

### Zadatak 041 (Mirjana, srednja škola)

Kroz neko sredstvo šire se valovi koji imaju frekvenciju 660 Hz i amplitudu 0.3 mm. Duljina vala je 50 cm. Odredi: a) brzinu širenja vala i b) maksimalnu brzinu jedne čestice.

#### Rješenje 041

$$v = 660 \text{ Hz}, \quad y_0 = 0.3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad \lambda = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad v = ?, \quad v_0 = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $T$  perioda titranja,  $\nu$  frekvencija, a  $v$  brzina širenja vala. Brzina tijela koje harmonički titra mijenja se s vremenom

$$v = v_0 \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T},$$

gdje je  $v_0$  maksimalna brzina dana izrazom

$$v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot y_0}{T} \Rightarrow v_0 = 2 \cdot \pi \cdot y_0 \cdot \nu.$$

a) Brzina širenja vala iznosi:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} / \cdot \nu \Rightarrow v = \lambda \cdot \nu = 0.5 \text{ m} \cdot 660 \frac{1}{\text{s}} = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Maksimalna brzina čestice iznosi:

$$v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot y_0}{T} \Rightarrow v_0 = 2 \cdot \pi \cdot y_0 \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot 660 \frac{1}{\text{s}} = 1.24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### Vježba 041

Kroz neko sredstvo šire se valovi koji imaju frekvenciju 1320 Hz i amplitudu 0.3 mm. Duljina vala je 50 cm. Odredi: a) brzinu širenja vala i b) maksimalnu brzinu jedne čestice.

**Rezultat:** 660 m/s, 2.49 m/s.

### Zadatak 042 (Deny, srednja škola)

Žica glasovira daje ton frekvencije 65 Hz. Ako je duljina žice 2 m, a njezina masa po jedinici duljine 5 g/m, kolikom je silom zategnuta žica?

- A) 168 N      B) 84 N      C) 1300 N      D) 677 N      E) 338 N

#### Rješenje 042

$$\nu_1 = 65 \text{ Hz}, \quad l = 2 \text{ m}, \quad \mu = 5 \text{ g/m} = 0.005 \text{ kg/m}, \quad F = ?$$

Osnovna frekvencija kojom žica duljine  $l$  titra jednaka je

$$\nu_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2 \cdot l},$$

gdje je  $F$  napetost žice, a  $\mu$  omjer mase  $m$  i duljine  $l$  žice.

Sila kojom je žica zategnuta iznosi:

$$\nu_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2 \cdot l} \Rightarrow \nu_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2 \cdot l} / \cdot 2 \cdot l \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 2 \cdot l \cdot \nu_l \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 2 \cdot l \cdot \nu_l / ^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F}{\mu} = (2 \cdot l \cdot v_l)^2 \Rightarrow \frac{F}{\mu} = (2 \cdot l \cdot v_l)^2 / \mu \Rightarrow F = \mu \cdot (2 \cdot l \cdot v_l)^2 = 0.005 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot \left(2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 65 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 338 \text{ N}.$$

Odgovor je pod E.

### Vježba 042

Žica glasovira daje ton frekvencije 130 Hz. Ako je duljina žice 1 m, a njezina masa po jedinici duljine 5 g/m, kolikom je silom zategnuta žica?

- A) 168 N      B) 84 N      C) 1300 N      D) 677 N      E) 338 N

**Rezultat:** E.

### Zadatak 043 (Deny, srednja škola)

Žica glasovira duga 50 cm ima masu 10 g i napeta je silom od 800 N. Osnovna frekvencija kojom titra žica iznosi:

- A) 20 Hz      B) 40 Hz      C) 100 Hz      D) 200 Hz      E) 440 Hz

### Rješenje 043

$l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$ ,       $m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}$ ,       $F = 800 \text{ N}$ ,       $v_l = ?$   
Osnovna frekvencija kojom žica duljine  $l$  titra jednaka je

$$v_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2 \cdot l},$$

gdje je  $F$  napetost žice, a  $\mu$  omjer mase  $m$  i duljine  $l$  žice

$$\mu = \frac{m}{l}$$

Osnovna frekvencija kojom žica titra iznosi:

$$v_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2 \cdot l} \left. \begin{array}{l} \\ \mu = \frac{m}{l} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v_l = \frac{\sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}}}{2 \cdot l} \Rightarrow v_l = \frac{\sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}}{2 \cdot l} = \frac{\sqrt{\frac{800 \text{ N} \cdot 0.5 \text{ m}}{0.01 \text{ kg}}}}{2 \cdot 0.5 \text{ m}} = 200 \frac{1}{\text{s}} = 200 \text{ Hz}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 043

