

### Zadatak 001 (Dominik, gimnazija)

Kolika je frekvencija elektromagnetskog vala valne duljine 500 m?

#### Rješenje 001

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. To je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja. Prema valnoj (undulatornoj) teoriji svjetlost se širi u valovima za koje vrijedi jednačba:  $\lambda = c \cdot T = c \cdot \nu^{-1}$ .

$\lambda = 500 \text{ m}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $\nu = ?$

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{500 \text{ m}} = 600\,000 \frac{1}{\text{s}} = 6 \cdot 10^5 \text{ Hz} = 600 \text{ kHz}.$$

Frekvencija elektromagnetskog vala je 600 kHz.

#### Vježba 001

Kolika je frekvencija elektromagnetskog vala valne duljine 300 m?

**Rezultat:** 1 MHz.

### Zadatak 002 (Sanja, gimnazija)

Izračunati brzinu elektromagnetskih valova u vakuumu ako je električna permitivnost vakuuma

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \text{ a permeabilnost vakuuma } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

#### Rješenje 002

Brzina širenja elektromagnetskih valova u vakuumu dana je izrazom:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}} = \frac{1}{\sqrt{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{C}^2 \cdot \text{N}}{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^2}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Brzina svjetlosti je  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

#### Vježba 002

Brzina širenja elektromagnetskih valova je:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}},$$

gdje je  $\epsilon_r$  relativna permitivnost sredstva, a  $\mu_r$  relativna permeabilnost sredstva. Ako je  $\epsilon_r = 2$ ,  $\mu_r = 2$ , kolika je brzina svjetlosti?

**Rezultat:**  $1.5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Zadatak 003 (Ana, gimnazija)

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti 4  $\mu\text{H}$  i kondenzatora kapaciteta 60 pF. Kolika je perioda?

#### Rješenje 003

$L = 4 \mu\text{H} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ H}$ ,  $C = 60 \text{ pF} = 60 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ ,  $T = ?$

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti  $L$  i kondenzatora kapaciteta  $C$ . Vrijeme jednog titraja struje ili napona takvog kruga određujemo Thomsonovom formulom:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 2\pi \sqrt{4 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{ F}} = 9.73 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Perioda je  $9.73 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

#### Vježba 003

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti 2  $\mu\text{H}$  i kondenzatora kapaciteta 50 pF. Kolika je perioda?

**Rezultat:**  $6.28 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

**Zadatak 004 (Felix, gimnazija)**

Valna duljina plave linije helija iznosi  $4.471 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . Kolika je njezina frekvencija?

**Rješenje 004**

$$\lambda = 4.471 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Prema valnoj ili undulatornoj teoriji svjetlost se širi u valovima za koje vrijedi jednačba:

$$\lambda \cdot v = c \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4.471 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6.71 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}.$$

**Vježba 004**

Valna duljina elektromagnetskog vala iznosi  $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . Kolika je njegova frekvencija?

**Rezultat:**  $5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ .

**Zadatak 005 (Felix, gimnazija)**

Iz izvora žute svjetlosti izlazi svjetlost valne duljine  $0.000057 \text{ cm}$ . Izračunaj koliko valova u sekundi prima naše oko.

**Rješenje 005**

$$\lambda = 0.000057 \text{ cm} = 5.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Frekvencija je broj titraja u jedinici vremena ( u jednoj sekundi):

$$\lambda \cdot v = c \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5.26 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}.$$

**Vježba 005**

Iz izvora svjetlosti izlazi svjetlost valne duljine  $0.000063 \text{ cm}$ . Izračunaj koliko valova u sekundi prima naše oko.

**Rezultat:**  $4.76 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ .

**Zadatak 006 (Felix, gimnazija)**

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta  $C = 50 \text{ pF}$  i zavojnice induktivnosti  $L = 10 \text{ } \mu\text{H}$ . Kolika je rezonantna frekvencija električnog titrajnog kruga?

**Rješenje 006**

$$C = 50 \text{ pF} = 50 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \quad L = 10 \text{ } \mu\text{H} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ H} = 10^{-5} \text{ H}, \quad v = ?$$

$$v = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{5 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot 10^{-5} \text{ H}}} = 7.12 \cdot 10^6 \text{ Hz}.$$

**Vježba 006**

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta  $C = 25 \text{ pF}$  i zavojnice induktivnosti  $L = 20 \text{ } \mu\text{H}$ . Kolika je rezonantna frekvencija električnog titrajnog kruga?

