

Zadatak 241 (Antonija, gimnazija)

Zavojnica proizvodi magnetsko polje od 10 mT. Ona ima 2000 namotaja po metru duljine. Koliko jaka struja prolazi zavojnicom?

- A. 1.000 A B. 1.990 A C. 3.979 A D. 7.960 A

(permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rješenje 241

$$B = 10 \text{ mT} = 0.01 \text{ T}, \quad N = 2000, \quad l = 1 \text{ m}, \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}, \quad I = ?$$

Neka je zavojnica vrlo dugačka i ima N navoja na duljini l. Magnetsko polje B unutar zavojnice u vakuumu može se izraziti jednačbom:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je N broj navoja zavojnice, l duljina zavojnice, I jakost električne struje koja prolazi zavojnicom, μ_0 permeabilnost praznine (vakuuma).

Struja koja prolazi zavojnicom iznosi:

$$\begin{aligned} B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} &\Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = B \Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = B \cdot l \cdot \frac{1}{\mu_0 \cdot N} \Rightarrow I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N} = \\ &= \frac{0.01 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 2000} = 3.979 \text{ A}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C

Vježba 241

Zavojnica proizvodi magnetsko polje od 20 mT. Ona ima 4000 namotaja po metru duljine. Koliko jaka struja prolazi zavojnicom?

- A. 1.000 A B. 1.990 A C. 3.979 A D. 7.960 A

(permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rezultat: C.

Zadatak 242 (Tina, gimnazija)

Zavojnica ima 200 navoja koji su jednoliko namotani na duljini 20 cm. Kroz zavojnicu teče struja jakosti 10 A. Kolika je magnetska indukcija u središtu zavojnice, a kolika na njezinim krajevima? (permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rješenje 242

$$N = 200, \quad l = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad I = 10 \text{ A}, \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}, \quad B_0 = ?, \quad B = ?$$

Neka je zavojnica vrlo dugačka i ima N navoja na duljini l. Magnetsko polje B unutar zavojnice u vakuumu može se izraziti jednačbom:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je N broj navoja zavojnice, l duljina zavojnice, I jakost električne struje koja prolazi zavojnicom, μ_0 permeabilnost praznine (vakuuma).

Magnetska indukcija u središtu zavojnice iznosi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{200 \cdot 10 \text{ A}}{0.2} = 0.01257 \text{ T} = 12.57 \text{ mT}.$$

Magnetska indukcija na krajevima zavojnice iznosi:

$$B = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{200 \cdot 10 \text{ A}}{0.2} = 6.28 \text{ mT}.$$

Vježba 242

Zavojnica ima 400 navoja koji su jednoliko namotani na duljini 40 cm. Kroz zavojniciu teče struja jakosti 10 A. Kolika je magnetska indukcija u središtu zavojnice, a kolika na njezinim krajevima? (permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rezultat: 12.57 mT, 6.28 mT.

Zadatak 243 (Asterix, gimnazija)

Kolika mora biti jakost struje koja prolazi zavojnicom od 15 namotaja da magnetsko polje unutar zavojnice ima jakost 0.08 T? Dvadeset zavoja zavojnice ima duljinu 2 cm. (permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rješenje 243

$N = 15$, $B = 0.08 \text{ T}$, $N_1 = 20$, $l_1 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$, $I = ?$
Neka je zavojnica vrlo dugačka i ima N navoja na duljini l . Magnetsko polje B unutar zavojnice u vakuumu može se izraziti jednačbom:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je N broj navoja zavojnice, l duljina zavojnice, I jakost električne struje koja prolazi zavojnicom, μ_0 permeabilnost praznine (vakuum).

Ako su a i b brojevi, kažemo da je količnik $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b .

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c .

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Ako 20 zavoja zavojnice ima duljinu 2 cm, onda 1 zavoj ima duljinu

$$\frac{2 \text{ cm}}{20} = 0.1 \text{ cm},$$

a 15 zavoja imat će duljinu

$$15 \cdot 0.1 \text{ cm} = 1.5 \text{ cm} = 0.015 \text{ m}.$$

Ili pomoću razmjera.

$$N_1 : l_1 = N : l \Rightarrow l \cdot N_1 = N \cdot l_1 \Rightarrow l \cdot N_1 = N \cdot l_1 \cdot \frac{1}{N_1} \Rightarrow l = \frac{N \cdot l_1}{N_1} = \frac{15 \cdot 2 \text{ cm}}{20} = 1.5 \text{ cm} = 0.015 \text{ m}.$$

Struja koja prolazi zavojnicom iznosi:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = B \Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = B \cdot l \cdot \frac{1}{\mu_0 \cdot N} \Rightarrow I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N} = \\ &= \frac{0.08 \text{ T} \cdot 0.015 \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 15} = 63.66 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vježba 243

Kolika mora biti jakost struje koja prolazi zavojnicom od 15 namotaja da magnetsko polje unutar zavojnice ima jakost 0.08 T? Deset zavoja zavojnice ima duljinu 1 cm. (permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rezultat: 63.66 A.