Žica glasovira duga 500 mm ima masu 1 dag i napeta je silom od 800 N. Osnovna frekvencija kojom titra žica iznosi:

- A) 20 Hz      B) 40 Hz      C) 100 Hz      D) 200 Hz      E) 440 Hz

**Rezultat:** D.

### Zadatak 044 (Deny, srednja škola)

Izvor emitira valove svjetlosti valne duljine 500 nm tijekom 10 ns. Koliki broj valova je emitirao izvor tijekom tog vremena? ( $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

- A)  $6 \cdot 10^6$       B)  $2 \cdot 10^8$       C)  $6 \cdot 10^{19}$       D)  $6 \cdot 10^{22}$       E)  $6 \cdot 10^{16}$

### Rješenje 044

$\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,       $t = 10 \text{ ns} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ ,       $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,       $n = ?$   
Frekvencija  $\nu$  je broj titraja (okreta) u jedinici vremena (u 1 sekundi).

$$\nu = \frac{n}{t},$$

gdje je  $n$  broj titraja (okreta) za vrijeme  $t$ .

Prema valnoj ili undulatornoj teoriji svjetlost se širi u valovima za koje vrijedi jednačba

$$\lambda = c \cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda},$$

gdje je  $\lambda$  duljina vala,  $c$  brzina svjetlosti i  $\nu$  frekvencija.

Broj valova koji je izvor emitirao iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{n}{t} \\ \nu = \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{n}{t} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{n}{t} = \frac{c}{\lambda} / \cdot t \Rightarrow n = \frac{c \cdot t}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1 \cdot 10^{-8} s}{5 \cdot 10^{-7} m} = 6 \cdot 10^6.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 044

Izvor emitira valove svjetlosti valne duljine 1000 nm tijekom 20 ns. Koliki broj valova je emitirao izvor tijekom tog vremena? ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

- A)  $6 \cdot 10^6$       B)  $2 \cdot 10^8$       C)  $6 \cdot 10^{19}$       D)  $6 \cdot 10^{22}$       E)  $6 \cdot 10^{16}$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 045 (Mira, gimnazija)

Točkasti izvor titra harmonijski frekvencijom 50 Hz. Val se kroz medij širi brzinom 300 m/s. Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su udaljene 2 m i 8 m od izvora vala?

### Rješenje 045

$$\nu = 50 \text{ Hz}, \quad v = 300 \text{ m/s}, \quad x_1 = 2 \text{ m}, \quad x_2 = 8 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $v$  brzina širenja vala, a  $\nu$  frekvencija.

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Razlika u fazi u radijanima iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(x_2 - x_1) \cdot \nu}{v} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(8 \text{ m} - 2 \text{ m}) \cdot 50 \frac{1}{s}}{300 \frac{m}{s}} = 2 \cdot \pi \text{ rad}.$$

### Vježba 045

Točkasti izvor titra harmonijski frekvencijom 50 Hz. Val se kroz medij širi brzinom 300 m/s. Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su udaljene 1 m i 7 m od izvora vala?

**Rezultat:**  $2 \cdot \pi \text{ rad}$ .

### Zadatak 046 (Mira, gimnazija)

Dvije žice imaju jednake duljine. Jedna žica ima dva puta veću masu od druge žice, ali je napetost te žice tri puta manja. Koliki je omjer brzina širenja valova u tim žicama?

#### Rješenje 046

$$l_1 = l_2 = l, \quad m_1 = 2 \cdot m_2, \quad F_1 = \frac{1}{3} \cdot F_2, \quad \frac{v_2}{v_1} = ?$$

Na napetom užetu ili žici val se širi brzinom

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}},$$

gdje je F napetost užeta, l duljina užeta, a m njegova masa.

Računamo omjer brzina.

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \frac{\sqrt{\frac{F_2 \cdot l_2}{m_2}}}{\sqrt{\frac{F_1 \cdot l_1}{m_1}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \cdot l_2}{m_2} \cdot \frac{m_1}{F_1 \cdot l_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \cdot l_2 \cdot m_1}{F_1 \cdot l_1 \cdot m_2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \cdot l \cdot 2 \cdot m_2}{\frac{1}{3} \cdot F_2 \cdot l \cdot m_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \cdot l \cdot 2 \cdot m_2}{\frac{1}{3} \cdot F_2 \cdot l \cdot m_2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{6}. \end{aligned}$$

#### Vježba 046

Dvije žice imaju jednake duljine. Jedna žica ima četiri puta veću masu od druge žice, ali je napetost te žice šest puta manja. Koliki je omjer brzina širenja valova u tim žicama?

