cm\cdot\frac{19}{4}=190\ cm.$$

Vježba 102

Koliko daleko od udubljenog sfernog zrcala mora biti predmet dug 3 cm da bi njegova slika bila duga 0.8 cm? Žarišna daljina zrcala je 4 dm.

Rezultat: 190 cm.

Zadatak 103 (Magdalena, srednja škola)

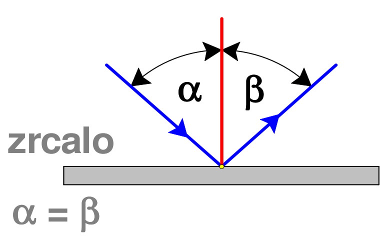
Svjetlost pada na staklenu pločicu indeksa loma 1.5. Ako je kut između lomljene i reflektirane svjetlosti 90 °, nađi kut upada svjetlosti na pločicu.

Rješenje 103

n = 1.5, $\alpha + \gamma = 90°$, $\alpha = ?$

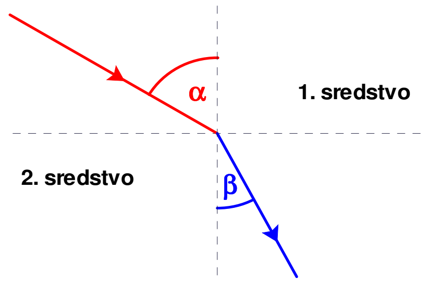
Ako zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo, tj. na ravninu koja odbija ili reflektira zrake svjetlosti, onda upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i reflektirana zraka leže u istoj ravnini okomitoj na ravninu zrcala. Upadnim kutom α zovemo kut između upadne zrake i okomice, a kutom odraza ili refleksije β kut između reflektirane zrake i okomice. Kut upada α jednak je kutu refleksije β:

kut upada = kut refleksije , $\alpha = \beta$.



Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom:

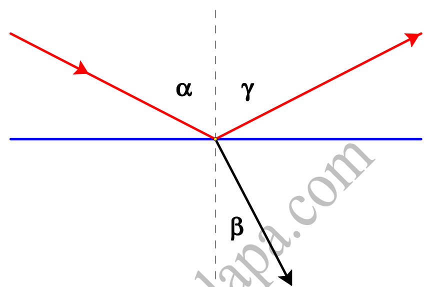
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$



Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Svjetlost je potpuno linearno polarizirana ako reflektirana i lomljena zraka čine pravi kut. Tako se, na primjer, refleksijom svjetlosti na dioptru dobije polarizirana svjetlost. Svjetlost se na granici djelomično reflektira, a djelomično prolazi lomeći se. Reflektirana svjetlost je potpuno polarizirana samo u slučaju kada reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut, 90º. Upadni kut α za koji je reflektirana zraka polarizirana zove se kut polarizacije. Brewsterov [Brusterov] kut polarizacije α određen je relacijom:

$$tg\,\alpha = n,$$

gdje je n indeks loma sredstva na koje zrake padaju.



1.inačica

Budući da je prema uvjetu zadatka

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = \gamma \\ \beta + \gamma = 90^0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\alpha = \gamma \\ \beta = 90^0 - \gamma\end{array}\right\} \Rightarrow \beta = 90^0 - \alpha,$$

primijenimo Snell – Descartesov zakon loma:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin(90-\alpha)} = n \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n \Rightarrow tg\,\alpha = n \Rightarrow \alpha = tg^{-1}\,n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = tg^{-1}\,1.5 \Rightarrow \alpha = 56^0\,18'35.8''.$$

2.inačica

Budući da prema uvjetu zadatka reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut, upadni kut α pod kojim se to događa dobije se pomoću Brewsterovog zakona:

$$tg\,\alpha = n \Rightarrow \alpha = tg^{-1}\,n \Rightarrow \alpha = tg^{-1}\,1.5 \Rightarrow \alpha = 56^0\,18'35.8''.$$

Vježba 103

Svjetlost pada na staklenu pločicu indeksa loma 1.4. Ako je kut između lomljene i reflektirane svjetlosti 90 °, nađi kut upada svjetlosti na pločicu.

Rezultat: 54° 27' 44''.

Zadatak 104 (Ella, gimnazija)

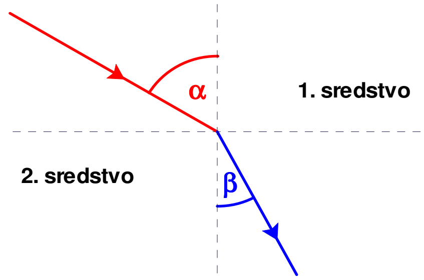
Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 50 °, a kut loma 30 °. Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u vakuumu c = $3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 104

α = 50°, β = 30°, c = $3 \cdot 10^8$ m/s, v = ?

