

**Zadatak 021 (Zoki, elektrotehnička škola)**

Dva zvučna vala imaju intenzitete 10 i 500 mW/cm<sup>2</sup>. Za koliko se decibela razlikuju ta dva zvuka?

**Rješenje 021**

$$I_1 = 10 \text{ mW/cm}^2 = 100 \text{ W/m}^2, \quad I_2 = 500 \text{ mW/cm}^2 = 5000 \text{ W/m}^2, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad L_2 - L_1 = ?$$

Tražimo razliku intenziteta za oba zvuka:

$$L_2 - L_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \cdot \left[ \log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right] = \left[ \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \right] =$$

$$= 10 \cdot \left[ \log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0 \right] = 10 \cdot \left[ \log I_2 - \log I_1 \right] = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \cdot \log \frac{5000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 10 \cdot \log 50 = 17 \text{ dB.}$$

**Vježba 021**

Dva zvučna vala imaju intenzitete 10 i 600 mW/cm<sup>2</sup>. Za koliko se decibela razlikuju ta dva zvuka?

**Rezultat:** 18 dB.

**Zadatak 022 (Zoki, elektrotehnička škola)**

Valna je duljina zvuka 17 cm pri brzini 340 m/s. Kolika je brzina širenja zvuka u sredstvu u kojemu je, pri jednakoj frekvenciji kao u zraku, duljina vala 102 cm?

**Rješenje 022**

$$\lambda_1 = 17 \text{ cm}, \quad v_1 = 340 \text{ m/s}, \quad \lambda_2 = 102 \text{ cm}, \quad v_2 = ?$$

Brzina širenja vala definira se:

$$v = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{\lambda}$$

Budući da su frekvencije jednake, slijedi:

$$\nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow v_1 \cdot \lambda_2 = v_2 \cdot \lambda_1 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 102 \text{ cm}}{17 \text{ cm}} = 2040 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Vježba 022**

Valna je duljina zvuka 17 cm pri brzini 340 m/s. Kolika je brzina širenja zvuka u sredstvu u kojemu je, pri jednakoj frekvenciji kao u zraku, duljina vala 85 cm?

**Rezultat:** 1700  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zadatak 023 (Ivan, elektrotehnička škola)**

Valovi se u nekom sredstvu šire brzinom 3.6 m/s uz frekvenciju 6 Hz. Kolika je razlika u fazi dviju točaka koje su međusobno udaljene 30 cm?

**Rješenje 023**

$$v = 3.6 \text{ m/s}, \quad \nu = 6 \text{ Hz}, \quad \Delta x = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad \Delta \varphi = ?$$

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Razlika u fazi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \\ v = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x \cdot \nu}{v} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{0.3 \text{ m} \cdot 6 \frac{1}{\text{s}}}{3.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \pi.$$

**Vježba 023**

Valovi se u nekom sredstvu šire brzinom 3.6 m/s uz frekvenciju 12 Hz. Kolika je razlika u fazi dviju točaka koje su međusobno udaljene 30 cm?

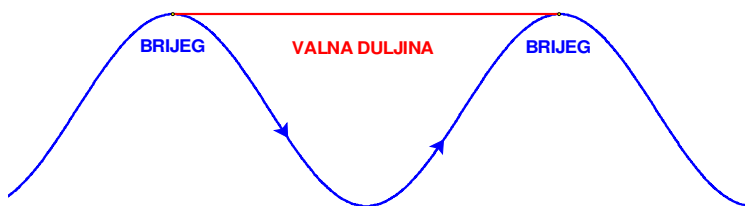
**Rezultat:**  $2 \cdot \pi$ .

**Zadatak 024 (Gimnazijalka, gimnazija)**

Površinom jezera šire se valovi valne duljine 20 m. Pokraj promatrača na obali jezera prođu u 1 sekundi dva susjedna brijega vala. Kolika je brzina širenja valova?

**Rješenje 024**

$$\lambda = 20 \text{ m}, \quad T = 1 \text{ s}, \quad v = ?$$



Brzina širenja valova iznosi:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{20 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Vježba 024**

Površinom jezera šire se valovi valne duljine 30 m. Pokraj promatrača na obali jezera prođu u 1 sekundi dva susjedna brijega vala. Kolika je brzina širenja valova?

