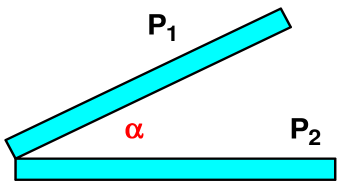
Zadatak 081 (Nina, gimnazija)

Monokromatska svjetlost valne duljine 1.16 μm pada okomito na dvije planparalelne ploče koje čine klin. Udaljenost dviju susjednih tamnih pruga je 10 mm. Koliki je kut među pločama?

Rješenje 081

λ = 1.16 μm = $1.16 \cdot 10^{-6}$ m, s = 10 mm = 10^{-2} m, α = ?



Klin se sastoji od dviju planparalelnih ploča koje zatvaraju kut α. Refleksijom zraka svjetlosti na plohama P_1 i P_2 dobijemo pruge interferencije. Udaljenost između dviju tamnih pruga je

$$s = \frac{\lambda}{2 \cdot \alpha}.$$

Kut među pločama iznosi:

$$s = \frac{\lambda}{2 \cdot \alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda}{2 \cdot s} = \frac{1.16 \cdot 10^{-6}\ m}{2 \cdot 10^{-2}\ m} = 0.000058\ rad = \left[0.000058 \cdot \frac{180^0}{\pi}\right] = 0.003323155^0 =$$

$$= \left[0.003323155 \cdot 3600''\right] = 11.96''.$$

Vježba 081

Monokromatska svjetlost valne duljine 0.58 μm pada okomito na dvije planparalelne ploče koje čine klin. Udaljenost dviju susjednih tamnih pruga je 5 mm. Koliki je kut među pločama?

Rezultat: 11.96".

Zadatak 082 (Miočanka, gimnazija)

Bikonveksna leća jednakih polumjera zakrivljenosti 17.5 cm izrađena je od stakla čiji je indeks loma za crvenu svjetlost 1.50 dok je za plavu svjetlost 1.52. Koliki je razmak između žarišnih daljina crvene i plave svjetlosti ako je leća u zraku ($n_{zraka} \approx 1$)?

Rješenje 082

$R_1 = R_2 = R$ = 17.5 cm, n_c = 1.50, n_p = 1.52, Δf = ?

Fokalna je daljina leće dana jednadžbom

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojem se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće. Predznak polumjera pozitivan je pri konveksnoj leći, a negativan pri konkavnoj. Budući da je leća u zraku ($n_{zraka} \approx 1$), slijedi:

1. crvena svjetlost

$$\frac{1}{f_c} = (n_c - 1) \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{f_c} = (n_c - 1) \cdot \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{f_c} = \frac{2 \cdot (n_c - 1)}{R} \Rightarrow f_c = \frac{R}{2 \cdot (n_c - 1)}.$$

2. plava svjetlost

$$\frac{1}{f_p} = (n_p - 1) \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{f_p} = (n_p - 1) \cdot \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{f_p} = \frac{2 \cdot (n_p - 1)}{R} \Rightarrow f_p = \frac{R}{2 \cdot (n_p - 1)}.$$

Razmak između žarišnih daljina crvene i plave svjetlosti iznosi:

$$\Delta f = f_c - f_p \Rightarrow \Delta f = \frac{R}{2 \cdot (n_c - 1)} - \frac{R}{2 \cdot (n_p - 1)} \Rightarrow \Delta f = \frac{R}{2} \cdot \left(\frac{1}{n_c - 1} - \frac{1}{n_p - 1}\right) \Rightarrow \Delta f = \frac{R}{2} \cdot \frac{n_p - 1 - n_c + 1}{(n_c - 1) \cdot (n_p - 1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{R}{2} \cdot \frac{n_p - n_c}{(n_c - 1) \cdot (n_p - 1)} = \frac{17.5\ cm}{2} \cdot \frac{1.52 - 1.50}{(1.50 - 1) \cdot (1.52 - 1)} = 0.67\ cm.$$

Vježba 082

Bikonveksna leća jednakih polumjera zakrivljenosti 18 cm izrađena je od stakla čiji je indeks loma za crvenu svjetlost 1.50 dok je za plavu svjetlost 1.52. Koliki je razmak između žarišnih daljina crvene i plave svjetlosti ako je leća u zraku ($n_{zraka} \approx 1$)?

Rezultat: 0.69 cm.

Zadatak 083 (Miočanka, gimnazija)

U Youngovom pokusu dvije pukotine obasjavamo monokromatskom svjetlošću valne duljine 400 nm. Na zastoru dobijemo 10 pruga unutar 1.8 cm. Kad izvor svjetlosti zamijenimo drugim na zastoru dobivamo 10 pruga unutar 2.7 cm. Koliku valnu duljinu emitira drugi izvor?

Rješenje 083

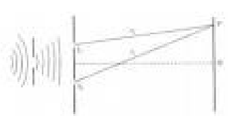
$\lambda_1 = 400$ nm, $N_1 = 10$, $l_1 = 1.8$ cm, $N_2 = 10$, $l_2 = 2.7$ cm, $\lambda_2 = ?$

Dva točkasta izvora svjetlosti su koherentna kad imaju jednaku frekvenciju i jednaku razliku faza. Koherentni izvori mogu se dobiti na više načina. Jedan od njih je pomoću Youngovih pukotina (tu su oba izvora realna).

Young je propustio snop sunčeve svjetlosti kroz pukotinu i zatim na izvjesnoj udaljenosti postavio zaklon (oklop) s dvije pukotine koje su time postale dva koherentna izvora. Na zastoru smještenom iza pukotine dobio je pruge interferencije na mjestima gdje se snopovi emitirani iz pukotina preklapaju. Pukotine su razmaknute za d i udaljene od zastora za a. Razmak između susjednih pruga na zastoru označimo slovom s. Vrijedi:

$$s = \frac{\lambda \cdot a}{d}.$$

Kada dvije pukotine obasjavamo monokromatskom svjetlošću valne duljine λ_1 dobije se:



$$\left.\begin{array}{l} s_1 = \dfrac{\lambda_1 \cdot a}{d} \\ s_1 = \dfrac{l_1}{N_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{l_1}{N_1} = \frac{\lambda_1 \cdot a}{d}.$$

Kada dvije pukotine obasjavamo monokromatskom svjetlošću valne duljine λ_2 dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} s_2 = \dfrac{\lambda_2 \cdot a}{d} \\ s_2 = \dfrac{l_2}{N_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{l_2}{N_2} = \frac{\lambda_2 \cdot a}{d}.$$