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$



Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je omjeru brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v}.$$

Brzina svjetlosti u staklu iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} n = \dfrac{c}{v} \\ \dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \Big/ \cdot \frac{v \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} =$$

$$= 3 \cdot 10^{8} \ \frac{m}{s} \cdot \frac{\sin 30^{0}}{\sin 50^{0}} = 1.96 \cdot 10^{8} \ \frac{m}{s}.$$

Vježba 104

Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 45 °, a kut loma 30 °. Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u vakuumu c = $3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $2.12 \cdot 10^{8} \ \frac{m}{s}.$

Zadatak 105 (Josipa, srednja škola)

Polarizacija svjetlosti pokazuje:

A) da je svjetlost korpuskularne prirode
B) da titra longitudinalno prema smjeru širenja
C) da je svjetlost struja fotona
D) da titra transverzalno prema smjeru širenja
E) da je svjetlost elektromagnetski val.

Rješenje 105

Svjetlost je transverzalni elektromagnetski val, tj. smjer njegovog titranja je okomit na smjer širenja. Ako val ima stalni smjer titranja okomit na smjer širenja kažemo da je linearno polariziran val. Polarizacija svjetlosti dokazuje da svjetlost titra transverzalno prema smjeru širenja.
Kad prirodna svjetlost padne na granicu prozirnog sredstva (staklo, voda), dio svjetlosti se reflektira, a dio se lomi. Pri određenom upadnom kutu, koji je takav da lomljena i reflektirana zraka zatvaraju kut od 90º, reflektirana svjetlost je polarizirana okomito na ravninu refleksije.
Odgovor je pod D.

Vježba 105

Ogib i interferencija svjetlosti pokazuju:

A) da je svjetlost korpuskularne prirode
B) da titra longitudinalno prema smjeru širenja
C) da je svjetlost struja fotona
D) da titra transverzalno prema smjeru širenja
E) da je svjetlost elektromagnetski val.

Rezultat: E.

Zadatak 106 (Josipa, srednja škola)

Kolika je visina Sunca nad horizontom kada je sunčeva svjetlost, reflektirana od morske površine vode, potpuno polarizirana? (indeks loma vode je 1.33)

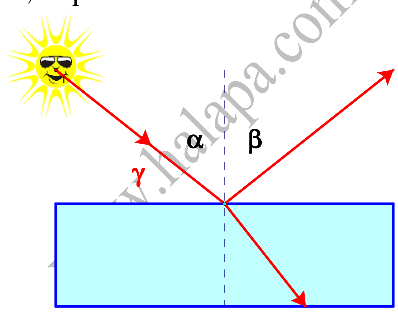
Rješenje 106

n = 1.33, γ = ?

Polarizacija svjetlosti je pojava koja pokazuje da je svjetlost transverzalni val. Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Tako se, na primjer, refleksijom svjetlosti na dioptru dobije polarizirana svjetlost. Svjetlost se na granici djelomično reflektira, a djelomično prolazi lomeći se. Reflektirana svjetlost je potpuno polarizirana samo u slučaju kada reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut. Upadni kut pod kojim se to događa naziva se Brewsterov kut α. Tada je:

$$tg\,\alpha = n \quad (\text{Brewsterov zakon}),$$

gdje je α upadni kut zrake svjetlosti, n apsolutni indeks loma.



Računamo α kut upada sunčevih zraka.

$$tg\,\alpha = n \;\Rightarrow\; \alpha = tg^{-1} n \;\Rightarrow\; \alpha = tg^{-1} 1.33 \;\Rightarrow\; \alpha = 53.06^{0}.$$

Visina Sunca nad horizontom γ iznosi:

$$\alpha + \gamma = 90^{0} \;\Rightarrow\; \gamma = 90^{0} - \alpha \;\Rightarrow\; \gamma = 90^{0} - 53.06^{0} \;\Rightarrow\; \gamma = 36.94^{0}.$$

Vježba 106

Kolika je visina Sunca nad horizontom kada je sunčeva svjetlost, reflektirana od morske površine vode, potpuno polarizirana? (indeks loma vode je 1.3)

Rezultat: 37.57°.

Zadatak 107 (Mateja, gimnazija)

Na udaljenosti 12 cm pred konvergentnom lećom jakosti + 10 m^{-1} nalazi se predmet visok 1 cm. Odredite udaljenost slike od leće i njezinu veličinu.

Rješenje 107

a = 12 cm = 0.12 m, C = + 10 m^{-1}, y = 1 cm = 0.01 m, b = ?, y ' = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne). Jednadžba tanke leće daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od leće i fokalne daljine:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta od leće, b udaljenost slike od leće, f udaljenost fokusa (žarišta) od leće.
Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost fokalne daljine

$$C=\frac{1}{f}$$

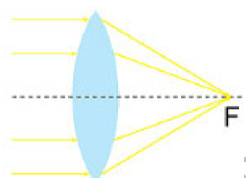
pa vrijedi

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.
Povećanje leće γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.



