

Zadatak 041 (Mira, gimnazija)

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju 80 kHz. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti 4.7 nF, rezonantna frekvencija smanji se na 50 kHz. Odredi induktivnost kruga.

Rješenje 041

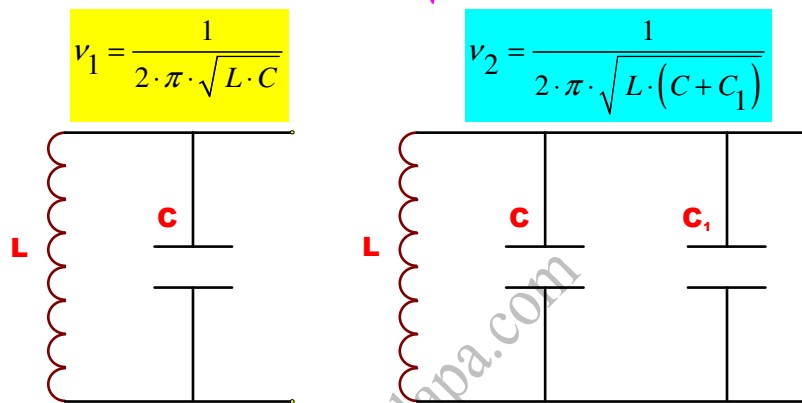
$$\nu_1 = 80 \text{ kHz} = 8 \cdot 10^4 \text{ Hz}, \quad C_1 = 4.7 \text{ nF} = 4.7 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad \nu_2 = 50 \text{ kHz} = 5 \cdot 10^4 \text{ Hz}, \quad L = ?$$

Spojimo li n kondenzatora u paralelu, ukupni će kapacitet biti

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n.$$

Kapacitet ekvivalentnog kondenzatora jednak je zbroju kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora. Električni titrajni krug (LC krug) je krug u kojem se nalazi veza kondenzatora i zavojnice. Promjena napona i jakosti struje u titrajnom krugu posljedica je odgovarajućih promjena između električnog i magnetskog polja. Frekvencija ovog titranja ovisi o kapacitetu C kondenzatora i induktivitetu L zavojnice te iznosi

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}.$$



$$\left. \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ \nu_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad /^2 \\ \nu_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \quad /^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \\ \nu_2^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \quad / \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{\nu_1^2} \\ \nu_2^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \quad / \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)}{\nu_2^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C = \frac{1}{\nu_1^2} \\ 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1) = \frac{1}{\nu_2^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\text{oduzmemo} \right] \Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1) - 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C = \frac{1}{\nu_2^2} - \frac{1}{\nu_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C + 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C_1 - 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C = \frac{1}{\nu_2^2} - \frac{1}{\nu_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C_1 = \frac{1}{\nu_2^2} - \frac{1}{\nu_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C_1 = \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{\nu_1^2 \cdot \nu_2^2} \Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C_1 = \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{\nu_1^2 \cdot \nu_2^2} \quad / \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot C_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{v_1^2 - v_2^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot C_1 \cdot v_1^2 \cdot v_2^2} \Rightarrow L = \frac{v_1^2 - v_2^2}{(2 \cdot \pi \cdot v_1 \cdot v_2)^2 \cdot C_1} =$$

$$= \frac{\left(8 \cdot 10^4 \frac{1}{s}\right)^2 - \left(5 \cdot 10^4 \frac{1}{s}\right)^2}{\left(2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^4 \frac{1}{s} \cdot 5 \cdot 10^4 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 4.7 \cdot 10^{-9} F} = 1.314 \cdot 10^{-3} H = 1.314 \text{ mH}.$$

Vježba 041

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju 80 kHz. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti 9.4 nF, rezonantna frekvencija smanji se na 50 kHz. Odredi induktivnost kruga.

Rezultat: 0.657 mH.

Zadatak 042 (Josipa, maturantica)

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 15 mH i pločastog kondenzatora kojemu su ploče, svaka površine 56.5 cm², razmaknute 1 mm. Među pločama je zrak. Kolika je rezonantna frekvencija kruga? (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$)

Rješenje 042

$$L = 15 \text{ mH} = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ H}, \quad S = 56.5 \text{ cm}^2 = 5.65 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad d = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m},$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad \nu = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan ploštini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča. Njegov kapacitete u zraku je

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuum), S površina ploče, d razmak među pločama.

