Zadatak 061 (Mala, gimnazija)

Kolika je kružna frekvencija natrijeve žute svjetlosti valne duljine λ = 589.3 nm? (c = $3 \cdot 10^8$ m/s).

Rješenje 061

λ = 589.3 nm = $5.893 \cdot 10^{-7}$ m, c = $3 \cdot 10^8$ m/s, ω = ?

$$\left.\begin{array}{l} \nu = \dfrac{c}{\lambda} \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu \end{array}\right\} \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}}{5.893 \cdot 10^{-7} \ m} = 3.2 \cdot 10^{15} \ \frac{rad}{s}.$$

Vježba 061

Kolika je kružna frekvencija svjetlosti valne duljine λ = 570 nm? (c = $3 \cdot 10^8$ m/s).

Rezultat: $3.3 \cdot 10^{15} \ \frac{rad}{s}.$

Zadatak 062 (Martin, prometna škola)

Sabirne leće žarišnih udaljenosti 15 cm i 0.1 m priljubljene su jedna uz drugu tako da im se podudaraju optičke osi. Kolika je jakost ovog sustava?

Rješenje 062

f_1 = 15 cm = 0.15 m, f_2 = 0.1 m, j = ?

$$j = j_1 + j_2 \Rightarrow j = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow j = \frac{f_2 + f_1}{f_1 \cdot f_2} = \frac{0.1 \ m + 0.15 \ m}{0.15 \ m \cdot 0.1 \ m} = 16.67 \ m^{-1}.$$

Vježba 062

Sabirne leće žarišnih udaljenosti 25 cm i 0.1 m priljubljene su jedna uz drugu tako da im se podudaraju optičke osi. Kolika je jakost ovog sustava?

Rezultat: $14 \ m^{-1}.$

Zadatak 063 (Petra, srednja škola)

Na snimci je visina drveta 12 mm koje je fotografirano sa udaljenosti 100 m. Kolika je stvarna visina drveta ako je žarišna daljina objektiva fotoaparata 5 cm?

Rješenje 063

y ' = 12 mm = 0.012 m, a = 100 m, f = 5 cm = 0.05 m, y = ?

Iz sustava jednadžbi, eliminiranjem veličine b, dobije se stvarna visina drveta:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f} \\ \dfrac{b}{a} = \dfrac{y'}{y} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f} - \dfrac{1}{a} \\ b = \dfrac{a \cdot y'}{y} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{y}{a \cdot y'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{y}{a \cdot y'} = \frac{a - f}{a \cdot f} \ / \cdot a \cdot y' \Rightarrow y = \frac{a - f}{a \cdot f} \cdot a \cdot y' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{a - f}{f} \cdot y' = \frac{100 \ m - 0.05 \ m}{0.05 \ m} \cdot 0.012 \ m = 23.988 \ m \approx 24 \ m.$$

Vježba 063

Na snimci je visina drveta 24 mm koje je fotografirano sa udaljenosti 100 m. Kolika je stvarna visina drveta ako je žarišna daljina objektiva fotoaparata 5 cm?

Rezultat: 48 m.

Zadatak 064 (Ivana, studentica)

Izračunajte brzinu svjetlosti u vakuumu ako je permeabilnost vakuuma $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \ \frac{T \cdot m}{A}$, a njegova električna permitivnost $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$.

Rješenje 064

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, \qquad \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}, \qquad c = ?$$

Brzina svjetlosti (elektromagnetskih valova) u vakuumu iznosi:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}}} = 299795637.7 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

Vježba 064

Izračunajte električnu permitivnost vakuuma ako je permeabilnost vakuuma $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$, a brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

Rezultat: $\varepsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}.$

Zadatak 065 (Ivana, studentica)

Koliki je indeks loma stakla ($\mu_r = 1$) čija je relativna permitivnost $\varepsilon_r = 2.5$?

Rješenje 065

$\mu_r = 1, \qquad \varepsilon_r = 2.5, \qquad n = ?$

Brzina svjetlosti iznosi u:

- vakuumu $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$
- nekom sredstvu $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \mu_0}}.$

Apsolutni indeks loma stakla je:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \mu_0}}} \Rightarrow n = \frac{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \mu_0}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r} = \sqrt{2.5 \cdot 1} = 1.58.$$

Vježba 065

Koliki je indeks loma stakla ($\mu_r = 1$) čija je relativna permitivnost $\varepsilon_r = 2.2$?

Rezultat: 1.48.

Zadatak 066 (Maturant, gimnazija)

Dva koherentna izvora svjetlosti daju na zastoru, udaljenom 1.5 m od izvora, pruge interferencije. Udaljenost između prve (središnje) i treće svijetle pruge je 5 cm. Koliki je razmak između izvora ako je valna duljina svjetlosti $\lambda = 650$ nm?

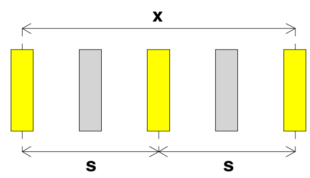
Rješenje 066

$a = 1.5$ m, $\qquad x = 5$ cm $= 0.05$ m, $\qquad \lambda = 650$ nm $= 6.5 \cdot 10^{-7}$ m, $\qquad d = ?$

Dva točkasta izvora svjetlosti su koherentna kad imaju jednaku frekvenciju i jednaku razliku faze. Udaljenost dviju svijetlih ili dviju tamnih pruga je

$$s = \frac{\lambda \cdot a}{d},$$

gdje je a udaljenost od izvora do zastora, a d udaljenost među izvorima.



Budući da je razmak između prve (središnje) i treće svijetle pruge jednak x, razmak između dvije susjedne svijetle pruge iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} s=\frac{x}{2} \\ s=\frac{\lambda \cdot a}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda \cdot a}{d}=\frac{x}{2} \Rightarrow d=\frac{2 \cdot \lambda \cdot a}{x}=\frac{2 \cdot 6.5 \cdot 10^{-7}\ m \cdot 1.5\ m}{0.05\ m}=3.9 \cdot 10^{-5}\ m=39 \cdot 10^{-6}\ m=39\ \mu m.$$

Vježba 066

Dva koherentna izvora svjetlosti daju na zastoru, udaljenom 3 m od izvora, pruge interferencije. Udaljenost između prve (središnje) i treće svijetle pruge je 5 cm. Koliki je razmak između izvora ako je valna duljina svjetlosti $\lambda = 650$ nm?