Računamo udaljenost slike predmeta:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=C \Rightarrow \frac{1}{b}=C-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a\cdot C-1}{a} \Rightarrow b=\frac{a}{a\cdot C-1}=\frac{0.12\ m}{0.12\ m\cdot 10\ m^{-1}-1}=0.6\ m=60\ cm.$$

Veličina slike predmeta iznosi:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=-\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}\ /\cdot y \Rightarrow y'=-\frac{b}{a}\cdot y=-\frac{60\ cm}{12\ cm}\cdot 1\ cm=-5\ cm.$$

Vježba 107

Konvergentna leća ima fokalnu daljinu f = 40 cm. Ispred leće na udaljenosti 60 cm nalazi se predmet visok 2 cm. Odredi računski položaj i veličinu slike tog predmeta.

Rezultat: b = 120 cm , y ' = – 4 cm.

Zadatak 108 (Mateja, gimnazija)

Granični kut neke tekućine i vakuuma jednak je 44.7°. Koliki je indeks loma tekućine? Kolika je brzina svjetlosti u tekućini ako je u vakuumu $3\cdot 10^8$ m/s?

Rješenje 108

$\beta_g = 44.7°$, $c = 3\cdot 10^8$ m/s, n = ?, v = ?

Pri prijelazu zrake svjetlosti iz optički gušćeg sredstva u optički rjeđe sredstvo dolazi do totalne refleksije ako je kut upada veći od graničnog kuta β_g. U slučaju kad svjetlost prelazi iz sredstva indeksa loma n u vakuum ili zrak vrijedi izraz:

$$\sin\beta_g=\frac{1}{n},$$

gdje je β_g granični kut, n apsolutni indeks loma.
Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a valna se duljina i brzina mijenjaju. Apsolutni indeks loma n nekog prozirnog sredstva jednak je omjeru brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti u tom sredstvu.

$$n=\frac{c}{v}.$$

Indeks loma tekućine iznosi:

$$\sin\beta_g = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin\beta_g} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin 44.7^0} \Rightarrow n = 1.42.$$

Brzina svjetlosti u tekućini je:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} \Rightarrow v = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1.42} \Rightarrow v = 2.11 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

Vježba 108

Granični kut neke tekućine i vakuuma jednak je 41.5°. Koliki je indeks loma tekućine?

Rezultat: n = 1.51.

Zadatak 109 (Luka, gimnazija)

Optička rešetka ima 400 pukotina na svaki milimetar duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 500 nm.
a) Koliki je najveći red spektra moguće dobiti tom optičkom rešetkom?
b) Koliko ukupno maksimuma daje rešetka?

Rješenje 109

n = 400, l = 1 mm = 0.001 m, λ = 500 nm = $5 \cdot 10^{-7}$ m, k_{max} = ?

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha_k \ , \ k = 0, 1, 2, 3, \ldots .$$

Kad je k = 0 dobije se spektar nultog reda, za k = 1 spektar prvog reda itd. To vrijedi za otklon pod kutom α_k na jednu i drugu stranu od smjera $\alpha = 0$. Uočimo da je pojava simetrična s obzirom na spektar nultog reda. Najveći broj maksimuma k_{max} dobije se za

$$\sin\alpha = 1,$$

odnosno

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda}.$$

Računamo konstantu rešetke.

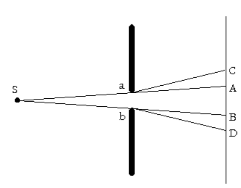
$$d = \frac{l}{n} = \frac{0.001 \ m}{400} = 2.5 \cdot 10^{-6} \ m.$$

a) Najveći red spektra iznosi:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{2.5 \cdot 10^{-6} \ m}{5 \cdot 10^{-7} \ m} = 5.$$

b) Ukupan broj maksimuma je:

$$2 \cdot k_{max} + 1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11.$$



Vježba 109

Optička rešetka ima 800 pukotina na svaka dva milimetra duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 500 nm. Koliki je najveći red spektra moguće dobiti tom optičkom rešetkom?

Rezultat: 5.

Zadatak 110 (Domagoj, srednja škola)

Ulična svjetiljka svjetlosne jakosti 550 cd nalazi se 10 m iznad ulice. Koliko je osvjetljenje ulice?

Rješenje 110

I_S = 550 cd, r = 10 m, E_S = ?

Svjetlost kojom osvjetljavamo neku plohu opisujemo veličinom osvjetljenje, E_S, a iskazujemo jedinicom luks, lx. Osvjetljenje površine na udaljenosti r od točkastog izvora je

$$E_S = \frac{I_S}{r^2},$$

gdje je I_S svjetlosna jakost izvora (jedinica je kandela, cd).
Osvjetljenje ulice iznosi:

$$E_S = \frac{I_S}{r^2} = \frac{550\ cd}{(10\ m)^2} = 5.5\ lx.$$

Vježba 110

Ulična svjetiljka svjetlosne jakosti 500 cd nalazi se 10 m iznad ulice. Koliko je osvjetljenje ulice?

Rezultat: 5 lx.

Zadatak 111 (Klara, gimnazija)

Ako je relativni indeks loma zrak – staklo 1.5, a zrak – voda 1.33, izračunati relativni indeks loma voda – staklo.

