

**Zadatak 021 (Gabi, gimnazija)**

Razlika hoda dvaju valova koji interferiraju iznosi  $0.2 \cdot \lambda$ . Kolika je razlika faza tih valova?

**Rješenje 021**

$$\Delta x = 0.2 \cdot \lambda, \quad \Delta \varphi = ?$$

1. inačica

$$\Delta \varphi = 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{0.2 \cdot \lambda}{\lambda} = 2\pi \cdot 0.2 = 0.4 \cdot \pi = 0.4 \cdot 180^\circ = 72^\circ.$$

2. inačica

Postavimo pravilo trojno:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \dots\dots\dots 360^\circ \\ \text{.....} \\ 0.2 \cdot \lambda \dots\dots\dots \Delta \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \varphi \cdot \lambda = 0.2 \cdot \lambda \cdot 360^\circ \Rightarrow \Delta \varphi = \frac{0.2 \cdot \lambda \cdot 360^\circ}{\lambda} = 72^\circ.$$

**Vježba 021**

Razlika hoda dvaju valova koji interferiraju iznosi  $0.5\lambda$ . Kolika je razlika faza tih valova?

**Rezultat:**  $180^\circ$ .

**Zadatak 022 (Gabi, gimnazija)**

Monokromatska se svjetlost ogiba na optičkoj rešeci pod kutom  $21^\circ 15'$  u spektru prvog reda. Koliki je kut ogiba te svjetlosti u spektru drugog reda?

**Rješenje 022**

$$\alpha_1 = 21^\circ 15' = 21^\circ + \left(\frac{15}{60}\right)^\circ = 21^\circ + 0.25^\circ = 21.25^\circ, \quad \alpha_2 = ?$$

Maksimum rasvjete na optičkoj rešeci dan je izrazom:

$$d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Računamo kut ogiba:

$$\left. \begin{array}{l} d \cdot \sin \alpha_1 = 1 \cdot \lambda \\ d \cdot \sin \alpha_2 = 2 \cdot \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{d \cdot \sin \alpha_1}{d \cdot \sin \alpha_2} = \frac{1 \cdot \lambda}{2 \cdot \lambda} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha_2 = 2 \cdot \sin \alpha_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_2 = 2 \cdot \sin 21.25^\circ = 2 \cdot 0.362438038 = 0.724876076 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \sin^{-1} 0.724876076 = [\text{ili } \arcsin 0.724876076] = 46.27^\circ.$$

**Vježba 022**

Monokromatska se svjetlost ogiba na optičkoj rešeci pod kutom  $21^\circ 30'$  u spektru prvog reda. Koliki je kut ogiba te svjetlosti u spektru drugog reda?

**Rezultat:**  $47^\circ 8'$ .

**Zadatak 023 (Gabi, gimnazija)**

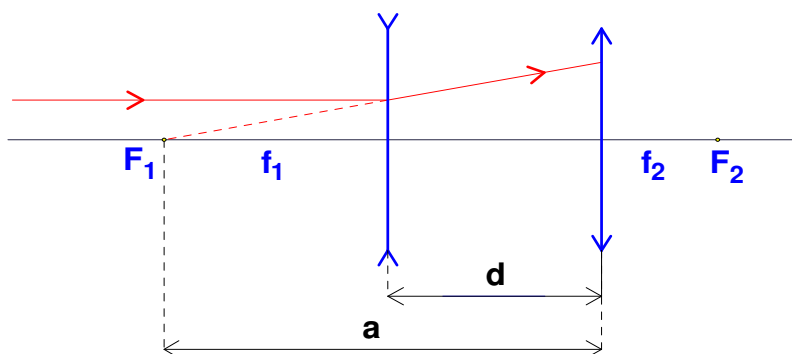
Iza divergentne leće jakosti  $-2.5$  dioptrija nalazi se konvergentna leća na udaljenosti  $30$  cm. Žarišna je udaljenost konvergentne leće  $50$  cm. Koliko se daleko od konvergentne leće fokusira paralelni snop zraka koji upada na divergentnu leću?