**Rezultat:**  $\sqrt{24}$ .

### Zadatak 047 (Ivan, srednja škola)

Kad dvije glazbene vilice istodobno odašilju zvuk čujemo jedan udar svake 0.3 s. Za koliko se razlikuju frekvencije tih glazbenih vilica?

#### Rješenje 047

$$n = 1 \text{ udar}, \quad t = 0.3 \text{ s}, \quad v_u = ?$$

Frekvencija v je broj titraja (okreta) u jedinici vremena (u 1 sekundi).

$$v = \frac{n}{t},$$

gdje je n broj titraja (okreta) za vrijeme t.

Razlika frekvencija glazbenih vilica je

$$v_u = \frac{n}{t} = \frac{1}{0.3 \text{ s}} = 3.33 \frac{1}{\text{s}} = 3.33 \text{ Hz}.$$

#### Vježba 047

Kad dvije glazbene vilice istodobno odašilju zvuk čujemo dva udara svakih 0.6 s. Za koliko se razlikuju frekvencije tih glazbenih vilica?

**Rezultat:** 3.33 Hz.

### Zadatak 048 (Ivan, srednja škola)

Kolika je frekvencija glazbene vilice koja daje 4 udara u sekundi s glazbenom vilicom frekvencije 300 Hz?

#### Rješenje 048

$$n = 4 \text{ udara}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad v_1 = 300 \text{ Hz}, \quad v_2 = ?$$

Udari nastaju superpozicijom dvaju valova koji se vrlo malo razlikuju u frekvenciji. Broj udara u sekundi jednak je razlici frekvencija valova koji interferiraju:

$$v_u = |v_1 - v_2|.$$



Frekvencija  $v$  je broj titraja (okreta) u jedinici vremena (u 1 sekundi).

$$v = \frac{n}{t},$$

gdje je  $n$  broj titraja (okreta) za vrijeme  $t$ .

Računamo broj udara:

$$v_u = \frac{n}{t} = \frac{4}{1 \text{ s}} = 4 \frac{1}{\text{s}} = 4 \text{ Hz}.$$

Frekvencija glazbene vilice iznosi:

$$\begin{aligned} v_u = |v_1 - v_2| \Rightarrow 4 = |v_1 - v_2| \Rightarrow |v_1 - v_2| = 4 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 - v_2 = -4 \\ v_1 - v_2 = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -v_2 = -4 - v_1 \\ -v_2 = 4 - v_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -v_2 = -4 - v_1 \cdot (-1) \\ -v_2 = 4 - v_1 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_2 = 4 + v_1 \\ v_2 = -4 + v_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_2 = 4 + 300 \\ v_2 = -4 + 300 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_2 = 304 \text{ Hz} \\ \text{ili} \\ v_2 = 296 \text{ Hz} \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Postoje dva rješenja.

### Vježba 048

Kolika je frekvencija glazbene vilice koja daje 2 udara u sekundi s glazbenom vilicom frekvencije 300 Hz?

**Rezultat:** 302 Hz ili 298 Hz.

### Zadatak 049 (Ivan, srednja škola)

Neka svirala emitira zvuk frekvencije 196 Hz. Kad ona i G žica violine zajedno emitiraju zvuk može se čuti 10 udara u 8 sekundi. Udari su sve rjeđi kad se violinska žica polako napinje. Kolika je prvotna frekvencija violinske žice?

### Rješenje 049

$$v_1 = 196 \text{ Hz}, \quad n = 10 \text{ udara}, \quad t = 8 \text{ s}, \quad v_2 = ?$$

Frekvencija  $v$  je broj titraja (okreta) u jedinici vremena (u 1 sekundi).

$$v = \frac{n}{t},$$

gdje je  $n$  broj titraja (okreta) za vrijeme  $t$ .