Valna duljina drugog izvora iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{l_1}{N_1} = \dfrac{\lambda_1 \cdot a}{d} \\ \dfrac{l_2}{N_2} = \dfrac{\lambda_2 \cdot a}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{\frac{l_1}{N_1}}{\frac{l_2}{N_2}} = \frac{\frac{\lambda_1 \cdot a}{d}}{\frac{\lambda_2 \cdot a}{d}} \Rightarrow \frac{\frac{l_1}{N_1}}{\frac{l_2}{N_2}} = \frac{\frac{\lambda_1 \cdot a}{d}}{\frac{\lambda_2 \cdot a}{d}} \Rightarrow \frac{l_1 \cdot N_2}{l_2 \cdot N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_1 \cdot N_2 \cdot \lambda_2 = l_2 \cdot N_1 \cdot \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{l_2 \cdot N_1 \cdot \lambda_1}{l_1 \cdot N_2} = \frac{2.7\ cm \cdot 10 \cdot 400\ nm}{1.8\ cm \cdot 10} = 600\ nm.$$

Vježba 083

U Youngovom pokusu dvije pukotine obasjavamo monokromatskom svjetlošću valne duljine 400 nm. Na zastoru dobijemo 10 pruga unutar 3.6 cm. Kad izvor svjetlosti zamijenimo drugim na zastoru dobivamo 10 pruga unutar 5.4 cm. Koliku valnu duljinu emitira drugi izvor?

Rezultat: 600 nm.

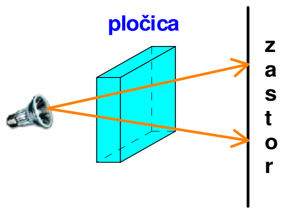
Zadatak 084 (Miočanka, gimnazija)

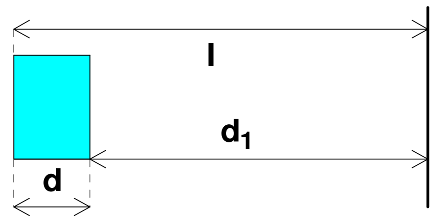
Staklena pločica debljine 3 mm, indeksa loma 1.5, smještena je između izvora monokromatske svjetlosti valne duljine 600 nm i zastora koji se nalazi 3 cm daleko od izvora. Koliko valnih duljina sadrži put što ga prijeđe svjetlost od izvora do zastora?

Rješenje 084

$d = 3\ mm = 0.003\ m, \quad n = 1.5, \quad \lambda = 600\ nm = 6 \cdot 10^{-7}\ m, \quad l = 3\ cm = 0.03\ m, \quad N = ?$

Prolaskom vala kroz neko sredstvo indeksa loma n, mijenja se njegova brzina, a time i valna duljina. Frekvencija vala ostaje nepromijenjena jer je ona svojstvo izvora svjetlosti, a ne sredstva kroz koje se val širi. Pri širenju vala kroz sredstvo indeksa loma n njegova se valna duljina smanjuje n puta prema valnoj duljini kad se val širi vakuumom.





U staklenoj pločici indeksa loma n duljina vala je

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{n} = \frac{6 \cdot 10^{-7}\ m}{1.5} = 4 \cdot 10^{-7}\ m.$$

Budući da je debljina staklene pločice d, broj valnih duljina iznosi:

$$N_1 = \frac{d}{\lambda_1} = \frac{0.003\ m}{4 \cdot 10^{-7}\ m} = 7500.$$

Udaljenost od staklene pločice do zastora je

$$d_1 = l - d = 0.03\ m - 0.003\ m = 0.027\ m$$

pa je broj valnih duljina na toj udaljenosti jednak:

$$N_2 = \frac{d_1}{\lambda} = \frac{0.027\ m}{6 \cdot 10^{-7}\ m} = 45000.$$

Ukupan put što ga prijeđe svjetlost od izvora do zastora sadrži N valnih duljina:

$$N = N_1 + N_2 = 7500 + 45000 = 52500.$$

Vježba 084

Staklena pločica debljine 3 mm, indeksa loma 1.2, smještena je između izvora monokromatske svjetlosti valne duljine 600 nm i zastora koji se nalazi 3 cm daleko od izvora. Koliko valnih duljina sadrži put što ga prijeđe svjetlost od izvora do zastora?

Rezultat: 51000.

Zadatak 085 (Miočanka, gimnazija)

Na površinu tekućine okomito izlazi svjetlosna zraka, koje se prethodno reflektirala od površine staklene ploče uronjene u tekućinu. Apsolutni indeks loma stakla je 1.5. Kut što ga zatvaraju zraka koja upada na staklenu ploču i zraka koja se od nje reflektira iznosi 97º. Odredite apsolutni indeks loma tekućine ako je reflektirana zraka linearno polarizirana.

Rješenje 085

$n_2 = 1.5, \quad \alpha = 97^\circ, \quad n_1 = ?$

Polarizacija svjetlosti je pojava koja pokazuje da je svjetlost transverzalni val. Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Tako se, na primjer, refleksijom svjetlosti na dioptru dobije polarizirana svjetlost. Svjetlost se na granici djelomično reflektira, a djelomično prolazi lomeći se. Reflektirana svjetlost je potpuno polarizirana samo u slučaju kada reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut, 90º.
Upadni kut pod kojim se to događa naziva se Brewsterov kut α_B. Tada je:

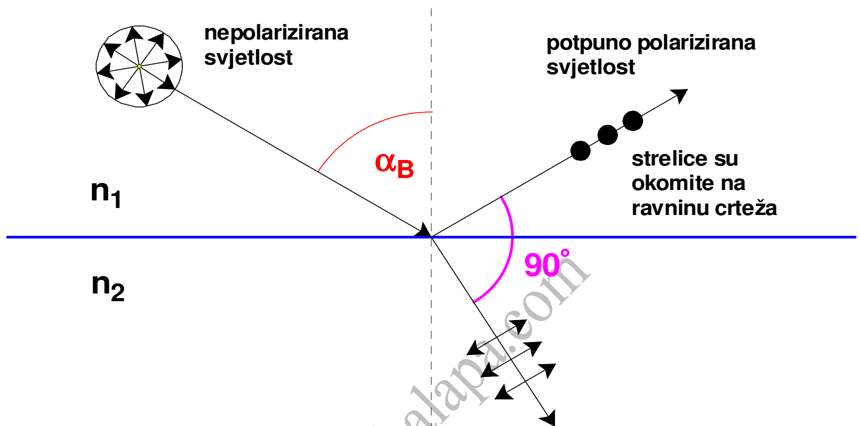
$$tg\,\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}\ \ (\text{Brewsterov zakon}),$$

gdje je α_B upadni kut zrake svjetlosti, n_2 i n_1 apsolutni indeksi loma drugog i prvog sredstva. Brewsterov zakon vrijedi u svim slučajevima: $n_2 > n_1$ ili $n_2 < n_1$.
Budući da je α kut što ga zatvaraju upadna i reflektirana zraka, slijedi da je upadni kut (upadni kut jednak je kutu odbijanja) α_B jednak:

$$\alpha_B = \frac{1}{2}\cdot\alpha \Rightarrow \alpha_B = \left(\frac{97}{2}\right)^0.$$

