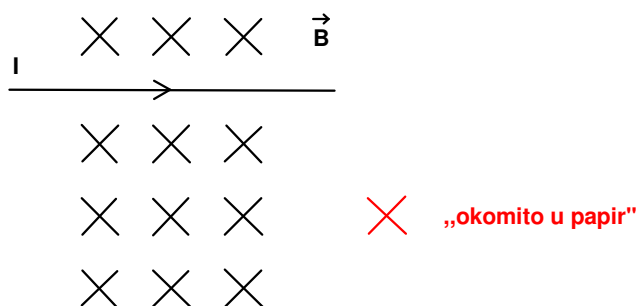


Zadatak 261 (Leo, gimnazija)

Dugi ravni vodič kojim prolazi električna struja jakosti I nalazi se u homogenome magnetskom polju indukcije \vec{B} kao što je prikazano na slici.



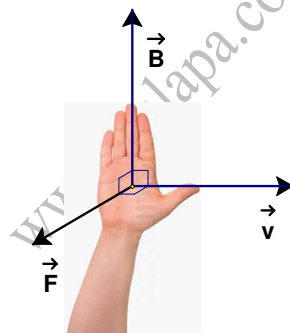
U kojemu smjeru djeluje magnetska sila na vodič?

- A. \uparrow B. \downarrow C. \rightarrow D. \leftarrow

Rješenje 261

I , B , $F = ?$

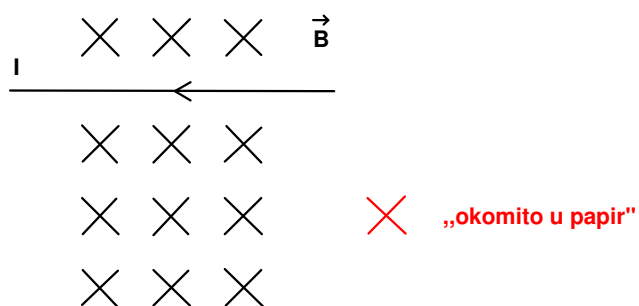
Ako se u magnetskom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom F . Smjer otklona vodiča, odnosno nabijene čestice u magnetskom polju, možemo odrediti pravilom desnog dlana. Postavimo li desni dlan tako da prsti pokazuju u smjeru magnetskog polja, a palac u smjeru struje, odnosno u smjeru gibanja pozitivno nabijene čestice, onda će sila imati takav smjer da se vodič, odnosno čestica, nastoji udaljiti od dlana.



Odgovor je pod A.

Vježba 261

Dugi ravni vodič kojim prolazi električna struja jakosti I nalazi se u homogenome magnetskom polju indukcije \vec{B} kao što je prikazano na slici.



U kojemu smjeru djeluje magnetska sila na vodič?

- A. \uparrow B. \downarrow C. \rightarrow D. \leftarrow

Rezultat: B.

Zadatak 262 (Annaje, medicinska škola)

Napiši jednadžbu za jakost izmjenične struje efektivne vrijednosti 5 A i frekvencije 50 Hz.

Rješenje 262

$$I = 5 \text{ A}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad i = ?$$

Efektivna vrijednost izmjenične struje je

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}},$$

gdje je I_0 najveća vrijednost struje, tj. amplituda.

Sinusoidalna izmjenična struja jest ona kojoj se jakost s vremenom mijenja prema zakonu

$$i = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t),$$

gdje je I_0 najveća vrijednost struje, tj. amplituda, ν frekvencija, t vrijeme.

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \\ i = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I \quad \left. \begin{array}{l} \\ i = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I \cdot \sqrt{2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ i = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\left. \begin{array}{l} I_0 = I \cdot \sqrt{2} \\ i = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow i = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ A} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \Rightarrow i = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ A} \cdot \sin\left(100 \cdot \pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \Rightarrow [\pi \approx 3.14] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow i = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right).$$

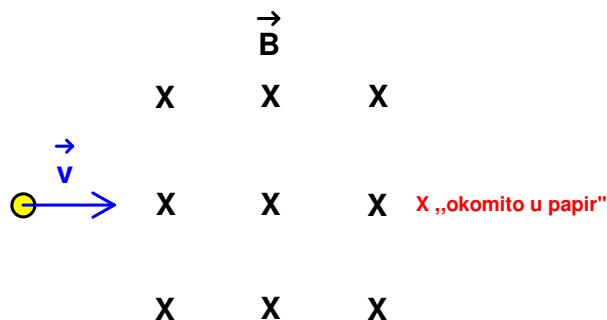
Vježba 262

Napiši jednadžbu za jakost izmjenične struje efektivne vrijednosti 2 A i frekvencije 50 Hz.