Udari nastaju superpozicijom dvaju valova koji se vrlo malo razlikuju u frekvenciji. Broj udara u sekundi jednak je razlici frekvencija valova koji interferiraju:

$$v_u = |v_1 - v_2|.$$



Računamo broj udara:

$$v_u = \frac{n}{t} = \frac{10}{8 \text{ s}} = 1.25 \frac{1}{\text{s}} = 1.25 \text{ Hz}.$$

Budući da broj udara polako opada mora biti

$$v_1 - v_2 > 0$$

pa slijedi:

$$v_u = v_1 - v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - v_u = 196 \text{ Hz} - 1.25 \text{ Hz} = 194.75 \text{ Hz}.$$

### Vježba 049

Neka svirala emitira zvuk frekvencije 196 Hz. Kad ona i G žica violine zajedno emitiraju zvuk može se čuti 5 udara u 4 sekunde. Udari su sve rjeđi kad se violinska žica polako napinje. Kolika je prvotna frekvencija violinske žice?

**Rezultat:** 194.75 Hz.

### Zadatak 050 (Željko, srednja škola)

Zvuk razine 95 dB udara o bubnjić uha. Površina bubnjića je  $50 \text{ mm}^2$ . Koliko energije se tijekom jedne sekunde prenosi kroz bubnjić? (prag čujnosti  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ )

### Rješenje 050

$$L = 95 \text{ dB}, \quad S = 50 \text{ mm}^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2, \quad t = 1 \text{ s}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad E = ?$$

Intenzitet (I) zvučnog vala je energija koju val prenese u jediničnom vremenu kroz jediničnu površinu smještenu okomito na smjer širenja zvuka, tj.

$$I = \frac{E}{t \cdot S}.$$

Razina intenziteta zvuka L izražena u decibelima dB definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

gdje intenzitet  $I_0$  odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

$$\left. \begin{array}{l} L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \\ I = \frac{E}{t \cdot S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{E}{\frac{t \cdot S}{1} \cdot I_0}$$

$$\Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{L}{10} = \log \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} 10^{\log x} = x \\ \text{potenciramo} \\ \text{s bazom 10} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 10^{\frac{L}{10}} &= \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \Rightarrow 10^{\sqrt[10]{L}} = \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \Rightarrow 10^{\sqrt[10]{L}} = \frac{E}{t \cdot S \cdot I_0} \cdot t \cdot S \cdot I_0 \Rightarrow E = t \cdot S \cdot I_0 \cdot 10^{\sqrt[10]{L}} = \\ &= 1 \text{ s} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{\sqrt[10]{95}} = 1.58 \cdot 10^{-7} \text{ J}. \end{aligned}$$

### Vježba 050

Zvuk razine 95 dB udara o bubnjić uha. Površina bubnjića je  $25 \text{ mm}^2$ . Koliko energije se tijekom dvije sekunde prenosi kroz bubnjić? (prag čujnosti  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ )

**Rezultat:**  $1.58 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ .

### Zadatak 051 (Maturantica, medicinska škola)

Val prelazi iz sredstva A u sredstvo B. U sredstvu A brzina vala iznosi 100 m/s, a valna duljina 0.5 m. U sredstvu B se brzina vala poveća na 160 m/s. Kolika je valna duljina vala u sredstvu B?

- A. 0.5 m      B. 0.8 m      C. 100 m      D. 160 m

### Rješenje 051

$$v_1 = 100 \text{ m/s}, \quad \lambda_1 = 0.5 \text{ m}, \quad v_2 = 160 \text{ m/s}, \quad \lambda_2 = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je  $v$  brzina vala,  $\lambda$  duljina vala,  $\nu$  frekvencija vala.

Pri prijelazu svjetlosti (zvuka) iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a mijenjaju se valna duljina i brzina svjetlosti (zvuka).

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = \lambda_1 \cdot \nu_1 \text{ val u sredstvu A} \\ v_2 = \lambda_2 \cdot \nu_2 \text{ val u sredstvu B} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \lambda_1 \cdot \nu_1 \cdot \frac{1}{\lambda_1} \\ v_2 = \lambda_2 \cdot \nu_2 \cdot \frac{1}{\lambda_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} \\ \nu_2 = \frac{v_2}{\lambda_2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{frekvencija nepromijenjena} \\ \nu_1 = \nu_2 \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \Rightarrow v_1 \cdot \lambda_2 = v_2 \cdot \lambda_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_1 \cdot \lambda_2 = v_2 \cdot \lambda_1 \cdot \frac{1}{v_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2 \cdot \lambda_1}{v_1} = \frac{160 \frac{m}{s} \cdot 0.5 \text{ m}}{100 \frac{m}{s}} = 0.8 \text{ m}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 051

Val prelazi iz sredstva A u sredstvo B. U sredstvu A brzina vala iznosi 200 m/s, a valna duljina 0.5 m. U sredstvu B se brzina vala poveća na 320 m/s. Kolika je valna duljina vala u sredstvu B?