**Rezultat:**  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zadatak 025 (Mala, medicinska škola)**

Radio ste namjestili tako da je prosječan intenzitet zvuka oko  $10^{-9} \text{ W/m}^2$ . Pretpostavimo li da nije bilo gubitaka u zraku, koliko je ukupne energije prenio zvučni val na vaš bubnjić ploštine  $0.5 \text{ cm}^2$  za 5 sati?

**Rješenje 025**

$$I = 10^{-9} \text{ W/m}^2, \quad S = 0.5 \text{ cm}^2 = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad t = 5 \text{ h} = 5 \cdot 3600 \text{ s} = 18000 \text{ s}, \quad E = ?$$

Intenzitet (I) zvučnog vala je snaga koju nosi zvučni val pri prolazu jediničnom površinom okomitom na smjer širenja zvuka, tj.

$$I = \frac{E}{t \cdot S}$$

Ukupna energija iznosi:

$$I = \frac{E}{t \cdot S} \Rightarrow E = I \cdot t \cdot S = 10^{-9} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 18000 \text{ s} \cdot 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 0.9 \text{ nJ}$$

**Vježba 025**

Radio ste namjestili tako da je prosječan intenzitet zvuka oko  $10^{-9} \text{ W/m}^2$ . Pretpostavimo li da nije bilo gubitaka u zraku, koliko je ukupne energije prenio zvučni val na vaš bubnjić ploštine  $0.5 \text{ cm}^2$  za 10 sati?

**Rezultat:**  $1.8 \text{ nJ}$ .

**Zadatak 026 (Mario, elektrotehnička škola)**

Nit dugačka 1.2 m ima učvršćene krajeve. Na niti se uočavaju 3 trbuha. Brzina širenja vala u niti je 8 m/s. Kolika je valna duljina nastalog stojnog vala?

**Rješenje 026**

$$h = 1.2 \text{ m}, \quad n = 3, \quad v = 8 \text{ m/s}, \quad \lambda = ?$$

Napeta žica na nekom glazbalu (učvršćena na oba kraja) titra transverzalnim stojnim valom. Žica duljine l može titrati samo određenim valnim duljinama i to:

$$\lambda = \frac{2 \cdot l}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Valna duljina nastalog stojnog vala iznosi:

$$\lambda = \frac{2 \cdot l}{n} = \frac{2 \cdot 1.2 \text{ m}}{3} = 0.8 \text{ m} = 8 \text{ dm}$$

### Vježba 026

Nit dugačka 2.4 m ima učvršćene krajeve. Na niti se uočavaju 3 trbuha. Brzina širenja vala u niti je 8 m/s. Kolika je valna duljina nastalog stojnog vala?

**Rezultat:** 1.6 m.

### Zadatak 027 (Lucy, gimnazija)

Val frekvencije 5 Hz širi se zategnutim užetom brzinom 3 m/s. Koliko su udaljene dvije susjedne točke na užetu među kojima je razlika u fazi  $2 \cdot \pi$ ?

#### Rješenje 027

$$v = 5 \text{ Hz}, \quad v = 3 \text{ m/s}, \quad \Delta\varphi = 2 \cdot \pi, \quad \Delta x = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu.$$

Dvije točke koje se nalaze na udaljenostima  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}.$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \lambda \cdot \nu \\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{\nu} \\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x \cdot \nu}{v} \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\varphi \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \frac{m}{s}}{2 \cdot \pi \cdot 5 \frac{1}{s}} = 0.6 \text{ m}.$$

### Vježba 027

Val frekvencije 6 Hz širi se zategnutim užetom brzinom 3 m/s. Koliko su udaljene dvije susjedne točke na užetu među kojima je razlika u fazi  $2 \cdot \pi$ ?

**Rezultat:** 0.5 m.

### Zadatak 028 (Lucy, gimnazija)

Brzina širenja zvuka u vodi je 1450 m/s, a u zraku 330 m/s. Kolika je valna duljina vala u zraku ako je u vodi 3.3 m?