Zadatak 244 (Asterix, gimnazija)

Zavojnica ima 5000 namotaja na duljini od 50 cm. Kolika je magnetska indukcija unutar nje ako kroz nju teče struja 50 mA? Kolika je magnetska indukcija unutar zavojnice kada stavimo željeznu jezgru relativne permitivnosti 600?

Rješenje 244

$N = 5000$, $l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$, $I = 50 \text{ mA} = 0.05 \text{ A}$, $\mu_r = 600$, $B = ?$, $B_r = ?$
Magnetska indukcija B unutar relativno dugačke zavojnice dana je izrazom

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je μ_r relativna permeabilnost sredstva, permitivnost sredstva, μ_0 permeabilnost vakuuma,

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

N broj zavoja, I jakost struje u zavojnici, l duljina zavojnice.

U praznini (vakuumu) je $\mu_r \approx 1$ pa je

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}.$$

Magnetska indukcija unutar zavojnice iznosi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{5000 \cdot 0.05 \text{ A}}{0.5 \text{ m}} = 6.28 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Magnetska indukcija unutar zavojnice kada stavimo željeznu jezgru iznosi:

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 600 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{5000 \cdot 0.05 \text{ A}}{0.5 \text{ m}} = 0.377 \text{ T}.$$

Vježba 244

Zavojnica ima 10000 namotaja na duljini od 100 cm. Kolika je magnetska indukcija unutar nje ako kroz nju teče struja 50 mA?

Rezultat: $6.28 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.

Zadatak 245 (Asterix, gimnazija)

Koliki se rad obavi pri pomaku ravnog vodiča duljine 0.2 m kroz koji teče struja jakosti 50 A u homogenom magnetskom polju indukcije 1.2 T, ako se vodič pomiče okomito na silnice na putu od 0.1 m?

Rješenje 245

$l = 0.2 \text{ m}$, $I = 50 \text{ A}$, $B = 1.2 \text{ T}$, $\alpha = 90^\circ$, $s = 0.1 \text{ m}$, $W = ?$

Sila (Amperova sila) kojom magnetsko polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetskog polja i smjera struje, a B magnetska indukcija.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Računamo rad W.

$$\left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot s = 1.2 \text{ T} \cdot 50 \text{ A} \cdot 0.2 \text{ m} \cdot \sin 90^\circ \cdot 0.1 \text{ m} = \\ = [\sin 90^\circ = 1] = 1.2 \text{ T} \cdot 50 \text{ A} \cdot 0.2 \text{ m} \cdot 1 \cdot 0.1 \text{ m} = 1.2 \text{ J}.$$

Vježba 245

Koliki se rad obavi pri pomaku ravnog vodiča duljine 2 dm kroz koji teče struja jakosti 50 A u homogenom magnetskom polju indukcije 1.2 T, ako se vodič pomiče okomito na silnice na putu od 1 dm ?

Rezultat: 1.2 J.

Zadatak 246 (Fec, srednja škola)

Dva usporedna vodiča duga 5.4 m razmaknuta su 8.7 cm i odbijaju se silom 0.005 N. Kolika je struja?

Rješenje 246

$$l = 5.4 \text{ m}, \quad r = 8.7 \text{ cm} = 0.087 \text{ m}, \quad F = 0.005 \text{ N}, \quad I_1 = I_2 = I = ?$$

Sila kojom dva vodiča na međusobnoj udaljenosti r djeluju jedan na drugi u praznini (odnosno zraku) jednaka je

$$F = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

gdje je μ_0 permeabilnost vakuuma,

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

I_1 i I_2 jakosti struja u vodičima, a l je duljina dijela vodiča na koji djeluje sila F . Sila je privlačna ako su struje istog smjera, a odbojna ako su suprotnog smjera.

$$\begin{aligned} F &= \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r} \Rightarrow [I_1 = I_2 = I] \Rightarrow F = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot I \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r} \Rightarrow F = \mu_0 \cdot \frac{I^2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{I^2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r} = F \Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{I^2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot r} = F \cdot l \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\mu_0 \cdot l} \Rightarrow I^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot F}{\mu_0 \cdot l} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot F}{\mu_0 \cdot l} \sqrt{\quad} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot F}{\mu_0 \cdot l}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot 0.087 \text{ m} \cdot 0.005 \text{ N}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 5.4 \text{ m}}} = 20.07 \text{ A}. \end{aligned}$$

Struje u vodičima suprotnog su smjera.