A) 1.13 *B*) 2.01 *C*) 0.7 *D*) 1.56 *E*) 1.46

Rješenje 111

$n_{z/s}$ = 1.5, $n_{z/v}$ = 1.33, $n_{v/s}$ = ?

Kad svjetlost prelazi iz jednoga optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Ako su v_1 i v_2 brzine svjetlosti u prvom i drugom sredstvu, tada se omjer brzina

$$\frac{v_1}{v_2}$$

bilježi sa $n_{2/1}$ i zove relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu.

$$n_{2/1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

1.inačica

- $$\left.\begin{array}{l} n_{z/s} = \frac{v_s}{v_z} \\ n_{z/s} = 1.5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{v_s}{v_z} = 1.5 \Rightarrow \frac{v_s}{v_z} = 1.5 \ / \cdot v_z \Rightarrow v_s = 1.5 \cdot v_z.$$
- $$\left.\begin{array}{l} n_{z/v} = \frac{v_v}{v_z} \\ n_{z/v} = 1.33 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{v_v}{v_z} = 1.33 \Rightarrow \frac{v_v}{v_z} = 1.33 \ / \cdot v_z \Rightarrow v_v = 1.33 \cdot v_z.$$

Računamo relativni indeks loma voda – staklo.

$$n_{v/s} = \frac{v_s}{v_v} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} v_s = 1.5 \cdot v_z \\ v_v = 1.33 \cdot v_z \end{array}\right] \Rightarrow n_{v/s} = \frac{1.5 \cdot v_z}{1.33 \cdot v_z} \Rightarrow n_{v/s} = \frac{1.5 \cdot \cancel{v_z}}{1.33 \cdot \cancel{v_z}} \Rightarrow n_{v/s} = \frac{1.5}{1.33} \Rightarrow n_{v/s} = 1.13.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} n_{z/s}=\dfrac{v_s}{v_z}\ ,\ n_{z/s}=1.5 \\ n_{z/v}=\dfrac{v_v}{v_z}\ ,\ n_{z/v}=1.33 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{v_s}{v_z}=1.5 \\ \dfrac{v_v}{v_z}=1.33 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \dfrac{\dfrac{v_s}{v_z}}{\dfrac{v_v}{v_z}}=\dfrac{1.5}{1.33} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{v_s}{v_z}}{\dfrac{v_v}{v_z}}=\dfrac{1.5}{1.33} \Rightarrow \dfrac{v_s}{v_v}=\dfrac{1.5}{1.33} \Rightarrow \dfrac{v_s}{v_v}=1.13 \Rightarrow n_{v/s}=1.33.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 111

Ako je relativni indeks loma zrak – staklo 1.5, a zrak – voda 1.33, izračunati relativni indeks loma staklo – voda.

A) 0.89 *B*) 1.01 *C*) 0.7 *D*) 1.51 *E*) 1.04

Rezultat: A.

Zadatak 112 (Ivana, gimnazija)

Predmet i slika nalaze se sa raznih strana sabirne leće. Predmet je udaljen 10 cm od prednjeg, a slika 40 cm od stražnjeg fokusa. Koliko je fokus udaljen od leće?

A) 20 *cm* *B*) 1 *m* *C*) 5 *cm* *D*) 40 *cm* *E*) 0.3 *m*

Rješenje 112

a = f + 10 , b = f + 40, f = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne).

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće.

Udaljenost fokusa od leće iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} a=f+10\ ,\ b=f+40 \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{f+10}+\frac{1}{f+40}=\frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f+10}+\frac{1}{f+40}=\frac{1}{f}\ /\cdot f\cdot(f+10)\cdot(f+40) \Rightarrow f\cdot(f+40)+f\cdot(f+10)=(f+10)\cdot(f+40) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^2+40\cdot f+f^2+10\cdot f=f^2+40\cdot f+10\cdot f+400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^2+40\cdot f+f^2+10\cdot f=f^2+40\cdot f+10\cdot f+400 \Rightarrow f^2=400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^2=400\ /\sqrt{\ } \Rightarrow f=\sqrt{400} \Rightarrow f=20 \Rightarrow f=20\ cm.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 112

Predmet i slika nalaze se sa raznih strana sabirne leće. Predmet je udaljen 10 cm od prednjeg, a slika 90 cm od stražnjeg fokusa. Koliko je fokus udaljen od leće?

$A)\ 15\ cm \qquad B)\ 1\ m \qquad C)\ 30\ cm \qquad D)\ 40\ cm \qquad E)\ 0.3\ m$

Rezultat: C.

Zadatak 113 (Ivana, gimnazija)

Svjetlost pada iz zraka na sredstvo indeksa loma 1.51. Koliki mora biti upadni kut da bi kut refleksije bio dva puta veći od kuta loma?

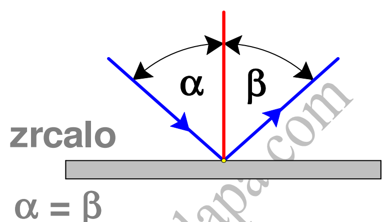
$A)\ 41^{0} \qquad B)\ 41.5^{0} \qquad C)\ 49^{0} \qquad D)\ 82^{0} \qquad E)\ 83^{0}$

Rješenje 113

n = 1.51, β = 2 · γ, α = ?