#### Rješenje 028

$$v_v = 1450 \text{ m/s}, \quad v_z = 330 \text{ m/s}, \quad \lambda_v = 3.3 \text{ m}, \quad \lambda_z = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu.$$

Pri prijelazu svjetlosti (zvuka) iz jednog optičkog sredstva u drugo frekvencija ostaje nepromijenjena, a mijenjaju se valna duljina i brzina svjetlosti (zvuka).

$$\left. \begin{array}{l} v_v = \lambda_v \cdot \nu_v \\ v_z = \lambda_z \cdot \nu_z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu_v = \frac{v_v}{\lambda_v} \\ \nu_z = \frac{v_z}{\lambda_z} \end{array} \right\} \Rightarrow [\nu_v = \nu_z] \Rightarrow \frac{v_v}{\lambda_v} = \frac{v_z}{\lambda_z} \Rightarrow v_v \cdot \lambda_z = v_z \cdot \lambda_v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \lambda_z = \frac{v_z \cdot \lambda_v}{v_v} = \frac{330 \frac{m}{s} \cdot 3.3 \text{ m}}{1450 \frac{m}{s}} = 0.751 \text{ m}.$$

### Vježba 028

Brzina širenja zvuka u vodi je 1450 m/s, a u zraku 330 m/s. Kolika je valna duljina vala u zraku ako je u vodi 6.6 m?

**Rezultat:** 1.502 m.

### Zadatak 029 (Lucy, gimnazija)

Jedan kraj opruge dugačke 6 m zatitran je frekvencijom 60 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

#### Rješenje 029

$$l = 6 \text{ m}, \quad v = 60 \text{ Hz}, \quad t = 0.5 \text{ s}, \quad \lambda = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu.$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{l}{t} \\ v = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{l}{t} = \lambda \cdot \nu \cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{l}{t \cdot \nu} = \frac{6 \text{ m}}{0.5 \text{ s} \cdot 60 \frac{1}{\text{s}}} = 0.2 \text{ m} = 2 \text{ dm}.$$

### Vježba 029

Jedan kraj opruge dugačke 12 m zatitran je frekvencijom 60 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

**Rezultat:** 4 dm.

### Zadatak 030 (Anamarija, gimnazija)

Nadite omjer frekvencija  $\nu_1$  i  $\nu_2$  osnovnih tonova dviju žica jednake duljine i promjera, pri istoj napetosti žica, ako je jedna željezna, a druga srebrna. Gustoća željeza iznosi  $\rho_1 = 7900 \text{ kg/m}^3$ , gustoća srebra je  $\rho_2 = 10500 \text{ kg/m}^3$ .

#### Rješenje 030

$$l_1 = l_2 = l, \quad r_1 = r_2 = r, \quad F_1 = F_2 = F, \quad \rho_1 = 7900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 10500 \text{ kg/m}^3, \quad \nu_1 : \nu_2 = ?$$

Osnovna frekvencija kojom titra željezna žica iznosi

$$\nu_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_1}},$$

a srebrna je

$$\nu_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_2}}.$$

Računamo omjer frekvencija  $\nu_1$  i  $\nu_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\nu_1}{\nu_2} &= \frac{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_1}}}{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_2}}} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\sqrt{\frac{F \cdot l}{m_1}}}{\sqrt{\frac{F \cdot l}{m_2}}} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_1} \cdot \frac{m_2}{F \cdot l}} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{žice imaju} \\ \text{jednake volumene} \end{array} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{\nu \cdot \rho_2}{\nu \cdot \rho_1}} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{7900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 1.15. \end{aligned}$$

### Vježba 030

Nadite omjer frekvencija  $\nu_1$  i  $\nu_2$  osnovnih tonova dviju žica jednake duljine i promjera, pri istoj napetosti žica, ako je jedna željezna, a druga aluminijska. Gustoća željeza iznosi  $\rho_1 = 7900 \text{ kg/m}^3$ , gustoća aluminijska je  $\rho_2 = 2700 \text{ kg/m}^3$ .

