

Zadatak 021 (Kvisko, gimnazija)

Trenutna vrijednost izmjenične struje dana je izrazom $i = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$. Koliki je period?

Rješenje 021

$$i = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right), \quad T = ?$$

$$\left. \begin{aligned} i &= I_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ i &= 10 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2 \cdot \pi}{T} = 314 \frac{1}{\text{s}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{314 \frac{1}{\text{s}}} = \frac{2 \cdot 3.14 \text{ s}}{314} = 0.02 \text{ s}.$$

Vježba 021

Trenutna vrijednost izmjenične struje dana je izrazom $i = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$. Koliki je period?

Rezultat: 0.01 s.

Zadatak 022 (Kvisko, gimnazija)

Elektron brzine 10^6 m/s upada okomito na silnice homogenog magnetskog polja indukcije 0.02 T . Koliko će vremena proteći dok brzina elektrona poprimi smjer suprotan početnoj brzini?

Rješenje 022

$$v = 10^6 \text{ m/s}, \quad B = 0.02 \text{ T}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Elektron se giba po kružnici jer mu Lorentzova sila daje centripetalno ubrzanje:

$$F_{CP} = F_L \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad / \cdot \frac{r}{v} \Rightarrow m \cdot v = e \cdot B \cdot r \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

Period kruženja je:

$$T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}$$

Nakon polovice perioda elektron će poprimiti smjer suprotan početnoj brzini. Zato je:

$$t = \frac{1}{2} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v} = \frac{\pi}{v} \cdot r = \frac{\pi}{v} \cdot \frac{m \cdot v}{e \cdot B} = \frac{\pi \cdot m}{e \cdot B} = \frac{\pi \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.02 \text{ T}} = 8.94 \cdot 10^{-10} \text{ s}.$$

Vježba 022

Elektron brzine 10^6 m/s upada okomito na silnice homogenog magnetskog polja indukcije 0.04 T . Koliko će vremena proteći dok brzina elektrona poprimi smjer suprotan početnoj brzini?

Rezultat: $4.47 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}$.

Zadatak 023 (Brucoš, elektrotehnička škola)

Koliku razliku potencijala treba proći elektron da bi postigao 1% brzine svjetlosti? Masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Rješenje 023

$$v = 1\% \cdot c = 0.01 \cdot c = 0.01 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Elektron u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja. Taj je rad jednak promjeni kinetičke energije elektrona:

$$e \cdot \Delta\varphi = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e} = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 25.62 \text{ V}.$$

Vježba 023

Koliku razliku potencijala treba proći elektron da bi postigao 2% brzine svjetlosti? Masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Rezultat: 10.25 V.

Zadatak 024 (Brucoš, elektrotehnička škola)

Za koje vrijeme mirni elektron postigne brzinu $0.1 \cdot c$ u električnom polju 100 V/m ? Masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Rješenje 024

$$v = 0.1 \cdot c = 0.1 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^7 \text{ m/s}, \quad E = 100 \text{ V/m}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Električno polje djeluje na elektron električnom silom: $F = e \cdot E$.

Ubrzanje elektrona dobije se iz drugog Newtonovog poučka:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m}.$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ a = \frac{e \cdot E}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v}{t} = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t \Rightarrow m \cdot v = t \cdot e \cdot E \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{e \cdot E} = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 1.71 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Vježba 024

Za koje vrijeme mirni elektron postigne brzinu $0.1 \cdot c$ u električnom polju 50 V/m ? Masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Rezultat: $3.42 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

Zadatak 025 (Brucoš, elektrotehnička škola)

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice i kondenzatora. Kako se promijeni period tog titrajnog kruga ako se kapacitet kondenzatora poveća četiri puta, a induktivitet zavojnice ostane isti?

Rješenje 025

$$C_2 = 4 \cdot C_1, \quad T_2 : T_1 = ?$$

1. inačica

Iz Thomsonove formule $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ vidi se ako se kapacitet kondenzatora poveća četiri puta, period će se povećati dva puta.