Električni titrajni krug (LC krug) je krug u kojem se nalazi veza kondenzatora i zavojnice. Promjena napona i jakosti struje u titrajnom krugu posljedica je odgovarajućih promjena između električnog i magnetskog polja. Frekvencija ovog titranja ovisi o kapacitetu C kondenzatora i induktivitetu L zavojnice te iznosi

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Računamo rezonantnu frekvenciju.

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}}$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{d}{L \cdot \epsilon_0 \cdot S}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{10^{-3} \text{ m}}{1.5 \cdot 10^{-2} \text{ H} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 5.65 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}} = 1.84 \cdot 10^5 \text{ Hz}.$$

Vježba 042

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 30 mH i pločastog kondenzatora kojemu su ploče, svaka površine 56.5 cm², razmaknute 2 mm. Među pločama je zrak. Kolika je rezonantna frekvencija kruga? (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$)

Rezultat: $1.84 \cdot 10^5 \text{ Hz}$.

Zadatak 043 (Fox, tehnička škola)

Intenzitet nekog elektromagnetnog vala iznosi $1 \text{ kW} / \text{m}^2$. Izračunajte:

a) jakost polja E_0 , H_0 i B_0

b) gustoću energije.

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 043

$$I = 1 \text{ kW} / \text{m}^2 = 1000 \text{ W} / \text{m}^2, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E_0 = ?, \quad H_0 = ?, \quad B_0 = ?, \quad w = ?$$

Intenzitet elektromagnetnog vala u vakuumu računa se po formuli

$$I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2,$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuuma), μ_0 permeabilnost praznine.

Maksimalne vrijednosti električnog polja E_0 i magnetnog polja H_0 u vakuumu povezane su relacijom

$$\epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2,$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuuma), μ_0 permeabilnost praznine.

U praznini (vakuumu) magnetna indukcija B_0 i jakost magnetnog polja H_0 vezane su odnosom

$$B_0 = \mu_0 \cdot H_0.$$

Elektromagnetni val prenosi energiju. Prosječna gustoća te energije iznosi:

$$w = \frac{I}{c},$$

gdje je I intenzitet elektromagnetnog vala, c brzina svjetlosti u vakuumu.

a)

Računamo E_0 .

$$I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \cdot / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot I = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot I = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \cdot / \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \Rightarrow 2 \cdot I \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = E_0^2 \Rightarrow E_0^2 = 2 \cdot I \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_0^2 = 2 \cdot I \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot / \sqrt{\quad} \Rightarrow E_0 = \sqrt{2 \cdot I \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} = \\ = \sqrt{2 \cdot 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}}} = 868 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Računamo H_0 .

$$\epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \cdot / \cdot \frac{1}{\mu_0} \Rightarrow H_0^2 = \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \cdot E_0^2 \Rightarrow H_0^2 = \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \cdot E_0^2 \cdot / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ \Rightarrow H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0 \Rightarrow H_0 = E_0 \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = 868 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \sqrt{\frac{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}} = 2.30 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Računamo B_0 .

$$B_0 = \mu_0 \cdot H_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot 2.30 \frac{A}{m} = 2.89 \cdot 10^{-6} T.$$

b)

Računamo gustoću w .

$$w = \frac{I}{c} = \frac{1000 \frac{W}{m^2}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 3.33 \cdot 10^{-6} \frac{J}{m^3}.$$

Vježba 043

Intenzitet nekog elektromagnetnog vala iznosi $10 \text{ W} / \text{dm}^2$. Izračunajte jakost polja E_0 .

Rezultat: $868 \text{ V} / \text{m}$.

Zadatak 044 (Fox, tehnička škola)

Indukcija magnetnog polja elektromagnetnog vala iznosi 10^{-8} T . Izračunajte maksimalnu jakost električnog polja. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 044

$$B_0 = 10^{-8} \text{ T}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E_0 = ?$$

U praznini (vakuumu) magnetna indukcija B_0 i jakost magnetnog polja H_0 vezane su odnosom

$$B_0 = \mu_0 \cdot H_0,$$

gdje je μ_0 permeabilnost praznine.

Maksimalne vrijednosti električnog polja E_0 i magnetnog polja H_0 u vakuumu povezane su relacijom

$$\epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2,$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuuma), μ_0 permeabilnost praznine.