**Rezultat:** 0.58.

### Zadatak 031 (Alen, gimnazija)

Kada se čekićem udari na jednom kraju mosta, odjek od druge strane čuje se nakon 250 ms. Kolika je duljina mosta? (Youngov modul elastičnosti željeza od kojeg je most izgrađen  $E = 210 \text{ GPa}$ , gustoća željeza  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 031

$$t = 250 \text{ ms} = 0.25 \text{ s}, \quad E = 210 \text{ GPa} = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}, \quad \rho = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad l = ?$$

Zvučni valovi jesu longitudinalni valovi frekvencije od 16 Hz do 20 000 Hz. U čvrstim tijelima zvuk se širi brzinom

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

gdje je  $E$  Youngov modul elastičnosti, a  $\rho$  gustoća sredstva.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .



Brzina zvuka kroz konstrukciju mosta je

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

1. inačica

Budući da se čuje odjek udarca čekića nakon vremena  $t$ , znači da je zvuk za to vrijeme prešao dvostruki put: od jednog kraja mosta do drugog i natrag. Pišemo:

$$\left. \begin{aligned} 2 \cdot l &= v \cdot t \\ v &= \sqrt{\frac{E}{\rho}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot t \Rightarrow 2 \cdot l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot t \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow l = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}}{7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \cdot 0.25 \text{ s} = 648.6 \text{ m}.$$

2. inačica

Za vrijeme  $t$  zvuk je prešao put od jednog kraja mosta do drugog i natrag. Budući da se zvuk giba jednoliko, trebat će polovica tog vremena da prođe put samo u jednom smjeru (od jednog kraja mosta do drugog):

$$t' = \frac{1}{2} \cdot t.$$

Tada je:

$$\left. \begin{aligned} l &= v \cdot t', \quad t' = \frac{1}{2} \cdot t \\ v &= \sqrt{\frac{E}{\rho}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{1}{2} \cdot t = \sqrt{\frac{2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}}{7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.25 \text{ s} = 648.6 \text{ m}.$$

#### Vježba 031

Kada se čekićem udari na jednom kraju mosta, odjek od druge strane čuje se nakon 500 ms. Kolika je duljina mosta? (Youngov modul elastičnosti željeza od kojeg je most izgrađen  $E = 210 \text{ GPa}$ , gustoća željeza  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 1297.2 m.

**Zadatak 032 (Biba, medicinska škola)**

Valovi se u nekom sredstvu šire brzinom 3.6 m/s uz frekvenciju 6 Hz. Kolika je razlika u fazi dviju točaka koje su međusobno udaljene 30 cm?

**Rješenje 032**

$$v = 3.6 \text{ m/s}, \quad \nu = 6 \text{ Hz}, \quad \Delta x = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $v$  brzina širenja vala, a  $\nu$  frekvencija.

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Razlika u fazi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{v} \cdot \nu \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x \cdot \nu}{v} =$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \frac{0.3 \text{ m} \cdot 6 \frac{1}{\text{s}}}{3.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \pi.$$

**Vježba 032**

Valovi se u nekom sredstvu šire brzinom 7.2 m/s uz frekvenciju 6 Hz. Kolika je razlika u fazi dviju točaka koje su međusobno udaljene 60 cm?

**Rezultat:**  $\pi$ .

**Zadatak 033 (Biba, medicinska škola)**

Razlika hoda dvaju valova koji interferiraju iznosi  $0.6 \cdot \lambda$ . Kolika je razlika faza valova (izražena u stupnjevima)?

**Rješenje 033**

$$\Delta x = 0.6 \cdot \lambda, \quad \Delta\varphi = ?$$

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Razlika u fazi iznosi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{0.6 \cdot \lambda}{\lambda} = 2 \cdot \pi \cdot 0.6 = 1.2 \cdot \pi = \left[ \pi \text{ rad} = 180^\circ \right] = 1.2 \cdot 180^\circ = 216^\circ.$$

**Vježba 033**

Razlika hoda dvaju valova koji interferiraju iznosi  $0.3 \cdot \lambda$ . Kolika je razlika faza valova (izražena u stupnjevima)?