**Rješenje 023**

$$j = 2.5 \text{ m}^{-1} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{j} = \frac{1}{2.5 \text{ m}^{-1}} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}, \quad d = 30 \text{ cm}, \quad f_2 = 50 \text{ cm}, \quad b = ?$$

Za konvergentnu leću vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} a = f_1 + d = 40 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 70 \text{ cm} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a - f_2}{a \cdot f_2} \Rightarrow b = \frac{a \cdot f_2}{a - f_2} = \frac{70 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}}{70 \text{ cm} - 50 \text{ cm}} = 175 \text{ cm}.$$



Na konvergentnu leću dolaze zrake koje kao da izviru iz točkastog izvora u žarištu divergentne leće.

### Vježba 023

Iza divergentne leće jakosti  $-2.5$  dioptrija nalazi se konvergentna leća na udaljenosti  $30$  cm. Žarišna je udaljenost konvergentne leće  $60$  cm. Koliko se daleko od konvergentne leće fokusira paralelni snop zraka koji upada na divergentnu leću?

**Rezultat:** 420 cm.

### Zadatak 024 (Gabi, gimnazija)

Apsolutno crno tijelo u 1 sekundi zrači energiju  $28\ 150$  J. Odredi površinu  $s$  koje tijelo zrači ako je duljina vala na koju dolazi maksimalna energija  $6 \cdot 10^{-7}$  m.

### Rješenje 024

$$t = 1 \text{ s}, \quad W = 28\ 150 \text{ J}, \quad \lambda_m = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4), \quad S = ?$$

Ponovimo!

### Wienov zakon

Umnožak apsolutne temperature  $T$  i valne duljine  $\lambda_m$  kojoj pripada maksimalna energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijeka jednak je stalnoj veličini:

$$\lambda_m \cdot T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

### Stefan-Boltzmannov zakon

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jedinici vremena određuje se zakonom:

$$P = \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

gdje je  $P$  snaga zračenja,  $T$  temperatura tijela,  $S$  površina tijela i  $\sigma$  Stefan-Boltzmannova konstanta

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

Računamo površinu:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_m \cdot T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \\ P = \sigma \cdot S \cdot T^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_m \cdot T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \\ \frac{W}{t} = \sigma \cdot S \cdot T^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_m \cdot T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \\ W = t \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{W}{t \cdot \sigma \cdot T^4} = \frac{W}{t \cdot \sigma \cdot \left( \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_m} \right)^4} = \frac{28\ 150 \text{ J}}{1 \text{ s} \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot \left( \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \right)^4} = 9.1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

### Vježba 024

Apsolutno crno tijelo u 2 sekunde zrači energiju  $28\ 150$  J. Odredi površinu  $s$  koje tijelo zrači ako je duljina vala na koju dolazi maksimalna energija  $6 \cdot 10^{-7}$  m.

**Rezultat:** 4.5 cm<sup>2</sup>.

**Zadatak 025 (Gabi, gimnazija)**

Kolika je promjena valne duljine zrake žute svjetlosti pri prijelazu iz zraka u staklo? Indeks loma zraka je 1.0, a indeks loma stakla 1.5. Valna duljina žute svjetlosti u zraku je 590 nm.

**Rješenje 025**

$$n_1 = 1.0, \quad n_2 = 1.5, \quad \lambda_1 = 590 \text{ nm}, \quad \Delta\lambda = ?$$

Iz Snell – Descartesova zakona loma  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$  dobije se:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2 \cdot f}{\lambda_1 \cdot f} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \lambda_1.$$

Promjena valne duljine žute svjetlosti iznosi:

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_1 - \frac{n_1}{n_2} \cdot \lambda_1 = \lambda_1 \cdot \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = 590 \text{ nm} \cdot \left(1 - \frac{1.0}{1.5}\right) = 197 \text{ nm}.$$

**Vježba 025**

Kolika je promjena valne duljine zrake svjetlosti, valne duljine u zraku 570 nm, pri prijelazu iz zraka u staklo? Indeks loma zraka je 1.0, a indeks loma stakla 1.5.

**Rezultat:** 187 nm.

**Zadatak 026 (Gabi, gimnazija)**

Kuglica promjera 2 cm zrcali se na konveksnom zrcalu polumjera 40 cm udaljenom 100 cm. Kolika je veličina slike?