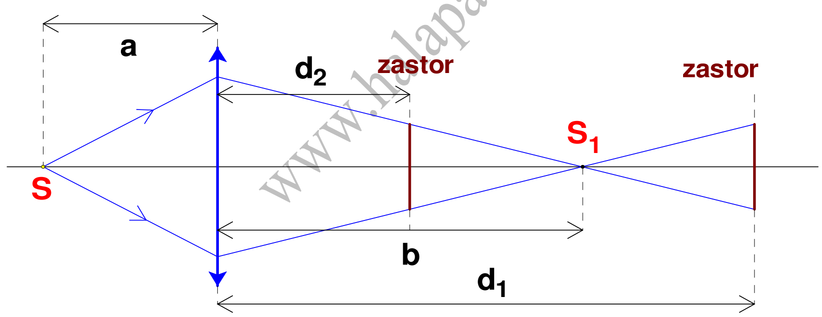
Rezultat: 78 μm.

Zadatak 067 (Maturant, gimnazija)

Točkasti izvor svjetla nalazi se na optičkoj osi tanke konvergentne leće žarišne daljine 0.2 m. S druge strane leće okomito na optičku os nalazi se zastor na udaljenosti 0.8 m od leće i na zastoru se vidi osvijetljena površina kružnog oblika. Ako se zastor pomakne na udaljenost 0.4 m od leće, veličina osvijetljene površine koju daje izvor se ne promijeni. Koliko je udaljen izvor od leće?

Rješenje 067

f = 0.2 m, $d_1 = 0.8$ m, $d_2 = 0.4$ m, a = ?



Budući da se veličina osvijetljene površine ne promijeni, zastor mora u oba položaja biti podjednako udaljen od slike S_1 izvora S. Sa slike vidi se:

$$b=\frac{d_1+d_2}{2}.$$

Udaljenost izvora od leće iznosi:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{b-f}{b \cdot f} \Rightarrow a=\frac{b \cdot f}{b-f} \Rightarrow a=\frac{\frac{d_1+d_2}{2} \cdot f}{\frac{d_1+d_2}{2}-f} \Rightarrow a=\frac{f \cdot \left(d_1+d_2\right)}{d_1+d_2-2 \cdot f}=$$

$$=\frac{0.2\ m \cdot (0.8\ m+0.4\ m)}{0.8\ m+0.4\ m-2 \cdot 0.2\ m}=0.3\ m.$$

Vježba 067

Točkasti izvor svjetla nalazi se na optičkoj osi tanke konvergentne leće žarišne daljine 0.4 m. S druge strane leće okomito na optičku os nalazi se zastor na udaljenosti 0.8 m od leće i na zastoru se vidi osvijetljena površina kružnog oblika. Ako se zastor pomakne na udaljenost 0.4 m od leće, veličina osvijetljene površine koju daje izvor se ne promijeni. Koliko je udaljen izvor od leće?

Rezultat: 1.2 m.

Zadatak 068 (Ana Marija, gimnazija)

Na zastoru koji je 2.1 m daleko od predmeta leća daje dvostruko uvećanu sliku. Odredite položaj predmeta i slike.

Rješenje 068

d = a + b = 2.1 m, m = – 2, a) =, b = ?

Slika se vidi na zastoru pa zaključujemo da je realna i dobivena konvergentnom lećom. Divergentna leća daje samo virtualne slike. Realna slika konvergentne leće uvijek je obrnuta, te je povećanje m negativno, tj. m = – 2. Udaljenost predmeta od zastora jednaka je zbroju udaljenosti predmeta i slike od leće. Vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} a+b=d \\ -\dfrac{b}{a}=m \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=d \\ b=-m\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a-m\cdot a=d \\ b=-m\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a\cdot(1-m)=d \\ b=-m\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=\dfrac{d}{1-m} \\ b=-m\cdot\dfrac{d}{1-m} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=\dfrac{d}{1-m}=\dfrac{2.1\,m}{1+2}=0.7\,m \\ b=\dfrac{m\cdot d}{m-1}=\dfrac{-2\cdot 2.1\,m}{-2-1}=1.4\,m \end{array}\right\}.$$

Vježba 068

Na zastoru koji je 1.2 m daleko od predmeta leća daje dvostruko uvećanu sliku. Odredite položaj predmeta i slike.

Rezultat: a = 0.4 m, b = 0.8 m.

Zadatak 069 (Ivana, maturantica gimnazije)

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 1 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

Rješenje 069

f = 1 m, y ' = 4 · y, a = ?

Ponovimo!

Jednadžba sfernog zrcala daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine. Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li slovom a udaljenost predmeta od tjemena, slovom b udaljenost slike od tjemena i slovom f udaljenost fokusa od tjemena, vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Udaljenost virtualnih slika i fokalna daljina konveksnog zrcala imaju negativan predznak.
Povećanje zrcala γ zovemo omjer između veličine slike y ' i veličine predmeta y:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna. Računamo udaljenost predmeta od zrcala. Postoje dva rješenja:

- za realnu sliku je

$$\frac{y'}{y}=-4 \Rightarrow -\frac{b}{a}=-4 \;/\cdot(-a) \Rightarrow b=4\cdot a.$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4+1}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{5}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow 4\cdot a=5\cdot f \Rightarrow a=\frac{5}{4}\cdot f=\frac{5}{4}\cdot 1\,m=1.25\,m.$$

- za virtualnu sliku je

$$\frac{y'}{y}=4 \Rightarrow -\frac{b}{a}=4 \;/\cdot(-a) \Rightarrow b=-4\cdot a.$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a}-\frac{1}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4-1}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{4\cdot a}=\frac{1}{f} \Rightarrow 4\cdot a=3\cdot f \Rightarrow a=\frac{3}{4}\cdot f=\frac{3}{4}\cdot 1\,m=0.75\,m.$$

Vježba 069

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 4 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

Rezultat: a = 5 m i a = 3 m.

Zadatak 070 (Tiny, gimnazija)

Newtonovi se kolobari promatraju pomoću plankonveksne leće (R = 1.5 m) i planparalelne ploče. Kao izvor uzima se žuta natrijeva linija $\lambda = 5.893 \cdot 10^{-7}$ m. Za koliko posto postaje polumjer prvog tamnog kolobara manji ako se između leće i ploče nalazi voda (n = 1.33) mjesto zraka?