- A. 0.5 m      B. 0.8 m      C. 100 m      D. 160 m

Rezultat: B.

### Zadatak 052 (Marko, gimnazija)

Pri približavanju vozila promatrač čuje zvuk frekvencije 965.3 Hz, a pri udaljavanju 843 Hz. Kolika je brzina vozila, ako je brzina zvuka 340 m/s?

### Rješenje 052

$$\nu_1 = 965.3 \text{ Hz}, \quad \nu_2 = 843 \text{ Hz}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

### Dopplerov efekt

Izvor zvuka odašilje zvučne valove frekvencije  $\nu$ . Opažač sluša taj zvuk na nekoj udaljenosti od izvora. Ako i izvor i opažač miruju u istom inercijskom sustavu, opažač će registrirati zvučne valove jednake frekvencije  $\nu$ .

Ako se opažaču izvor zvuka približava, on čuje zvuk **više** frekvencije.

Ako se izvor zvuka udaljava od opažača, on čuje zvuk **niže** frekvencije.

Ta se pojava naziva Dopplerov efekt. Neka je:

$v_z$  – brzina zvuka

$v$  – brzina izvora zvuka

$\nu_i$  – frekvencija zvuka koji emitira izvor zvuka

$\nu$  – frekvencija zvuka koji čuje opažač zbog Dopplerovog efekta

Opažaču se izvor zvuka	
približava	udaljava
$v = \frac{v_z}{v_z - v} \cdot v_i$	$v = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i$

Prilikom približavanja vozila (izvora zvuka) promatrač čuje zvuk frekvencije:

$$v_1 = \frac{v_z}{v_z - v} \cdot v_i,$$

a pri udaljavanju vozila zvuk frekvencije:

$$v_2 = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i,$$

gdje je  $v$  brzina vozila, a  $v_i$  frekvencija zvuka kojeg stvara vozilo. Dijeleći gornje jednačbe dobije se:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{v_z}{v_z - v} \cdot v_i}{\frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_z + v}{v_z - v} \Rightarrow v_1 \cdot (v_z - v) = v_2 \cdot (v_z + v) \Rightarrow v_1 \cdot v_z - v_1 \cdot v = v_2 \cdot v_z + v_2 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 \cdot v_z - v_2 \cdot v_z = v_1 \cdot v + v_2 \cdot v \Rightarrow v_z \cdot (v_1 - v_2) = v \cdot (v_1 + v_2) \Rightarrow v = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \cdot v_z =$$

$$= \frac{965.3 \text{ Hz} - 843 \text{ Hz}}{965.3 \text{ Hz} + 843 \text{ Hz}} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 22.995 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [22.995 \cdot 3.6] = 82.78 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 052

Pri približavanju vozila promatrač čuje zvuk frekvencije 965.3 Hz, a pri udaljavanju 843 Hz. Kolika je brzina vozila, ako je brzina zvuka 335 m/s?

**Rezultat:** 81.58 km/h.

### Zadatak 053 (Kizo, gimnazija)

Frekvencija zvižduka lokomotive, kako ga čuje vozač lokomotive, je 800 Hz. Promatrač čuje zvižduk frekvencije 760 Hz. Da li se vlak udaljuje ili približava promatraču? Kolika je brzina vlaka? Brzina zvuka je 340 m/s.

### Rješenje 053

$$v_i = 800 \text{ Hz}, \quad v = 760 \text{ Hz}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

### Dopplerov efekt

Izvor zvuka odašilje zvučne valove frekvencije  $v_i$ . Opažać sluša taj zvuk na nekoj udaljenosti od izvora. Ako i izvor i opažać miruju u istom inercijskom sustavu, opažać će registrirati zvučne valove jednake frekvencije  $v_i$ .

Ako se opažaču izvor zvuka **približava**, on čuje zvuk **više** frekvencije.

Ako se izvor zvuka **udaljava** od opažača, on čuje zvuk **niže** frekvencije.