**Rješenje 026**

$$y = 2 \text{ cm}, \quad R = 40 \text{ cm}, \quad a = 100 \text{ cm}, \quad y' = ?$$

Jednadžba sfernog zrcala glasi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{ili} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R},$$

gdje je a udaljenost predmeta od zrcala, b udaljenost slike od zrcala, f žarišna udaljenost, R polumjer zakrivljenosti zrcala.

Kod konveksnog zrcala udaljenost virtualnih slika b i fokalna daljina f imaju negativan predznak pa jednadžba glasi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} - \frac{1}{b} &= -\frac{2}{R} \Rightarrow -\frac{1}{b} = -\frac{2}{R} - \frac{1}{a} \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{R} + \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2 \cdot a + R}{a \cdot R} \Rightarrow b = \frac{a \cdot R}{2 \cdot a + R} = \\ &= \frac{100 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{2 \cdot 100 \text{ cm} + 40 \text{ cm}} = 16.67 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Veličina slike kuglice je:

$$\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} \Rightarrow y' = \frac{b}{a} \cdot y = \frac{16.67 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} \cdot 2 \text{ cm} = 0.33 \text{ cm}.$$

**Vježba 026**

Kuglica promjera 4 cm zrcali se na konveksnom zrcalu polumjera 40 cm udaljenom 100 cm. Kolika je veličina slike?

**Rezultat:** 0.67 cm.

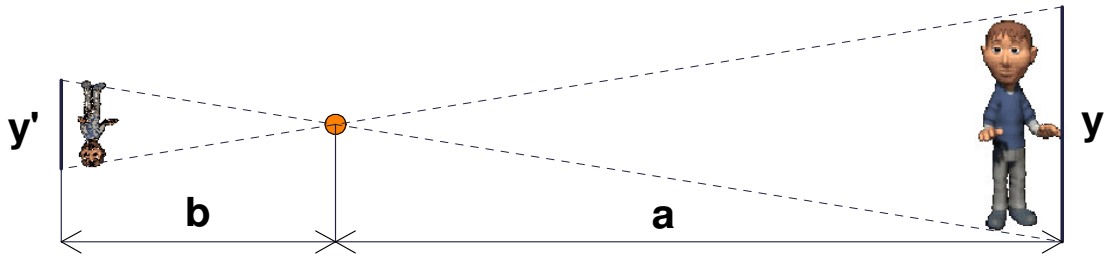
**Zadatak 027 (Gabi, gimnazija)**

Kolika je žarišna udaljenost objektiva fotoaparata ako je na filmu slika čovjeka visine 1.8 m, udaljenog 5 m, veličine 3.86 cm?

**Rješenje 027**

$$y = 1.8 \text{ m} = 180 \text{ cm}, \quad a = 5 \text{ m} = 500 \text{ cm}, \quad y' = 3.86 \text{ cm}, \quad f = ?$$

Iz sličnosti trokuta slijedi:  $\frac{b}{a} = \frac{y'}{y} \Rightarrow b = \frac{y'}{y} \cdot a.$



Žarišna udaljenost objektivna fotoaparata je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{a+b}{a \cdot b} \Rightarrow f = \frac{a \cdot b}{a+b} = \frac{a \cdot \frac{y'}{y} \cdot a}{a + \frac{y'}{y} \cdot a} = \frac{\frac{y' \cdot a^2}{y}}{\frac{a \cdot y + y' \cdot a}{y}} = \frac{y' \cdot a^2}{a \cdot (y + y')} = \frac{y' \cdot a}{y + y'}$$

$$= \frac{3.86 \text{ cm} \cdot 500 \text{ cm}}{180 \text{ cm} + 3.86 \text{ cm}} = 10.5 \text{ cm.}$$

### Vježba 027

Kolika je žarišna udaljenost objektivna fotoaparata ako je na filmu slika čovjeka visine 1.8 m, udaljenog 5 m, veličine 3.5 cm?

**Rezultat:** 9.54 cm.

### Zadatak 028 (Mira, gimnazija)

Iz zrakoplova, koji leti na visini 3000 m treba snimiti površinu od 0.2 km<sup>2</sup> na Zemlji, koja ima oblik kvadrata. Kolika mora biti jakost leće objektivna fotoaparata, ako površina snimke na fotografskoj ploči treba iznositi 8 cm<sup>2</sup>?