Brzina širenja elektromagnetnih valova kroz vakuum računa se po formuli

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}.$$

$$\left. \begin{array}{l} B_0 = \mu_0 \cdot H_0 \\ \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} B_0 = \mu_0 \cdot H_0 \cdot \frac{1}{\mu_0} \\ \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} \\ \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot \left(\frac{B_0}{\mu_0} \right)^2 \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot \frac{B_0^2}{\mu_0^2} \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0} \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \Rightarrow E_0^2 = \frac{B_0^2}{\epsilon_0 \cdot \mu_0} \Rightarrow E_0^2 = \frac{B_0^2}{\epsilon_0 \cdot \mu_0} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{B_0^2}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_0 = \frac{B_0}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \Rightarrow E_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot B_0 \Rightarrow E_0 = c \cdot B_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-8} \text{ T} = 3 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 044

Indukcija magnetnog polja elektromagnetnog vala iznosi 10^{-7} T . Izračunajte maksimalnu jakost električnog polja. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: 30 V / m.

Zadatak 045 (Nikica, tehnička škola)

Odredite kvocijent amplituda električnog i magnetnog polja u vakuumu. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$)

Rješenje 045

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}, \quad E_0 / H_0 = ?$$

Maksimalne vrijednosti električnog polja E_0 i magnetnog polja H_0 u vakuumu povezane su relacijom

$$\epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2,$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuumu), μ_0 permeabilnost praznine.

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 &\Rightarrow \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \mu_0 \cdot H_0^2 \cdot \frac{1}{\epsilon_0 \cdot H_0^2} \Rightarrow \frac{E_0^2}{H_0^2} = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \Rightarrow \left(\frac{E_0}{H_0}\right)^2 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{E_0}{H_0}\right)^2 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \cdot \sqrt{} \Rightarrow \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}}} = 376.73 \Omega \approx 377 \Omega. \end{aligned}$$

Pokažimo kako se dobije mjerna jedinica Ω .

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{\frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}}} &= \sqrt{\frac{\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{C}^2}} = \left[\text{T} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] = \sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{C}^2}} = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{m} \cdot \text{A} \cdot \text{C}^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{A}} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{C}^2}} = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{A} \cdot \text{C}^2}} = \sqrt{\frac{\text{N}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{C}^2}} = \sqrt{\frac{(\text{N} \cdot \text{m})^2}{(\text{A} \cdot \text{C})^2}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{C}} = [\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}] = \\ &= \frac{\text{J}}{\text{A} \cdot \text{C}} = \left[\frac{\text{J} = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{C} = \text{A} \cdot \text{s}} \right] = \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \left[\frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega \right] = \Omega. \end{aligned}$$

Vježba 045

Odredite kvocijent amplituda magnetnog i električnog polja u vakuumu. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$)

Rezultat: $\frac{1}{377 \Omega}$.

Zadatak 046 (Marin, gimnazija)

Snop od 10^8 elektrona giba se kao točkasti naboj brzinom $10^6 \text{ m} / \text{s}$ po osi x. Odredi jakost magnetnog polja u trenutku kada se snop nalazi u ishodištu u točki (0, 10). Koordinate su u centimetrima. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

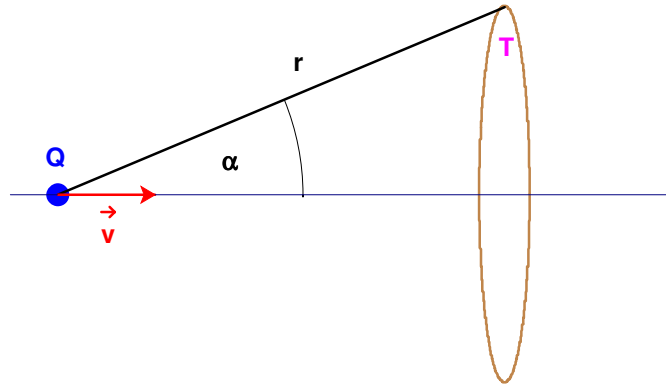
Rješenje 046

$$N = 10^8, \quad v = 10^6 \text{ m} / \text{s}, \quad T(0, 10), \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad H = ?$$

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvanata elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