Apsolutni indeks tekućine n_1 iznosi:

$$tg\,\alpha_B = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{n_2}{tg\,\alpha_B} = \frac{1.5}{tg\left(\frac{97}{2}\right)^0} = 1.327 \approx 1.33.$$



Vježba 085

Na površinu tekućine okomito izlazi svjetlosna zraka, koje se prethodno reflektirala od površine staklene ploče uronjene u tekućinu. Apsolutni indeks loma stakla je 1.5. Kut što ga zatvaraju zraka koja upada na staklenu ploču i zraka koja se od nje reflektira iznosi 92º. Odredite apsolutni indeks loma tekućine ako je reflektirana zraka linearno polarizirana.

Rezultat: 1.449.

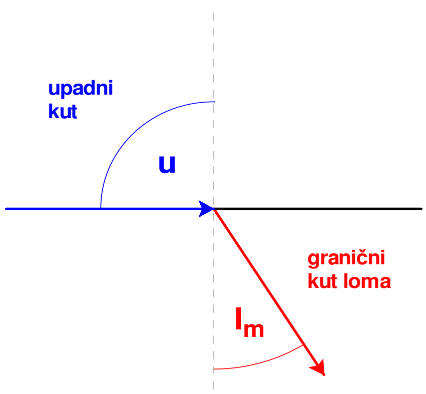
Zadatak 086 (Gogy, gimnazija)

Granični kut totalne refleksije svjetlosti u nekom sredstvu je 45º. Koliki je Brewsterov kut polarizacije?

Rješenje 086

$l_m = 45^\circ$, $\alpha_B = ?$

Pri prijelazu svjetlosti iz optički rjeđeg sredstva u gušće sredstvo svjetlost se lomi prema okomici. Najvećem upadnom kutu 90º odgovara najveći kut loma l_m koji se zove granični kut loma. Za njega vrijedi jednadžba

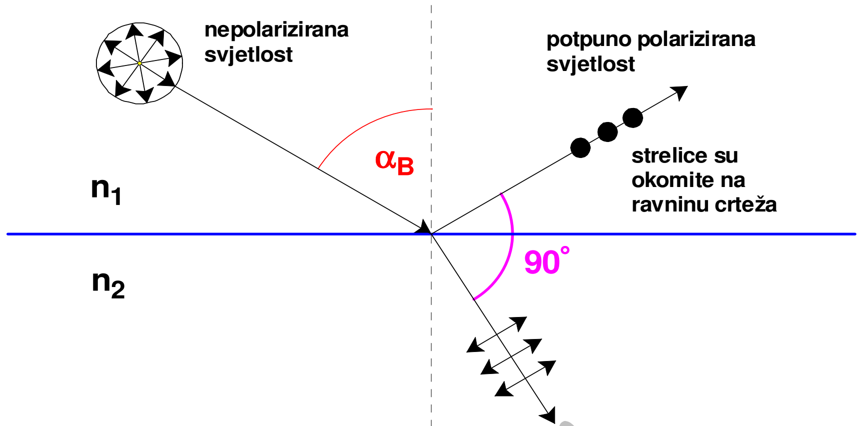


$$\sin l_m = \frac{1}{n_{2/1}} \Rightarrow \sin l_m = \frac{n_1}{n_2}.$$

Polarizacija svjetlosti je pojava koja pokazuje da je svjetlost transverzalni val. Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Tako se, na primjer, refleksijom svjetlosti na dioptru dobije polarizirana svjetlost. Svjetlost se na granici djelomično reflektira, a djelomično prolazi lomeći se. Reflektirana svjetlost je potpuno polarizirana samo u slučaju kada reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut, 90º.
Upadni kut pod kojim se to događa naziva se Brewsterov kut α_B. Tada je:

$$tg\,\alpha_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{Brewsterov zakon}),$$

gdje je α_B upadni kut zrake svjetlosti, n_2 i n_1 apsolutni indeksi loma drugog i prvog sredstva. Brewsterov zakon vrijedi u svim slučajevima: $n_2 > n_1$ ili $n_2 < n_1$.



Brewsterov kut α_B iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} \sin l_m = \dfrac{n_1}{n_2} \\ tg\,\alpha_B = \dfrac{n_2}{n_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \sin l_m \cdot tg\,\alpha_B = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin l_m \cdot tg\,\alpha_B = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin l_m \cdot tg\,\alpha_B = 1 \Rightarrow tg\,\alpha_B = \frac{1}{\sin l_m} \Rightarrow \alpha_B = tg^{-1}\left(\frac{1}{\sin l_m}\right) = tg^{-1}\left(\frac{1}{\sin 45^0}\right) = 54.74^0.$$

Vježba 086

Granični kut totalne refleksije svjetlosti u nekom sredstvu je 40º. Koliki je Brewsterov kut polarizacije?

Rezultat: 32.73º.

Zadatak 087 (Matea, srednja škola)

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 1 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

Rješenje 087

$f = 1$ m, $y' = 4 \cdot y$, $a = ?$

Sferno zrcalo je dio kugline površine, tj. ono je kalota kugle. Jednadžba sfernog zrcala daje svezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine. Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena i sa f udaljenost fokusa od tjemena, vrijedi jednadžba

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y ' i veličine predmeta y:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Računamo povećanje zrcala γ:

$$\gamma=\frac{y'}{y}\Rightarrow\gamma=\frac{4\cdot y}{y}\Rightarrow\gamma=\frac{4\cdot y}{y}\Rightarrow\gamma=4.$$

- za realnu sliku vrijedi

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=-4\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-4\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=-4\ /\cdot(-a)\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}b=4\cdot a\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4+1}{4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{5}{4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow 4\cdot a=5\cdot f\Rightarrow a=\frac{5\cdot f}{4}=\frac{5\cdot 1\ m}{4}=1.25\ m.$$

- za virtualnu sliku vrijedi

$$\left.\begin{array}{l}\gamma=4\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=4\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-\frac{b}{a}=4\ /\cdot(-a)\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}b=-4\cdot a\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{-4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4-1}{4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{3}{4\cdot a}=\frac{1}{f}\Rightarrow 4\cdot a=3\cdot f\Rightarrow a=\frac{3\cdot f}{4}=\frac{3\cdot 1\ m}{4}=0.75\ m.$$

Vježba 087

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 2 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

Rezultat: Za realnu sliku a = 2.5 m, za virtualnu sliku a = 1.5 m.