**Rezultat:**  $7.12 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ .

**Zadatak 007 (Felix, gimnazija)**

Kapacitet kondenzatora u električnom titrajnom krugu može se mijenjati od  $C_1 = 50 \text{ pF}$  do  $C_2 = 500 \text{ pF}$ . Koliki je omjer najviše i najniže rezonantne frekvencije ovog titrajnog kruga?

**Rješenje 007**

$$C_1 = 50 \text{ pF}, \quad C_2 = 500 \text{ pF}, \quad v_1 : v_2 = ?$$

$$v_1 : v_2 = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}}} = \frac{\sqrt{L \cdot C_2}}{\sqrt{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{L \cdot C_2}{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{500 \text{ pF}}{50 \text{ pF}}} = \sqrt{10}.$$

### Vježba 007

Kapacitet kondenzatora u električnom titrajnom krugu može se mijenjati od  $C_1 = 50 \text{ pF}$  do  $C_2 = 200 \text{ pF}$ . Koliki je omjer najviše i najniže rezonantne frekvencije ovog titrajnog kruga?

**Rezultat:** 2.

### Zadatak 008 (Felix, gimnazija)

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti  $L = 2 \text{ }\mu\text{H}$  i kondenzatora čiji se kapacitet može mijenjati od  $C_1 = 20 \text{ pF}$  do  $C_2 = 90 \text{ pF}$ . Koliki je opseg valnih duljina elektromagnetskih valova koji mogu izazvati rezonanciju u ovom titrajnom krugu?

#### Rješenje 008

$$L = 2 \text{ }\mu\text{H} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ H}, \quad C_1 = 20 \text{ pF} = 20 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \\ C_2 = 90 \text{ pF} = 90 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \lambda_{\min} = ?, \quad \lambda_{\max} = ?$$

Prema sljedećim relacijama dobije se:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= c \cdot T \\ T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda = c \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \lambda_{\min} &= 2 \cdot \pi \cdot c \cdot \sqrt{L \cdot C_1} \\ \lambda_{\max} &= 2 \cdot \pi \cdot c \cdot \sqrt{L \cdot C_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} \lambda_{\min} &= 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 2 \cdot 10^{-11} \text{ F}} = 11.92 \text{ m} \\ \lambda_{\max} &= 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 9 \cdot 10^{-11} \text{ F}} = 25.29 \text{ m} \end{aligned} \right\}.$$

### Vježba 008

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti  $L = 2 \text{ }\mu\text{H}$  i kondenzatora čiji se kapacitet može mijenjati od  $C_1 = 80 \text{ pF}$  do  $C_2 = 360 \text{ pF}$ . Koliki je opseg valnih duljina elektromagnetskih valova koji mogu izazvati rezonanciju u ovom titrajnom krugu?

**Rezultat:**  $\lambda_{\min} = 23.84 \text{ m}$  ,  $\lambda_{\max} = 50.58 \text{ m}$ .

### Zadatak 009 (Laura, gimnazija)

Zavojnica omskog otpora  $10 \text{ }\Omega$  i induktivnosti  $L$  priključena je na izmjenični napon  $127 \text{ V}$  frekvencije  $50 \text{ Hz}$ . Kolika je induktivnost zavojnice ako troši snagu  $400 \text{ W}$ , a fazni pomak između napona i jakosti struje iznosi  $60^\circ$ ?