2. inačica

Gledamo omjer perioda:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}} = \frac{\sqrt{L \cdot C_2}}{\sqrt{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{L \cdot C_2}{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot C_1}{C_1}} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_2 = 2 \cdot T_1.$$

Vježba 025

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice i kondenzatora. Kako se promijeni period tog titrajnog kruga ako se kapacitet kondenzatora poveća devet puta, a induktivitet zavojnice ostane isti?

Rezultat: $T_2 = 3 \cdot T_1$.

Zadatak 026 (Brucoš, elektrotehnička škola)

Električni titrajni krug, koji sadrži samo kapacitet i induktivitet, podešava se promjenom kapaciteta. Za koji je faktor potrebno promijeniti kapacitet da se titrajna frekvencija udvostruči?

Rješenje 026

$$v_2 = 2 \cdot v_1, \quad n = ?$$

1. inačica

Iz Thomsonove formule $\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ vidi se ako se kapacitet četiri puta smanji, frekvencija će se udvostručiti. Dakle, faktor je $n = 4$.

2. inačica

Gledamo omjer frekvencija:

$$\frac{v_2}{v_1} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{L \cdot C_1}}{\sqrt{L \cdot C_2}} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{L \cdot C_1}{L \cdot C_2}} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 2 / 2 \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = 4 \Rightarrow C_1 = 4 \cdot C_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 4 \text{ [faktor]}$$

Vježba 026

Električni titrajni krug, koji sadrži samo kapacitet i induktivitet, podešava se promjenom kapaciteta. Za koji je faktor potrebno promijeniti kapacitet da se titrajna frekvencija utrostruči?

Rezultat: $n = 9$.

Zadatak 027 (Ivana, gimnazija)

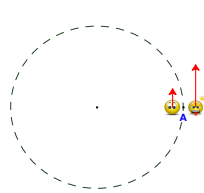
U točki A homogenog magnetskog polja ubačena su istodobno dva elektrona okomito na silnice polja. Ako je brzina drugog elektrona dva puta veća od brzine prvog, koji će se elektron prije vratiti u početnu točku A?

Rješenje 027

$$v_2 = 2 \cdot v_1, \quad T_1 : T_2 = ?$$

1. inačica

Ovdje Lorentzova sila ima ulogu centripetalne sile pa se može izračunati polumjer kruga po kojem se giba elektron:



$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad / \cdot \frac{r}{e \cdot v \cdot B} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

Vrijeme obilaska iznosi:

$$T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v} = \frac{2 \cdot \frac{m \cdot v}{e \cdot B} \cdot \pi}{v} = \frac{2 \cdot m \cdot \pi}{e \cdot B}$$

Budući da vrijeme ne ovisi o početnoj brzini, elektroni će se istodobno vratiti u točku A.

2. inačica

Gledamo omjer obilaznih vremena:

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = \frac{m \cdot v_1}{e \cdot B} \\ r_2 = \frac{m \cdot v_2}{e \cdot B} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{2 \cdot r_1 \cdot \pi}{v_1}}{\frac{2 \cdot r_2 \cdot \pi}{v_2}} = \frac{r_1 \cdot v_2}{r_2 \cdot v_1} = \frac{\frac{m \cdot v_1}{e \cdot B} \cdot v_2}{\frac{m \cdot v_2}{e \cdot B} \cdot v_1} = 1 \Rightarrow T_1 = T_2$$

Vratit će se istodobno u točku A.

Vježba 027

U točki A homogenog magnetskog polja ubačena su istodobno dva elektrona okomito na silnice polja. Ako je brzina drugog elektrona tri puta veća od brzine prvog, koji će se elektron prije vratiti u početnu točku A?

Rezultat: $n = 9$.

Zadatak 028 (Ivana, gimnazija)

Telefonska slušalica koeficijenta samoindukcije 2 H spojena je paralelno s kondenzatorom kapaciteta 10^{-9} F. Koliki je omjer induktivnog i kapacitivnog otpora pri frekvenciji 500 Hz?