### Rješenje 028

$$h = 3000 \text{ m}, \quad S_1 = 0.2 \text{ km}^2 = 200\,000 \text{ m}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ m}^2, \quad S_2 = 8 \text{ cm}^2 = 0.0008 \text{ m}^2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$j = ?$$

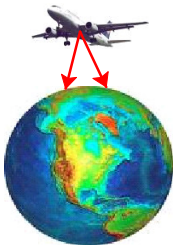
Ponovimo!

Dva su geometrijska lika slična ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne, tj. ako vrijedi:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = \frac{d_1}{d} = \dots = k.$$

Površine sličnih geometrijskih likova odnose se kao kvadrati duljina pripadnih stranica, tj. ako je  $\frac{a_1}{a} = k$ ,

tada je  $\frac{P_1}{P} = k^2$ .



Neka je a udaljenost predmeta od leće. To znači da je a = h. Slovom b označit ćemo udaljenost slike od leće.

Iz formule za povećanje dobije se b:

$$m = \frac{b}{a} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{svojstvo sličnih} \\ \text{likova} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} \Rightarrow b = a \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} \Rightarrow b = h \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}$$

$$= 3000 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^5 \text{ m}^2}} = 0.19 \text{ m.}$$

Jakost leće objektivna fotoaparata je:

$$j = \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{h+b}{h \cdot b} = \frac{3000 \text{ m} + 0.19 \text{ m}}{3000 \text{ m} \cdot 0.19 \text{ m}} = 5.26 \text{ m}^{-1} = 5.26 \text{ dioptrijska.}$$

### Vježba 028

Iz zrakoplova, koji leti na visini 3000 m treba snimiti površinu od 0.4 km<sup>2</sup> na Zemlji, koja ima oblik kvadrata. Kolika mora biti jakost leće objektiva fotoaparata, ako površina snimke na fotografskoj ploči treba iznositi 8 cm<sup>2</sup>?

**Rezultat:** 7.69 dioptriya.

### Zadatak 029 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Predmet visine 6 cm udaljen je 30 cm od konveksne leće. Leća stvara sliku predmeta na udaljenosti 90 cm i to na istoj strani na kojoj se nalazi predmet. Kolika je žarišna daljina leće?

#### Rješenje 029

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f je fokalna daljina leće. Za ovaj oblik jednadžbe vrijedi dogovor da neke veličine uzimamo s negativnim predznakom. To su udaljenost virtualne slike od tjemena leće i žarišna udaljenost divergentne leće. Ostale su veličine pozitivne. Budući da je slika virtualna (jer je na istoj strani konvergentne leće kao i predmet) njezina udaljenost od tjemena leće je negativna.

$$y = 6 \text{ cm}, \quad a = 30 \text{ cm}, \quad b = -90 \text{ cm}, \quad f = ?$$

Žarišna daljina leće iznosi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{b+a}{a \cdot b} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{a \cdot b}{a+b} \Rightarrow f = \frac{30 \text{ cm} \cdot (-90 \text{ cm})}{30 \text{ cm} + (-90 \text{ cm})} = \frac{-2700 \text{ cm}^2}{-60 \text{ cm}} = 45 \text{ cm}.$$

### Vježba 029

Predmet visine 6 cm udaljen je 40 cm od konveksne leće. Leća stvara sliku predmeta na udaljenosti 90 cm i to na istoj strani na kojoj se nalazi predmet. Kolika je žarišna daljina leće?

**Rezultat:** 72 cm.

### Zadatak 030 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Kolika duljina puta u vakuumu sadrži jednak broj valnih duljina monokromatske svjetlosti kao što ih ima u vodi indeksa loma 4/3 na duljini 3 mm?

#### Rješenje 030

$$n = \frac{4}{3}, \quad \lambda = 3 \text{ mm}, \quad \lambda_1 = ?$$

Pri prijelazu svjetlosti iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a mijenja se valna duljina i brzina svjetlosti.