Vježba 246

Dva usporedna vodiča duga 10.8 m razmaknuta su 17.4 cm i odbijaju se silom 0.005 N. Kolika je struja?

Rezultat: 20.07 A.

Zadatak 247 (Fec, srednja škola)

Elektron ubrzan naponom 150 V giba se u elektronskoj cijevi vertikalno prema gore. Ako je na tom mjestu horizontalna komponenta Zemljinog magnetskog polja 12 μT , kolika je sila na elektron? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 247

$$U = 150 \text{ V}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad B = 12 \mu\text{T} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ T}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \\ m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad F = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Razlika potencijala φ_1 i φ_2 naziva se napon i možemo ga izraziti kao

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Zato je

$$W = Q \cdot U.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

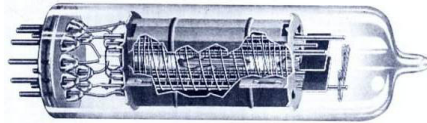
$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$



Brzinu v elektron postiže u električnom polju. Prema zakonu očuvanja energije rad sile električnog polja $Q \cdot U$ jednak je promjeni kinetičke energije elektrona. Ako je brzina elektrona u električnom polju porasla od 0 do v , možemo pisati

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot U &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot U \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot U}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot U}{m} \sqrt{} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot U}{m}}. \end{aligned}$$

Iz izraza za magnetsku silu dobije se:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot U}{m}} \\ F &= B \cdot Q \cdot v \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \\ F &= B \cdot e \cdot v \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = B \cdot e \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} = \\ &= 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 150 \text{ V}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.396 \cdot 10^{-17} \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 247

Elektron ubrzan naponom 0.15 kV giba se u elektronskoj cijevi vertikalno prema gore. Ako je na tom mjestu horizontalna komponenta Zemljinog magnetnog polja 12 μT , kolika je sila na elektron? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rezultat: $1.396 \cdot 10^{-17} \text{ N}$.

Zadatak 248 (Tona, gimnazija)

U zavojnici malog transformatora sa 1200 zavoja prekidom struje inducira se napon 60 V. Izračunaj brzinu promjene magnetnog toka.

Rješenje 248

$$N = 1200, \quad U = 60 \text{ V}, \quad \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = ?$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjernan je brzini promjene magnetnog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti ako nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

$$U = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U \Rightarrow N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U \cdot \frac{1}{N} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{U}{N} = \frac{60 \text{ V}}{1200} = 0.05 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}.$$

Objasnimo mjernu jedinicu!



$$\begin{aligned} \frac{\text{Wb}}{\text{s}} &= \left[\begin{array}{l} \text{formula za tok magnetskog polja } \Phi = B \cdot S \\ \text{mjerne jedinice } \text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2 \end{array} \right] = \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} = \\ &= \left[\begin{array}{l} \text{formula za magnetsku indukciju } B = \frac{F}{I \cdot l} \\ \text{mjerne jedinice } \text{T} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \end{array} \right] = \frac{\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{m} \cdot \text{s}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \\ &= \left[\begin{array}{l} \text{formula za rad } W = F \cdot s \\ \text{mjerne jedinice } \text{J} = \text{N} \cdot \text{m} \end{array} \right] = \frac{\text{J}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \left[\begin{array}{l} \text{formula za električnu energiju } E = U \cdot I \cdot t \\ \text{mjerne jedinice } \text{J} = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} \end{array} \right] = \\ &= \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \text{V}. \end{aligned}$$

Vježba 248

U zavojnici malog transformatora sa 600 zavoja prekidom struje inducira se napon 30 V. Izračunaj brzinu promjene magnetskog toka.

Rezultat: 0.05 Wb / s.

Zadatak 249 (Tona, gimnazija)

Feromagnetičnim prstenom teče struja $I_2 = 2.4 \text{ A}$ koja se smanji na $I_1 = 0.2 \text{ A}$ u vremenu $\Delta t = 0.4 \text{ s}$. Pritom se inducira napon 2.85 V. Odredi induktivnost.