Zadatak 088 (Matea, farmaceutska škola)

Polumjeri zakrivljenosti bikonveksne leće iznose $r_1 = r_2 = 0.50$ m. Indeks loma stakla iz kojeg je leća napravljena jest n = 1.50. Kolika je optička jakost leće (u dioptrijama, dpt)?

Rješenje 088

$r_1 = r_2 = r = 0.50$ m, n = 1.50, C = ?

Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost fokalne daljine:

$$C=\frac{1}{f}.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan. Fokalna je daljina dana jednadžbom

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.
Optička jakost leće iznosi:

$$C=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\Rightarrow C=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)\Rightarrow C=(n-1)\cdot\frac{2}{r}=(1.50-1)\cdot\frac{2}{0.50\ m}=2\ \frac{1}{m}=2\ m^{-1}=2\ dpt.$$

Vježba 088

Polumjeri zakrivljenosti bikonveksne leće iznose $r_1 = r_2 = 0.25$ m. Indeks loma stakla iz kojeg je leća napravljena jest n = 1.50. Kolika je optička jakost leće (u dioptrijama, dpt)?

Rezultat: 4 dpt.

Zadatak 089 (Vedrana, srednja škola)

Udaljenost je predmeta od divergentne leće n puta veća od žarišne udaljenosti leće. Za koliko će puta slika biti manja od predmeta?

Rješenje 089

$a = n \cdot f, \quad y' : y = ?$

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna (b < 0, f < 0).

Budući da za divergentnu leću vrijedi dogovor da su b i f negativni, slijedi:

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}-\frac{1}{a} \;/\cdot(-1) \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{1}{f}+\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a+f}{a\cdot f} \Rightarrow b=\frac{a\cdot f}{a+f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b=\frac{n\cdot f\cdot f}{n\cdot f+f} \Rightarrow b=\frac{n\cdot f\cdot f}{(n+1)\cdot f} \Rightarrow b=\frac{n\cdot f\cdot \cancel{f}}{(n+1)\cdot \cancel{f}} \Rightarrow b=\frac{n\cdot f}{n+1}.$$

Računamo koliko će puta slika biti manja od predmeta:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{\frac{n\cdot f}{n+1}}{n\cdot f} \Rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{\frac{\cancel{n\cdot f}}{n+1}}{\frac{\cancel{n\cdot f}}{1}} \Rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{1}{n+1}.$$

Vježba 089

Udaljenost je predmeta od divergentne leće 9 puta veća od žarišne udaljenosti leće. Za koliko će puta slika biti manja od predmeta?

Rezultat: 0.1.

Zadatak 090 (Vedrana, srednja škola)

Iza divergentne leće jakosti – 2.5 dioptrija nalazi se konvergentna leća na udaljenosti 30 cm. Žarišna je udaljenost konvergentne leće 50 cm. Koliko se daleko od konvergentne leće fokusira paralelni snop zraka koji upada na divergentnu leću?

Rješenje 090

$C = -2.5 \text{ m}^{-1}, \quad d = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad f_2 = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad b = ?$

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

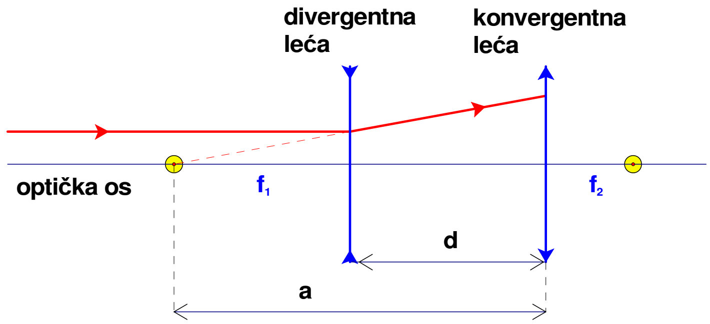
gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna (b < 0, f < 0).

Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost fokalne daljine:

$$C=\frac{1}{f}.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.

Konstrukcija slika dobivenih lećama.
Pri konstrukciji slika rabimo tri zrake.
1. Zraka usporedna s osi lomi se tako da prolazi fokusom leće.
2. Zraka koja prolazi fokusom lomi se tako da ide usporedno s osi.
3. Zraka koja ide središtem ne mijenja smjer.



Izračunamo fokus divergentne leće:

$$f_1 = \frac{1}{C} = \frac{1}{-2.5\ \frac{1}{m}} = -\ 0.4\ m.$$

Sa slike vidi se:

$$a = \left| f_1 \right| + d = \left| -0.4\ m \right| + 0.3\ m = 0.4\ m + 0.3\ m = 0.7\ m.$$

Za konvergentnu leću vrijedi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a - f_2}{a \cdot f_2} \Rightarrow b = \frac{a \cdot f_2}{a - f_2} = \frac{0.7\ m \cdot 0.5\ m}{0.7\ m - 0.5\ m} = 1.75\ m.$$

Na konvergentnu leću dolaze zrake koje kao da izviru iz točkastog izvora u žarištu divergentne leće.

Vježba 090

Iza divergentne leće jakosti – 2.5 dioptrija nalazi se konvergentna leća na udaljenosti 30 cm. Žarišna je udaljenost konvergentne leće 60 cm. Koliko se daleko od konvergentne leće fokusira paralelni snop zraka koji upada na divergentnu leću?

Rezultat: 4.2 m.

Zadatak 091 (Zlata, maturantica)

Leća sa žarišnom daljinom 20 cm nalazi se 30 cm ispred ravnog zrcala. Predmet se nalazi 10 cm udaljen od zrcala. Gdje će biti slika predmeta?

Rješenje 091

f = 20 cm, m = 30 cm, n = 10 cm, b = ?