Rješenje 070

R = 1.5 m, $\lambda = 5.893 \cdot 10^{-7}$ m, k = 1, n = 1.33, p = ?

Polumjer tamnog kolobara k ako je između leća sloj zraka iznosi

$$r = \sqrt{k \cdot \lambda \cdot R}\ ,\ k = 1, 2, 3, ..., n.$$

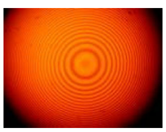
Polumjer tamnog kolobara k ako je između leća sredstvo indeksa loma n iznosi

$$r = \sqrt{\frac{k \cdot \lambda \cdot R}{n}}\ ,\ k = 1, 2, 3, ..., n - \text{prirodan broj}.$$

Neka je r_z polumjer prvog tamnog kolobara ako je između leća sloj zraka:

$$\left.\begin{array}{l} k = 1 \\ r_z = \sqrt{k \cdot \lambda \cdot R} \end{array}\right\} \Rightarrow r_z = \sqrt{\lambda \cdot R}.$$

Neka je r_v polumjer prvog tamnog kolobara ako je između leća voda indeksa loma n:



$$\left.\begin{array}{l} k = 1 \\ r_v = \sqrt{\dfrac{k \cdot \lambda \cdot R}{n}} \end{array}\right\} \Rightarrow r_v = \sqrt{\frac{\lambda \cdot R}{n}}.$$

Postotak za koji postaje polumjer prvog tamnog kolobara manji ako se između leće i ploče nalazi voda mjesto zraka iznosi:

$$p = \frac{r_z - r_v}{r_v} = \frac{\sqrt{\lambda \cdot R} - \sqrt{\dfrac{\lambda \cdot R}{n}}}{\sqrt{\lambda \cdot R}} = \frac{\sqrt{\lambda \cdot R} - \dfrac{\sqrt{\lambda \cdot R}}{\sqrt{n}}}{\sqrt{\lambda \cdot R}} = \frac{\sqrt{\lambda \cdot R} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{\lambda \cdot R}} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1.33}} = 0.1329 = \frac{13.29}{100} = 13.29\%.$$

Vježba 070

Newtonovi se kolobari promatraju pomoću plankonveksne leće (R = 1.5 m) i planparalelne ploče. Kao izvor uzima se žuta natrijeva linija $\lambda = 5.893 \cdot 10^{-7}$ m. Za koliko posto postaje polumjer prvog tamnog kolobara manji ako se između leće i ploče nalazi benzol (n = 1.51) mjesto zraka?

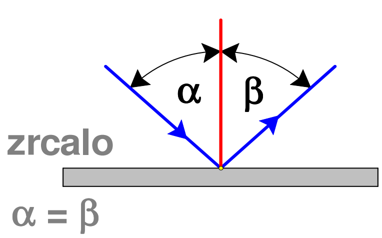
Rezultat: 18.62%.

Zadatak 071 (Denis, gimnazija)

Dokaži da se zraka svjetlosti, reflektirana s ravnog zrcala, zakrene za 2α ako se zrcalo zakrene za α.

Rješenje 071

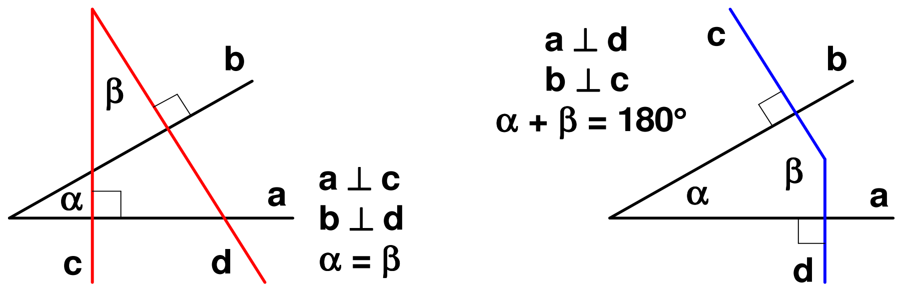
Ponovimo!



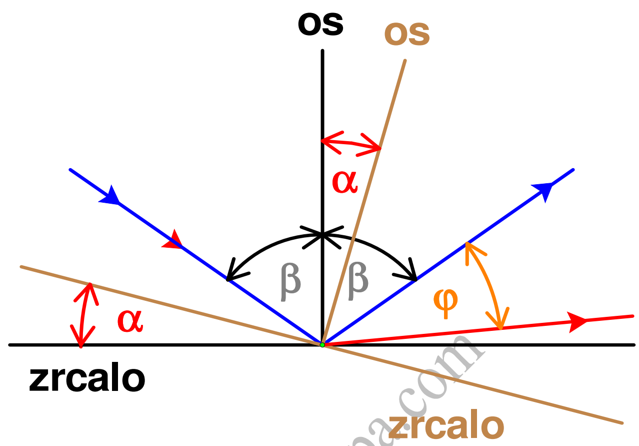
Ako zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo, tj. na ravninu koja odbija ili reflektira zrake svjetlosti, onda upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i reflektirana zraka leže u istoj ravnini okomitoj na ravninu zrcala. Upadnim kutom α zovemo kut između upadne zrake i okomice, a kutom odraza ili refleksije β kut između reflektirane zrake i okomice. Kut upada α jednak je kutu refleksije β:

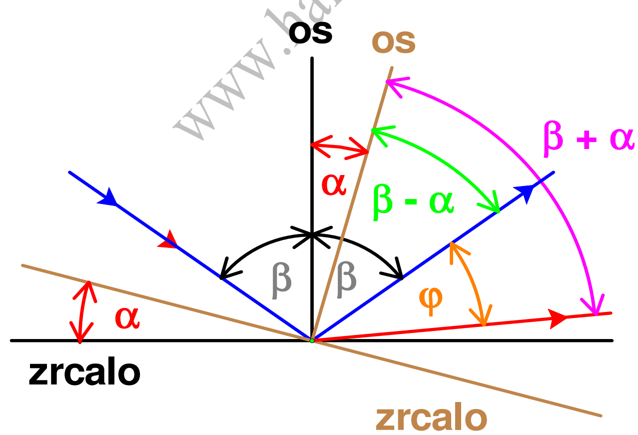
kut upada = kut refleksije , α = β.

Kutovi s okomitim kracima sukladni su ili suplementni.