Frekvencija monokromatske svjetlosti u vodi je:

$$\left. \begin{array}{l} n = \frac{c}{v} \\ v = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda \cdot \nu} \quad /: \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu \cdot n = c \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda \cdot n}.$$

Frekvencija monokromatske svjetlosti u vakuumu iznosi:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_1}.$$

Slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{c}{\lambda \cdot n} \\ \nu = \frac{c}{\lambda_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda \cdot n} \quad /: c \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda \cdot n} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda \cdot n = 3 \text{ mm} \cdot \frac{4}{3} = 4 \text{ mm}.$$

### Vježba 030

Kolika duljina puta u vakuumu sadrži jednak broj valnih duljina monokromatske svjetlosti kao što ih ima u vodi indeksa loma 4/3 na duljini 6 mm?

**Rezultat:** 8 mm.

**Zadatak 031 (Kristina – Kiki, medicinska škola)**

Kolika je žarišna daljina objektivna fotoaparata, ako je na filmu slika čovjeka visokog 1.80 m i udaljenog 5 m, veličine 3.86 cm?

**Rješenje 031**

$$y = 1.80 \text{ m}, \quad a = 5 \text{ m}, \quad y' = -3.86 \text{ cm} = -0.0386 \text{ m (slika je obrnuta)}, \quad f = ?$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna. Iz povećanja dobije se udaljenost  $b$  slike od leće:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = -a \cdot \frac{y'}{y}.$$

Žarišna daljina objektivna fotoaparata iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{b+a}{a \cdot b} \Rightarrow f = \frac{a \cdot b}{a+b} = \frac{a \cdot \left(-a \cdot \frac{y'}{y}\right)}{a - a \cdot \frac{y'}{y}} = \frac{-a^2 \cdot \frac{y'}{y}}{a \cdot \left(1 - \frac{y'}{y}\right)} = -a \cdot \frac{\frac{y'}{y}}{1 - \frac{y'}{y}} = -a \cdot \frac{\frac{y'}{y}}{\frac{y-y'}{y}} = \\ &= -a \cdot \frac{y'}{y-y'} = -5 \text{ m} \cdot \frac{-0.0386 \text{ m}}{1.80 \text{ m} - (-0.0386 \text{ m})} = 5 \text{ m} \cdot \frac{0.0386 \text{ m}}{1.80 \text{ m} + 0.0386 \text{ m}} = 0.105 \text{ m} = 10.5 \text{ cm}. \end{aligned}$$

**Vježba 031**

Kolika je žarišna daljina objektivna fotoaparata, ako je na filmu slika čovjeka visokog 1.70 m i udaljenog 5 m, veličine 2 cm?

**Rezultat:** 5.8 cm.

**Zadatak 032 (Kristina – Kiki, medicinska škola)**

Na koju udaljenost od konkavnog zrcala žarišne daljine 20 cm treba postaviti realan predmet da njegova slika bude uspravna i dva puta povećana?

**Rješenje 032**

$$f = 20 \text{ cm}, \quad y' = 2 \cdot y, \quad a = ?$$

Povećanje zrcala  $\gamma$  zovemo omjerom između veličine slike  $y'$  i veličine predmeta  $y$ :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna. Iz povećanja odredimo vezu između  $a$  i  $b$ :

$$\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{2 \cdot y}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = -2 \cdot a$$

Udaljenost  $a$  realnog predmeta od konkavnog zrcala iznosi:

$$\left. \begin{aligned} b &= -2 \cdot a \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{-2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2-1}{2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow 2 \cdot a = f \Rightarrow a = \frac{1}{2} \cdot f = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm}.$$

**Vježba 032**

Na koju udaljenost od konkavnog zrcala žarišne daljine 40 cm treba postaviti realan predmet da njegova slika bude uspravna i dva puta povećana?

**Rezultat:** 20 cm.

### Zadatak 033 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Žarulja se nalazi 3 m ispod mirne površine vode. Koliki je promjer kruga svjetlosti na površini vode? Indeks loma na granici zrak – voda je 1.33.