Ta se pojava naziva Dopplerov efekt. Neka je:

$v_z$  – brzina zvuka

$v$  – brzina izvora zvuka

$v_i$  – frekvencija zvuka koji emitira izvor zvuka

$v$  – frekvencija zvuka koji čuje opažać zbog Dopplerovog efekta

Opažaču se izvor zvuka	
približava	udaljava
$v = \frac{v_z}{v_z - v} \cdot v_i$	$v = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i$

Prilikom udaljavanja vozila (izvora zvuka) promatrač čuje zvuk frekvencije

$$v = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i.$$



Budući da promatrač čuje zvižduk frekvencije manje od frekvencije zvižduka lokomotive  $v < v_i$ , vlak se udaljuje od njega. Računamo brzinu vlaka  $v$ .

$$v = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i \Rightarrow v = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v_i \cdot \frac{v_z + v}{v} \Rightarrow v_z + v = \frac{v_z}{v} \cdot v_i \Rightarrow v = \frac{v_z}{v} \cdot v_i - v_z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = v_z \cdot \left( \frac{v_i}{v} - 1 \right) = 340 \frac{m}{s} \cdot \left( \frac{800 \text{ Hz}}{760 \text{ Hz}} - 1 \right) = 17.89 \frac{m}{s} = [17.89 \cdot 3.6] = 64.4 \frac{km}{h}.$$



### Vježba 053

Frekvencija zvižduka lokomotive, kako ga čuje vozač lokomotive, je 400 Hz. Promatrač čuje zvižduk frekvencije 380 Hz. Da li se vlak udaljuje ili približava promatraču? Kolika je brzina vlaka? Brzina zvuka je 340 m/s.

**Rezultat:** Vlak se približava,  $v = 64.4 \text{ km/h}$ .

### Zadatak 054 (Carlo, gimnazija)

Tijelo harmonijski titra. Elongacija tijela u ovisnosti o vremenu opisana je izrazom

$$y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{3 \text{ s}} + \pi\right). \text{ Kolika je perioda titranja toga tijela?}$$

- A.  $\frac{2}{3} \text{ s}$       B.  $\frac{3}{2} \text{ s}$       C.  $3 \text{ s}$       D.  $6 \text{ s}$

### Rješenje 054

$$y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{3 \text{ s}} + \pi\right), \quad T = ?$$

Elongaciju  $y$  koje god točke koja se nalazi na udaljenosti  $x$  od izvora vala u bilo koje vrijeme  $t$  možemo naći iz jednadžbe

$$y = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right),$$

gdje je  $y_0$  amplituda vala, a  $\varphi$  fazni pomak ili zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti  $x$  od izvora vala,  $T$  perioda titranja.

$$y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{3 \text{ s}} + \pi\right) \Rightarrow y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi\right) \Rightarrow y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot 3 \text{ s}} \cdot t + \pi\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{6 \text{ s}} \cdot t + \pi\right) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{6 \text{ s}} \cdot t + \pi\right) \\ y = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right) \end{array} \right\} \Rightarrow T = 6 \text{ s}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 054

Tijelo harmonijski titra. Elongacija tijela u ovisnosti o vremenu opisana je izrazom

$$y = 2 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{1.5 \text{ s}} + \pi\right). \text{ Kolika je perioda titranja toga tijela?}$$

- A.  $\frac{2}{3} \text{ s}$       B.  $\frac{3}{2} \text{ s}$       C.  $3 \text{ s}$       D.  $6 \text{ s}$

**Rezultat:** C.

**Zadatak 055 (Josipa, gimnazija)**

Puhanjem u sviralu, zatvorenu na jednome kraju, stvara se osnovni ton frekvencije 0.2 kHz. Kolika je duljina svirale? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

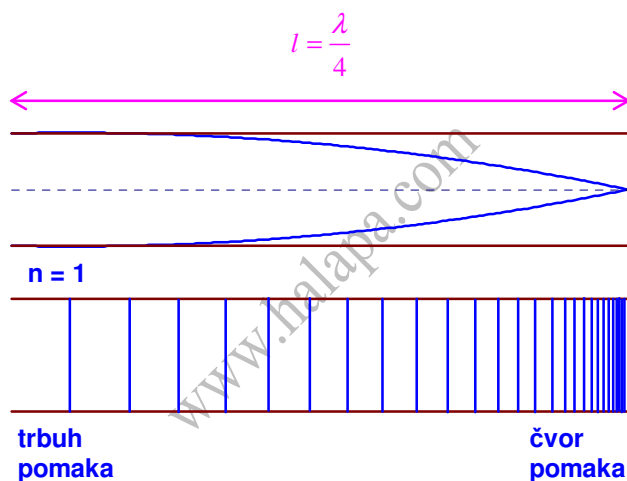
**Rješenje 055**

$$v_1 = 0.2 \text{ kHz} = 200 \text{ Hz}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad l = ?$$

Kod svirala titra stupac zraka longitudinalnim stojnim valom. Čvor nastaje na čvrstom kraju, tj. na zatvorenom kraju stupca zraka u svirali. Promotrimo stojni longitudinalni val koji dobivamo u svirali ispunjenoj fluidom (zrakom) koja je s jedne strane zatvorena. Moguće diskretne (kvantizirane) valne duljine  $\lambda_n$  i frekvencije  $v_n$  su:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_n &= \frac{4 \cdot l}{2 \cdot n - 1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ v_n &= (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{v}{4 \cdot l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\}$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $v$  frekvencija,  $l$  duljina svirale,  $v$  brzina zvuka.