Slijedi dokaz tvrdnje:





Neka je α kut za koji se zakrene zrcalo, a φ kut za koji se zakrene reflektirana zraka s ravnog zrcala. Sa slike vidi se:

$$\varphi = (\beta + \alpha) - (\beta - \alpha) \Rightarrow \varphi = \beta + \alpha - \beta + \alpha \Rightarrow \varphi = 2 \cdot \alpha.$$

Vježba 071

Dokaži da se zraka svjetlosti, reflektirana s ravnog zrcala, zakrene za 10º ako se zrcalo zakrene za 5º.

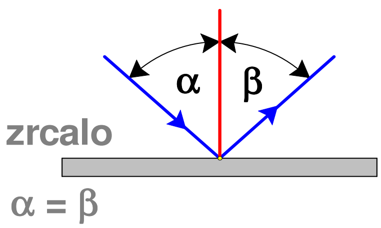
Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 072 (Sany, gimnazija)

Zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo pod kutom β. Ako se upadni kut poveća za α, za koliko se poveća kut između upadne i odbijene (reflektirane) zrake? Konstruiraj sliku.

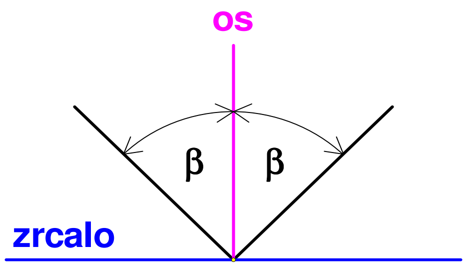
Rješenje 072

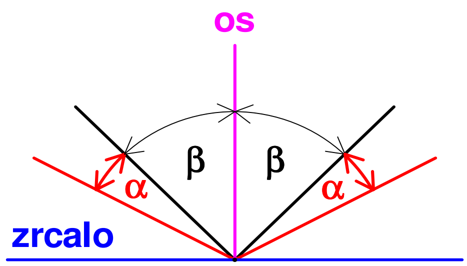
Ponovimo!



Ako zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo, tj. na ravninu koja odbija ili reflektira zrake svjetlosti, onda upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i reflektirana zraka leže u istoj ravnini okomitoj na ravninu zrcala. Upadnim kutom α zovemo kut između upadne zrake i okomice, a kutom odraza ili refleksije β kut između reflektirane zrake i okomice. Kut upada α jednak je kutu refleksije β:

kut upada = **kut refleksije** , $\alpha = \beta$.





Kut između upadne i odbijene zraje je $2 \cdot \beta$. Kut između upadne i odbijene zrake je $2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta$.
Dakle, ako se upadni kut poveća za α, kut između upadne i odbijene zrake poveća se za $2 \cdot \alpha$.

Vježba 072

Zraka svjetlosti pada na ravno zrcalo pod kutom 30º. Ako se upadni kut poveća za 5º, za koliko se poveća kut između upadne i odbijene (reflektirane) zrake?

Rezultat: 10º.

Zadatak 073 (Senada, srednja škola)

Izvedi jednadžbu konkavnog sfernog zrcala.

Rješenje 073

Sferno zrcalo je dio kugline plohe čija je jedna strana glatka pa odbija zrake svjetlosti. Sferno zrcalo je kalota kugle. Središte te kugle je središte zakrivljenosti zrcala. Točka T, koja leži simetrično prema dvjema dijametralno udaljenim točkama A i B, zove se tjeme zrcala. Pravac koji prolazi središtem i tjemenom jest os zrcala. Polumjer kugle R je polumjer zakrivljenosti zrcala. Sferno zrcalo može biti konkavno i konveksno. Kod konkavnog (udubljenog) zrcala zrake se odbijaju na unutarnjoj strani plohe.

Zakonitosti kod sfernog zrcala vrijede uz neke uvjete (Gaussove aproksimacije):

- zrcalo mora imati mali otvor
- predmet mora biti ravan i malen u ravnini okomitoj na glavnu os (optičku os) zrcala
- zrake svjetlosti moraju padati na optički sustav pod malim kutom (takve se zrake zovu paraaksijalne zrake).

Uzmemo li kao ishodište tjeme zrcala i označimo li sa a udaljenost predmeta od tjemena, sa b udaljenost slike od tjemena i sa f udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena, vrijedi jednadžba:

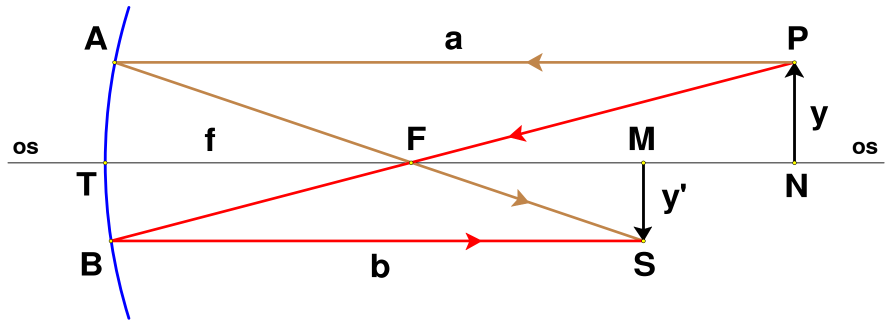
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Ta se jednadžba zove jednadžba konjugacije za konkavno sferno zrcalo. Ona daje algebarsku vezu između udaljenosti a predmeta, odnosno udaljenosti b slike od tjemena konkavnog sfernog zrcala i žarišne daljine f.
Zraka svjetlosti reflektira se od sfernog zrcala prema zakonu refleksije.
Pri konkavnom se zrcalu zrake odbijaju s unutarnje strane kugline plohe (kalote). Fokus konkavnog zrcala je realan, tj. zrake se sijeku izravno u njemu.
Pri konstrukciji slike koju stvara sferno zrcalo rabe se tri zrake:

- zraka koja prolazi središtem zrcala reflektira se sama u sebe
- zraka koja je usporedna s osi zrcala prolazi nakon refleksije kroz fokus
- zraka koja prolazi kroz fokus reflektira se usporedno s osi.

Izvodimo jednadžbu.
Neka se predmet nalazi na udaljenosti a od tjemena konkavnog sfernog zrcala. Uz to neka je predmet dalje od žarišta, tj. $a > f$, a y je prema "gore" od optičke osi. Uzeli smo koordinatni sustav kojemu je ishodište u tjemenu konkavnog sfernog zrcala, os x (apscisa) je optička os, i to pozitivan smjer te osi neka je smjer

reflektirane zrake, os y (ordinata) je okomica na optičku os u tjemenu zrcala, a njezin pozitivan smjer je prema "gore".