Ako zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo, tj. na ravninu koja odbija ili reflektira zrake svjetlosti, onda upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i reflektirana zraka leže u istoj ravnini okomitoj na ravninu zrcala. Upadnim kutom α zovemo kut između upadne zrake i okomice, a kutom odraza ili refleksije β kut između reflektirane zrake i okomice. Kut upada α jednak je kutu refleksije β:

kut upada = kut refleksije , α = β.



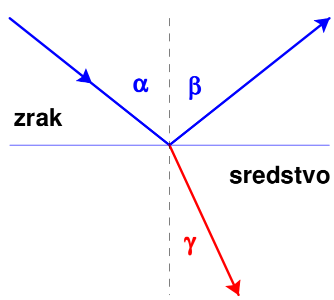
Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Upadni kut α i kut loma γ vezani su jednadžbom:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n,$$

gdje je n apsolutni indeks loma sredstva.
Ako zraka svjetlosti dolazi iz vakuuma u neko sredstvo, onda se stalan omjer sinusa kuta upadanja i sinusa kuta loma zove apsolutni indeks loma sredstva. Apsolutni indeks loma uvijek je veći od jedan.

Sinus dvostrukog kuta:

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x.$$



Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \beta = 2 \cdot \gamma \\ \alpha = \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 2 \cdot \gamma.$$

Računamo kut γ.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=n \Rightarrow \frac{\sin 2\gamma}{\sin\gamma}=n \Rightarrow \frac{2\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma}{\sin\gamma}=n \Rightarrow \frac{2\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma}{\sin\gamma}=n \Rightarrow 2\cdot\cos\gamma=n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\cos\gamma=n \ /:2 \Rightarrow \cos\gamma=\frac{n}{2} \Rightarrow \gamma=\cos^{-1}\left(\frac{n}{2}\right) \Rightarrow \gamma=\cos^{-1}\left(\frac{1.51}{2}\right) \Rightarrow \gamma=40^{0}58'28.7''.$$

Upadni kut α iznosi:

$$\alpha=2\cdot\gamma \Rightarrow \alpha=2\cdot 40^{0}58'28.7'' \Rightarrow \alpha=80^{0}116'57.4'' \Rightarrow \alpha=81^{0}56'57.4'' \Rightarrow \alpha\approx 82^{0}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 103

Svjetlost pada na staklenu pločicu indeksa loma 1.4. Ako je kut između lomljene i reflektirane svjetlosti 90 °, nađi kut upada svjetlosti na pločicu.

$$A)\ 91^{0} \qquad B)\ 88^{0} \qquad C)\ 70^{0} \qquad D)\ 82^{0} \qquad E)\ 83^{0}$$

Rezultat: A.

Zadatak 114 (Ivana, gimnazija)

Zraka svjetlosti pada pod upadnim kutom 56º u središte gornje plohe staklene kocke dok lomljena zraka pada u donji vrh kocke. Koliki je indeks loma stakla?

$$A)\ 1.77 \qquad B)\ 1 \qquad C)\ 1.44 \qquad D)\ 1.56 \qquad E)\ 1.33$$

Rješenje 114

α = 56º, n = ?

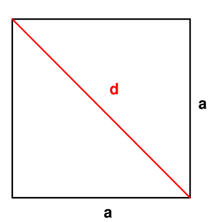
$$(a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}} \quad , \quad n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \sqrt{a^{2}}=a \ , \ a\geq 0.$$

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c} \quad , \quad \frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0.$$

Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat duljine hipotenuze jednak zbroju kvadrata duljina kateta.

$$c^{2}=a^{2}+b^{2}.$$



Dijagonala mnogokuta je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha mnogokuta. Dijagonala kvadrata duljine stranice a iznosi:

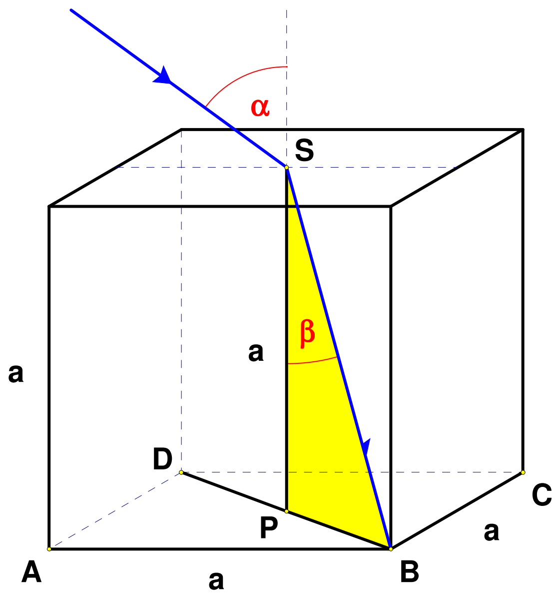
$$d=a\cdot\sqrt{2}.$$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n,$$

gdje je n apsolutni indeks loma sredstva.