#### Rješenje 009

$$R = 10 \text{ }\Omega, \quad U = 127 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad P = 400 \text{ W}, \quad \varphi = 60^\circ, \quad L = ?$$

Jakost struje izrazimo iz formula za snagu i Ohmovog zakona:

$$\left. \begin{aligned} P &= U \cdot I \cdot \cos \varphi \\ I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I &= \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} \\ I^2 &= \frac{U^2}{R^2 + R_L^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left( \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} \right)^2 = \frac{U^2}{R^2 + R_L^2} \Rightarrow \frac{P^2}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi} = \frac{U^2}{R^2 + R_L^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow R^2 + R_L^2 &= \frac{U^4 \cdot \cos^2 \varphi}{P^2} \Rightarrow R_L^2 = \frac{U^4 \cdot \cos^2 \varphi}{P^2} - R^2 \Rightarrow R_L = \sqrt{\frac{U^4 \cdot \cos^2 \varphi}{P^2} - R^2}.$$

Induktivnost zavojnice iznosi:

$$\left. \begin{aligned} R_L &= L \cdot \omega \\ \omega &= 2 \cdot \pi \cdot \nu \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = \frac{R_L}{\omega} = \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \\
 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \cdot \sqrt{\frac{U^4 \cdot \cos^2 \varphi}{P^2} - R^2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1}} \cdot \sqrt{\frac{(127 \text{ V})^4 \cdot \cos^2 60^\circ}{(400 \text{ W})^2} - (10 \Omega)^2} = 0.056 \text{ H}.$$

### Vježba 009

Zavojnica omskog otpora  $15 \Omega$  i induktivnosti  $L$  priključena je na izmjenični napon  $127 \text{ V}$  frekvencije  $50 \text{ Hz}$ . Kolika je induktivnost zavojnice ako troši snagu  $400 \text{ W}$ , a fazni pomak između napona i jakosti struje iznosi  $60^\circ$ ?

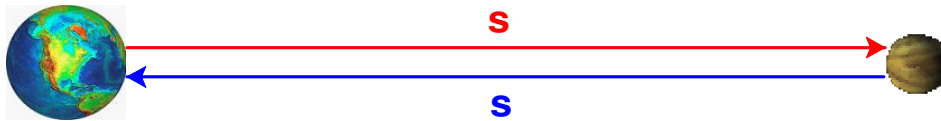
**Rezultat:**  $0.043 \text{ H}$ .

### Zadatak 010 (Laura, gimnazija)

Koliko je "mrtvo vrijeme" prilikom radio-komunikacije sa posadom koja bi se nalazila na Veneri ako je srednja udaljenost Venere od Zemlje  $1.1 \cdot 10^8 \text{ km}$ ?

#### Rješenje 010

$$s = 1.1 \cdot 10^8 \text{ km} = 1.1 \cdot 10^{11} \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t = ?$$



$$2 \cdot s = c \cdot t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{c} = \frac{2 \cdot 1.1 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 733.33 \text{ s} \approx 12 \text{ min } 13 \text{ s}.$$

### Vježba 010

Koliko je "mrtvo vrijeme" prilikom radio-komunikacije sa posadom koja bi se nalazila na Mjesecu ako je srednja udaljenost Mjeseca od Zemlje  $3.8 \cdot 10^5 \text{ km}$ ?

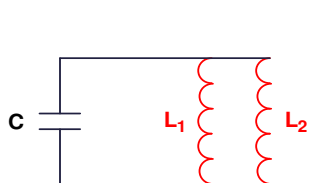
**Rezultat:**  $2.53 \text{ s}$ .

### Zadatak 011 (Laura, gimnazija)

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta  $C$  i dvije zavojnice induktiviteta  $L_1$  i  $L_2$  kao na slici. Kolika je kružna frekvencija ovog titrajnog kruga?

#### Rješenje 011

Budući da je ekvivalentni induktivitet zavojnice jednak



kružna frekvencija glasi:

$$L_e = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}, \\
 \omega = \frac{1}{\sqrt{L_e \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \cdot C}}.$$

### Vježba 011

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta  $C$  i dvije zavojnice induktivnosti  $L$  kao na slici. Kolika je kružna frekvencija ovog titrajnog kruga?



**Rezultat:** 
$$\frac{1}{\sqrt{\frac{L}{2} \cdot C}} = \sqrt{\frac{2}{L \cdot C}}$$

**Zadatak 012 (Mario, gimnazija)**

Kada se u električnom titrajnom krugu nalazi kondenzator kapaciteta  $C_1$ , tada je rezonantna frekvencija  $\nu_1$ , a kada se u njemu nalazi kondenzator kapaciteta  $C_2$ , rezonantna frekvencija je  $\nu_2$ . Kolika će biti rezonantna frekvencija ako su ovi kondenzatori spojeni paralelno?