Sa slike vidi se:

$$\left|AP\right|=a\quad,\quad\left|TF\right|=f\quad,\quad\left|FN\right|=a-f\quad,\quad\left|BS\right|=b\quad,\quad\left|FM\right|=b-f$$

$$\left|AT\right|=\left|PN\right|=y\quad,\quad\left|TB\right|=\left|MS\right|=y^{'}.$$

Iz sličnosti trokuta ΔNPF i ΔFTB, odnosno ΔFAT i ΔMFS možemo pisati razmjere (odgovarajuće stranice trokuta su proporcionalne):

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\left|PN\right|}{\left|FN\right|}=\dfrac{\left|TB\right|}{\left|TF\right|}\\[2ex]\dfrac{\left|AT\right|}{\left|TF\right|}=\dfrac{\left|MS\right|}{\left|FM\right|}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\dfrac{y}{a-f}=\dfrac{y^{'}}{f}\\[2ex]\dfrac{y}{f}=\dfrac{y^{'}}{b-f}\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{podijelimo}\\\text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow\frac{\dfrac{y}{a-f}}{\dfrac{y}{f}}=\frac{\dfrac{y^{'}}{f}}{\dfrac{y^{'}}{b-f}}\Rightarrow\frac{f}{a-f}=\frac{b-f}{f}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^{2}=(a-f)\cdot(b-f)\Rightarrow f^{2}=a\cdot b-a\cdot f-b\cdot f+f^{2}\Rightarrow 0=a\cdot b-a\cdot f-b\cdot f\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot f+b\cdot f=a\cdot b\;/\cdot\frac{1}{a\cdot b\cdot f}\Rightarrow\frac{a\cdot f}{a\cdot b\cdot f}+\frac{b\cdot f}{a\cdot b\cdot f}=\frac{a\cdot b}{a\cdot b\cdot f}\Rightarrow\frac{a\cdot f}{a\cdot b\cdot f}+\frac{b\cdot f}{a\cdot b\cdot f}=\frac{a\cdot b}{a\cdot b\cdot f}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{b}+\frac{1}{a}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Vježba 073

Izvedi jednadžbu konveksnog sfernog zrcala.

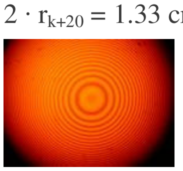
Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 074 (Miočanka, gimnazija)

Kod Newtonovih kolobara promatranih u reflektiranoj svjetlosti valne duljine 589 nm, k-ti svijetli kolobar ima promjer 0.57 cm, a k+20 – ti promjer 1.33 cm. Koji je redni broj tih kolobara? Izračunajte polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće.

Rješenje 074

$\lambda = 589\text{ nm} = 5.89\cdot 10^{-7}\text{ m}$, $2\cdot r_k = 0.57\text{ cm} \Rightarrow r_k = 0.285\text{ cm} = 2.85\cdot 10^{-3}\text{ m}$,
$2\cdot r_{k+20} = 1.33\text{ cm} \Rightarrow r_{k+20} = 0.665\text{ cm} = 6.65\cdot 10^{-3}\text{ m}$, n = 1 (indeks loma zraka), k = ?, R = ?



Newtonova stakla sastoje se od plankonveksne leće velikog polumjera zakrivljenosti R koja je položena na planparalelnu ploču. Između leće i ploče nastaje tanak zračni klin. Kod Newtonovih stakala dobiju se u monokromatskoj (jednobojnoj) svjetlosti tamni i svijetli kolobari. Polumjer k-tog svijetlog kolobara je

$$r_k=\sqrt{\frac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}}\quad(\text{maksimum}),$$

gdje je k = 1, 2, 3, …, indeks loma n odnosi se na zrak (n = 1) ili sredstvo koje je između stakala.
Računamo redni broj kolobara. Iz uvjeta zadatka dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} r_k=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \\ r_{k+20}=\sqrt{\dfrac{(2\cdot(k+20)-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \\ r_{k+20}=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k+40-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \\ r_{k+20}=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k+39)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}}\ /^2 \\ r_{k+20}=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k+39)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}}\ /^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k^2=\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n} \\ r_{k+20}^2=\dfrac{(2\cdot k+39)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_k^2}{r_{k+20}^2}=\frac{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}}{\dfrac{(2\cdot k+39)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \Rightarrow \frac{r_k^2}{r_{k+20}^2}=\frac{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}}{\dfrac{(2\cdot k+39)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \Rightarrow \left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2=\frac{2\cdot k-1}{2\cdot k+39} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2\cdot k+39)\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2=2\cdot k-1 \Rightarrow 2\cdot k\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2+39\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2=2\cdot k-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot k\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2-2\cdot k=-1-39\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2 \Rightarrow 2\cdot k\cdot\left(\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2-1\right)=-1-39\cdot\left(\frac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot k=\frac{-1-39\cdot\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2}{\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2-1} \Rightarrow 2\cdot k=\frac{1+39\cdot\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2}{1-\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2}\ /:2 \Rightarrow k=\frac{1}{2}\cdot\frac{1+39\cdot\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2}{1-\left(\dfrac{r_k}{r_{k+20}}\right)^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1+39\cdot\left(\dfrac{2.85\cdot10^{-3}\ m}{6.65\cdot10^{-3}\ m}\right)^2}{1-\left(\dfrac{2.85\cdot10^{-3}\ m}{6.65\cdot10^{-3}\ m}\right)^2}=5.$$

Redni brojevi tih kolobara su peti i dvadeset peti.

Sada se lako izračuna polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće. Pretpostavimo da je između stakala zrak pa je n = 1.

$$\left.\begin{array}{l} r_k=\sqrt{\dfrac{(2\cdot k-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot n}} \\ k=5\ ,\ n=1 \end{array}\right\} \Rightarrow r_5=\sqrt{\frac{(2\cdot5-1)\cdot R\cdot\lambda}{2\cdot1}} \Rightarrow r_5=\sqrt{\frac{9\cdot R\cdot\lambda}{2}}\ /^2 \Rightarrow r_5^2=\frac{9\cdot R\cdot\lambda}{2}\ /\cdot2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot r_5^2=9\cdot R\cdot\lambda \Rightarrow R=\frac{2\cdot r_5^2}{9\cdot\lambda}=\frac{2\cdot\left(2.85\cdot10^{-3}\ m\right)^2}{9\cdot5.89\cdot10^{-7}\ m}=3.0645\ \text{m}.$$

Vježba 074

Kod Newtonovih kolobara promatranih u reflektiranoj svjetlosti valne duljine 589 nm, k-ti svijetli kolobar ima promjer 5.7 mm, a k+20 – ti promjer 13.3 mm. Koji je redni broj tih kolobara? Izračunajte polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće.