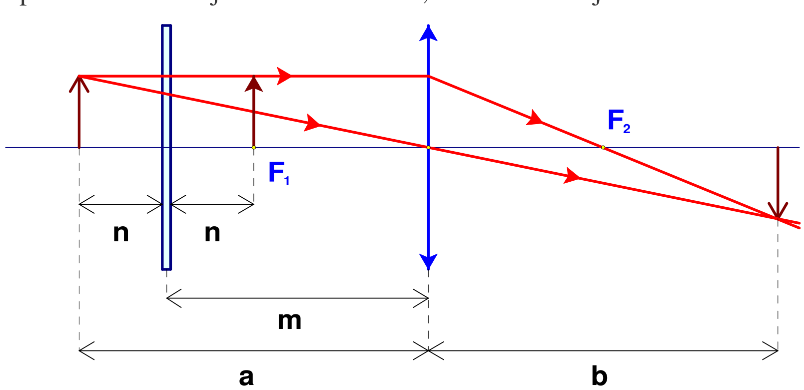
Glatka ravna površina od koje se mogu odbijati (reflektirati) zrake svjetlosti zove se ravno zrcalo. Slika u ravnom zrcalu simetrična je s predmetom i virtualna.

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne).

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće.



Zrake koje izlaze iz svijetle točke predmeta pred ravnim zrcalom reflektiraju se od zrcala tako kao da dolaze iz točke iza zrcala udaljene 10 cm. Ta točka je od leće udaljena

$$a = n + m = 10 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 40 \text{ cm}.$$

Iz jednadžbe leće dobije se:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a-f}{a\cdot f} \Rightarrow b=\frac{a\cdot f}{a-f}=\frac{40\ cm\cdot 20\ cm}{40\ cm-20\ cm}=40\ cm.$$

Slika predmeta udaljena je od leće 40 cm, a od zrcala:

$$40 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 70 \text{ cm}.$$

Vježba 091

Leća sa žarišnom daljinom 0.2 m nalazi se 0.3 m ispred ravnog zrcala. Predmet se nalazi 0.1 m udaljen od zrcala. Gdje će biti slika predmeta?

Rezultat: Slika predmeta udaljena je od leće 0.4 m.

Zadatak 092 (Marija, maturantica gimnazije)

Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 50°, a kut loma 30°. Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u vakumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 092

$\alpha = 50°$, $\beta = 30°$, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $v = ?$

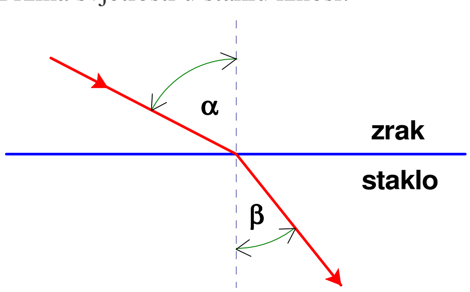
Kad svjetlost prelazi iz jednoga optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini.
Nizozemski matematičar i fizičar Willebrord Snell van Royen i francuski filozof, matematičar i fizičar René Descartes otkrili su da se zakon loma svjetlosti može prikazati pomoću trigonometrijske funkcije sinus kutova upada i loma zrake. Zovemo ga Snell–Descartesov zakon:

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Kad se zrake lome na granici dvaju sredstava od kojih je prvo vakuum (ili zrak), onda je indeks loma n drugog sredstva jednak omjeru brzine svjetlosti u vakuumu i tom sredstvu.

$$n=\frac{c}{v}.$$

Brzina svjetlosti u staklu iznosi:



$$\left.\begin{array}{l} n=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ n=\dfrac{c}{v}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c}{v} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c}{v}\ /\cdot\frac{v\cdot\sin\beta}{\sin\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v=c\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=3\cdot 10^8\ \frac{m}{s}\cdot\frac{\sin 30^0}{\sin 50^0}=1.958\cdot 10^8\ \frac{m}{s}.$$

Vježba 092

Pri prijelazu iz zraka u staklo upadni kut svjetlosti je 55°, a kut loma 30°. Kolika je brzina svjetlosti u staklu? (brzina svjetlosti u vakumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $1.831 \cdot 10^8$ m/s.

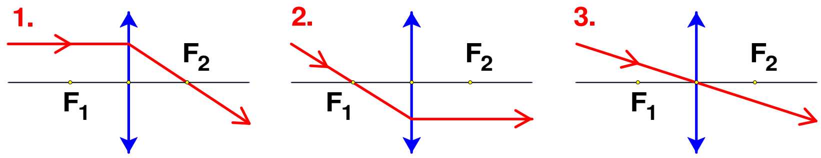
Zadatak 093 (Tanja, srednja škola)

Dvije konvergentne leće imaju žarišne daljine 10 cm i 5 cm. Na kojoj međusobnoj udaljenosti trebaju biti da paralelni snop svjetlosti izlazi kao paralelni snop?

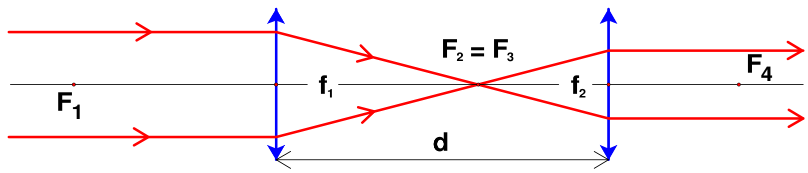
Rješenje 093

$f_1 = 10$ cm, $f_2 = 5$ cm, $d = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne).
Konstrukcija slika dobivenih lećama.



1. Zraka usporedna s osi lomi se tako da prolazi fokusom leće.
2. Zraka koja prolazi fokusom lomi se tako da ide usporedno s osi.
3. Zraka koja ide središtem ne mijenja smjer.



Sa slike vidi se da se drugo žarište F_2 prve leće mora podudarati sa prvim žarištem F_3 druge leće pa je udaljenost leća d jednaka zbroju njihovih žarišnih daljina:

$$d = f_1 + f_2 .$$

Budući da paralelni snop svjetlosti mora izlaziti kao paralelni snop, udaljenost na kojoj moraju biti dvije konvergentne leće iznosi:

$$d = f_1 + f_2 = 10 \ cm + 5 \ cm = 15 \ cm.$$

Vježba 093

Dvije konvergentne leće imaju žarišne daljine 12 cm i 8 cm. Na kojoj međusobnoj udaljenosti trebaju biti da paralelni snop svjetlosti izlazi kao paralelni snop?

Rezultat: 20 cm.

Zadatak 094 (Dino, tehnička škola)

Plankonveksna leća od stakla (n = 1.5) ima polumjer zakrivljenosti 20 cm. Kolika je jakost leće?