**Rješenje 012**

Ako su kondenzatori  $C_1$  i  $C_2$  spojeni paralelno, ukupni kapacitet bit će:  $C = C_1 + C_2$ .

Budući da vrijedi:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \nu^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2},$$

rezonantna frekvencija glasi:

$$\left. \begin{aligned} C &= C_1 + C_2 \\ C &= \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2} + \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2} \quad / \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot L \Rightarrow \frac{1}{\nu^2} = \frac{1}{\nu_1^2} + \frac{1}{\nu_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\nu^2} = \frac{\nu_2^2 + \nu_1^2}{\nu_1^2 \cdot \nu_2^2} \Rightarrow \nu^2 = \frac{\nu_1^2 \cdot \nu_2^2}{\nu_1^2 + \nu_2^2} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{\nu_1^2 \cdot \nu_2^2}{\nu_1^2 + \nu_2^2}} = \frac{\nu_1 \cdot \nu_2}{\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}}$$

**Vježba 012**

Kada se u električnom titrajnom krugu nalazi kondenzator kapaciteta  $C_1$ , tada je rezonantna frekvencija  $\nu_1$ , a kada se u njemu nalazi kondenzator kapaciteta  $C_2$ , rezonantna frekvencija je  $\nu_2$ . Kolika će biti rezonantna frekvencija ako su ovi kondenzatori spojeni serijski?

**Rezultat:** 
$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2} = \frac{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2}}{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2} + \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2} = \frac{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2}}{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2} + \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2}} \quad / \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_1^2 + 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \nu_2^2} \quad / \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\nu^2} = \frac{1}{\nu_1^2 + \nu_2^2} \Rightarrow \nu^2 = \nu_1^2 + \nu_2^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}$$

**Zadatak 013 (Mira, gimnazija)**

Titrajni krug ima zavojnicu i kondenzator s dvije paralelne ploče međusobno udaljene 1 cm. Rezonantna mu je frekvencija 10 MHz. Kolika je udaljenost između ploča ako je rezonantna frekvencija 5 MHz?

**Rješenje 013**

$d_1 = 1 \text{ cm}, \quad \nu_1 = 10 \text{ MHz}, \quad \nu_2 = 5 \text{ MHz}, \quad d_2 = ?$

1. inačica

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} C_1 &= \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d_1} & , & & C_2 &= \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d_2} \\ v_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}} & , & & v_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}}} = \frac{\sqrt{L \cdot C_2}}{\sqrt{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{L \cdot C_2}{L \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \\
= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d_2}}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d_1}}} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} / 2 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \\
\Rightarrow d_2 = d_1 \cdot \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1 \text{ cm} \cdot \left(\frac{5 \text{ MHz}}{10 \text{ MHz}}\right)^2 = 0.25 \text{ cm}.
\end{aligned}$$

2. inačica

Iz formule za frekvenciju

$$v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

vidi se ako je frekvencija dva puta manja, kapacitet je četiri puta veći.

Iz formule za kapacitet

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$

vidi se ako je kapacitet četiri puta veći, udaljenost je četiri puta manja:

$$d_2 = \frac{1}{4} \cdot d_1 = \frac{1}{4} \cdot 1 \text{ cm} = 0.25 \text{ cm}.$$

### Vježba 013

Titrajni krug ima zavojnicu i kondenzator s dvije paralelne ploče međusobno udaljene 4 cm. Rezonantna mu je frekvencija 10 MHz. Kolika je udaljenost između ploča ako je rezonantna frekvencija 5 MHz?

**Rezultat:** 1 cm.

### Zadatak 014 (Mira, gimnazija)

Za koliko se promijeni kapacitivni otpor kondenzatora kapaciteta 10  $\mu\text{F}$  ako se frekvencija izmjenične struje poveća s 50 Hz na 60 Hz?