Rezultat: Peti, dvadeset peti, 3.06 m.

Zadatak 075 (Miočanka, gimnazija)

Newtonova stakla obasjavamo monokromatskom svjetlošću i promatramo kolobare u reflektiranom svjetlu. Dva susjedna tamna kolobara imaju polumjere 4 mm i 4.38 mm. Polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće je 6.4 m. Nađite koji su to kolobari po redu i izračunajte valnu duljinu svjetlosti.

Rješenje 075

r_k = 4 mm = $4 \cdot 10^{-3}$ m, r_{k+1} = 4.38 mm = $4.38 \cdot 10^{-3}$ m, R = 6.4 m,
n = 1 (indeks loma zraka), k = ?, λ = ?

Newtonova stakla sastoje se od plankonveksne leće velikog polumjera zakrivljenosti R koja je položena na planparalelnu ploču. Između leće i ploče nastaje tanak zračni klin. Kod Newtonovih stakala dobiju se u monokromatskoj (jednobojnoj) svjetlosti tamni i svijetli kolobari. Polumjer k-tog tamnog kolobara je

$$r_k = \sqrt{\frac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \quad (\text{minimum}),$$

gdje je k = 1, 2, 3, …, indeks loma n odnosi se na zrak (n = 1) ili sredstvo koje je između stakala.
Računamo redni broj kolobara. Iz uvjeta zadatka dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} r_k = \sqrt{\dfrac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \\ r_{k+1} = \sqrt{\dfrac{(k+1) \cdot R \cdot \lambda}{n}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k = \sqrt{\dfrac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \quad /^2 \\ r_{k+1} = \sqrt{\dfrac{(k+1) \cdot R \cdot \lambda}{n}} \quad /^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r_k^2 = \dfrac{k \cdot R \cdot \lambda}{n} \\ r_{k+1}^2 = \dfrac{(k+1) \cdot R \cdot \lambda}{n} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_k^2}{r_{k+1}^2} = \frac{\dfrac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}}{\dfrac{(k+1) \cdot R \cdot \lambda}{n}} \Rightarrow \frac{r_k^2}{r_{k+1}^2} = \frac{\dfrac{k \cdot \cancel{R \cdot \lambda}}{\cancel{n}}}{\dfrac{(k+1) \cdot \cancel{R \cdot \lambda}}{\cancel{n}}} \Rightarrow \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 = \frac{k}{k+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (k+1) \cdot \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 = k \Rightarrow k \cdot \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 + \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 = k \Rightarrow \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 = k - k \cdot \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2 = k \cdot \left(1 - \left(\frac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2\right) \Rightarrow k = \frac{\left(\dfrac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2}{1 - \left(\dfrac{r_k}{r_{k+1}}\right)^2} = \frac{\left(\dfrac{4 \cdot 10^{-3}\ m}{4.38 \cdot 10^{-3}\ m}\right)^2}{1 - \left(\dfrac{4 \cdot 10^{-3}\ m}{4.38 \cdot 10^{-3}\ m}\right)^2} = 5.$$

Redni brojevi tih kolobara su peti i šesti.
Sada se lako izračuna valna duljina svjetlosti. Pretpostavimo da je između stakala zrak pa je n = 1.

$$\left.\begin{array}{l} r_k = \sqrt{\dfrac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \\ k = 5 \ , \ n = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow r_5 = \sqrt{\frac{5 \cdot R \cdot \lambda}{1}} \Rightarrow r_5 = \sqrt{5 \cdot R \cdot \lambda} \quad /^2 \Rightarrow r_5^2 = 5 \cdot R \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{r_5^2}{5 \cdot R} = \frac{\left(4 \cdot 10^{-3}\ m\right)^2}{5 \cdot 6.4\ m} = 0.0000005\ m = 5 \cdot 10^{-7}\ m = 500 \cdot 10^{-9}\ m = 500\ nm.$$

Vježba 075

Newtonova stakla obasjavamo monokromatskom svjetlošću i promatramo kolobare u reflektiranom svjetlu. Dva susjedna tamna kolobara imaju polumjere 0.4 cm i 0.438 cm. Polumjer zakrivljenosti plankonveksne leće je 640 cm. Nađite koji su to kolobari po redu i izračunajte valnu duljinu svjetlosti.

Rezultat: Peti, šesti, 500 nm.

Zadatak 076 (Miočanka, gimnazija)

Odredite polumjer prvog tamnog Newtonovog kolobara ako plankonveksna leća ima polumjer zakrivljenosti 1 m, a izmedu leće i planparalelne ploče na kojoj je postavljena nalazi se tekućina indeksa loma 1.6. Leća i ploča napravljene su od stakla indeksa loma 1.5. Kolobare promatramo u reflektiranoj svjetlosti valne duljine 589 nm.

Rješenje 076

k = 1, R = 1 m, n = 1.6, n_s = 1.5 nije bitno u zadatku, λ = 589 nm = 5.89 · 10^{-7} m, r_1 = ?

Newtonova stakla sastoje se od plankonveksne leće velikog polumjera zakrivljenosti R koja je položena na planparalelnu ploču. Između leće i ploče nastaje tanak zračni klin. Kod Newtonovih stakala dobiju se u monokromatskoj (jednobojnoj) svjetlosti tamni i svijetli kolobari. Polumjer k-tog tamnog kolobara je

$$r_k = \sqrt{\frac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \ (\text{minimum}),$$

gdje je k = 1, 2, 3, …, indeks loma n odnosi se na zrak (n = 1) ili sredstvo koje je između stakala.
Računamo polumjer prvog tamnog Newtonovog kolobara:

$$\left.\begin{aligned} r_k &= \sqrt{\frac{k \cdot R \cdot \lambda}{n}} \\ k &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{1 \cdot R \cdot \lambda}{n}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 1\, m \cdot 5.89 \cdot 10^{-7}\, m}{1.6}} =$$

$$= 6.067 \cdot 10^{-4}\, m = 6.067 \cdot 10^{-1}\, mm = 0.6067\, mm \approx 0.61\, mm.$$

Vježba 076

Odredite polumjer prvog tamnog Newtonovog kolobara ako plankonveksna leća ima polumjer zakrivljenosti 4 m, a izmedu leće i planparalelne ploče na kojoj je postavljena nalazi se tekućina indeksa loma 1.6. Leća i ploča napravljene su od stakla indeksa loma 1.5. Kolobare promatramo u reflektiranoj svjetlosti valne duljine 589 nm.