Rješenje 094

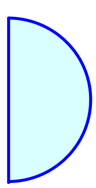
$n = 1.5, \quad R_1 = 20 \ cm = 0.2 \ m, \quad R_2 = \infty, \quad j = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne).
Fokalna je daljina dana jednadžbom

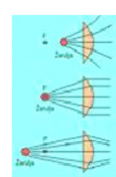
$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće. Predznak polumjera pozitivan je pri konveksnoj leći, a negativan pri konkavnoj. Jakost ili konvergencija leće j jest recipročna vrijednost fokalne daljine:

$$j = \frac{1}{f} \Rightarrow j = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$



plankonveksna leća
jedna strana je sfera polumjera zakrivljenosti R_1,
druga strana je ravnina polumjera zakrivljenosti $R_2 = \infty$



Budući da je leća plankonveksna, omeđena je dvjema plohama od kojih je jedna sferna ploha, a druga je ravnina pa je njezin polumjer zakrivljenosti $R_2 = \infty$. Jakost leće iznosi:

$$j = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1.5-1) \cdot \left(\frac{1}{0.2 \ m} + \frac{1}{\infty} \right) = 0.5 \cdot \left(\frac{1}{0.2 \ m} + 0 \right) = 2.5 \ m^{-1} = 2.5 \ dpt.$$

- Dioptrija (znak dpt), posebna jedinica jakosti optičkih leća, u značenju recipročnog metra (s pozitivnim predznakom za konvergentne, a negativnim za divergentne leće), dakle dpt = m^{-1}.
  Zvonimir Jakobović, Leksikon mjernih jedinica, Školska knjiga, Zagreb, 1981.

Pozor!

$$\frac{1}{\infty}=0 \text{ nije korektno napisano, trebalo bi } \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0.$$

Vježba 094

Plankonveksna leća od stakla (n = 1.5) ima polumjer zakrivljenosti 50 cm. Kolika je jakost leće?

Rezultat: 1 m^{-1} = 1 dpt.

Zadatak 095 (Nikolina, tehnička škola)

Predmet koji se nalazi na udaljenosti 3 m od tanke leće stvara na suprotnoj strani realnu sliku na udaljenosti 4 m od leće. Što treba učiniti s predmetom da bi udaljenost realne slike od leće iznosila 2 m?

A. odmaknuti predmet od leće za 9 m
B. odmaknuti predmet od leće za 6 m
C. odmaknuti predmet od leće za 3 m
D. primaknuti predmet leći za 0.25 m
E. primaknuti predmet leći za 9 m.

Rješenje 095

$a = 3$ m, $b = 4$ m, $b_1 = 2$ m, $a_1 = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne).
Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće.
Računamo novu udaljenost a_1 predmeta od leće:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\\[2ex]\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\\text{komparacije}\end{array}\right]\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}\Rightarrow\frac{1}{a_1}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{b_1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a_1}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{a_1}=\frac{4+3-6}{12}\Rightarrow\frac{1}{a_1}=\frac{1}{12}\Rightarrow a_1=12\ m.$$

Budući da je predmet na udaljenosti 3 m od tanke leće, treba ga još odmaknuti za 9 m tako da bude 12 m udaljen od nje. Odgovor pod A.

Vježba 095

Predmet koji se nalazi na udaljenosti 3 m od tanke leće stvara na suprotnoj strani realnu sliku na udaljenosti 4 m od leće. Što treba učiniti s predmetom da bi udaljenost realne slike od leće iznosila 3 m?

A. odmaknuti predmet od leće za 1 m
B. odmaknuti predmet od leće za 2 m
C. odmaknuti predmet od leće za 2 m
D. primaknuti predmet leći za 0.5 m
E. primaknuti predmet leći za 1 m.

Rezultat: A.

Zadatak 096 (Branka, srednja škola)

Predmet se nalazi ispred žarišta konvergentne leće, a od njega je udaljen 10 cm. Leća daje sliku koja je realna i udaljena od njezina tjemena 20 cm. Odredi žarišnu udaljenost leće.

Rješenje 096

$a = f + 10$, $b = 20$ cm, $f = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne).
Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće.
Žarišna udaljenost leće iznosi:

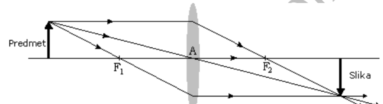
$$\left.\begin{array}{l} a=f+10 \;\;,\;\; b=20 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{f+10}+\frac{1}{20}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{20+f+10}{20\cdot(f+10)}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{f+30}{20\cdot(f+10)}=\frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f\cdot(f+30)=20\cdot(f+10) \Rightarrow f^2+30\cdot f=20\cdot f+200 \Rightarrow f^2+30\cdot f-20\cdot f-200=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^2+10\cdot f-200=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f^2+10\cdot f-200=0 \\ a=1 \;\;,\;\; b=10 \;\;,\;\; c=-200 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \;\;,\;\; b=10 \;\;,\;\; c=-200 \\ f_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{100-4\cdot 1\cdot(-200)}}{2\cdot 1} \Rightarrow f_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{100+800}}{2} \Rightarrow f_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{900}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{1,2}=\frac{-10\pm 30}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f_1=\frac{-10+30}{2} \\ f_2=\frac{-10-30}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f_1=\frac{20}{2} \\ f_2=-\frac{40}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f_1=10 \\ f_2=-20 \text{ nema smisla} \end{array}\right\} \Rightarrow f=10\ cm.$$



Vježba 096

Predmet se nalazi ispred žarišta konvergentne leće, a od njega je udaljen 1 dm. Leća daje sliku koja je realna i udaljena od njezina tjemena 2 dm. Odredi žarišnu udaljenost leće.

Rezultat: 1 dm.

Zadatak 097 (Iva, srednja škola)

Grijaća ploča na štednjaku je kružnoga oblika polumjera 10 cm. U ploču je ugrađen grijač snage 1.2 kW. Kolika je temperatura površine uključene grijaće ploče ako ploča zrači kao crno tijelo?
(Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2 · K^4))

Rješenje 097

r = 10 cm = 0.1 m, P = 1.2 kW = 1200 W, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2 · K^4), T = ?

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jednoj sekundi može se odrediti Stefan-Boltzmannovim zakonom

$$P=\sigma\cdot A\cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, A površina tijela, a σ Stefan-Boltzmannova konstanta.
Temperatura površine uključene grijaće ploče iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} P=\sigma\cdot A\cdot T^4 \\ A=r^2\cdot\pi \end{array}\right\} \Rightarrow P=\sigma\cdot r^2\cdot\pi\cdot T^4 \Rightarrow T^4=\frac{P}{\sigma\cdot r^2\cdot\pi} \Rightarrow T^4=\frac{P}{\sigma\cdot r^2\cdot\pi} \;/\sqrt[4]{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T=\sqrt[4]{\frac{P}{\sigma\cdot r^2\cdot\pi}}=\sqrt[4]{\frac{1200\ W}{5.67\cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2\cdot K^4}\cdot(0.1\ m)^2\cdot\pi}}=905.97\ \text{K}.$$

Vježba 097

Grijaća ploča na štednjaku je kružnoga oblika polumjera 10 cm. U ploču je ugrađen grijač snage 300 W. Kolika je temperatura površine uključene grijaće ploče ako ploča zrači kao crno tijelo?