#### Rješenje 014

$$C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad v_1 = 50 \text{ Hz}, \quad v_2 = 60 \text{ Hz}, \quad \Delta R_C = ?$$

Budući da je kapacitivni otpor dan izrazom:

$$R_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot v \cdot C},$$

slijedi:

$$\begin{aligned}
\Delta R_C &= R_{C_1} - R_{C_2} = R_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot v_1 \cdot C} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C} \cdot \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C} \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 \cdot v_2} = \\
&= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \text{ F}} \cdot \frac{60 \frac{1}{\text{s}} - 50 \frac{1}{\text{s}}}{50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 60 \frac{1}{\text{s}}} = 53 \Omega.
\end{aligned}$$

### Vježba 014

Za koliko se promijeni kapacitivni otpor kondenzatora kapaciteta 20  $\mu\text{F}$  ako se frekvencija izmjenične struje poveća s 50 Hz na 60 Hz?

**Rezultat:** 26.5  $\Omega$ .

### Zadatak 015 (Helena, gimnazija)

Putanja elektronskog snopa u homogenom magnetskom polju  $B = 7 \cdot 10^{-3} \text{ T}$  u vakuumu kružni je luk polumjera 3 cm. Kolika je energija jednog elektrona u tom snopu? ( $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

#### Rješenje 015

$B = 7 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ ,  $r = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$ ,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $E = ?$   
Budući da magnetna (Lorentzova) sila ima ulogu centripetalne sile, izračuna se brzina:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad / \cdot \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow v = \frac{e \cdot B \cdot r}{m}$$

Kinetička energija jednog elektrona iznosi:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \frac{e \cdot B \cdot r}{m} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(e \cdot B \cdot r)^2}{m^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(e \cdot B \cdot r)^2}{m} =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 7 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0.03 \text{ m})^2}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 6.196 \cdot 10^{-16} \text{ J} \approx 6.2 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

### Vježba 015

Za koliko se promijeni kapacitivni otpor kondenzatora kapaciteta  $20 \mu\text{F}$  ako se frekvencija izmjenične struje poveća s  $50 \text{ Hz}$  na  $60 \text{ Hz}$ ?

**Rezultat:**  $2.479 \cdot 10^{-15} \text{ J}$ .

### Zadatak 016 (Helena, gimnazija)

Perioda titranja u titrajnom krugu iznosi  $1.2 \mu\text{s}$ . Koliki je induktivitet titrajnog kruga ako je kapacitet kondenzatora  $0.6 \text{ nF}$ ?

#### Rješenje 016

$$T = 1.2 \mu\text{s} = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad C = 0.6 \text{ nF} = 6 \cdot 10^{-10} \text{ F}, \quad L = ?$$

Iz Thomsonove formule dobije se:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot C} = \frac{(1.2 \cdot 10^{-6} \text{ s})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 6 \cdot 10^{-10} \text{ F}} = 6.085 \cdot 10^{-5} \text{ H} = 60.85 \mu\text{H}.$$

### Vježba 016

Perioda titranja u titrajnom krugu iznosi  $2.4 \mu\text{s}$ . Koliki je induktivitet titrajnog kruga ako je kapacitet kondenzatora  $0.6 \text{ nF}$ ?

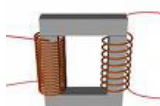
**Rezultat:**  $2.43 \cdot 10^{-4} \text{ H}$ .

### Zadatak 017 (Helena, gimnazija)

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona  $220 \text{ V}$ . Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora  $R = 10 \Omega$ , njime teče struja od  $1 \text{ A}$ . Koliki je prijenosni omjer transformatora?

#### Rješenje 017

$$U_1 = 220 \text{ V}, \quad R = 10 \Omega, \quad I_2 = 1 \text{ A}, \quad N_1 : N_2 = ?$$



Napon u sekundarnoj zavojnici iznosi:  $U_2 = R \cdot I_2 = 10 \Omega \cdot 1 \text{ A} = 10 \text{ V}$ .

$$\text{Prijenosni omjer transformatora je: } \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220 \text{ V}}{10 \text{ V}} = \frac{22}{1} = 22 : 1.$$

### Vježba 017

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona  $220 \text{ V}$ . Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora  $R = 20 \Omega$ , njime teče struja od  $1 \text{ A}$ . Koliki je prijenosni omjer transformatora?