Rezultat: $i = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right).$

Zadatak 263 (Ante, srednja škola)

Okomito na silnice homogenoga magnetskog polja uleti α – čestica brzinom $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ kao što je prikazano na slici. Kolika mora biti jakost toga magnetskog polja da se α – čestica nastavi gibati po kružnici polumjera 10 cm? ($q_\alpha = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_\alpha = 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)



Rješenje 263

$$\alpha = 90^\circ, \quad \nu = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad Q = q_\alpha = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$
$$m = m_\alpha = 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad B = ?$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

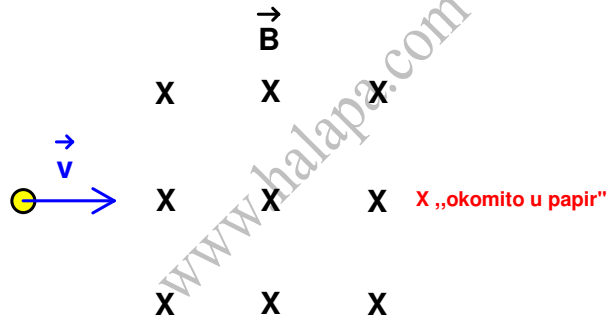
$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na česticu u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, jakost magnetskog polja B možemo naći iz odnosa:

$$\begin{aligned} F_L = F_{cp} &\Rightarrow B \cdot Q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot Q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \frac{r}{Q \cdot v} \Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot Q} = \\ &= \frac{6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.1 \text{ m} \cdot 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1.04 \text{ T}. \end{aligned}$$

Vježba 263

Okomito na silnice homogenoga magnetskog polja uleti α – čestica brzinom $5 \cdot 10^3 \text{ km/s}$ kao što je prikazano na slici. Kolika mora biti jakost toga magnetskog polja da se α – čestica nastavi gibati po kružnici polumjera 1 dm ? ($q_\alpha = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_\alpha = 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)



Rezultat: 1.04 T.

Zadatak 264 (Marijana, maturantica)

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti 20 mH i pločastog kondenzatora. Rezonancijska frekvencija LC kruga iznosi 40 MHz . Umetanjem dielektrika relativne permitivnosti $\epsilon_r = 64$ rezonancijska frekvencija će biti:

- A. 40 MHz B. 320 MHz C. 10 MHz D. 5 MHz E. 160 MHz

Rješenje 264

$$L = 20 \text{ mH} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ H}, \quad C_1 = C, \quad \nu_1 = 40 \text{ MHz} = 4 \cdot 10^7 \text{ Hz} \quad \epsilon_r = 64, \quad \nu_2 = ?$$

Pločasti kondenzator sastoji se od dviju jednakih paralelnih metalnih ploča površina S na udaljenosti d između kojih je izolator. Kapacitet pločastog kondenzatora je:

- u vakuumu (i zraku)

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$

- u sredstvu relativne permitivnosti ϵ_r

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C = \epsilon_r \cdot \left(\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \right).$$

Vlastita frekvencija titrajnog kruga s kapacitetom C , induktivnosti L i zanemarivim omskim otporom dana je Thomsonovom formulom

$$v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Umetanjem dielektrika relativne permitivnosti ϵ_r kapacitet kondenzatora iznosi:

$$C_2 = \epsilon_r \cdot C_1 \Rightarrow C_2 = \epsilon_r \cdot C$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}} \\ v_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ v_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot \epsilon_r \cdot C}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot \epsilon_r \cdot C}}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot \epsilon_r \cdot C}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{L \cdot \epsilon_r \cdot C}}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{L \cdot C}}{\sqrt{L \cdot \epsilon_r \cdot C}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L \cdot C}{L \cdot \epsilon_r \cdot C}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L \cdot C}{L \cdot \epsilon_r \cdot C}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{4 \cdot 10^7 \text{ Hz}}{\sqrt{64}} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5 \text{ MHz.}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 264

Električni titrajni krug sastoji se od zavojnice induktivnosti 20 mH i pločastog kondenzatora. Rezonancijska frekvencija LC kruga iznosi 80 MHz. Umetanjem dielektrika relativne permitivnosti $\epsilon_r = 16$ rezonancijska frekvencija će biti:

- A. 40 MHz B. 320 MHz C. 10 MHz D. 5 MHz E. 160 MHz

Rezultat: D.