Osnovni ton ima frekvenciju:

$$\left. \begin{aligned} n &= 1 \\ v_n &= (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{v}{4 \cdot l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1 = (2 \cdot 1 - 1) \cdot \frac{v}{4 \cdot l} \Rightarrow v_1 = \frac{v}{4 \cdot l}$$

Duljina svirale iznosi:

$$v_1 = \frac{v}{4 \cdot l} \Rightarrow v_1 = \frac{v}{4 \cdot l} \cdot \frac{l}{v_1} \Rightarrow l = \frac{v}{4 \cdot v_1} = \frac{340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 200 \frac{1}{s}} = 0.425 \text{ m} = 42.5 \text{ cm}.$$

**Vježba 055**

Puhanjem u sviralu, zatvorenu na jednome kraju, stvara se osnovni ton frekvencije 0.4 kHz. Kolika je duljina svirale? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

**Rezultat:** 21.25 cm.

### Zadatak 056 (Dario, gimnazija)

Dva izvora jednakih frekvencija razlikuju se razinom za 40 dB. Koliki je kvocijent intenziteta titranja čestica?

#### Rješenje 056

$$v_1 = v_2 = v, \quad \Delta L = 40 \text{ dB}, \quad \frac{I_2}{I_1} = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet  $I_0$  odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

$$\Delta L = L_2 - L_1 \Rightarrow L_2 - L_1 = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \left( \log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = \Delta L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \right] \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 40 \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 40 \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{antilogaritmiramo} \\ \log a = b \\ a = 10^b \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10000.$$

### Vježba 056

Dva izvora jednakih frekvencija razlikuju se razinom za 30 dB. Koliki je kvocijent intenziteta titranja čestica?

**Rezultat:** 1000.

### Zadatak 057 (Dario, gimnazija)

Dva izvora jednakih frekvencija razlikuju se razinom za 40 dB. Koliki je kvocijent amplituda titranja čestica?

#### Rješenje 057

$$v_1 = v_2 = v, \quad \Delta L = 40 \text{ dB}, \quad \frac{A_2}{A_1} = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet  $I_0$  odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Intenzitet (I) zvučnih valova je snaga koju nosi zvučni val pri prolazu jediničnom površinom okomitom na smjer širenja zvuka

$$I = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A^2,$$

gdje je  $\rho$  gustoća,  $v$  brzina širenja vala,  $\nu$  frekvencija,  $A$  amplituda.

$$\Delta L = L_2 - L_1 \Rightarrow L_2 - L_1 = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \left( \log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = \Delta L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \right] \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 40 \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 40 / : 10 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{antilogaritmiramo} \\ \log a = b \\ a = 10^b \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10000 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} I_1 = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_1^2 \\ I_2 = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_2^2 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_2^2}{2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_1^2} = 10000 \Rightarrow \frac{2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_2^2}{2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot \nu)^2 \cdot A_1^2} = 10000 \Rightarrow \frac{A_2^2}{A_1^2} = 10000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 = 10000 \Rightarrow \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 = 10000 / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \sqrt{10000} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 100.$$

### Vježba 057

Dva izvora jednakih frekvencija razlikuju se razinom za 20 dB. Koliki je kvocijent amplituda titranja čestica?

**Rezultat:** 10.

### Zadatak 058 (Nixi, gimnazija)

Pri 0 °C i normiranome atmosferskom tlaku brzina zvuka u zraku iznosi 332 m / s, a pri 20 °C 340 m / s. Za koliko se promijeni brzina zvuka pri promjeni temperature zraka za 1 °C?

### Rješenje 058

$$t_1 = 0 \text{ °C}, \quad v_1 = 332 \text{ m / s}, \quad t_2 = 20 \text{ °C}, \quad v_2 = 340 \text{ m / s}, \quad \Delta v = ?$$

Zvučni valovi jesu longitudinalni valovi frekvencije od 16 Hz do 20000 Hz.