Ako zraka svjetlosti dolazi iz vakuuma u neko sredstvo, onda se stalan omjer sinusa kuta upadanja i sinusa kuta loma zove apsolutni indeks loma sredstva. Apsolutni indeks loma uvijek je veći od jedan.



Sa slike vidi se:

$$|AB| = |BC| = |PS| = a \quad , \quad |BD| = a \cdot \sqrt{2} \quad , \quad |BP| = \frac{|BD|}{2} = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Uočimo pravokutan trokut PBS i pomoću Pitagorina poučka izračunamo duljinu hipotenuze $|\mathrm{BS}|$

$$|BS|^2 = |PS|^2 + |BP|^2 \Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \left(\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \frac{\left(a \cdot \sqrt{2}\right)^2}{2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \frac{a^2 \left(\sqrt{2}\right)^2}{4} \Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \frac{2 \cdot a^2}{4} \Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \frac{2 \cdot a^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |BS|^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow |BS|^2 = \frac{a^2}{1} + \frac{a^2}{2} \Rightarrow |BS|^2 = \frac{2 \cdot a^2 + a^2}{2} \Rightarrow |BS|^2 = \frac{3 \cdot a^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |BS|^2 = \frac{3 \cdot a^2}{2} \; / \sqrt{} \Rightarrow |BS| = \sqrt{\frac{3 \cdot a^2}{2}} \Rightarrow |BS| = \frac{\sqrt{3 \cdot a^2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{djelomično} \\ \text{korjenovanje} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |BS| = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

U pravokutnom trokutu PBS za sin β vrijedi:

$$\sin\beta = \frac{|BP|}{|BS|} \Rightarrow \sin\beta = \frac{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{2 \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{2}{2 \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{2}{2 \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Indeks loma n stakla iznosi:

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \Rightarrow n=\frac{\sin 56^0}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow n=\frac{\frac{\sin 56^0}{1}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow n=\sqrt{3}\cdot\sin 56^0 \Rightarrow n=1.44.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 114

Zraka svjetlosti pada pod upadnim kutom 51° u središte gornje plohe staklene kocke dok lomljena zraka pada u donji vrh kocke. Koliki je indeks loma stakla?

A) 1.45   *B*) 1   *C*) 1.34   *D*) 1.35   *E*) 1.31

Rezultat: D.

Zadatak 115 (Tanja, gimnazija)

Koliki je apsolutni indeks loma vode ako je brzina svjetlosti u vodi jednaka 75% brzine svjetlosti u vakuumu?

Rješenje 115

v = 75% · c = 0.75 · c,   n = ?

Zrake svjetlosti koje dolaze iz vakuuma lome se u pojedinom sredstvu tako da je omjer brzine svjetlosti u vakuumu c i u tom sredstvu v uvijek stalan. Taj omjer zovemo apsolutni indeks loma sredstva.

$$n=\frac{c}{v}.$$

Brzina svjetlosti najveća je u vakuumu, a manja je u preostalim prozirnim sredstvima.
Apsolutni indeks loma vode iznosi:

$$n=\frac{c}{v} \Rightarrow n=\frac{c}{0.75\cdot c} \Rightarrow n=\frac{c}{0.75\cdot c} \Rightarrow n=\frac{1}{0.75}=1.33.$$

Vježba 115

Koliki je apsolutni indeks loma nekog prozirnog sredstva ako je brzina svjetlosti u njemu jednaka 80% brzine svjetlosti u vakuumu?

Rezultat: 1.25.

Zadatak 116 (Tanja, gimnazija)

Učenik analizira spektroskopom neki svjetlosni izvor. U prvom pokušaju uočio je spektralnu liniju valne duljine 580 nm i frekvencije $5.17 \cdot 10^{14}$ Hz. Prije drugog pokušaja pukla je vodovodna cijev u laboratoriju i voda je ispunila spektrograf (indeks loma vode je 1.33). Odredi valnu duljinu iste spektralne linije dobivene u tim uvjetima.

Rješenje 116

λ = 580 nm, $\nu = 5.17 \cdot 10^{14}$ Hz,   n = 1.33, λ_1 = ?

Veza između brzine rasprostiranja c, valne duljine λ i frekvencije ν elektromagnetskog vala u vakuumu je

$$c=\lambda\cdot\nu.$$

Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a mijenja se valna duljina i brzina svjetlosti.
Apsolutni indeks loma sredstva n omjer je brzine svjetlosti c u vakuumu i brzine svjetlosti v u tom sredstvu.

$$n=\frac{c}{v}.$$

Učenik je analizirao spektroskopom neki svjetlosni izvor čija je brzina svjetlosti c i uočio spektralnu liniju valne duljine λ i frekvencije ν. Zato vrijedi

$$c = \lambda \cdot \nu.$$

Kada se spektroskop ispunio vodom, indeksa loma n, brzina te svjetlosti promijenila se i iznosi:

$$\mathrm{v} = \frac{c}{n} \Rightarrow \mathrm{v} = \frac{\lambda \cdot \nu}{n}.$$

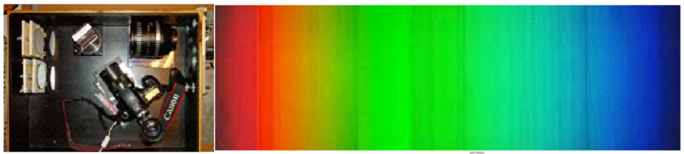
Budući da se brzina svjetlosti promijenila, mijenja se i valna duljina te vrijedi (frekvencija se ne mijenja)

$$\mathrm{v} = \lambda_1 \cdot \nu.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se nova valna duljina λ_1.