**Rezultat:**  $108^\circ$ .

**Zadatak 034 (Biba, medicinska škola)**

Val se širi u pravcu brzinom 60 m/s. Frekvencija vala je 8 Hz. Odredi (u stupnjevima i radijanima) razliku u fazi između čestice koja je izvor vala i čestice koja je 5 m udaljena od izvora.

**Rješenje 034**

$$v = 60 \text{ m/s}, \quad \nu = 8 \text{ Hz}, \quad x_1 = 0 \text{ m}, \quad x_2 = 5 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je

udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $v$  brzina širenja vala, a  $\nu$  frekvencija.

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Razlika u fazi u stupnjevima iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(x_2 - x_1) \cdot \nu}{v} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(5 \text{ m} - 0 \text{ m}) \cdot 8 \frac{1}{\text{s}}}{60 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{40}{60} = \left[ \pi \text{ rad} = 180^\circ \right] = 2 \cdot 180^\circ \cdot \frac{40}{60} = 240^\circ.$$

Razlika u fazi u radijanima iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\frac{v}{\nu}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(x_2 - x_1) \cdot \nu}{v} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(5 \text{ m} - 0 \text{ m}) \cdot 8 \frac{1}{\text{s}}}{60 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{40}{60} = 4.19 \text{ rad}.$$

### Vježba 034

Val se širi u pravcu brzinom 120 m/s. Frekvencija vala je 8 Hz. Odredi u stupnjevima razliku u fazi između čestice koja je izvor vala i čestice koja je 10 m udaljena od izvora.

**Rezultat:** 240°.

### Zadatak 035 (Biba, medicinska škola)

Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su 2 m i 8 m udaljene od izvora vala ako se kroz njih širi val brzinom 300 m/s. Vrijeme jednog titraja jest 0.02 s.

### Rješenje 035

$$x_1 = 2 \text{ m}, \quad x_2 = 8 \text{ m}, \quad v = 300 \text{ m/s}, \quad T = 0.02 \text{ s}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = v \cdot T,$$

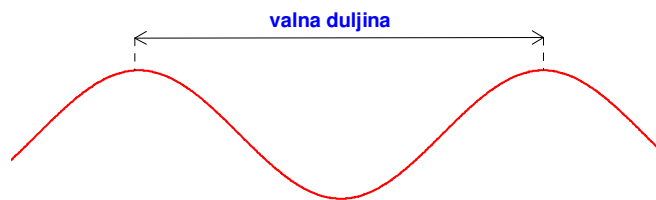
gdje je  $\lambda$  valna duljina,  $v$  brzina širenja vala, a  $T$  perioda (vrijeme jednog titraja).

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Razlika u fazi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \\ \lambda = v \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{v \cdot T} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{8 \text{ m} - 2 \text{ m}}{300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.02 \text{ s}} = 2 \cdot \pi.$$



### Vježba 035

Koliku razliku u fazi imaju dvije točke koje su 3 m i 9 m udaljene od izvora vala ako se kroz njih širi val brzinom 300 m/s. Vrijeme jednog titraja jest 0.02 s.

**Rezultat:**  $2 \cdot \pi$ .

### Zadatak 036 (Hanna, srednja škola)

Kolikom silom treba napeti užu dugo 10 m, mase 1 kg, da se po njemu širi val brzinom 8 m/s?

#### Rješenje 036

$$l = 10 \text{ m}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad v = 8 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

Na napetom užetu ili žici val se širi brzinom

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}},$$

gdje je  $F$  napetost užeta,  $l$  duljina užeta, a  $m$  njegova masa.

Sila kojom treba napeti užu iznosi:

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} / 2 \Rightarrow v^2 = \frac{F \cdot l}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{F \cdot l}{m} / 2 \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{l} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10 \text{ m}} = 6.4 \text{ N}.$$

### Vježba 036

Kolikom silom treba napeti užu dugo 20 m, mase 1 kg, da se po njemu širi val brzinom 8 m/s?