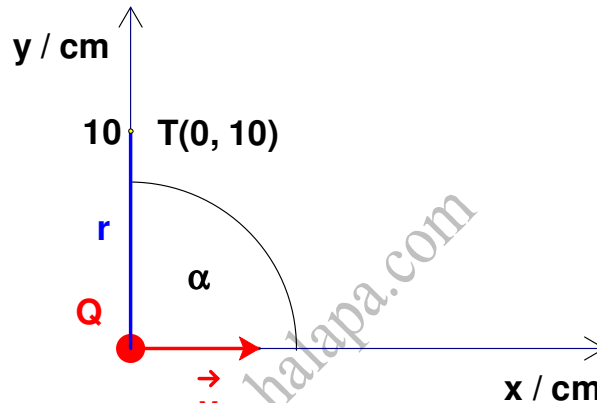
gdje je N cijeli broj, e elementarni naboj.



Naboj Q u gibanju izaziva oko sebe magnetno polje jakosti

$$H = \frac{Q \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

Računamo jakost magnetnog polja H u točki T(0, 10).



Sa slike vidi se:

$$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \alpha = 90^\circ.$$

Tada je:

$$\left. \begin{aligned} Q &= N \cdot e \\ H &= \frac{Q \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow H = \frac{N \cdot e \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{10^8 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 90^\circ}{4 \cdot \pi \cdot (0.1 \text{ m})^2} = 1.275 \cdot 10^{-4} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Vježba 046

Snop od 10^8 elektrona giba se kao točkasti naboj brzinom 10^3 km/s po osi x. Odredi jakost magnetnog polja u trenutku kada se snop nalazi u ishodištu u točki (0, 10). Koordinate su u centimetrima. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $1.275 \cdot 10^{-4} \text{ A/m}$.

Zadatak 047 (Marin, gimnazija)

Snop od 10^8 elektrona giba se kao točkasti naboj brzinom 10^6 m/s po osi x. Odredi jakost magnetnog polja u trenutku kada se snop nalazi u ishodištu u točki (20, 10). Koordinate su u centimetrima. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

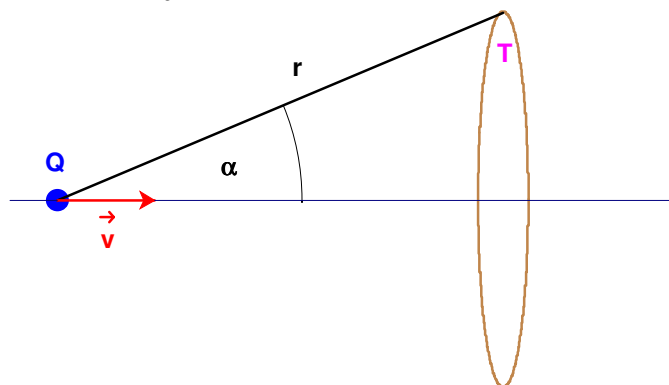
Rješenje 047

$$N = 10^8, \quad v = 10^6 \text{ m/s}, \quad T(20, 10), \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad H = ?$$

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvantata elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj, e elementarni naboj.



Naboj Q u gibanju izaziva oko sebe magnetno polje jakosti

$$H = \frac{Q \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

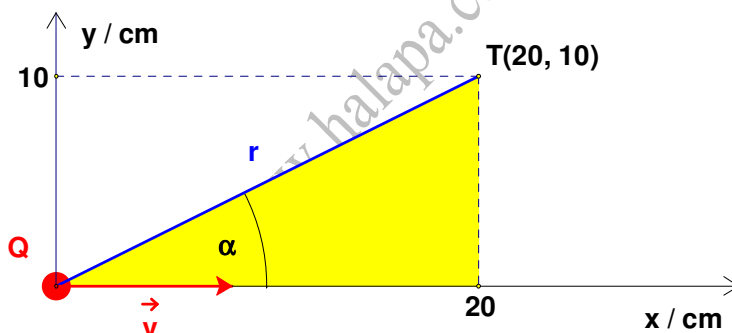
Pitagorin poučak

Trokut je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Računamo jakost magnetnog polja H u točki T(20, 10).