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{v} = \dfrac{\lambda \cdot \nu}{n} \\ \mathrm{v} = \lambda_1 \cdot \nu \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow \lambda_1 \cdot \nu = \frac{\lambda \cdot \nu}{n} \Rightarrow \lambda_1 \cdot \nu = \frac{\lambda \cdot \nu}{n} \; / \cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{\lambda}{n} =$$

$$= \frac{580 \; nm}{1.33} = 436 \; nm.$$



Vježba 116

Učenik analizira spektroskopom neki svjetlosni izvor. U prvom pokušaju uočio je spektralnu liniju valne duljine 560 nm i frekvencije $5.17 \cdot 10^{14}$ Hz. Prije drugog pokušaja pukla je vodovodna cijev u laboratoriju i voda je ispunila spektrograf (indeks loma vode je 1.33). Odredi valnu duljinu iste spektralne linije dobivene u tim uvjetima.

Rezultat: 421 nm.

Zadatak 117 (Pepeljuga, HTT)

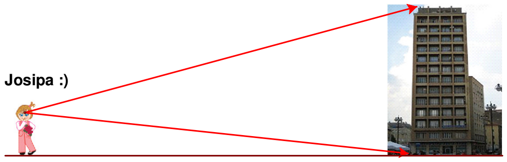
Pod kolikim vidnim kutom vidimo kuću visoku 30 m iz udaljenosti 100 m ako je otprilike 1.5 m iznad obzora?

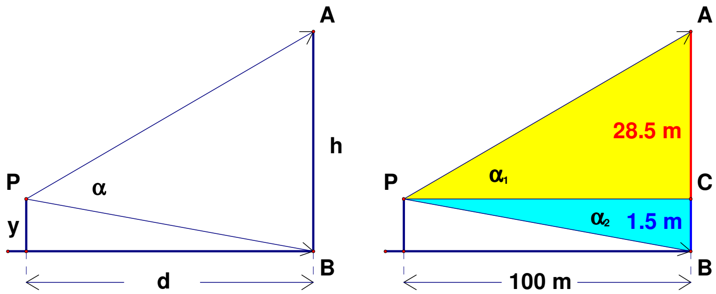
Rješenje 117

h = 30 m, d = 100 m, y = 1.5 m, α = ?

$$1^0 = 60'.$$

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine katete uz taj kut.





Uočimo pravokutne trokute ΔPBC i ΔPCA. Sa slika vidi se:

$$|PC| = 100\ m \quad , \quad |AB| = 30\ m \quad , \quad |AC| = 28.5\ m \quad , \quad |CB| = 1.5\ m$$

Pomoću funkcije tangens izračunamo kutove α_1 i α_2.

$$tg\,\alpha_1 = \frac{|AC|}{|PC|} \Rightarrow tg\,\alpha_1 = \frac{28.5\ m}{100\ m} \Rightarrow tg\,\alpha_1 = \frac{28.5}{100} \Rightarrow \alpha_1 = arctg\frac{28.5}{100} \Rightarrow \alpha_1 = 15^0 54'.$$

$$tg\,\alpha_2 = \frac{|CB|}{|PC|} \Rightarrow tg\,\alpha_2 = \frac{1.5\ m}{100\ m} \Rightarrow tg\,\alpha_2 = \frac{1.5}{100} \Rightarrow \alpha_2 = arctg\frac{1.5}{100} \Rightarrow \alpha_2 = 0^0 51'.$$

Tada vidni kut α pod kojim vidimo kuću iznosi:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 15^0 54' + 0^0 51' = 15^0 105' = \left[105' = 60' + 45' = 1^0 + 45'\right] = 16^0 45'.$$

Vježba 117

Pod kolikim vidnim kutom vidimo kuću visoku 30 m iz udaljenosti 0.1 km ako je otprilike 15 dm iznad obzora?

Rezultat: 16º 45'.

Zadatak 118 (Iva, gimnazija)

Okomito na pukotinu široku 2 μm pada usporedni snop svjetlosti valne duljine $\lambda = 5.89 \cdot 10^{-5}$ cm. Nađi kutove pod kojima se vide minimumi rasvjete.