Rješenje 249

$$I_2 = 2.4 \text{ A}, \quad I_1 = 0.2 \text{ A}, \quad \Delta t = 0.4 \text{ s}, \quad U = 2.85 \text{ V}, \quad L = ?$$

Inducirani napon samoindukcije razmjernan je s brzinom promjene jakosti struje:

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

gdje je L induktivnost zavojnice koja ovisi o njezinu obliku, veličini te svojstvu sredstva koje je ispunjava. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$\begin{aligned} U &= L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U \cdot \frac{\Delta t}{\Delta I} \Rightarrow L = U \cdot \frac{\Delta t}{\Delta I} \Rightarrow L = U \cdot \frac{\Delta t}{I_2 - I_1} = \\ &= 2.85 \text{ V} \cdot \frac{0.4 \text{ s}}{2.4 \text{ A} - 0.2 \text{ A}} = 0.518 \text{ H}. \end{aligned}$$

Vježba 249

Feromagnetičnim prstenom teče struja $I_2 = 3.4$ A koja se smanji na $I_1 = 1.2$ A u vremenu $\Delta t = 0.4$ s. Pritom se inducira napon 2.85 V. Odredi induktivnost.

Rezultat: 0.518 H.

Zadatak 250 (Tina, gimnazija)

U homogenome magnetskom polju jakosti $8 \cdot 10^4$ A / m nalazi se vodič duljine 20 cm, otpora 10 Ω . Vodič je priključen na izvor elektromotornog napona 10 V unutarnjeg otpora 0.001 Ω . Pri međusobnom djelovanju strujnog i vanjskog polja vodič se pomakne okomito na magnetsko polje brzinom 10 m / s. Kolika je jakost struje koja teče vodičem?.

Rješenje 250

$$H = 8 \cdot 10^4 \text{ A / m}, \quad l = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad R = 10 \Omega, \quad \varepsilon = 10 \text{ V}, \quad R_u = 0.001 \Omega, \\ \alpha = 90^\circ, \quad v = 10 \text{ m / s}, \quad I = ?$$

Ako se u magnetskom polju magnetske indukcije B giba vodič duljine l brzinom v, kojega smjer čini kut α s vektorom magnetske indukcije, onda se iznos induciranog napona može odrediti izrazom

$$U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha.$$

Ako je $\alpha = 90^\circ$, iznos induciranog napona može se odrediti izrazom

$$U_i = B \cdot l \cdot v.$$

Magnetska indukcija B i jakost magnetskog polja H vezane su u vakuumu odnosom

$$B = \mu_0 \cdot H,$$

gdje je μ_0 permeabilnost vakuuma

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow \varepsilon = U + U_u,$$

gdje je U napon na stezaljkama izvora, U_u pad napona na unutarnjem otporu izvora. Ohmovog zakona za cijeli strujni krug glasi:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_v + R_u}.$$

Kada se vodič pomiče u magnetskom polju u njemu se inducira napon koji je suprotan elektromotornom naponu izvora.

$$U_i = B \cdot l \cdot v \Rightarrow [B = \mu_0 \cdot H] \Rightarrow U_i = \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot v.$$

Napon U na krajevima vodiča je

$$\varepsilon = U + U_i \Rightarrow U + U_i = \varepsilon \Rightarrow U = \varepsilon - U_i \Rightarrow [U_i = \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot v] \Rightarrow \\ \Rightarrow U = \varepsilon - \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot v.$$

Jakost struje iznosi:

$$I = \frac{U}{R + R_u} \Rightarrow [U = \varepsilon - \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot v] \Rightarrow I = \frac{\varepsilon - \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot v}{R + R_u} = \\ = \frac{10 \text{ V} - 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 8 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0.2 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \Omega + 0.001 \Omega} = 0.98 \text{ A}.$$

Vježba 250

U homogenome magnetskom polju jakosti $4 \cdot 10^4$ A / m nalazi se vodič duljine 20 cm, otpora 10Ω . Vodič je priključen na izvor elektromotornog napona 10 V unutarnjeg otpora 0.001Ω . Pri međusobnom djelovanju strujnog i vanjskog polja vodič se pomakne okomito na magnetsko polje brzinom 20 m / s. Kolika je jakost struje koja teče vodičem?.

Rezultat: 0.98 A.

Zadatak 251 (Tonka ♥ Leo, gimnazija)

Četiri beskonačna i međusobno usporedna vodiča nalaze se u vrhovima kvadrata stranice 1 m. Kroz vodiče teku jednake struje 2 A. Kroz tri vodiča struje su istoga smjera, a kroz četvrti vodič struja ima suprotan smjer. Kolika je magnetska indukcija u središtu kvadrata?