Rezultat: 640.62 K.

Zadatak 098 (Tonka, gimnazija)

U dno jezera zaboden je stup dug 4 m. Dio stupa dug 1 m nalazi se iznad površine vode. Nađi duljinu sjene stupa na dnu jezera ako sunčeve zrake padaju na površinu vode pod kutom 45°. (indeks loma zraka $n_1 = 1.00$, indeks loma vode $n_2 = 1.33$)

Rješenje 098

$H = 4$ m, $h = 1$ m, $d = H - h = 4$ m $- 1$ m $= 3$ m, $\alpha = 45°$, $n_1 = 1.00$, $n_2 = 1.33$, $s = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednoga optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2/1},$$

gdje su v_1 i v_2 brzine svjetlosti u prvom i drugom sredstvu.
Relativni indeks loma drugog sredstva (u koje svjetlost prelazi) u odnosu na prvo sredstvo (iz kojeg izlazi) je

$$n_{2/1} = \frac{n_2}{n_1},$$

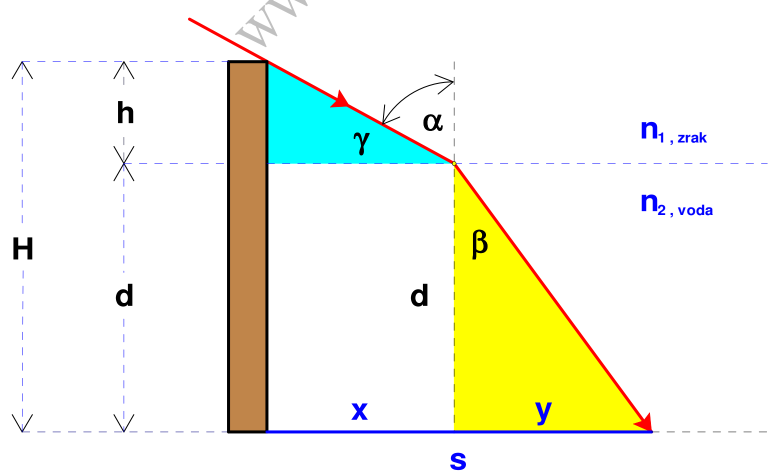
gdje su n_1 i n_2 apsolutni indeksi loma prvog i drugog sredstva.
Prema zakonu loma, omjer sinusa upadnog kuta α i sinusa kuta loma β je stalan za jednu graničnu površinu i jednak je relativnom indeksu loma $n_{2/1}$ drugog sredstva u odnosu na prvo sredstvo, tj.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2/1}$$

odnosno

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta,$$

gdje su n_1 i n_2 apsolutni indeksi loma prvog i drugog sredstva.
Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.



Budući da je zadan upadni kut α, sa slike vidi se:

$$\alpha + \gamma = 90^0 \Rightarrow \gamma = 90^0 - \alpha \Rightarrow \gamma = 90^0 - 45^0 \Rightarrow \gamma = 45^0.$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete h i x (plava boja). Tada je:

$$tg\,\gamma = \frac{h}{x} \Rightarrow tg\,\gamma = \frac{h}{x} \,/\cdot \frac{x}{tg\,\gamma} \Rightarrow x = \frac{h}{tg\,\gamma} \Rightarrow x = \frac{1\ m}{tg\,45^0} \Rightarrow x = 1\ m.$$

Možemo i ovako zaključivati. Trokut čije su stranice katete h i x je pravokutan jednakokračan trokut pa odmah slijedi:

$$x = h = 1\text{ m}.$$

Računamo kut loma β.
Prema zakonu loma, za upadni kut α i kut loma β, vrijedi:

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \Rightarrow n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \; / \cdot \frac{1}{n_2} \Rightarrow \sin\beta = \frac{n_1 \cdot \sin\alpha}{n_2} \Rightarrow \beta = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \cdot \sin\alpha}{n_2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \sin^{-1}\left(\frac{1.00 \cdot \sin 45^0}{1.33}\right) \Rightarrow \beta = 32^0 7'4''.$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete d i y (žuta boja). Tada je:

$$tg\,\beta = \frac{y}{d} \Rightarrow tg\,\beta = \frac{y}{d} \; / \cdot d \Rightarrow y = d \cdot tg\,\beta \Rightarrow y = 3\ m \cdot tg\,32^0 7'4'' \Rightarrow y = 1.883\ m.$$

Duljina sjene stupa na dnu jezera iznosi:

$$s = x + y \Rightarrow s = 1\ m + 1.883\ m \Rightarrow s = 2.883\ m \Rightarrow s \approx 2.9\ m.$$

Vježba 098

U dno jezera zaboden je stup dug 400 cm. Dio stupa dug 100 cm nalazi se iznad površine vode. Nađi duljinu sjene stupa na dnu jezera ako sunčeve zrake padaju na površinu vode pod kutom 45°. (indeks loma zraka $n_1 = 1.00$, indeks loma vode $n_2 = 1.33$)

Rezultat: 288.3 cm.

Zadatak 099 (Tin, gimnazija)

Koliki je polumjer zakrivljenosti udubljenog sfernog zrcala ako ono daje upola manju sliku predmeta koji je od slike udaljen 85 cm?

Rješenje 099

$\gamma = -\frac{1}{2}$ slika je obrnuta, d = 85 cm = 0.85 m, r = ?

Sferno zrcalo je dio kugline plohe čija je jedna strana glatka pa odbija zrake svjetlosti. Sferno zrcalo je kalota kugle. Središte kugle je središte zakrivljenosti zrcala. Točka T, koja leži simetrično prema dvjema dijametralno udaljenim točkama A i B, zove se tjeme zrcala. Pravac koji prolazi središtem i tjemenom je os zrcala. Polumjer kugle r je polumjer zakrivljenosti zrcala. Sferno zrcalo može biti konkavno i konveksno.
Kod konkavnog (udubljenog) zrcala zrake se odbijaju na unutarnjoj strani plohe. Zrake koje padaju na sferno zrcalo usporedno s osi sijeku se u točki koja se zove fokus F ili žarište zrcala. Fokus leži na osi zrcala.
Udaljenost f fokusa od tjemena je fokalna ili žarišna daljina:

$$f = \frac{r}{2}.$$

Ta relacija vrijedi približno za zrcala malog otvora.
Zakonitosti kod sfernog zrcala vrijede uz neke uvjete (Gaussove aproksimacije):

- zrcalo mora imati mali otvor
- predmet mora biti ravan i malen u ravnini okomitoj na glavnu os (optičku os) zrcala
- zrake svjetlosti moraju padati na optički sustav pod malim kutom (takve se zrake zovu paraaksijalne zrake).