Zadatak 265 (Ante, srednja škola)

Metalni obroč otpora 2Ω nalazi se u homogenome magnetskom polju. Obroč je postavljen okomito na magnetske silnice. Kolika količina naboja proteče obručem kada se magnetski tok promijeni za $5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$?

Rješenje 265

$$N = 1, \quad R = 2 \Omega, \quad \alpha = 90^\circ, \quad \Delta\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}, \quad \Delta Q = ?$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti ako nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Jakost električne struje I količnik je električnog naboja ΔQ i vremenskog intervala Δt u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

$$\left. \begin{array}{l} U_i = I_i \cdot R \\ U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow I_i \cdot R = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \left[I_i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right] \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{R} \Rightarrow \Delta Q = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{R} = 1 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{2 \Omega} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

Vježba 265

Metalni obruč otpora 2Ω nalazi se u homogenome magnetskom polju. Obruč je postavljen okomito na magnetske silnice. Kolika količina naboja proteče obručem kada se magnetski tok promijeni za 0.5 mWb ?

Rezultat: $2.5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$.

Zadatak 266 (Martina, srednja škola)

Zavojnica s 80 zavoja i promjera 8 cm nalazi se u jednolikom magnetskom polju indukcije 0.06 T . Smjer magnetskog polja podudara se s vertikalnom osi simetrije zavojnice. Zavojnici okrenemo za 180° u vremenu od 0.2 s . Odredite apsolutni iznos induciranoeg elektromotornog napona.

A. 0.48 V B. 2.3 V C. 0.01 V D. 0.24 V

Rješenje 266

$N = 80$ zavoja, $d = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$, $B = 0.06 \text{ T}$, $\varphi = 180^\circ$, $t = 0.2 \text{ s}$, $|u| = ?$
Površina kruga promjera d računa se po formuli

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Tok homogenoga magnetskog polja kroz ravnu površinu S kad silnice prolaze **okomito** ($\alpha = 90^\circ$) na površinu S jednak je

$$\Phi = B \cdot S.$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti ako nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2} \cdot \varphi = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ \\ \Delta t = \frac{1}{2} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \text{ s} = 0.1 \text{ s} \end{array} \right\}.$$

Računamo $|u|$.

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ \Delta\Phi &= B \cdot S \\ |u| &= N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta\Phi &= B \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ |u| &= N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |u| = N \cdot \frac{B \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}}{\Delta t} \Rightarrow |u| = N \cdot \frac{B \cdot d^2 \cdot \pi}{4 \cdot \Delta t} = \\ &= 80 \cdot \frac{0.06 \text{ T} \cdot (0.08 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.1 \text{ s}} = 0.24 \text{ V}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 266

Zavojnica s 80 zavoja i promjera 0.8 dm nalazi se u jednolikom magnetskom polju indukcije 60 mT. Smjer magnetskog polja podudara se s vertikalnom osi simetrije zavojnice. Zavojnici okrenemo za 180° u vremenu od 0.2 s. Odredite apsolutni iznos induciranog elektromotornog napona.

- A. 0.48 V B. 2.3 V C. 0.01 V D. 0.24 V

Rezultat: D.

Zadatak 267 (Sanja, srednja škola)

Kolika struja teče primarnim krugom idealnog transformatora koji smanjuje izmjenični napon sa 220 V na 110 V, ako se u sekundarnom krugu nalazi radni otpornik od 55 Ω ?

- A. 2 A B. 3 A C. 4 A D. 0.5 A E. 1 A

Rješenje 267

$$U_1 = 220 \text{ V}, \quad U_2 = 110 \text{ V}, \quad R = 55 \Omega, \quad I_1 = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Za transformatore bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su U_1 , I_1 , N_1 i U_2 , I_2 , N_2 napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_1}{U_2} &= \frac{I_2}{I_1} \\ I_2 &= \frac{U_2}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} U_1 \cdot I_1 &= U_2 \cdot I_2 \\ I_2 &= \frac{U_2}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow U_1 \cdot I_1 = \frac{U_2^2}{R_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_1 \cdot I_1 &= \frac{U_2^2}{R_2} \cdot \frac{1}{U_1} \Rightarrow I_1 = \frac{U_2^2}{R_2 \cdot U_1} = \frac{(110 \text{ V})^2}{55 \Omega \cdot 220 \text{ V}} = 1 \text{ A}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 267

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 268 (Mario, srednja škola)

Koliki se elektromotorni napon inducira u metalnom zavoju promjera 5 cm, koji se u jednoj sekundi iznese iz homogenog magnetskog polja indukcije 2 T?