Sa slike vidi se:

$$x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad y = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}.$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete x i y, a hipotenuza je r. Tada vrijedi:

$$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r^2 = x^2 + y^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Sinus kuta α iznosi:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Jakost magnetnog polja H je:

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e \\ H = \frac{Q \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow H = \frac{N \cdot e \cdot v \cdot \sin \alpha}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \left[\begin{array}{l} r^2 = x^2 + y^2 \\ \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{N \cdot e \cdot v \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{4 \cdot \pi \cdot (x^2 + y^2)} \Rightarrow H = \frac{N \cdot e \cdot v \cdot y}{4 \cdot \pi \cdot (x^2 + y^2) \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{N \cdot e \cdot v \cdot y}{4 \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3} = \frac{10^8 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.1 \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{(0.2 \text{ m})^2 + (0.1 \text{ m})^2}\right)^3} = 1.14 \cdot 10^{-5} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Vježba 047

Snop od 10^8 elektrona giba se kao točkasti naboj brzinom 10^3 km / s po osi x. Odredi jakost magnetnog polja u trenutku kada se snop nalazi u ishodištu u točki (20, 10). Koordinate su u centimetrima. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $1.14 \cdot 10^{-5}$ A / m.

Zadatak 048 (Ante, gimnazija)

Lokalna kratkovalna radiopostaja emitira svoj program na frekvenciji 110 kHz, a popularni radio 101 na frekvenciji 94.7 MHz. Čiji će valovi u kraćem vremenu dosegnuti na udaljenosti od 2 km?

- A. valovi lokalne postaje stići će trećinu sekunde ranije od valova stojedinice
- B. valovi lokalne postaje stići će trećinu sekunde kasnije od valova stojedinice
- C. valovi obiju postaja doći će istodobno
- D. lokalna postaja ne može dosegnuti tu udaljenost
- E. stojedinica ne može dosegnuti tu udaljenost

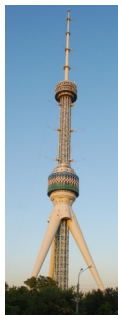
Rješenje 048

$$v_1 = 110 \text{ kHz}, \quad v_2 = 94.7 \text{ MHz}, \quad s = 2 \text{ km}$$

Elektromagnetski val je posljedica gibanja naboja i prenosi elektromagnetsku energiju. U slobodnom prostoru rasprostire se brzinom svjetlosti. U vakuumu svi elektromagnetski valovi rasprostiru se jednakom brzinom bez obzira na njihovu frekvenciju (valnu duljinu). **Maxwell je u svojoj elektromagnetskoj teoriji predvidio da se svi elektromagnetski valovi bez obzira na frekvenciju u zraku rasprostiru jednakom brzinom.**

Valovi obiju radiopostaja doći će istodobno jer imaju jednaku brzinu.

Odgovor je pod C.



Vježba 048

Lokalna kratkovalna radiopostaja emitira svoj program na frekvenciji 130 kHz, a popularni radio 101 na frekvenciji 94.7 MHz. Čiji će valovi u kraćem vremenu dosegnuti na udaljenosti od 2 km?

- A. valovi lokalne postaje stići će trećinu sekunde ranije od valova stojedinice
- B. valovi lokalne postaje stići će trećinu sekunde kasnije od valova stojedinice
- C. valovi obiju postaja doći će istodobno
- D. lokalna postaja ne može dosegnuti tu udaljenost
- E. stojedinica ne može dosegnuti tu udaljenost

Rezultat: C.

Zadatak 049 (Dominik, gimnazija)

Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da bi uz zavojnicu induktivnosti 3 mH perioda LC – titrajnog kruga bila $7 \cdot 10^{-5}$ s?

Rješenje 049

$$L = 3 \text{ mH} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ H}, \quad T = 7 \cdot 10^{-5} \text{ s}, \quad C = ?$$

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktivnosti L. Vrijeme jednog titraja (periode) struje ili napona takvog kruga određujemo pomoću Thomsonove formule

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}.$$

$$\begin{aligned} T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} &\Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = T \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = T \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} = \frac{T}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} &= \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow L \cdot C = \left(\frac{T}{2 \cdot \pi} \right)^2 \Rightarrow L \cdot C = \left(\frac{T}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{L} \Rightarrow C = \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{T}{2 \cdot \pi} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{3 \cdot 10^{-3} \text{ H}} \cdot \left(\frac{7 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 = 4.14 \cdot 10^{-8} \text{ F}. \end{aligned}$$

Vježba 049

Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da bi uz zavojnicu induktivnosti 4 mH perioda LC – titrajnog kruga bila $7 \cdot 10^{-5}$ s?