Rješenje 251

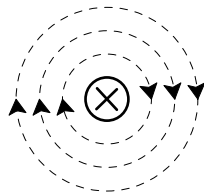
$$a = 1 \text{ m}, \quad I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I = 2 \text{ A}, \quad B = ?$$

Magnetsko polje na udaljenosti r od vodiča kojim teče struja I dano je formulom

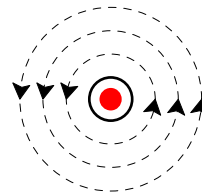
$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

Magnetsko polje ravnog vodiča kojim teče struja prikazujemo magnetskim silnicama koje imaju oblik koncentričnih kružnica sa središtem u osi vodiča, a leže u ravnini okomitoj na vodič. Smjer polja određen je smjerom tangenta na silnicu u svakoj točki polja. Smjer magnetskog polja određujemo pravilom desne ruke:

Obuhvatimo li žicu kojom prolazi struja dlanom desne ruke tako da palac pokazuje smjer struje, tada će savijeni prsti pokazivati smjer magnetskog polja.



Struja ima smjer od nas
i ulazi u ravninu crtnje.



Struja ima smjer prema nama
i izlazi iz ravnine crtnje

Za ravan je vodič kojim teče struja I magnetska indukcija u sredstvu relativne permeabilnosti μ_r dana izrazom

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

gdje je r udaljenost točke u kojoj mjerimo jakost polja do vodiča, μ_0 permeabilnost vakuumu koja iznosi

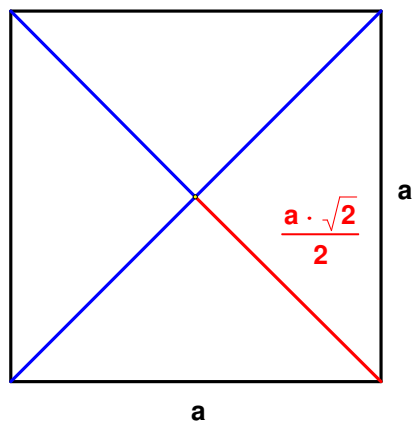
$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

U vakuumu (ili zraku) vrijedi:

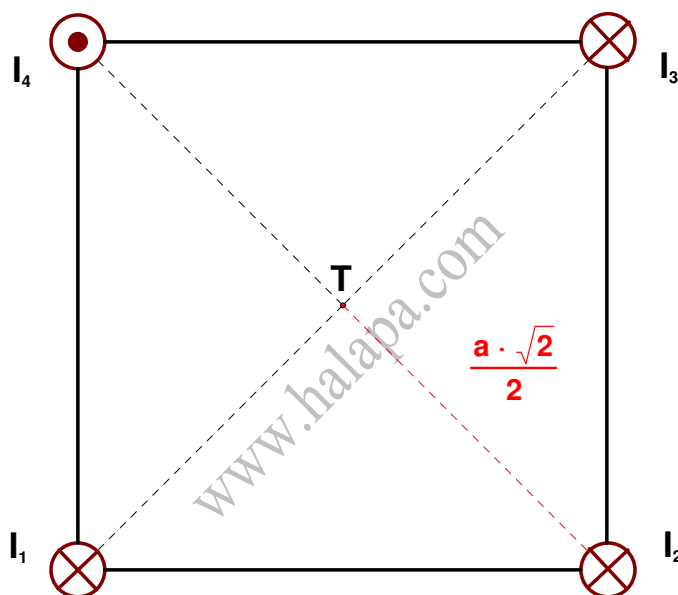
$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180° .

Kvadrat je četverokut kojemu su sve stranice sukladne, a dijagonale međusobno sukladne i okomite. Dijagonale se međusobno raspolavljaju.