Promjena brzine  $\Delta v$  zvuka pri promjeni temperature zraka za 1 °C jednaka je kvocijentu promjene brzine

$$v_2 - v_1$$

i temperature

$$t_2 - t_1.$$

$$\Delta v = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{340 \frac{m}{s} - 332 \frac{m}{s}}{20 - 0} = \frac{8 \frac{m}{s}}{20} = 0.4 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 058

Pri 0 °C i normiranome atmosferskom tlaku brzina zvuka u zraku iznosi 332 m / s, a pri 20 °C 344 m / s. Za koliko se promijeni brzina zvuka pri promjeni temperature zraka za 1 °C?

**Rezultat:** 0.6 m / s.

### Zadatak 059 (Zejneb, maturant)

Žica duljine 12.5 m titra frekvencijom 800 Hz. Na žici se može izbrojiti 8 čvorova, uključujući i one na krajevima žice. Brzina transverzalnog vala kroz žicu je:

A.  $2578 \frac{m}{s}$       B.  $5287 \frac{m}{s}$       C.  $2857 \frac{m}{s}$       D.  $2785 \frac{m}{s}$

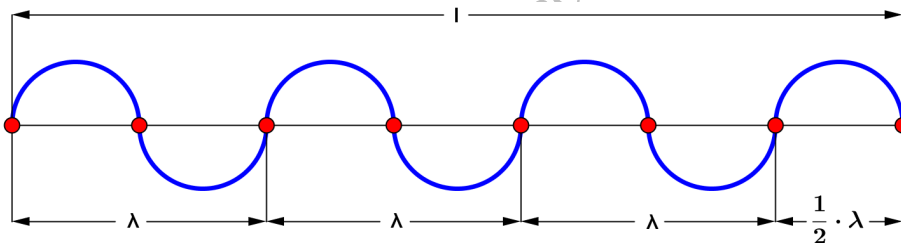
### Rješenje 059

$$l = 12.5 \text{ m}, \quad v = 800 \text{ Hz}, \quad n = 8, \quad v = ?$$

Širenje titranja kroz neko sredstvo zovemo valovito gibanje. Valovito je gibanje periodičko prenošenje energije titranja od jednog mjesta na drugo. Pri transverzalnim valovima ta se energija prenosi okomito na smjer titranja. Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. To je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je  $v$  brzina vala,  $\lambda$  valna duljina,  $\nu$  frekvencija. Čvor vala je točka koja ne titra.



Budući da se na žici duljine  $l$  može izbrojiti 8 čvorova, znači da vrijedi:

$$l = 3.5 \cdot \lambda \Rightarrow 3.5 \cdot \lambda = l \Rightarrow 3.5 \cdot \lambda = l \text{ / : } 3.5 \Rightarrow \lambda = \frac{l}{3.5}.$$

Brzina transverzalnog vala kroz žicu je:

$$v = \lambda \cdot \nu \Rightarrow v = \frac{l}{3.5} \cdot \nu = \frac{12.5 \text{ m}}{3.5} \cdot 800 \frac{1}{s} = 2857 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 059

Žica duljine 12.5 m titra frekvencijom 800 Hz. Na žici se može izbrojiti 9 čvorova, uključujući i one na krajevima žice. Brzina transverzalnog vala kroz žicu je:

A.  $2500 \frac{m}{s}$       B.  $5000 \frac{m}{s}$       C.  $2100 \frac{m}{s}$       D.  $2000 \frac{m}{s}$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 060 (Božidar, srednja škola)

Membrana titra frekvencijom od 1000 Hz. Kolika je duljina zvučnog vala koji se od membrane širi u zrak? (brzina zvuka pri 0 °C  $v_0 = 330 \text{ m / s}$ )

### Rješenje 060

$$\nu = 1000 \text{ Hz}, \quad v_0 = 330 \text{ m / s}, \quad \lambda = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je  $v$  brzina širenja vala,  $\lambda$  valna duljina,  $\nu$  frekvencija.

Duljina zvučnog vala iznosi:

$$v_0 = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu = v_0 \Rightarrow \lambda \cdot \nu = v_0 \cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{v_0}{\nu} = \frac{330 \frac{m}{s}}{1000 \frac{1}{s}} = 0.33 \text{ m} = 33 \text{ cm}.$$

### Vježba 060

Membrana titra frekvencijom od 500 Hz. Kolika je duljina zvučnog vala koji se od membrane širi u zrak? (brzina zvuka pri 0 °C  $v_0 = 330 \text{ m / s}$ )

**Rezultat:** 66 cm.

www.halapa.com