Rješenje 028

$$L = 2 \text{ H}, \quad C = 10^{-9} \text{ F}, \quad \nu = 500 \text{ Hz}, \quad R_L : R_C = ?$$



$$\text{Induktivni otpor: } R_L = L \cdot \omega, \quad \text{kapacitivni otpor: } R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_L = L \cdot \omega \\ R_C = \frac{1}{C \cdot \omega} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_L}{R_C} = \frac{L \cdot \omega}{\frac{1}{C \cdot \omega}} = L \cdot C \cdot \omega^2 = L \cdot C \cdot (2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 = 2 \text{ H} \cdot 10^{-19} \text{ F} \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot 500 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 1.97 \cdot 10^{-2}.$$

Vježba 028

Telefonska slušalica koeficijenta samoindukcije 4 H spojena je paralelno s kondenzatorom kapaciteta 10^{-9} F. Koliki je omjer induktivnog i kapacitivnog otpora pri frekvenciji 500 Hz?

Rezultat: $3.95 \cdot 10^{-2}$.

Zadatak 029 (Ivana, gimnazija)

Serijski spoj kondenzatora kapaciteta $10 \mu\text{F}$ i zavojnice nepoznatog induktiviteta te zanemarivog omskog otpora priključen je na izmjenični efektivni napon 110 V , frekvencije 50 Hz . Ako je efektivni napon na kondenzatoru 200 V , koliki je induktivitet zavojnice?

Rješenje 029

$$C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad R = 0, \quad U = 110 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad U_C = 200 \text{ V}, \quad L = ?$$

1. inačica



Budući da je omski otpor $R = 0$, impedancija iznosi:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = \sqrt{(R_L - R_C)^2} = R_L - R_C.$$

Jakost struje dobije se pomoću Ohmovog zakona:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R_L - R_C}.$$

Efektivni napon U_C na kondenzatoru jednak je:

$$\begin{aligned} U_C = I \cdot R_C &\Rightarrow U_C = \frac{U}{R_L - R_C} \cdot R_C \Rightarrow U_C \cdot (R_L - R_C) = U \cdot R_C \Rightarrow U_C \cdot R_L - U_C \cdot R_C = U \cdot R_C \Rightarrow \\ &\Rightarrow U_C \cdot R_L = U \cdot R_C + U_C \cdot R_C \Rightarrow R_L = \frac{U \cdot R_C + U_C \cdot R_C}{U_C} \Rightarrow R_L = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{U_C} \Rightarrow \\ &\Rightarrow L \cdot \omega = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{U_C} \Rightarrow L = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{\omega \cdot U_C} \Rightarrow L = \frac{\frac{1}{C \cdot \omega} \cdot (U + U_C)}{\omega \cdot U_C} = \frac{U + U_C}{\omega^2 \cdot C \cdot U_C} = \\ &= \frac{U + U_C}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \cdot C \cdot U_C} = \frac{110 \text{ V} + 200 \text{ V}}{\left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 200 \text{ V}} = 1.57 \text{ H}. \end{aligned}$$

2. inačica

Jakost struje dana je izrazima:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U_L}{R_L} \\ I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R_L - R_C} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_L}{R_L} = \frac{U}{R_L - R_C} \Rightarrow U_L \cdot (R_L - R_C) = U \cdot R_L.$$

Iz vektorskog dijagrama napona dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} R = 0 \Rightarrow U_R = 0 \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow U^2 = (U_L - U_C)^2 \quad \checkmark \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = U_L - U_C \Rightarrow U_L = U + U_C.$$

$$\left. \begin{array}{l} U_L \cdot (R_L - R_C) = U \cdot R_L \\ U_L = U + U_C \end{array} \right\} \Rightarrow (U + U_C) \cdot (R_L - R_C) = U \cdot R_L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U \cdot R_L - U \cdot R_C + U_C \cdot R_L - U_C \cdot R_C = U \cdot R_L \Rightarrow U_C \cdot R_L = U \cdot R_C + U_C \cdot R_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_L = \frac{U \cdot R_C + U_C \cdot R_C}{U_C} \Rightarrow R_L = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{U_C} \Rightarrow L \cdot \omega = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{U_C} \Rightarrow L = \frac{R_C \cdot (U + U_C)}{\omega \cdot U_C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{\frac{1}{C \cdot \omega} \cdot (U + U_C)}{\omega \cdot U_C} = \frac{U + U_C}{\omega^2 \cdot C \cdot U_C} = \frac{U + U_C}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \cdot C \cdot U_C} = \frac{110 \text{ V} + 200 \text{ V}}{\left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 200 \text{ V}} = 1.57 \text{ H}.$$

Vježba 029

Serijski spoj kondenzatora kapaciteta 10 μF i zavojnice nepoznatog induktiviteta te zanemarivog omskog otpora priključen je na izmjenični efektivni napon 110 V, frekvencije 50 Hz. Ako je efektivni napon na kondenzatoru 210 V, koliki je induktivitet zavojnice?