#### Rješenje 033

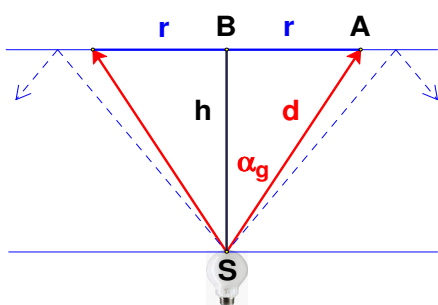
$$h = 3 \text{ m}, \quad n = 1.33, \quad 2 \cdot r = ?$$

Zrake svjetlosti iz žarulje padaju na površinu koja dijeli vodu i zrak, pri čemu prelaze iz optički gušćeg sredstva u optički rjeđe sredstvo. Zrake koje padaju na graničnu površinu pod kutom većim od graničnog kuta  $\alpha_g$  ne prelaze u drugo sredstvo, nego se reflektiraju (totalna refleksija!). Prema tome, u zrak izlaze samo zrake kojima je kut upada manji od kuta totalne refleksije  $\alpha_g$ .

Sa slike se vidi:

$$|BA| = r, \quad |SA| = d, \quad |SB| = h.$$

Iz pravokutnog trokuta SAB dobije se pomoću Pitagorina poučka hipotenuza d:



$$|SA|^2 = |SB|^2 + |BA|^2 \Rightarrow d^2 = h^2 + r^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{h^2 + r^2}.$$

Za granični kut  $\alpha_g$  totalne refleksije vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_g &= \frac{1}{n} \\ \sin \alpha_g &= \frac{|BA|}{|SA|} = \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{1}{n} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{h^2 + r^2} = \frac{1}{n^2} \Rightarrow r^2 \cdot n^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow r^2 \cdot n^2 - r^2 = h^2 \Rightarrow r^2 \cdot (n^2 - 1) = h^2 \Rightarrow r^2 = \frac{h^2}{n^2 - 1} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{h^2}{n^2 - 1}} \Rightarrow r = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{3 \text{ m}}{\sqrt{1.33^2 - 1}} = 3.42 \text{ m}.$$

Promjer kruga svjetlosti na vodi iznosi:

$$2 \cdot r = 2 \cdot 3.42 \text{ m} = 6.84 \text{ m}.$$

#### Vježba 033

Žarulja se nalazi 20 cm ispod mirne površine vode. Koliki je promjer kruga svjetlosti na površini vode? Indeks loma na granici zrak – voda je 1.25.

**Rezultat:** 53.2 cm.

### Zadatak 034 (Gabi, gimnazija)

Predmet je na udaljenosti a ispred tjemena konkavnog sfernog zrcala polumjera zakrivljenosti a. Koliko je povećanje zrcala?

#### Rješenje 034

$$R = a, \quad m = ?$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \Rightarrow b = a.$$

Povećanje iznosi:

$$m = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{a} = -1.$$

#### Vježba 034

Predmet je na udaljenosti 40 cm ispred tjemena konkavnog sfernog zrcala polumjera zakrivljenosti 40 cm. Koliko je povećanje zrcala?

**Rezultat:** -1.

### Zadatak 035 (Mira, gimnazija)

Udaljenost je predmeta od konvergentne leće  $n$  puta veća od žarišne udaljenosti leće. Koliko će puta slika biti manja od predmeta?

#### Rješenje 035

$$a = n \cdot f, \quad y' : y = ?$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{a \cdot f} \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f \cdot f}{n \cdot f - f} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f^2}{f \cdot (n-1)} \Rightarrow b = \frac{n \cdot f}{n-1}$$

Omjer iznosi:

$$\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{\frac{n \cdot f}{n-1}}{\frac{n \cdot f}{n-1}} = \frac{1}{n-1}$$

Slika će biti manja  $n - 1$  puta.

### Vježba 035

Udaljenost je predmeta od konvergentne leće 5 puta veća od žarišne udaljenosti leće. Koliko će puta slika biti manja od predmeta?

**Rezultat:** Slika će biti manja četiri puta.

### Zadatak 036 (Mario, elektrotehnička škola)

Zraka svjetlosti koja se odbija od ravnog zrcala čini kut od  $60^\circ$  s upadnom zrakom. Ako zrcalo zakrenemo tako da odbijena zraka zatvara kut od  $20^\circ$  s istom upadnom zrakom, za koliko smo stupnjeva zakrenuli zrcalo?