- A. 40 V B. 3.92 eV C. 3.93 mV D. 3.92 V E. 0 V

Rješenje 268

$$N = 1 \text{ zavoj}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad \Delta B = 2 \text{ T}, \quad U = ?$$

Površina kruga promjera d računa se po formuli

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Tok homogenoga magnetskog polja kroz ravnu površinu S kad silnice prolaze **okomito** ($\alpha = 90^\circ$) na površinu S jednak je

$$\Phi = B \cdot S.$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti ako nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Računamo U.

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ \Delta \Phi = \Delta B \cdot S \\ U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta \Phi = \Delta B \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow U = N \cdot \frac{\Delta B \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}}{\Delta t} \Rightarrow U = N \cdot \frac{\Delta B \cdot d^2 \cdot \pi}{4 \cdot \Delta t} =$$

$$= 1 \cdot \frac{2 \text{ T} \cdot (0.05 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4 \cdot 1 \text{ s}} = 3.93 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 3.93 \text{ mV}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 268

Koliki se elektromotorni napon inducira u metalnom zavoju promjera 5 cm, koji se za dvije sekunde iznese iz homogenog magnetskog polja indukcije 4 T?

- A. 40 V B. 3.92 eV C. 3.93 mV D. 3.92 V E. 0 V

Rezultat: C.

Zadatak 269 (XY, gimnazija)

Titrajni LC krug sastoji se od pločastog kondenzatora površine 100 cm^2 i zavojnice induktiviteta 1.5 mH. Koliki je razmak između ploča kondenzatora, ako je rezonantna frekvencija titrajnog kruga u vakuumu $6 \cdot 10^5 \text{ Hz}$, a permitivnost $8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$?

Rješenje 269

$$S = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2, \quad L = 1.5 \text{ mH} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ H}, \quad \nu = 6 \cdot 10^5 \text{ Hz},$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad d = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora, u vakuumu, upravo je razmjeran površini S jedne ploče, a obrnuto razmjeran udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktiviteta L. Vlastita frekvencija titrajnog kruga iznosi:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \pi \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] &\Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \sqrt{L \cdot C} \cdot 1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} &= L \cdot C \Rightarrow \left[C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \right] \Rightarrow \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} = L \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} &= L \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot 1 \cdot d \cdot (2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \Rightarrow d = (2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \cdot L \cdot \epsilon_0 \cdot S = \end{aligned}$$

$$= (2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ Hz})^2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 1.89 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1.89 \text{ mm}.$$

Vježba 269

Titrajni LC krug sastoji se od pločastog kondenzatora površine 1 dm² i zavojnice induktiviteta 1.5 mH. Koliki je razmak između ploča kondenzatora, ako je rezonantna frekvencija titrajnog kruga u vakuumu 600 kHz, a permitivnost 8,854 · 10⁻¹² C² / (N · m²)?

Rezultat: 1.89 mm.

Zadatak 270 (XY, gimnazija)

Zavojnica induktiviteta L i kondenzator kapaciteta 10 μF čine titrajni krug. Koliki induktivitet treba imati zavojnica da bi struja frekvencije 50 Hz u tom titrajnom krugu bila maksimalna?

Rješenje 270

$$C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad L = ?$$

Serijski spojene elemente strujnog kruga R, L i C možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom koji nazivamo **impedancijom**. Impedancija serijskog kruga ima najmanju vrijednost ako je indukcijски otpor jednak kapacitivnom otporu. Krugom tada prolazi najveća struja. Kažemo da je strujni krug u rezonanciji s izvorom struje. Vlastita frekvencija titrajnog kruga iznosi:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{L \cdot C}}{\nu} \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{L \cdot C} &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \cdot 1^2 \Rightarrow L \cdot C = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} \Rightarrow L \cdot C = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow \\ \Rightarrow L &= \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \cdot C} = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz})^2 \cdot 10^{-5} \text{ F}} = 1.01 \text{ H}. \end{aligned}$$

Vježba 270

Zavojnica induktiviteta L i kondenzator kapaciteta 0.01 mF čine titrajni krug. Koliki induktivitet treba imati zavojnica da bi struja frekvencije 50 Hz u tom titrajnom krugu bila maksimalna?