**Rezultat:**  $11 : 1$ .

### Zadatak 018 (Helena, gimnazija)

Ako zavojnici dva puta povećamo promjer, kao i broj zavoja po metru duljine, jakost magnetskog polja u središtu zavojnice, uz jednaku struju:

- A. neće se promijeniti      B. povećat će se 2 puta      C. povećat će se 4 puta  
D. smanjit će se 2 puta      E. smanjit će se 4 puta

#### Rješenje 018

1. inačica

Iz formule:

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

vidi se da je jakost magnetskog polja razmjerna s brojem zavoja N i strujom I, a obrnuto razmjerna s duljinom zavojnice l. Jakost polja ne ovisi o presjeku vodiča. Ako se broj zavoja poveća dva puta i polje će biti dva puta veće. Odgovor je pod B.

2. inačica

$$N_1 = 2 \cdot N, \quad H_1 : H = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} H_1 = \frac{N_1 \cdot I}{l} \\ H = \frac{N \cdot I}{l} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{H_1}{H} = \frac{\frac{N_1 \cdot I}{l}}{\frac{N \cdot I}{l}} \Rightarrow \frac{H_1}{H} = \frac{N_1}{N} = \frac{2 \cdot N}{N} = 2 \Rightarrow H_1 = 2 \cdot H.$$

Odgovor je pod B.

#### Vježba 018

Ako zavojnici tri puta povećamo promjer, kao i broj zavoja po metru duljine, jakost magnetskog polja u središtu zavojnice, uz jednaku struju:

- A. neće se promijeniti      B. povećat će se 3 puta      C. povećat će se 9 puta  
D. smanjit će se 3 puta      E. smanjit će se 9 puta

**Rezultat:**      Odgovor je pod B.

### Zadatak 019 (Ivan, gimnazija)

Kad zavojnicu priključimo na istosmjernu struju napona 100 V, njome protječe struja jakosti 5 A. Kada se priključi na izmjeničnu struju frekvencije 50 Hz i efektivnog napona 100 V, njome protječe struja 0.5 A. Kolika je induktivnost zavojnice?

#### Rješenje 019

$$U = 100 \text{ V}, \quad I = 5 \text{ A}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad U_1 = 100 \text{ V}, \quad I_1 = 0.5 \text{ A}, \quad L = ?$$

Radni (omski) otpor dobije se iz Ohmova zakona za istosmjernu struju:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{100 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 20 \Omega.$$

Priključimo li zavojnicu na izvor izmjenične struje, vrijedi:

$$Z = \frac{U_1}{I_1} = \frac{100 \text{ V}}{0.5 \text{ A}} = 200 \Omega,$$

$$Z^2 = R^2 + R_L^2 \Rightarrow R_L^2 = Z^2 - R^2 \quad \checkmark \Rightarrow R_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(200 \Omega)^2 - (20 \Omega)^2} = 199 \Omega,$$

$$R_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \Rightarrow L = \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{199 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s}} = 0.63 \text{ H}.$$



### Vježba 019

Kad zavojnicu priključimo na istosmjernu struju napona 100 V, njome protječe struja jakosti 5 A. Kada se priključi na izmjeničnu struju frekvencije 60 Hz i efektivnog napona 100 V, njome protječe struja 0.5 A. Koliki je induktivnost zavojnice?

**Rezultat:** 0.53 H.

### Zadatak 020 (Ivan, gimnazija)

Za koje se vrijeme magnetski tok jednoliko povećava od 4  $\mu\text{Wb}$  do 104  $\mu\text{Wb}$  kroz površinu omeđenu vodičem ako se u vodiču inducira napon 30 V?

#### Rješenje 020

$$\Phi_1 = 4 \mu\text{Wb} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}, \quad \Phi_2 = 104 \mu\text{Wb} = 1.04 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}, \quad U = 30 \text{ V}, \quad \Delta t = ?$$

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{U} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{U} = \frac{1.04 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} - 4 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{30 \text{ V}} = 3.33 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.33 \mu\text{s}.$$

### Vježba 020

Za koje se vrijeme magnetski tok jednoliko povećava od 8  $\mu\text{Wb}$  do 108  $\mu\text{Wb}$  kroz površinu omeđenu vodičem ako se u vodiču inducira napon 30 V?

**Rezultat:** 3.33  $\mu\text{s}$ .

www.halapa.com