**Rezultat:** 3.2 N.

### Zadatak 037 (Hanna, srednja škola)

Elastično užu duljine 30 m i mase 8 kg napeto je između svojih krajeva silom 2250 N. Koliko će vrijeme biti potrebno da se transverzalni val, koji smo utisnuli udarcem na jednom kraju užeta, proširi do drugog kraja i vrati natrag?

#### Rješenje 037

$$l = 30 \text{ m}, \quad m = 8 \text{ kg}, \quad F = 2250 \text{ N}, \quad t = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  je gibanje stalnom brzinom  $v$  i pri tom vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v}.$$

Put je razmjernan s vremenom.

Na napetom užetu ili žici val se širi brzinom

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}},$$

gdje je  $F$  napetost užeta,  $l$  duljina užeta, a  $m$  njegova masa.

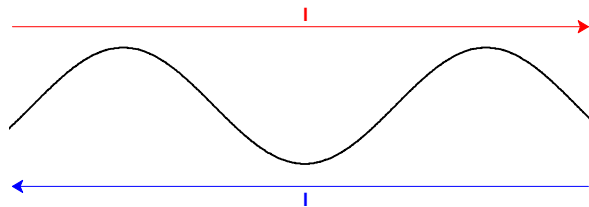
Budući da se val proširi do kraja užeta duljine  $l$  i vrati natrag, ukupni put  $s$  bit će:

$$s = 2 \cdot l.$$

Vrijeme potrebno da se transverzalni val koji smo utisnuli udarcem na jednom kraju užeta proširi do drugog kraja i vrati natrag iznosi:



$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{s}{v}, \quad s = 2 \cdot l \\ v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot l}{v} \\ v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow t = \frac{2 \cdot l}{\sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}} \Rightarrow \\
 \Rightarrow t = 2 \cdot l \cdot \sqrt{\frac{m}{F \cdot l}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{l^2 \cdot \frac{m}{F \cdot l}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{l \cdot \frac{m}{F}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{F}} = \\
 = 2 \cdot \sqrt{\frac{8 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m}}{2250 \text{ N}}} = 0.65 \text{ s.}$$



### Vježba 037

Elastično uže duljine 15 m i mase 16 kg napeto je između svojih krajeva silom 2250 N. Koliko će vrijeme biti potrebno da se transverzalni val, koji smo utisnuli udarcem na jednom kraju užeta, proširi do drugog kraja i vrati natrag?

**Rezultat:** 0.65 s.

### Zadatak 038 (Mario, gimnazija)

Val frekvencije 5 Hz širi se zategnutim užetom brzinom 5 m/s. Kolika je udaljenost između dviju susjednih točaka na užetu između kojih postoji razlika u fazi  $2 \cdot \pi$ ?

### Rješenje 038

$$v = 5 \text{ Hz}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad \Delta\varphi = 2 \cdot \pi, \quad \Delta x = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$v = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je  $v$  brzina vala,  $\lambda$  duljina vala, a  $\nu$  frekvencija vala.

Dvije točke koje se nalaze na udaljenostima  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}.$$

Udaljenost između dviju susjednih točaka na užetu iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{\nu} \\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{\nu} \\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{\nu} \\ \Delta x = \frac{\Delta\varphi \cdot \lambda}{2 \cdot \pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\varphi \cdot v}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\varphi \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot \pi \cdot 5 \frac{1}{\text{s}}} = 1 \text{ m.}$$

### Vježba 038

Val frekvencije 8 Hz širi se zategnutim užetom brzinom 16 m/s. Kolika je udaljenost između dviju susjednih točaka na užetu između kojih postoji razlika u fazi  $2 \cdot \pi$ ?

**Rezultat:** 2 m.

**Zadatak 039 (Većy, gimnazija)**

Dva sinusna vala jednakih amplituda od 5.1 cm, te jednakih valnih duljina i frekvencija, šire se duž napete opruge u istom smjeru. Kolika je amplituda rezultantnog vala ako je stalna razlika u fazi tih valova 0.65 rad?