Rezultat: 1.01 H.

Zadatak 271 (Ante, srednja škola)

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju $\nu_1 = 80$ kHz. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti $C_1 = 4.7$ nF, rezonantna frekvencija smanji se na $\nu_2 = 50$ kHz. Odredi kapacitivnost kruga.

Rješenje 271

$\nu_1 = 80$ kHz = $8 \cdot 10^4$ Hz, $C_1 = 4.7$ nF = $4.7 \cdot 10^{-9}$ F, $\nu_2 = 50$ kHz = $5 \cdot 10^4$ Hz, $C = ?$
Ukupni kapacitet od n paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Električni titrajni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta C i zavojnice induktiviteta L. Vlastita frekvencija titrajnog kruga iznosi:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}.$$
$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ \nu_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

paralelno spojeni kondenzatori

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad /^2 \\ \nu_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + C_1)}} \quad /^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \nu_1^2 &= \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \\ \nu_2^2 &= \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}}{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)}} \Rightarrow \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot (C + C_1)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{\frac{1}{C}}{\frac{1}{(C + C_1)}} \Rightarrow \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{C + C_1}{C} \Rightarrow \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} = \frac{C + C_1}{C} \quad / \cdot C \cdot \nu_2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow C \cdot \nu_1^2 = (C + C_1) \cdot \nu_2^2 \Rightarrow C \cdot \nu_1^2 = C \cdot \nu_2^2 + C_1 \cdot \nu_2^2 \Rightarrow C \cdot \nu_1^2 - C \cdot \nu_2^2 = C_1 \cdot \nu_2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow C \cdot (\nu_1^2 - \nu_2^2) = C_1 \cdot \nu_2^2 \Rightarrow C \cdot (\nu_1^2 - \nu_2^2) = C_1 \cdot \nu_2^2 \quad / \cdot \frac{1}{\nu_1^2 - \nu_2^2} \Rightarrow C = \frac{C_1 \cdot \nu_2^2}{\nu_1^2 - \nu_2^2} =$$

$$= \frac{4.7 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot (5 \cdot 10^4 \text{ Hz})^2}{(8 \cdot 10^4 \text{ Hz})^2 - (5 \cdot 10^4 \text{ Hz})^2} = 3.01 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 3.01 \text{ nF}.$$

Vježba 271

Titrajni krug ima rezonantnu frekvenciju $\nu_1 = 0.08 \text{ MHz}$. Prikluči li se paralelno kondenzator kapacitivnosti $C_1 = 4.7 \text{ nF}$, rezonantna frekvencija smanji se na $\nu_2 = 0.05 \text{ MHz}$. Odredi kapacitivnost kruga.

Rezultat: 3.01 nF.

Zadatak 272 (Ante, srednja škola)

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 35 mH i kondenzatora kapacitivnosti 100 μF na kojem je maksimalni napon 12 V. Odredi maksimalnu jakost struje.

Rješenje 272

$$L = 35 \text{ mH} = 3.5 \cdot 10^{-2} \text{ H}, \quad C = 100 \mu\text{F} = 10^{-4} \text{ F}, \quad U_0 = 12 \text{ V}, \quad I_0 = ?$$

Titrajni krug čine zavojnica induktiviteta L i kondenzator kapacitivnosti C spojeni paralelno. Titranjem se izmjenjuje elektrostatska energija i polje kondenzatora s magnetskom energijom i poljem zavojnice. Ako se titranje održava neprigušenim, vrijedi:

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_0^2,$$

gdje je I_0 maksimalna vrijednost jakosti struje, U_0 maksimalna vrijednost napona.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_0^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_0^2 \cdot \frac{2}{L} \Rightarrow I_0^2 = \frac{C \cdot U_0^2}{L} \Rightarrow \\ \Rightarrow I_0^2 &= \frac{C \cdot U_0^2}{L} \cdot \sqrt{} \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{C \cdot U_0^2}{L}} \Rightarrow I_0 = U_0 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 12 \text{ V} \cdot \sqrt{\frac{10^{-4} \text{ F}}{3.5 \cdot 10^{-2} \text{ H}}} = 0.64 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vježba 272

Titrajni krug sastoji se od zavojnice induktiviteta 35 mH i kondenzatora kapacitivnosti 0.1 mF na kojem je maksimalni napon 12 V. Odredi maksimalnu jakost struje.