#### Rješenje 036

1. inačica

$$\alpha + \beta = 60^0, \quad \alpha' + \beta' = 20^0, \quad \varphi = ?$$

$$\left[ \begin{array}{l} \varphi - \text{kut} \\ \text{zakretanja zrcala} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha' = \alpha - \varphi \\ \beta' = \beta - \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \alpha' + \beta' = \alpha + \beta - 2 \cdot \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \varphi = (\alpha + \beta) - (\alpha' + \beta') \quad /:2 \Rightarrow \varphi = \frac{(\alpha + \beta) - (\alpha' + \beta')}{2} = \frac{60^0 - 20^0}{2} = 20^0$$

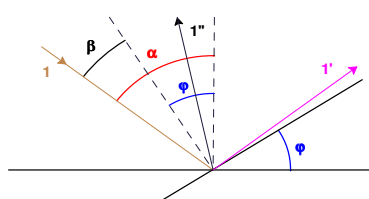
2. inačica

$$\alpha + \beta = 60^0, \quad \alpha' + \beta' = 20^0, \quad \varphi = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 60^0 \\ \alpha' + \beta' = 20^0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zakon odbijanja (refleksije) svjetlosti} \\ \alpha = \beta, \quad \alpha' = \beta' \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha = 30^0 \\ \alpha' = 10^0 \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \alpha - \alpha' = 30^0 - 10^0 = 20^0$$

3. inačica

Gledaj sliku!



$$\left[ \begin{array}{l} \text{Zakon odbijanja (refleksije) svjetlosti:} \\ \text{kut upada zrake jednak je kutu odbijanja} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha = 60^0 \\ 2 \cdot \beta = 20^0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha = 30^0 \\ \beta = 10^0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \varphi - \text{kut} \\ \text{zakretanja zrcala} \end{array} \right] \Rightarrow \varphi = \alpha - \beta = 30^0 - 10^0 = 20^0$$

### Vježba 036

Zraka svjetlosti koja se odbija od ravnog zrcala čini kut od  $60^\circ$  s upadnom zrakom. Ako zrcalo zakrenemo tako da odbijena zraka zatvara kut od  $10^\circ$  s istom upadnom zrakom, za koliko smo stupnjeva zakrenuli zrcalo?

**Rezultat:**  $25^\circ$ .

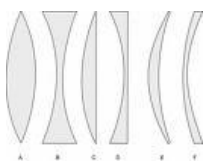


### Zadatak 037 (Fun, gimnazija)

Na zastoru udaljenom 1.2 m od predmeta dobiva se pomoću leće dvostruko uvećana slika. Kolika je žarišna daljina upotrijebljene leće?

#### Rješenje 037

$$a + b = 1.2 \text{ m}, \quad m = 2, \quad f = ?$$



Jednadžba tanke leće glasi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta,  $b$  udaljenost slike od tjemena leće i  $f$  žarišna daljina leće. Povećanje leće je omjer veličine slike  $y'$  i veličine predmeta  $y$ :

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Budući da je slika dvostruko uvećana, vrijedi:

$$y' = 2 \cdot y \Rightarrow m = \frac{y'}{y} \Rightarrow m = \frac{2 \cdot y}{y} \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2 \cdot a.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 1.2 \\ b = 2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow a + 2 \cdot a = 1.2 \Rightarrow 3 \cdot a = 1.2 \quad /:3 \Rightarrow a = 0.4 \text{ m}.$$

Računamo žarišnu daljinu:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \\ b = 2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2+1}{2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{2 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{2 \cdot a}{3} = \frac{2 \cdot 0.4 \text{ m}}{3} = 0.267 \text{ m} = 26.7 \text{ cm}.$$

### Vježba 037

Na zastoru udaljenom 1.8 m od predmeta dobiva se pomoću leće dvostruko uvećana slika. Kolika je žarišna daljina upotrijebljene leće?

**Rezultat:** 40 cm.

### Zadatak 038 (Petra, gimnazija)

Fotoaparat daje sliku predmeta na fotografskoj ploči koja je udaljena od objektivu 25.5 mm. Slika je 50 puta umanjena. Kolika je jakost objektivu?