Rezultat: 1.54 H.

Zadatak 030 (Kvisko, gimnazija)

Električni titrajni krug koji se sastoji od zavojnice i kondenzatora emitira elektromagnetske valove valne duljine 30 m. Ako se kondenzatoru paralelno spoji drugi kondenzator kapaciteta 3000 pF, valna se duljina emitiranih elektromagnetskih valova udvostruči. Koliki je kapacitet kondenzatora?

Rješenje 030

$$\lambda = 30 \text{ m}, \quad C_1 = 3000 \text{ pF}, \quad C = ?$$

Frekvencija kruga kad je u njemu kondenzator kapaciteta C iznosi: $\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$.

Frekvencija kruga kad su paralelno spojeni kondenzatori kapaciteta C i C_1 je: $\nu_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}}$.

Budući da za valne duljine vrijedi: $\lambda_1 = 2 \cdot \lambda$, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} c = \lambda \cdot \nu \\ c = \lambda_1 \cdot \nu_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda \cdot \nu = \lambda_1 \cdot \nu_1 \Rightarrow \lambda \cdot \nu = 2 \cdot \lambda \cdot \nu_1 \quad /: \lambda \Rightarrow \nu = 2 \cdot \nu_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \quad /: 2 \cdot \pi \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{L \cdot (C + C_1)} = 2 \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad /^2 \Rightarrow L \cdot (C + C_1) = 4 \cdot L \cdot C \quad /: L \Rightarrow C + C_1 = 4 \cdot C \Rightarrow C_1 = 3 \cdot C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{3} \cdot C_1 = \frac{1}{3} \cdot 3000 \text{ pF} = 1000 \text{ pF}.$$

Vježba 030

Električni titrajni krug koji se sastoji od zavojnice i kondenzatora emitira elektromagnetske valove valne duljine 30 m. Ako se kondenzatoru paralelno spoji drugi kondenzator kapaciteta 6000 pF, valna se duljina emitiranih elektromagnetskih valova udvostruči. Koliki je kapacitet kondenzatora?

Rezultat: 2000 pF.

Zadatak 031 (Kvisko, gimnazija)

Titrajni krug sastoji se od zavojnice i pločastog kondenzatora sa zrakom između ploča. Frekvencija kruga je ν . Kolika će biti frekvencija ako se između ploča unese dielektrik relativne permitivnosti 81?

Rješenje 031

$$\epsilon_r = 81, \quad \nu_1 = ?$$

1. inačica

Iz formule $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$ vidi se da je kapacitet razmjernan s ϵ_r . Zato će biti 81 put veći.

Iz formule $\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ očigledno je da će frekvencija biti 9 puta manja.

$$\nu_1 = \frac{1}{9} \cdot \nu.$$

2. inačica

Gledamo omjer frekvencija:

$$\frac{\nu_1}{\nu} = \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}} = \frac{\sqrt{L \cdot C}}{\sqrt{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{L \cdot C}{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{C}{C_1}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}}} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r}} = \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \nu_1 = \frac{1}{9} \cdot \nu.$$

Vježba 031

Titrajni krug sastoji se od zavojnice i pločastog kondenzatora sa zrakom između ploča. Frekvencija kruga je ν . Kolika će biti frekvencija ako se između ploča unese dielektrik relativne permitivnosti 64?

Rezultat: $\nu_1 = \frac{1}{8} \cdot \nu.$

Zadatak 032 (Ana, gimnazija)

Dvije cilindrične zavojnice bez jezgre jedna dugačka 30 cm s 400 zavoja, a druga 10 cm s 300 zavoja, imaju jednaku magnetsku indukciju u unutrašnjosti. Kako se odnose jakosti struja u njima?