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena, sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena i sa r polumjer zakrivljenosti zrcala, vrijede jednadžbe:

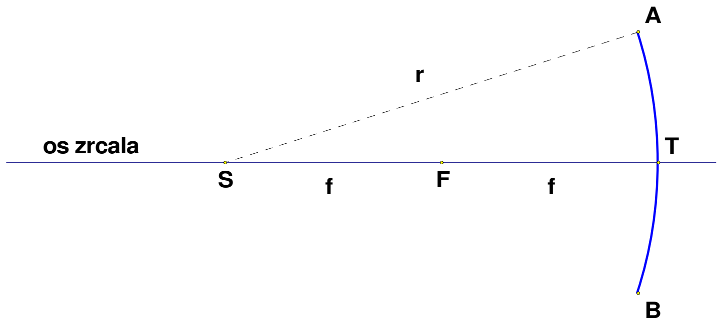
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad , \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Te se jednadžbe zovu jednadžbe konjugacije za konkavno sferno zrcalo. One daju algebarsku vezu između udaljenosti a predmeta, odnosno udaljenosti b slike od tjemena konkavnog sfernog zrcala, žarišne daljine f i polumjera zakrivljenosti r zrcala. Fokus konkavnog zrcala je realan, tj. zrake se sijeku izravno u njemu.
Pri konstrukciji slike koju stvara sferno zrcalo rabe se tri zrake:

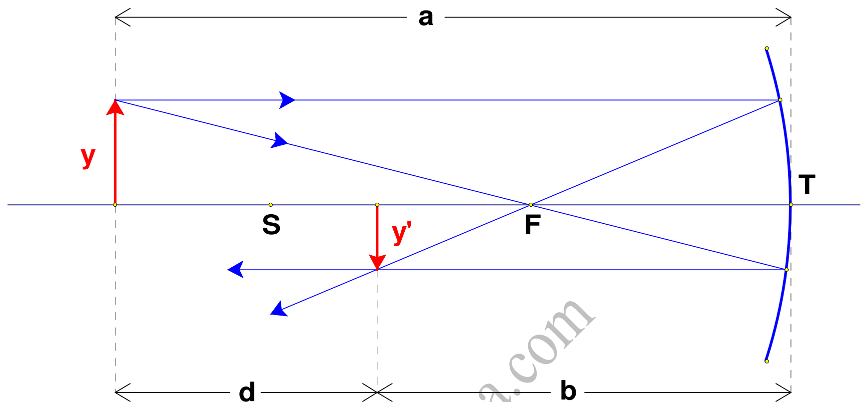
- zraka koja prolazi središtem zrcala reflektira se sama u sebe
- zraka koja je usporedna s osi zrcala prolazi nakon refleksije kroz fokus
- zraka koja prolazi kroz fokus reflektira se usporedno s osi.

Povećanje zrcala γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$



Računamo a udaljenost predmeta od tjemena i b udaljenost slike od tjemena.



Prema uvjetima zadatka slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} a - b = d \\ \gamma = -\frac{b}{a} \;,\; \gamma = -\frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{komparacije}\end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = d + b \\ -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 0.85 + b \\ -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \; / \cdot (-2 \cdot a) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 0.85 + b \\ 2 \cdot b = a \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{komparacije}\end{array}\right] \Rightarrow 2 \cdot b = 0.85 + b \Rightarrow 2 \cdot b - b = 0.85 \Rightarrow b = 0.85 \; m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} b = 0.85 \; m \\ a = 2 \cdot b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 2 \cdot 0.85 \; m \Rightarrow a = 1.7 \; m.$$

Polumjer zakrivljenosti r udubljenog zrcala iznosi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{b+a}{a \cdot b} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{2}{r} \; / \cdot \frac{r \cdot a \cdot b}{a+b} \Rightarrow r = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a+b} = \frac{2 \cdot 1.7 \; m \cdot 0.85 \; m}{1.7 \; m + 0.85 \; m} = 1.1333 \; m.$$

Vježba 099

Koliki je polumjer zakrivljenosti udubljenog sfernog zrcala ako ono daje upola manju sliku predmeta koji je od slike udaljen 8.5 dm?

Rezultat: 1.1333 m.

Zadatak 100 (Sanja, gimnazija)

Pod kojim kutom treba padati svjetlosna zraka na graničnu površinu staklo – voda da bi reflektirana zraka bila maksimalno polarizirana. Indeks loma stakla je $n_1 = 1.55$, indeks loma vode je $n_2 = 1.33$.

Rješenje 100

$n_1 = 1.55, \quad n_2 = 1.33, \quad \alpha = ?$

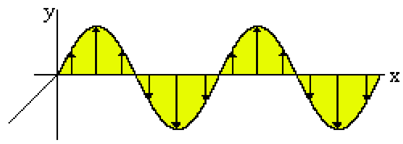
Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Svjetlost je potpuno linearno polarizirana ako reflektirana i lomljena svjetlost čine pravi kut. Tada je

$$\tan \alpha = n,$$

gdje je α upadni kut zrake svjetlosti, a n indeks loma sredstva na koje zraka pada. Upadni kut α za koji je reflektirana zraka polarizirana zove se kut polarizacije (Brewsterov zakon). Svjetlost odbijena od neke granične površine bit će maksimalno polarizirana ako je tangens upadnog kuta jednak relativnom indeksu loma drugog sredstva u odnosu na prvo sredstvo, tj.

$$\tan\alpha = n_{2/1} \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{n_2}{n_1},$$

gdje je n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva.



Kut pod kojim treba padati svjetlosna zraka na graničnu površinu staklo – voda iznosi:

$$\tan\alpha = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \Rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1.33}{1.55}\right) \quad \Rightarrow \quad \alpha = 40^{0}\,37'54.2''.$$

Vježba 100

Kut polarizacije za flintovo staklo je α = 60° 30'. Koliki je indeks loma tog stakla?

Rezultat: 1.77.