Rezultat: $3.10 \cdot 10^{-8} \text{ F}$.

Zadatak 050 (Leo, tehnička škola)

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona 230 V. Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora 15Ω , njime teče struja 1.5 A. Koliki je prijenosni omjer transformatora N_1 / N_2 ? Kako glase jednadžbe za transformator?

Rješenje 050

$$U_1 = 230 \text{ V}, \quad R = 15 \Omega, \quad I = 1.5 \text{ A}, \quad N_1 / N_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su N_1 , U_1 i N_2 , U_2 broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= I \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} &= \frac{U_1}{U_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{I \cdot R} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{230 \text{ V}}{1.5 \text{ A} \cdot 15 \Omega} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{230 \text{ V}}{22.5 \text{ V}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{kratimo} \\ \text{sa 2.5} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{92}{9}.$$

Za transformatore bez gubitka (idealne transformatore) vrijedi:

- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$
- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$
- $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$,

gdje su U_1 , I_1 , N_1 i U_2 , I_2 , N_2 napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Vježba 050

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona 0.23 kV. Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora 15Ω , njime teče struja 1.5 A. Koliki je prijenosni omjer transformatora N_1 / N_2 ?

Rezultat: 92 : 9.

Zadatak 051 (Marinela, Marija, gimnazija)

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 1000 zavoja i otpor 100Ω . Ako sekundarna zavojnica ima 500 zavoja, koliki je sekundarni napon?

Rješenje 051

$$I_1 = 0.1 \text{ A}, \quad N_1 = 1000, \quad R = 100 \Omega, \quad N_2 = 500, \quad U_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su N_1 , U_1 i N_2 , U_2 broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = I_1 \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \cdot \frac{U_2 \cdot N_2}{N_1} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot R \cdot \frac{N_2}{N_1} =$$
$$= 0.1 \text{ A} \cdot 100 \Omega \cdot \frac{500}{1000} = 5 \text{ V}.$$

Vježba 051

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 800 zavoja i otpor 100Ω . Ako sekundarna zavojnica ima 400 zavoja, koliki je sekundarni napon?

Rezultat: 5 V.

Zadatak 052 (Marinela, Marija, gimnazija)

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 1500 zavoja i otpor 100Ω . Ako sekundarna zavojnica ima 750 zavoja, koliki je sekundarni napon?

Rješenje 052

$$I_1 = 0.1 \text{ A}, \quad N_1 = 1500, \quad R = 100 \Omega, \quad N_2 = 750, \quad U_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su N_1 , U_1 i N_2 , U_2 broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = I_1 \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \cdot \frac{U_2 \cdot N_2}{N_1} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot R \cdot \frac{N_2}{N_1} =$$
$$= 0.1 \text{ A} \cdot 100 \Omega \cdot \frac{750}{1500} = 5 \text{ V}.$$

Vježba 052

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 2000 zavoja i otpor 100 Ω. Ako sekundarna zavojnica ima 1000 zavoja, koliki je sekundarni napon?

Rezultat: 5 V.

Zadatak 053 (Filip, Mišo, strukovna škola)

Napon na dalekovodu od 240 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 2.4 kV. Primarni krug ima 10000 zavoja. Koliko zavoja mora imati sekundarni krug? Kolika je struja u primarnom krugu ako je ona u sekundarnome 500 A? Gubitak zanemarite.

Rješenje 053

$$U_1 = 240 \text{ kV} = 2.4 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad U_2 = 2.4 \text{ kV} = 2.4 \cdot 10^3 \text{ V}, \quad N_1 = 10000, \quad I_2 = 500 \text{ A}, \quad N_2 = ?, \\ I_1 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1},$$

gdje su N_1 , U_1 , I_1 i N_2 , U_2 , I_2 broj zavoja, napon i jakost struje u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici. Računamo broj zavoja u sekundarnom krugu.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 = \frac{2.4 \cdot 10^3 \text{ V}}{2.4 \cdot 10^5 \text{ V}} \cdot 10000 = 100.$$

Računamo struju u primarnom krugu.