Rezultat: 1.21 mm.

Zadatak 076 (Miočanka, gimnazija)

Monokromatska svjetlost upada okomito na pukotinu široku 0.1 mm. Na zastoru udaljenom 1 m od pukotine vide se pruge difrakcije . Treća tamna pruga je za 1.8 cm udaljena od središnje pruge. Kolika je valna duljina svjetlosti kojom je pukotina obasjana?

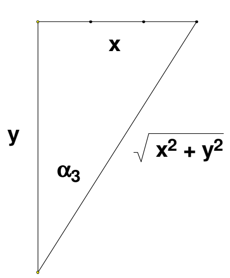
Rješenje 076

d = 0.1 mm = 10^{-4} m, y = 1 m, k = 3, x = 1.8 cm = 1.8 · 10^{-2} m, λ = ?

Ogib ili difrakcija svjetlosti
Pri ogibu na jednoj pukotini minimum svjetlosti nastaje kad je

$$d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda,$$

gdje je d širina pukotine, α_k ogibni kut zrake svjetlosti, λ valna duljina svjetlosti, k = 1, 2, 3, ….



$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha_3 &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ d \cdot \sin \alpha_3 &= 3 \cdot \lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow d \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 3 \cdot \lambda \ /:3 \Rightarrow \lambda = \frac{d \cdot x}{3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} =$$

$$= \frac{10^{-4}\, m \cdot 1.8 \cdot 10^{-2}\, m}{3 \cdot \sqrt{\left(1.8 \cdot 10^{-2}\, m\right)^2 + (1\, m)^2}} = 5.999 \cdot 10^{-7}\, m = 599.9 \cdot 10^{-9}\, m = 599.9\, nm.$$

Vježba 076

Monokromatska svjetlost upada okomito na pukotinu široku 0.2 mm. Na zastoru udaljenom 1 m od pukotine vide se pruge difrakcije . Treća tamna pruga je za 1.8 cm udaljena od središnje pruge. Kolika je valna duljina svjetlosti kojom je pukotina obasjana?

Rezultat: 1199.8 nm.

Zadatak 077 (Miočanka, gimnazija)

Optička rešetka ima 400 pukotina na svaki mm duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 600 nm. Koliko ukupno maksimuma daje ta rešetka?

Rješenje 077

N = 400, l = 1 mm = 10^{-3} m, λ = 600 nm = $6 \cdot 10^{-7}$ m, k = ?

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih (jednako udaljenih) tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke d. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha_k \;\;,\;\; k = 1,\, 2,\, 3,\, ...,\, n.$$

Kad je k = 0 dobije se spektar nultog reda, za k = 1 spektar prvog reda itd. To će vrijediti za otklon pod kutom α_k na jednu i drugu stranu od smjera α = 0. Dakle, pojava je simetrična s obzirom na spektar nultog reda.

Odredimo konstantu rešetke:

$$d = \frac{l}{N} = \frac{10^{-3}\ m}{400} = 2.5 \cdot 10^{-6}\ m.$$

Konstanta rešetke d mora biti veća od valne duljine svjetlosti λ koja se njome ispituje. Naime, sin α ≤ 1 pa iz jednakosti za dobivanje maksimuma svjetlosti slijedi

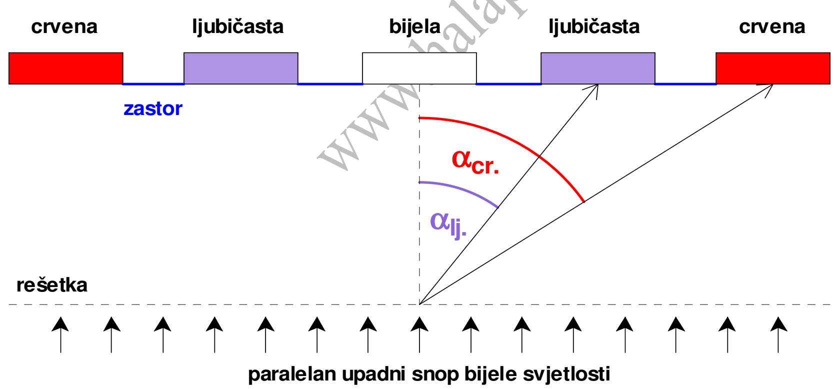
$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha_k \;\Rightarrow\; d > \lambda.$$

Najveći broj maksimuma k_{max} dobije se za sin α_k = 1:

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{2.5 \cdot 10^{-6}\ m}{6 \cdot 10^{-7}\ m} \approx 4.$$

Zbog simetrije ukupan broj maksimuma je:

$$2 \cdot k + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9.$$



Vježba 077

Optička rešetka ima 800 pukotina na svakih 2 mm duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 600 nm. Koliko ukupno maksimuma daje ta rešetka?

Rezultat: 9.

Zadatak 078 (Miočanka, gimnazija)

Optička rešetka ima 400 pukotina na svaki mm duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 600 nm. Na kojoj udaljenosti od središnje pruge dobijemo prvu ogibnu sliku?

Rješenje 078

N = 400, l = 1 mm = 10^{-3} m, λ = 600 nm = $6 \cdot 10^{-7}$ m, k = 1, x = ?

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih (jednako udaljenih) tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke d. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha_k \;\;,\;\; k = 1,\, 2,\, 3,\, ...,\, n.$$

Kad je k = 0 dobije se spektar nultog reda, za k = 1 spektar prvog reda itd. To će vrijediti za otklon pod kutom α_k na jednu i drugu stranu od smjera $\alpha = 0$. Dakle, pojava je simetrična s obzirom na spektar nultog reda.