**Rješenje 039**

$$y_0 = 5.1 \text{ cm} = 51 \text{ mm}, \quad \varphi = 0.65 \text{ rad}, \quad Y_0 = ?$$

Formula za transformaciju:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Elongaciju  $y$  koje god točke koja se nalazi na udaljenosti  $x$  od izvora vala u bilo koje vrijeme  $t$  možemo naći iz jednadžbe

$$y = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right),$$

gdje je  $y_0$  amplituda vala, a  $\varphi$  fazni pomak ili zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti  $x$  od izvora vala. Interferencijom dvaju jednakih valova (valovi koji imaju jednaku amplitudu  $y_0$ , jednake frekvencije i jednaku valnu duljinu) koji se šire u istom smjeru, a međusobno su pomaknuti u fazi za fazni pomak  $\varphi$ ,

$$y_1 = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right), \quad y_2 = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right),$$

dobivamo rezultirajući val jednadžbom

$$\begin{aligned} y = y_1 + y_2 &\Rightarrow y = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) + y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right) \Rightarrow y = y_0 \cdot \left[ \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right) \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = y_0 \cdot 2 \cdot \sin \frac{\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi\right)}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 2 \cdot y_0 \cdot \sin \frac{\frac{4 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 2 \cdot y_0 \cdot \sin \frac{\frac{4 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot y_0 \cdot \sin \frac{\frac{4 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 2 \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\frac{4 \cdot \pi}{T} \cdot t - \varphi}{2}. \end{aligned}$$

Izraz

$$2 \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\varphi}{2}$$

je amplituda rezultantnog vala i iznosi:

$$Y_0 = 2 \cdot y_0 \cdot \cos \frac{\varphi}{2} = 2 \cdot 51 \text{ mm} \cdot \cos \frac{0.65}{2} = \left[ \begin{array}{l} \text{računamo u} \\ \text{radijanima} \end{array} \right] = 96.66 \text{ mm} \approx 97 \text{ mm}.$$

**Vježba 039**

Dva sinusna vala jednakih amplituda od 10.2 cm, te jednakih valnih duljina i frekvencija, šire se duž napete opruge u istom smjeru. Kolika je amplituda rezultantnog vala ako je stalna razlika u fazi tih valova 0.65 rad?

**Rezultat:** 193.32 mm.

**Zadatak 040 (Branko, gimnazija)**

Od izvora vala širi se u pravcu val s amplitudom 10 cm. Kolika je elongacija točke koja je od izvora udaljena  $3/4$  valne duljine u trenutku kad je od početka titranja izvora prošlo  $9/10$  vremena jednog titraja?

**Rješenje 040**

$$y_0 = 10 \text{ cm}, \quad x = \frac{3}{4} \cdot \lambda, \quad t = \frac{9}{10} \cdot T, \quad y = ?$$

Elongaciju (udaljenost točke od položaja ravnoteže)  $y$  koje god točke koja se nalazi na udaljenosti  $x$  od izvora vala u bilo koje vrijeme  $t$  možemo naći iz jednadžbe vala

$$y = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}\right),$$

gdje je  $y_0$  amplituda vala,  $T$  perioda,  $\lambda$  valna duljina, a  $\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}$  zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti  $x$  od izvora vala.

Elongacija točke iznosi:

$$\begin{aligned} y &= y_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}\right) \Rightarrow \\ y &= 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{9}{10} \cdot T}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4} \cdot \lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{9}{10} \cdot T}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4} \cdot \lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{9}{10} - 2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4}\right) \Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{9}{10} - 2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{9}{5} - \pi \cdot \frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{9 \cdot \pi}{5} - \frac{3 \cdot \pi}{2}\right) \Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{18 \cdot \pi - 15 \cdot \pi}{10}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 10 \text{ cm} \cdot \sin\frac{3 \cdot \pi}{10} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{računamo u} \\ \text{radijanima} \end{array} \right] \Rightarrow y = 8.09 \text{ cm}. \end{aligned}$$

**Vježba 040**

Od izvora vala širi se u pravcu val s amplitudom 10 cm. Kolika je elongacija točke koja je od izvora udaljena  $3/4$  valne duljine u trenutku kad je od početka titranja izvora prošlo  $9/10$  vremena jednog titraja?

**Rezultat:** 193.32 mm.