Rješenje 032

$$l_1 = 30 \text{ cm}, \quad N_1 = 400, \quad l_2 = 10 \text{ cm}, \quad N_2 = ? \quad I_1 : I_2 = ?$$

Budući da zavojnice imaju jednaku magnetsku indukciju, bit će:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2 \cdot l_1}{N_1 \cdot l_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{300 \cdot 30 \text{ cm}}{400 \cdot 10 \text{ cm}} = \frac{9}{4}$$

Vježba 032

Dvije cilindrične zavojnice bez jezgre jedna dugačka 30 cm s 400 zavoja, a druga 5 cm s 300 zavoja, imaju jednaku magnetsku indukciju u unutrašnjosti. Kako se odnose jakosti struja u njima?

Rezultat: $\frac{9}{2}$.

Zadatak 033 (Ana, gimnazija)

Koliki je omjer napona U_L i U_C serijski vezanog RCL – kruga pri rezonanciji?

Rješenje 033

$$R_L = R_C \text{ pri rezonanciji}, \quad U_L : U_C = ?$$

U serijskom je spoju $I_L = I_C = I$ pa slijedi:

$$\frac{U_L}{U_C} = \frac{I \cdot R_L}{I \cdot R_C} = 1.$$

Vježba 033

Kolika je razlika napona U_L i U_C serijski vezanog RCL – kruga pri rezonanciji?

Rezultat: 0.

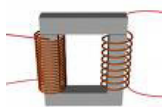
Zadatak 034 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Primarna zavojnica idealnog transformatora ima otpor 400Ω i spojena je na napon 220 V . Kolika struja teče kroz sekundarnu zavojnicu transformatora, ako je omjer namotaja sekundarne i primarne zavojnice 10 ?

Rješenje 034

$$R_1 = 400 \Omega, \quad U_1 = 220 \text{ V}, \quad N_2 : N_1 = 10, \quad I_2 = ?$$

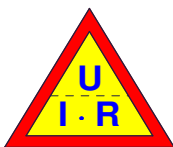
Za transformatore bez gubitaka (idealne transformatore) vrijedi:



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su U_1, I_1, N_1 i U_2, I_2, N_2 napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici. Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R = \text{konst.}$$



Jakost struje u primarnoj zavojnici dobije se iz Ohmovog zakona:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{400 \Omega} = 0.55 \text{ A.}$$

Jakost struje koja teče kroz sekundarnu zavojnicu transformatora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{N_2}{N_1} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_2 = I_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 = 0.55 \text{ A} \cdot \frac{1}{10} = 0.055 \text{ A.}$$

Vježba 034

Primarna zavojnica idealnog transformatora ima otpor 400Ω i spojena je na napon 220 V . Kolika struja teče kroz sekundarnu zavojnicu transformatora, ako je omjer namotaja sekundarne i primarne zavojnice 5 ?

Rezultat: 0.11 A .

Zadatak 035 (Anastazija, gimnazija)

Kondenzator promjenljivog kapaciteta i zavojnica induktivnosti 20 mH serijski su spojeni u električni titrajni krug. Koliki je kapacitet kondenzatora ako električni titrajni krug emitira elektromagnetske valove valne duljine 2 km ? ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 035

$$L = 20 \text{ mH} = 0.02 \text{ H}, \quad \lambda = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad C = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \cdot v = c \\ v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{c}{\lambda} \\ v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow c \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = \lambda \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} &= \lambda \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot c} \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow L \cdot C = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot c^2} \cdot \frac{1}{L} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot c^2 \cdot L} = \\ &= \frac{(2000 \text{ m})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0.02 \text{ H}} = 5.63 \cdot 10^{-11} \text{ F} \approx 56.3 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Vježba 035

Kondenzator promjenljivog kapaciteta i zavojnica induktivnosti 20 mH serijski su spojeni u električni titrajni krug. Koliki je kapacitet kondenzatora ako električni titrajni krug emitira elektromagnetske valove valne duljine 1 km? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: 14.1 pF.