Rezultat: 0.64 A.

Zadatak 273 (Vlado, elektrotehnička škola)

U zavojnici bez feromagnetske jezgre se promjenom jakosti struje sa 6 A na 2 A u vremenu 0.3 s inducira napon 2.8 V. Koliki će se napon inducirati ako se krug isključi u sljedećih 0.1 s?

Rješenje 273

$$I_1 = 6 \text{ A}, \quad I_2 = 2 \text{ A}, \quad \Delta t_1 = 0.3 \text{ s}, \quad U_1 = 2.8 \text{ V}, \quad I_3 = 0 \text{ A}, \quad \Delta t_2 = 0.1 \text{ s}, \quad U_2 = ?$$

Inducirani napon samoindukcije razmjernan je s brzinom promjene jakosti struje:

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

gdje je L induktivnost zavojnice koja ovisi o njezinu obliku, veličini te svojstvu sredstva koje je ispunjava. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} U_1 &= L \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1} \\ U_2 &= L \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2}}{L \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2}}{L \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta I_2}{\Delta I_1} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta I_2 \cdot \Delta t_1}{\Delta I_1 \cdot \Delta t_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta I_2 \cdot \Delta t_1}{\Delta I_1 \cdot \Delta t_2} \cdot U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{\Delta I_2 \cdot \Delta t_1}{\Delta I_1 \cdot \Delta t_2} \cdot U_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow U_2 = \frac{(I_3 - I_2) \cdot \Delta t_1}{(I_2 - I_1) \cdot \Delta t_2} \cdot U_1 = \frac{(0 \text{ A} - 2 \text{ A}) \cdot 0.3 \text{ s}}{(2 \text{ A} - 6 \text{ A}) \cdot 0.1 \text{ s}} \cdot 2.8 \text{ V} = 4.2 \text{ V}.
 \end{aligned}$$

Vježba 273

U zavojnici bez feromagnetske jezgre se promjenom jakosti struje sa 6 A na 2 A u vremenu 0.6 s inducira napon 2.8 V. Koliki će se napon inducirati ako se krug isključi u sljedećih 0.2 s?

Rezultat: 4.2 V.

Zadatak 274 (Vlado, elektrotehnička škola)

Bakreni vodič površine presjeka 2.5 mm^2 okomito je ovješten na magnetsko polje indukcije 1.4 T. Kolika bi morala biti jakost struje da bi vodič lebdio u polju? (akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 274

$$S = 2.5 \text{ mm}^2 = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad \alpha = 90^\circ, \quad B = 1.4 \text{ T}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\
 \rho = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad I = ?$$

Sila (**Amperova sila**) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a B magnetna indukcija.

Ako je $\alpha = 90^\circ$, sila se može odrediti izrazom

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Uspravni i kosi valjak iste površine baze (osnovke) S i visine h imaju jednake obujme (volumene).

Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot h.$$

Da bi vodič lebdio u magnetskom polju Amperova sila mora biti jednaka težini vodiča.

$$\begin{aligned}
 F = G &\Rightarrow B \cdot I \cdot l = m \cdot g \Rightarrow B \cdot I \cdot l = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow B \cdot I \cdot l = \rho \cdot S \cdot l \cdot g \Rightarrow \\
 \Rightarrow B \cdot I \cdot l &= \rho \cdot S \cdot l \cdot g \cdot \frac{1}{B \cdot l} \Rightarrow I = \frac{\rho \cdot S \cdot g}{B} = \frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1.4 \text{ T}} = 0.16 \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Vježba 274

Bakreni vodič površine presjeka 5 mm^2 okomito je ovješena na magnetsko polje indukcije 2.8 T . Kolika bi morala biti jakost struje da bi vodič lebdio u polju? (akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.16 A .

Zadatak 275 (Maturantica, medicinska škola)

Metalni obruč otpora 2Ω nalazi se u homogenome magnetskom polju. Obruč je postavljen okomito na magnetske silnice. Kolika količina naboja proteče obručem kada se magnetski tok promijeni za $5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$?