1. inačica

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{N_2 \cdot I_1}{N_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 500 \text{ A} \cdot \frac{100}{10000} = 5 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{U_2 \cdot I_1}{U_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{U_2}{U_1} = 500 \text{ A} \cdot \frac{2.4 \cdot 10^3 \text{ V}}{2.4 \cdot 10^5 \text{ V}} = 5 \text{ A}.$$

Vježba 053

Napon na dalekovodu od 420 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 4.2 kV. Primarni krug ima 10000 zavoja. Koliko zavoja mora imati sekundarni krug? Kolika je struja u primarnom krugu ako je ona u sekundarnome 0.5 kA? Gubitak zanemarite.

Rezultat: 100, 5 A.

Zadatak 054 (Filip, Mišo, strukovna škola)

Napon na dalekovodu od 110 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 1.1 kV. Primarni krug ima 5000 zavoja. Izračunaj: koliko zavoja mora imati sekundarni krug i kolika je struja u primarnom krugu, ako je struja u sekundarnom krugu 150 A?

Rješenje 054

$$U_1 = 110 \text{ kV} = 1.1 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad U_2 = 1.1 \text{ kV} = 1.1 \cdot 10^3 \text{ V}, \quad N_1 = 5000, \quad I_2 = 150 \text{ A}, \quad N_2 = ?, \\ I_1 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1},$$

gdje su N_1 , U_1 , I_1 i N_2 , U_2 , I_2 broj zavoja, napon i jakost struje u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici. Računamo broj zavoja u sekundarnom krugu.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 = \frac{1.1 \cdot 10^3 \text{ V}}{1.1 \cdot 10^5 \text{ V}} \cdot 5000 = 50.$$

Računamo struju u primarnom krugu.

1. inačica

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{N_2 \cdot I_1}{N_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 150 \text{ A} \cdot \frac{50}{5000} = 1.5 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{U_2 \cdot I_1}{U_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{U_2}{U_1} = 150 \text{ A} \cdot \frac{1.1 \cdot 10^3 \text{ V}}{1.1 \cdot 10^5 \text{ V}} = 1.5 \text{ A}.$$



Vježba 054

Napon na dalekovodu od 330 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 3.3 kV. Primarni krug ima 5000 zavoja. Izračunaj: koliko zavoja mora imati sekundarni krug i kolika je struja u primarnom krugu, ako je struja u sekundarnom krugu 0.15 kA?

Rezultat: 50, 1.5 A.

Zadatak 055 (Marijana, maturantica)

U mikrovalnu pećnicu stavili smo komadić čokolade da se otopi. Izvor mikrovalnog zračenja ima frekvenciju od oko 2.5 GHz i pri njegovu radu u pećnici nastaju stojni valovi. Čokolada se najviše otopi na mjestima gdje su trbusi vala. Koliku udaljenost između dva susjedna trbusa očekujete? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

- A. 2.5 cm B. 12 cm C. 2 cm D. 6 cm E. 5 cm

Rješenje 055

$$v = 2.5 \text{ GHz} = 2.5 \cdot 10^9 \text{ Hz}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad d = ?$$

Stojni val nastaje zbrajanjem dvaju valova jednake amplitude i frekvencije, pri čemu neke čestice titraju, a neke uvijek miruju, tako da se valna slika ne mijenja s vremenom. Mjesta na kojima čestice stalno miruju nazivamo čvorovima. Mjesta na kojima čestice najjače titraju zovu se trbusi stojnog vala.



Razmak između susjednih trbusa jednak je $\frac{\lambda}{2}$. Razmak između susjednih čvorova jednak je $\frac{\lambda}{2}$.

Sveza između brzine rasprostiranja, valne duljine i frekvencije elektromagnetskog vala u vakuumu je:

$$c = \lambda \cdot v \Rightarrow \lambda = \frac{c}{v}.$$

Razmak između susjednih čvorova iznosi:

$$d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \left[\lambda = \frac{c}{v} \right] \Rightarrow d = \frac{c}{2 \cdot v} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 2.5 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 055

U mikrovalnu pećnicu stavili smo komadić čokolade da se otopi. Izvor mikrovalnog zračenja ima frekvenciju od oko 2.5 GHz i pri njegovu radu u pećnici nastaju stojni valovi. Čokolada se najviše otopi na mjestima gdje su trbusi vala. Koliku udaljenost između dva susjedna trbuha očekujete? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m / s)

- A. 2.5 cm B. 12 cm C. 2 cm D. 6 cm E. 5 cm

Rezultat: 50, 1.5 A.