Zadatak 036 (Anastazija, gimnazija)

Zavojnica nepoznate induktivnosti i kondenzator kapaciteta 0.88 pF serijski su spojeni u električni titrajni krug. Kolika je induktivnost zavojnice ako električni titrajni krug emitira elektromagnetske valove valne duljine 250 m? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 036

$$C = 0.88 \text{ pF} = 8.8 \cdot 10^{-13} \text{ F}, \quad \lambda = 250 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad L = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \cdot \nu = c \\ \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu = \frac{c}{\lambda} \\ \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow c \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = \lambda \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} &= \lambda \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot c} \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow L \cdot C = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot c^2} \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow L = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot c^2 \cdot C} = \\ &= \frac{(250 \text{ m})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 8.8 \cdot 10^{-13} \text{ F}} = 0.019989 \text{ H} \approx 20 \text{ mH}. \end{aligned}$$

Vježba 036

Zavojnica nepoznate induktivnosti i kondenzator kapaciteta 0.88 pF serijski su spojeni u električni titrajni krug. Kolika je induktivnost zavojnice ako električni titrajni krug emitira elektromagnetske valove valne duljine 100 m? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: 3.2 mH.

Zadatak 037 (Rade, srednja škola)

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 15 mH i pločastog kondenzatora kojemu su ploče, svaka površine 56.5 cm^2 , razmaknute 1 mm. Među pločama je zrak. Kolika je rezonantna frekvencija kruga? ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$)

Rješenje 037

$$L = 15 \text{ mH} = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ H}, \quad S = 56.5 \text{ cm}^2 = 5.65 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad d = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, \\ \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}, \quad \nu = ?$$

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktiviteta L. Vrijeme jednog titraja (periode) struje ili napona takvog kruga određujemo pomoću Thomsonove formule

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

pa je rezonantna frekvencija jednaka

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjeran površini S jedne ploče, a obrnuto razmjeran udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 električna permitivnost vakuuma.

Rezonantna frekvencija iznosi:

$$\left. \begin{aligned} C &= \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \\ v &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{d}{L \cdot \varepsilon_0 \cdot S}} = \\
 &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{10^{-3} \text{ m}}{1.5 \cdot 10^{-2} \text{ H} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 5.65 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}} = 1.84 \cdot 10^5 \text{ Hz.}$$

Vježba 037

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 15 mH i pločastog kondenzatora kojemu su ploče, svaka površine 56.5 cm², razmaknute 4 mm. Među pločama je zrak. Kolika je rezonantna frekvencija kruga? ($\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$)

Rezultat: $3.67 \cdot 10^5 \text{ Hz}$.

Zadatak 038 (Domagoj, srednja škola)

Koliko se puta poveća perioda titrajnog kruga ako kapacitet povećamo 16 puta, a induktivitet smanjimo 4 puta?

Rješenje 038

$$C_2 = 16 \cdot C_1, \quad L_2 = \frac{1}{4} \cdot L_1, \quad \frac{T_2}{T_1} = ?$$

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktiviteta L. Vrijeme jednog titraja (perioda) struje ili napona takvog kruga određujemo pomoću Thomsonove formule

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{L_2 \cdot C_2}}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2 \cdot C_2}{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} &= \sqrt{\frac{\frac{1}{4} \cdot L_1 \cdot 16 \cdot C_1}{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4} \cdot L_1 \cdot 16 \cdot C_1}{L_1 \cdot C_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 16} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2.
 \end{aligned}$$

Vježba 038

Koliko se puta poveća perioda titrajnog kruga ako kapacitet povećamo 8 puta, a induktivitet smanjimo 2 puta?

Rezultat: 2 puta.

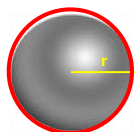
Zadatak 039 (Mirela, gimnazija)

Točkasti izvor emitira elektromagnetski val snagom 1 kW. Izračunajte intenzitet vala na udaljenosti 10 m od izvora.