Rješenje 275

$$N = 1 \text{ (obruč = jedan zavoj)}, \quad R = 2 \Omega, \quad \alpha = 90^\circ, \quad \Delta\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}, \quad \Delta Q = ?$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti ako nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Električna je struja usmjereno gibanje električnog naboja. Ako za vrijeme Δt presjekom vodiča prođe električni naboj ΔQ , tad je jakost električne struje

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

$$\left. \begin{array}{l} U_i = I_i \cdot R \\ U_i = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow I_i \cdot R = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \left[I_i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right] \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad / \cdot \frac{\Delta t}{R} \Rightarrow \Delta Q = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{R} = 1 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{2 \Omega} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

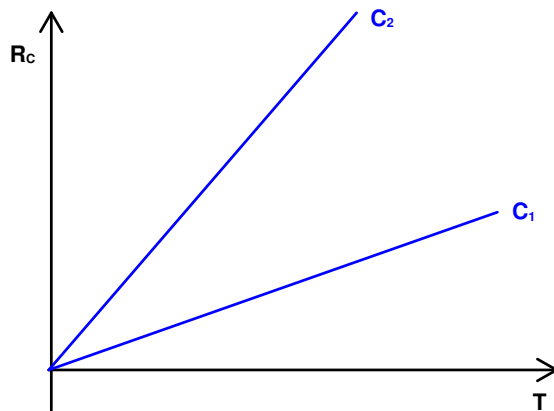
Vježba 275

Metalni obruč otpora 2Ω nalazi se u homogenome magnetskom polju. Obruč je postavljen okomito na magnetske silnice. Kolika količina naboja proteče obručem kada se magnetski tok promijeni za 0.5 mWb ?

Rezultat: $2.5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$.

Zadatak 276 (Roki, gimnazija)

Na grafu je prikazana ovisnost kapacitivnoga otpora R_C o periodi T izmjenične struje za kondenzatore kapaciteta C_1 i C_2 . Koji je odnos kapaciteta C_1 i C_2 ?



A. $C_1 > C_2$ B. $C_1 < C_2$ C. $C_1 = C_2$

Rješenje 276

R_C , T , C_1 , C_2

Frekvencija ν je fizikalna veličina koja iskazuje broj ponavljanja neke periodične pojave u jedinici vremena. Jednaka je obrnutoj (recipročnoj) vrijednosti trajanja jednog od ponavljajućih događaja, periode T :

$$\nu = \frac{1}{T}$$

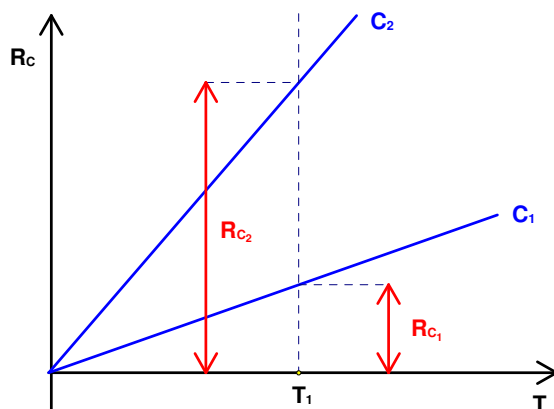
Kutna frekvencija ili kružna frekvencija ili pulzacija (oznaka ω) je umnožak frekvencije i broja $2 \cdot \pi$,

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Kondenzator ima kapacitivni otpor kojeg označavamo R_C . Kapacitivni otpori padaju s porastom frekvencije i ne troše energiju. Eksperimentom je utvrđeno da za iznos kapacitivnog otpora vrijedi:

$$R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

$$R_C = \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow R_C = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu} \Rightarrow R_C = \frac{1}{C \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T}} \Rightarrow R_C = \frac{T}{C \cdot 2 \cdot \pi} \Rightarrow R_C = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{C}$$



Za proizvoljnu periodu T_1 vrijedi:

$$R_{C_1} < R_{C_2} \Rightarrow \frac{T_1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{C_1} < \frac{T_1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{T_1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{C_1} < \frac{T_1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{C_2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot C_1 \cdot C_2}{T_1} \Rightarrow C_2 < C_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_1 > c_2.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 276

Odmor!

Rezultat: ...

www.halapa.com