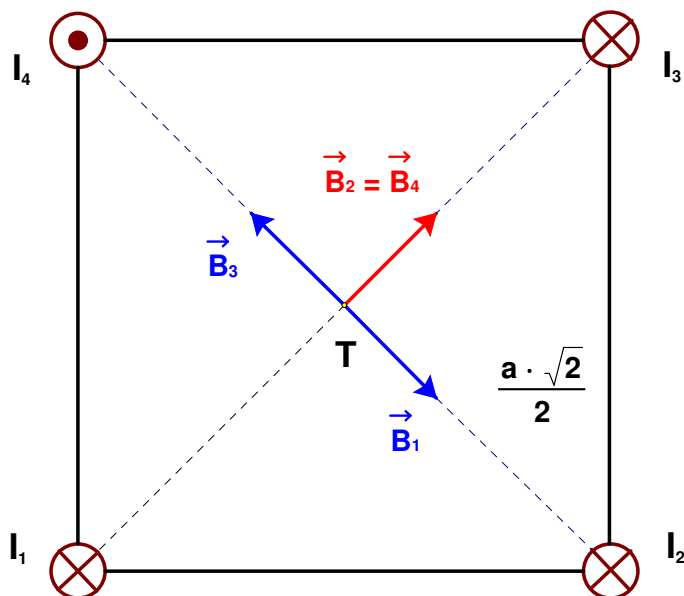
Doprinos polju daju sve četiri struje, a rezultatno polje B je njihov vektorski zbroj. Neka je smjer struja kako je naznačeno na slici (tri struje imaju jednaki smjer, a četvrta suprotan).



Vrijednosti magnetskih polja u točki T jednake su (jednake su struje i jednake udaljenosti):

$$\begin{aligned}
 B_1 = B_2 = B_3 = B_4 &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \left[r = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \right] = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} = \\
 &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} = \mu_0 \cdot \frac{I}{\pi \cdot a \cdot \sqrt{2}}.
 \end{aligned}$$

Prikažimo smjerove pojedinih magnetskih polja u točki T.



Smjerovi magnetskih polja \vec{B}_1 i \vec{B}_3 suprotni su pa je

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \vec{0}.$$

Smjerovi magnetskih polja \vec{B}_2 i \vec{B}_4 jednaki su pa je rezultantna magnetska indukcija u točki T

jednaka zbroju \vec{B}_2 i \vec{B}_4 .

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_4.$$

Vrijednost magnetske indukcije B iznosi:

$$B = B_2 + B_4 \Rightarrow [B_2 = B_4] \Rightarrow B = B_2 + B_2 \Rightarrow B = 2 \cdot B_2 \Rightarrow B = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} \Rightarrow B = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{\pi \cdot a \cdot \sqrt{2}} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{2 A}{\pi \cdot 1 m \cdot \sqrt{2}} = 1.131 \cdot 10^{-6} T = 1.131 \mu T.$$

Vježba 251

Četiri beskonačna i međusobno usporodna vodiča nalaze se u vrhovima kvadrata stranice 10 dm. Kroz vodiče teku jednake struje 2 A. Kroz tri vodiča struje su istoga smjera, a kroz četvrti vodič struja ima suprotan smjer. Kolika je magnetska indukcija u središtu kvadrata?

Rezultat: 1.131 μT .

Zadatak 252 (Đurđica, srednja škola)

Nabijena čestica naboja Q i mase m giba se po kružnici polumjera 4 cm u magnetskom polju indukcije 0.808 T. Ako se uz magnetsko uključi i ukršteno električno polje jakosti 2.5 MV / m, staza čestice ispravi se u pravac. Koliki je omjer Q / m?

Rješenje 252

$$r = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad B = 0.808 \text{ T}, \quad E = 2.5 \text{ MV / m} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ V / m}, \quad Q / m = ?$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F_L = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F_L = B \cdot Q \cdot v.$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na česticu u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, brzinu čestice možemo naći iz odnosa:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_L &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v / \cdot \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{B \cdot Q \cdot r}{m}. \end{aligned}$$

Kada se čestica giba jednoliko po pravcu (prolazi neotklonjena) električna sila F po iznosu jednaka je Lorentzovoj sili.

$$\begin{aligned} F = F_L &\Rightarrow Q \cdot E = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow \left[v = \frac{B \cdot Q \cdot r}{m} \right] \Rightarrow Q \cdot E = B \cdot Q \cdot \frac{B \cdot Q \cdot r}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow B \cdot Q \cdot \frac{B \cdot Q \cdot r}{m} = Q \cdot E \Rightarrow \frac{B^2 \cdot Q^2 \cdot r}{m} = Q \cdot E \Rightarrow \frac{B^2 \cdot Q^2 \cdot r}{m} = Q \cdot E / \cdot \frac{1}{B^2 \cdot Q \cdot r} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{Q}{m} = \frac{E}{B^2 \cdot r} = \frac{2.5 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{(0.808 \text{ T})^2 \cdot 0.04 \text{ m}} = 9.57 \cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \end{aligned}$$

Vježba 252

Nabijena čestica naboja Q i mase m giba se po kružnici polumjera 0.4 dm u magnetskom polju indukcije 0.808 T . Ako se uz magnetsko uključi i ukršteno električno polje jakosti 2.5 MV / m , staza čestice ispravi se u pravac. Koliki je omjer Q / m ?