Zadatak 056 (Marko, strukovna škola)

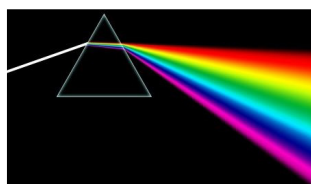
Koja se boja u spektru bijele svjetlosti najviše otklanja od prvobitnoga smjera kada prolazi kroz staklenu prizmu?

- A. crvena B. ljubičasta C. zelena D. žuta

Rješenje 056

Svaku boju čini elektromagnetski val određene valne duljine iz vidljivog dijela spektra. Disperzija svjetlosti je rasap svjetlosti na pojedine boje (valne duljine) zbog različite brzine pojedinih valnih duljina svjetlosti u nekom sredstvu.

Kada promatramo rasap bijele svjetlosti kroz staklenu prizmu uočavamo da je kut između smjera ulazne zrake na prizmu i smjera izlazne zrake iz prizme za pojedine boje (valne duljine) različit. Najviše se od početnog smjera otklanja ljubičasta svjetlost, a najmanje crvena. Razlog tome su brzine svjetlosti koje u nekom sredstvu (osim u vakuumu) ovise o valnoj duljini, tako da je brzina veća što je veća valna duljina. Crvena svjetlost ($\lambda \approx 780$ nm) ima veću brzinu u nekom sredstvu nego ljubičasta ($\lambda \approx 400$ nm).
Odgovor je pod B.



Vježba 056

Koja se boja u spektru bijele svjetlosti najmanje otklanja od prvobitnoga smjera kada prolazi kroz staklenu prizmu?

- A. crvena B. ljubičasta C. zelena D. žuta

Rezultat: A.

Zadatak 057 (Ivica, maturant)

Titrajni krug ima zavojnicu i kondenzator s dvije paralelne ploče međusobno udaljene 1 cm. Rezonantna frekvencija mu je 100 MHz. Kolika će biti rezonantna frekvencija ako se ploče približe na udaljenost 0.25 cm?

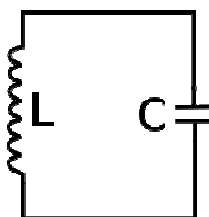
- A. 10 MHz B. 250 MHz C. 50 MHz D. 75 MHz

Rješenje 057

$$d = 1 \text{ cm}, \quad f = 100 \text{ MHz}, \quad d_1 = 0.25 \text{ cm}, \quad f_1 = ?$$

Električni titrajni krug (LC krug) je krug u kojem se nalazi veza kondenzatora i zavojnice. Promjena napona i jakosti struje u titrajnom krugu posljedica je odgovarajućih promjena između električnog i magnetskog polja. Frekvencija ovog titranja ovisi o kapacitetu C kondenzatora i induktivnosti L zavojnice te iznosi

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$



Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je konstanta $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 100^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, ε_r relativna permitivnost sredstva (u vakuumu $\varepsilon_r = 1$, u zraku $\varepsilon_r \approx 1$).

1. inačica

$$\begin{aligned} \frac{f_1}{f} &= \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \frac{\sqrt{L \cdot C}}{\sqrt{L \cdot C_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{L \cdot C}{L \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{L \cdot C}{L \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{C}{C_1}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \frac{S}{d}}{\varepsilon \cdot \frac{S}{d_1}}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \frac{D}{d}}{\varepsilon \cdot \frac{S}{d_1}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{d_1}{d}} \Rightarrow \frac{f_1}{f} = \sqrt{\frac{d_1}{d}} \cdot f \Rightarrow f_1 = f \cdot \sqrt{\frac{d_1}{d}} = 100 \text{ MHz} \cdot \sqrt{\frac{0.25 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}} = 50 \text{ MHz}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Kapacitet kondenzatora obrnuto je razmjernan udaljenosti među pločama.

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C \sim \frac{1}{d}.$$

Udaljenost među pločama smanji se 4 puta.

$$\frac{1 \text{ cm}}{0.25 \text{ cm}} = 4.$$

Kapacitet kondenzatora poveća se 4 puta.

Rezonantna frekvencija je obrnuto razmjerna s kvadratnim korijenom kapaciteta.

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow f \sim \frac{1}{\sqrt{C}}.$$

Frekvencija se smanji 2 puta.

$$100 \text{ MHz} : 2 = 50 \text{ MHz}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 057

Odmor!

Rezultat: ...