Rješenje 118

$d = 2\ \mu m = 2 \cdot 10^{-6}$ m, $\quad \lambda = 5.89 \cdot 10^{-5}$ cm $= 5.89 \cdot 10^{-7}$ m, $\quad \alpha_k = ?$

Pri ogibu svjetlosti na jednoj pukotini minimum svjetlosti nastaje kad je

$$\sin\alpha_k = k \cdot \frac{\lambda}{d},$$

gdje je d širina pukotine, λ valna duljina svjetlosti.
Računamo kutove pod kojima se vide minimumi svjetlosti.

k = 1

$$\sin\alpha_1 = 1 \cdot \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{d}\right) \Rightarrow \alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \Rightarrow \alpha_1 = 17^0 7'39''.$$

k = 2

$$\sin\alpha_2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \alpha_2 = \sin^{-1}\left(2 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) \Rightarrow \alpha_2 = \sin^{-1}\left(2 \cdot \frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \Rightarrow \alpha_2 = 36^0 5'10''.$$

k = 3

$$\sin\alpha_3 = 3 \cdot \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \alpha_3 = \sin^{-1}\left(3 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) \Rightarrow \alpha_3 = \sin^{-1}\left(3 \cdot \frac{5.89 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \Rightarrow \alpha_3 = 62^0 4'3''.$$

k = 4

Nema smisla jer je maksimalna vrijednost funkcije sinus jednaka 1.

Vježba 118

Okomito na pukotinu široku 2 μm pada usporedni snop svjetlosti valne duljine $\lambda = 5.89 \cdot 10^{-6}$ dm. Nađi kutove pod kojima se vide minimumi rasvjete.

Rezultat: α_1 = 17º 7' 39" , α_2 = 36º 5' 10" , α_3 = 62º 4' 3".

Zadatak 119 (Iva, gimnazija)

Okomito na pukotinu široku 10^{-4} cm pada usporedni snop svjetlosti valne duljine $\lambda = 0.6$ μm. Koji su kutovi pod kojima se vide maksimumi rasvjete?

Rješenje 119

$d = 10^{-4}$ cm $= 10^{-6}$ m, $\lambda = 0.6$ μm $= 6 \cdot 10^{-7}$ m, $\alpha_k = ?$

Pri ogibu svjetlosti na jednoj pukotini maksimum svjetlosti nastaje kad je

$$\sin \alpha_k = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d},$$

gdje je d širina pukotine, λ valna duljina svjetlosti.
Računamo kutove pod kojima se vide maksimumi svjetlosti.

k = 0

$$\sin \alpha_0 = (2 \cdot 0 + 1) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d} \Rightarrow \sin \alpha_0 = \frac{\lambda}{2 \cdot d} \Rightarrow \alpha_0 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2 \cdot d}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \sin^{-1}\left(\frac{6 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \Rightarrow \alpha_0 = 17^0\ 27'27''.$$

k = 1

$$\sin \alpha_1 = (2 \cdot 1 + 1) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d} \Rightarrow \sin \alpha_1 = 3 \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d} \Rightarrow \alpha_1 = \sin^{-1}\left(3 \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d}\right) \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = \sin^{-1}\left(3 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-7}\ m}{2 \cdot 10^{-6}\ m}\right) \Rightarrow \alpha_1 = 64^0\ 9'29''.$$

k = 2

Nema smisla jer je maksimalna vrijednost funkcije sinus jednaka 1.

Vježba 119

Okomito na pukotinu široku 10^{-5} dm pada usporedni snop svjetlosti valne duljine $\lambda = 0.6$ μm. Koji su kutovi pod kojima se vide maksimumi rasvjete?

Rezultat: $\alpha_0 = 17° 27' 27''$, $\alpha_1 = 64° 9' 29''$.

Zadatak 120 (Valentina, gimnazija)

Na zastoru udaljenosti 1.2 m od tjemena sfernog zrcala želimo dobiti dvostruko uvećanu sliku predmeta. Koliki mora biti polumjer zrcala?

Rješenje 120

$b = 1.2$ m, $y' = 2 \cdot y$, $r = ?$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.
Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa r polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad , \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y ' i veličine predmeta y:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Zakonitosti kod sfernog zrcala vrijede uz neke uvjete (Gaussove aproksimacije):

- zrcalo mora imati mali otvor
- predmet mora biti ravan i malen u ravnini okomitoj na glavnu os (optičku os) zrcala
- zrake svjetlosti moraju padati na optički sustav pod malim kutom (takve se zrake zovu paraaksijalne zrake)

Za realnu sliku vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=-2 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-2 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-2 \;/\cdot\left(-\frac{a}{2}\right) \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}a=\frac{b}{2} \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{1}}{\frac{b}{2}}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r} \Rightarrow \frac{2}{b}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r} \Rightarrow \frac{3}{b}=\frac{2}{r} \Rightarrow 3\cdot r=2\cdot b \Rightarrow 3\cdot r=2\cdot b \;/:3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r=\frac{2\cdot b}{3}=\frac{2\cdot 1.2\ m}{3}=0.8\ m=80\ cm.$$

Vježba 120

Na zastoru udaljenosti 12 dm od tjemena sfernog zrcala želimo dobiti dvostruko uvećanu sliku predmeta. Koliki mora biti polumjer zrcala?

Rezultat: 8 dm.