Rezultat: $9.57 \cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

Zadatak 253 (Asterix, gimnazija)

U krug izmjenične struje napona 110 V i frekvencije 50 Hz uključen je omski otpor od 15Ω , zavojnica samoindukcije 0.1 H i kondenzator kapaciteta $50 \mu\text{F}$. Izračunaj jakost struje koja prolazi krugom te padove napona na otporniku, zavojnici i kondenzatoru.

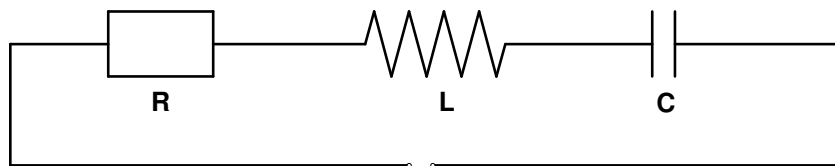
Rješenje 253

$$U = 110 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad R = 15 \Omega, \quad L = 0.1 \text{ H}, \quad C = 50 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad I = ?, \\ U_1 = ?, \quad U_2 = ?, \quad U_3 = ?$$

Kružna frekvencija ω računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je ω frekvencija, $\pi \approx 3.14$.



Otpor dijela kruga izmjenične struje prikazanog na slici jednak je

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2},$$

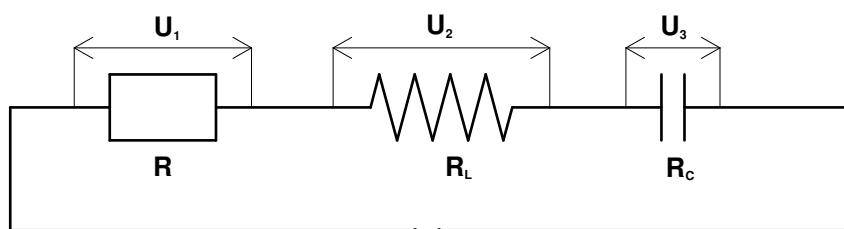
gdje je R radni otpor, $R_L = L \cdot \omega$ induktivni otpor, $R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$ kapacitivni otpor.

Ohmov zakon za krug izmjenične struje glasi:

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow U = I \cdot Z - \text{pad napona.}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega}\right)^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu - \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}\right)^2}} = \\ &= \frac{110 \text{ V}}{\sqrt{(15 \Omega)^2 + \left(0.1 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}}\right)^2}} = 3.1 \text{ A.} \end{aligned}$$

Sada možemo računati padove napona u svakom otporu.



- $U_1 = I \cdot R = 3.1 \text{ A} \cdot 15 \Omega = 46.5 \text{ V}$
- $U_2 = I \cdot R_L \Rightarrow U_2 = I \cdot L \cdot \omega \Rightarrow U_2 = I \cdot L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu = 3.1 \text{ A} \cdot 0.1 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} = 97.34 \text{ V}$
- $U_3 = I \cdot R_C \Rightarrow U_3 = I \cdot \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow U_3 = I \cdot \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu} =$
 $= 3.1 \text{ A} \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}} = 197.45 \text{ V.}$

Vježba 253

U krug izmjenične struje napona 110 V i frekvencije 50 Hz uključen je omski otpor od 0.015 k Ω , zavojnica samoindukcije 0.1 H i kondenzator kapaciteta 50 μ F. Izračunaj jakost struje koja prolazi krugom.

Rezultat: 3.1 A.

Zadatak 254 (Dorothy, gimnazija)

U dva vrha pravokutnog trokuta koja leže na hipotenuzi nalaze se dva vodiča okomita na ravninu trokuta kojima teku antiparalelne struje (struje koje imaju suprotan smjer) od 10 A. Kolika je ukupna magnetska indukcija u trećem vrhu ako su duljine kateta 3 cm i 4 cm? Nacrtaj vektore magnetske indukcije.