Rješenje 039

$$P = 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}, \quad r = 10 \text{ m}, \quad I = ?$$

Ponovimo formulu za oplošje kugle polumjera r:



$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Intenzitet je snaga elektromagnetskog vala koja struji okomito na površinu S. Ako je snaga točkastog izvora P, tada je na udaljenosti r od izvora

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow I = \frac{P}{4 \cdot r^2 \cdot \pi}$$

Intenzitet vala iznosi:

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow I = \frac{P}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{1000 \text{ W}}{4 \cdot (10 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.796 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Vježba 039

Točkasti izvor emitira elektromagnetski val snagom 1 kW. Izračunajte intenzitet vala na udaljenosti 5 m od izvora.

Rezultat: $3.183 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Zadatak 040 (Mira, gimnazija)

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju 80 kHz. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti 4.7 nF, rezonantna frekvencija smanji se na 50 kHz. Odredi kapacitivnost kruga.

Rješenje 040

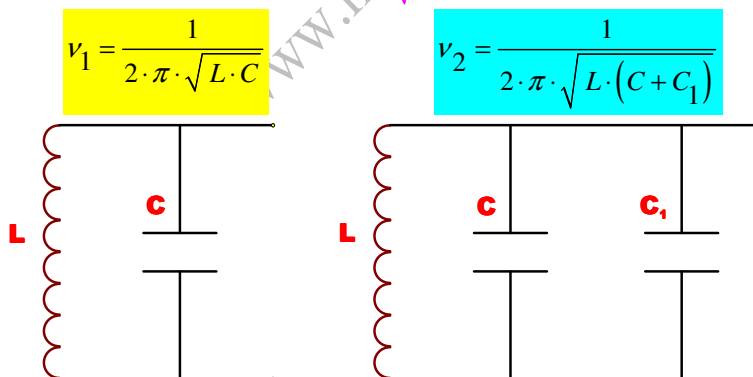
$$\nu_1 = 80 \text{ kHz} = 8 \cdot 10^4 \text{ Hz}, \quad C_1 = 4.7 \text{ nF} = 4.7 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad \nu_2 = 50 \text{ kHz} = 5 \cdot 10^4 \text{ Hz}, \quad C = ?$$

Spojimo li n kondenzatora u paralelu, ukupni će kapacitet biti

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Kapacitet ekvivalentnog kondenzatora jednak je zbroju kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora. Električni titrajni krug (LC krug) je krug u kojem se nalazi veza kondenzatora i zavojnice. Promjena napona i jakosti struje u titrajnom krugu posljedica je odgovarajućih promjena između električnog i magnetskog polja. Frekvencija ovog titranja ovisi o kapacitetu C kondenzatora i induktivitetu L zavojnice te iznosi

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$



$$\left. \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ \nu_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot \sqrt{} \\ \nu_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \cdot \sqrt{} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \\ \nu_2^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{\nu_1^2} \\ \nu_2^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)}{\nu_2^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C = \frac{1}{\nu_1^2} \\ 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1) = \frac{1}{\nu_2^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} = \frac{\frac{1}{v_1^2}}{\frac{1}{v_2^2}} \Rightarrow \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{C}{C + C_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{C}{C + C_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot (C + C_1) \Rightarrow \\
&\Rightarrow C = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot (C + C_1) \Rightarrow C = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C + \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \Rightarrow C - \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \Rightarrow \\
&\Rightarrow C \cdot \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right) = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \Rightarrow C \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \Rightarrow C \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \cdot \frac{v_1^2}{v_1^2 - v_2^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow C = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \cdot \frac{v_1^2}{v_1^2 - v_2^2} \Rightarrow C = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot C_1 \cdot \frac{v_1^2}{v_1^2 - v_2^2} \Rightarrow C = \frac{v_2^2}{v_1^2 - v_2^2} \cdot C_1 = \\
&= \frac{\left(5 \cdot 10^4 \frac{1}{s} \right)^2}{\left(8 \cdot 10^4 \frac{1}{s} \right)^2 - \left(5 \cdot 10^4 \frac{1}{s} \right)^2} \cdot 4.7 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 3.01 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 3.01 \text{ nF}.
\end{aligned}$$

Vježba 040

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju 80 kHz. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti 9.4 nF, rezonantna frekvencija smanji se na 50 kHz. Odredi kapacitivnost kruga.

Rezultat: 6.03 nF.