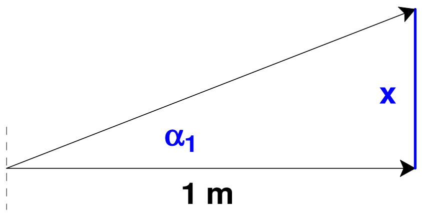
Odredimo konstantu rešetke:

$$d = \frac{l}{N} = \frac{10^{-3}\ m}{400} = 2.5 \cdot 10^{-6}\ m.$$

$$\left.\begin{matrix} k = 1 \\ k \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha_k \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1 \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha_1 \Rightarrow \lambda = d \cdot \sin\alpha_1 \Rightarrow \sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{6 \cdot 10^{-7}\ m}{2.5 \cdot 10^{-6}\ m} = 0.24.$$

Malo matematike za malu Miočanku :)

$$\left[tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\sqrt{\sin^2\alpha}}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \right]$$



Sa slike vidi se da je:

$$tg\,\alpha_1 = \frac{x}{1\ m} \Rightarrow x = 1\ m \cdot tg\,\alpha_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1\ m \cdot \frac{\sin\alpha_1}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1}} = 1\ m \cdot \frac{0.24}{\sqrt{1-0.24^2}} = 0.247\ m.$$

Vježba 078

Optička rešetka ima 1200 pukotina na svakih 3 mm duljine. Rešetku obasjavamo svjetlošću valne duljine 600 nm. Na kojoj udaljenosti od središnje pruge dobijemo prvu ogibnu sliku?

Rezultat: 0.247 m.

Zadatak 079 (Leny, gimnazija)

Svjetlost valne duljine 589 nm upada okomito na optičku rešetku pa se prvi red spektra ogiba pod kutom 15.5º. Koliko zareza po centimetru duljine ima ta rešetka?

Rješenje 079

$\lambda = 589\ nm = 5.89 \cdot 10^{-7}\ m$, $k = 1$, $\alpha_1 = 15.5^\circ$, $l = 1\ cm = 10^{-2}\ m$, $N = ?$

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih (jednako udaljenih) tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke d. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

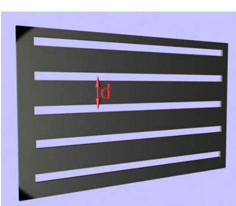
$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha_k\ ,\ k = 1, 2, 3, ..., n.$$

Kad je k = 0 dobije se spektar nultog reda, za k = 1 spektar prvog reda itd. To će vrijediti za otklon pod kutom α_k na jednu i drugu stranu od smjera $\alpha = 0$. Dakle, pojava je simetrična s obzirom na spektar nultog reda.

Budući da formula za konstantu rešetke glasi

$$d = \frac{l}{N},$$

broj zareza N po centimetru duljine iznosi:



$$\left.\begin{matrix} d = \frac{l}{N}\ ,\ k = 1 \\ k \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha_k \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1 \cdot \lambda = \frac{l}{N} \cdot \sin\alpha_1 \Rightarrow \lambda = \frac{l}{N} \cdot \sin\alpha_1\ / \cdot N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \cdot N = l \cdot \sin\alpha_1 \Rightarrow N = \frac{l \cdot \sin\alpha_1}{\lambda} = \frac{10^{-2}\ m \cdot \sin 15.5^0}{5.89 \cdot 10^{-7}\ m} = 4537.$$

Vježba 079

Svjetlost valne duljine 589 nm upada okomito na optičku rešetku pa se prvi red spektra ogiba pod kutom 10º. Koliko zareza po centimetru duljine ima ta rešetka?

Rezultat: 2948.

Zadatak 080 (Leny, gimnazija)

Optička rešetka ima 4000 zareza na 1 cm. Paralelan snop svjetlosti dvaju valnih duljina λ_1 = 656 nm i λ_2 = 410 nm upada na rešetku okomito. Izračunajte kutnu disperziju (razlika ogibnih kutova) između linija u spektru drugog reda.

Rješenje 080

N = 4000, l = 1 cm = 10^{-2} m, λ_1 = 656 nm = 6.56 · 10^{-7} m, λ_2 = 410 nm = 4.1 · 10^{-7} m, k = 2, $\Delta\alpha$ = ?

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih (jednako udaljenih) tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke d. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha_k \ , \ k = 1, 2, 3, ..., n.$$

Kad je k = 0 dobije se spektar nultog reda, za k = 1 spektar prvog reda itd. To će vrijediti za otklon pod kutom α_k na jednu i drugu stranu od smjera α = 0. Dakle, pojava je simetrična s obzirom na spektar nultog reda.

Odredimo konstantu rešetke:

$$d = \frac{l}{N} = \frac{10^{-2}\ m}{4000} = 2.5 \cdot 10^{-6}\ m.$$

Računamo ogibne kutove:

- $$\left.\begin{array}{l} k = 2 \ , \ \lambda_1 \\ k \cdot \lambda_1 = d \cdot \sin \alpha_k \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot \lambda_1 = d \cdot \sin \alpha_{21} \Rightarrow \sin \alpha_{21} = \frac{2 \cdot \lambda_1}{d} \Rightarrow \alpha_{21} = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot \lambda_1}{d}\right).$$
- $$\left.\begin{array}{l} k = 2 \ , \ \lambda_2 \\ k \cdot \lambda_2 = d \cdot \sin \alpha_k \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot \lambda_2 = d \cdot \sin \alpha_{22} \Rightarrow \sin \alpha_{22} = \frac{2 \cdot \lambda_2}{d} \Rightarrow \alpha_{22} = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot \lambda_2}{d}\right).$$

Razlika ogibnih kutova iznosi:

$$\Delta\alpha = \alpha_{21} - \alpha_{22} \Rightarrow \Delta\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot \lambda_1}{d}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot \lambda_2}{d}\right) =$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot 6.56 \cdot 10^{-7}\ m}{2.5 \cdot 10^{-6}\ m}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot 4.1 \cdot 10^{-7}\ m}{2.5 \cdot 10^{-6}\ m}\right) = 31.65^0 - 19.15^0 = 12.5^0.$$

Vježba 080

Optička rešetka ima 8000 zareza na 2 cm. Paralelan snop svjetlosti dvaju valnih duljina λ_1 = 656 nm i λ_2 = 410 nm upada na rešetku okomito. Izračunajte kutnu disperziju (razlika ogibnih kutova) između linija u spektru drugog reda.

Rezultat: 12.5°.