#### Rješenje 038

$$b = 25.5 \text{ mm} = 0.0255 \text{ m}, \quad \gamma = -\frac{1}{50}, \quad C = ?$$



Ponovimo!

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:  $\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}$ .

Kada je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Jakost ili konvergencija leće  $C$  jest recipročna vrijednost fokalne daljine:  $C = \frac{1}{f}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = -\frac{b}{a} \\ \gamma = -\frac{1}{50} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{1}{50} \quad / \cdot (-50 \cdot a) \Rightarrow a = 50 \cdot b.$$

Računamo jakost objektivu:

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \end{array} \right\} \Rightarrow C = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow C = \frac{1}{50 \cdot b} + \frac{1}{b} \Rightarrow C = \frac{1+50}{50 \cdot b} \Rightarrow C = \frac{51}{50 \cdot b} = \frac{51}{50 \cdot 0.0255 \text{ m}} = 40 \text{ m}^{-1} = 40 \text{ dpt}.$$

### Vježba 038

Fotoaparat daje sliku predmeta na fotografskoj ploči koja je udaljena od objektiva 51 mm. Slika je 50 puta umanjena. Kolika je jakost objektiva?

**Rezultat:** 20 dpt.

### Zadatak 039 (Marina, gimnazija)

Koje povećanje daje projektor sa žarišnom daljinom objektiva 10 cm ako je 4 m udaljen od ekrana?

#### Rješenje 039

$$f = 10 \text{ cm}, \quad b = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}, \quad m = ?$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{b-f}{b \cdot f} \Rightarrow a = \frac{b \cdot f}{b-f}.$$

Računamo povećanje projektor:

$$m = -\frac{b}{a} \Rightarrow m = -\frac{b}{\frac{b \cdot f}{b-f}} \Rightarrow m = -\frac{b}{\frac{1}{\frac{b-f}{b \cdot f}}} \Rightarrow m = -\frac{b-f}{f} = -\frac{400 \text{ cm} - 10 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = -39.$$

### Vježba 039

Koje povećanje daje projektor sa žarišnom daljinom objektiva 20 cm ako je 4 m udaljen od ekrana?

**Rezultat:**  $m = -19$ .

### Zadatak 040 (Mira, gimnazija)

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 1 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

#### Rješenje 040

$$f = 1 \text{ m}, \quad y' = 4 \cdot y, \quad a = ?$$

Ponovimo!

Jednadžba sfernog zrcala daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od sfernog zrcala i fokalne daljine.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je  $a$  udaljenost predmeta od tjemena,  $b$  udaljenost slike od tjemena,  $f$  udaljenost fokusa (žarišta) od tjemena sfernog zrcala.

Povećanje zrcala  $\gamma$  zovemo omjerom između veličine slike  $y'$  i veličine predmeta  $y$ :

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Zadatak ima dva rješenja.

- Kad je  $\gamma$  negativan, slika je obrnuta i realna pa slijedi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -4 \Rightarrow -\frac{b}{a} = -4 \Rightarrow b = 4 \cdot a \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \\ b = 4 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4+1}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{5}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \Rightarrow 4 \cdot a = 5 \cdot f \quad /:4 \Rightarrow a = \frac{5}{4} \cdot f = \frac{5}{4} \cdot 1 \text{ m} = 1.25 \text{ m}.$$

- Kad je  $\gamma$  pozitivan, slika je uspravna i virtualna (irealna) pa slijedi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = 4 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 4 \Rightarrow b = -4 \cdot a \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \\ b = -4 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4-1}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{4 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot a = 3 \cdot f \quad /:4 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \cdot f = \frac{3}{4} \cdot 1 \text{ m} = 0.75 \text{ m}.$$

#### Vježba 040

Na kojoj se udaljenosti od konkavnog sfernog zrcala, fokalne daljine 2 m, mora nalaziti predmet da slika bude četiri puta veća od predmeta?

**Rezultat:** Za realnu sliku  $a = 2.5 \text{ m}$ , za virtualnu sliku  $a = 1.5 \text{ m}$ .

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)