Rješenje 254

$$I_1 = I_2 = I = 10 \text{ A}, \quad r_1 = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}, \quad r_2 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad B = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

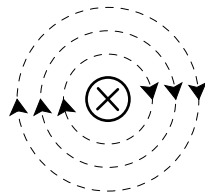
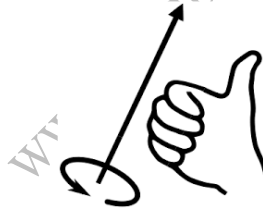
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

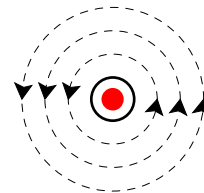
Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

Magnetsko polje ravnog vodiča kojim teče struja prikazujemo magnetskim silnicama koje imaju oblik koncentričnih kružnica sa središtem u osi vodiča, a leže u ravnini okomitoj na vodič. Smjer polja određen je smjerom tangenta na silnicu u svakoj točki polja. Smjer magnetskog polja određujemo pravilom desne ruke:

Obuhvatimo li žicu kojom prolazi struja dlanom desne ruke tako da palac pokazuje smjer struje, tada će savijeni prsti pokazivati smjer magnetskog polja.



Struja ima smjer od nas
i ulazi u ravninu crtnje.



Struja ima smjer prema nama
i izlazi iz ravnine crtnje

Za ravan je vodič kojim teče struja I magnetska indukcija u sredstvu relativne permeabilnosti μ_r dana izrazom

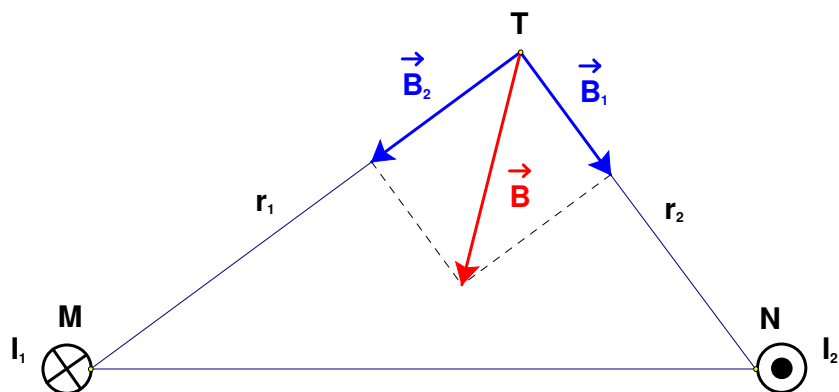
$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

gdje je r udaljenost točke u kojoj mjerimo jakost polja do vodiča, μ_0 permeabilnost vakuumu koja iznosi

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

U vakuumu (ili zraku) vrijedi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$



Magnetska indukcija \vec{B} u točki T jednaka je vektorskom zbroju \vec{B}_1 i \vec{B}_2 koju daju struje I_1 i I_2 .

Vektori \vec{B}_1 i \vec{B}_2 tangente su na silnice (kružnice polujera r_1 i r_2). Budući da je trokut MNT pravokutan trokut naći ćemo B pomoću Pitagorina poučka.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} B_1 &= \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \\ B_2 &= \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} B_1 &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \\ B_2 &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow B &= \sqrt{\left(\mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \right)^2 + \left(\mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_2} \right)^2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow B &= \sqrt{\mu_0^2 \cdot \frac{I^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1^2} + \mu_0^2 \cdot \frac{I^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2^2}} \Rightarrow B = \sqrt{\mu_0^2 \cdot \frac{I^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} \right)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow B &= \sqrt{\mu_0^2 \cdot \frac{I^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}}} \Rightarrow B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}} = \\
 &= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{10 A}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{(0.03 m)^2} + \frac{1}{(0.04 m)^2}} = 8.33 \cdot 10^{-5} T.
 \end{aligned}$$

Vježba 254

U dva vrha pravokutnog trokuta koja leže na hipotenuzi nalaze se dva vodiča okomita na ravninu trokuta kojima teku antiparalelne struje (struje koje imaju suprotan smjer) od 10 A. Kolika je ukupna magnetska indukcija u trećem vrhu ako su duljine kateta 0.3 dm i 0.4 dm?

Rezultat: $8.33 \cdot 10^{-5} T$.

Zadatak 255 (Maro, elektrostrojarska škola)

Staza snopa elektrona u katodnoj cijevi zavijana je u kružnicu polujera 4 cm magnetnim poljem 4.5 mT. Kolika je brzina elektrona? Kolika je njegova kinetička energija izražena u MeV? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 255

$$r = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad B = 4.5 \text{ mT} = 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ T}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

$$Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad v = ?, \quad E_k = ?$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Elektronvolt (**eV**) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na elektron u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, brzinu elektrona možemo naći iz odnosa:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_L &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v / \cdot \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m} = \frac{4.5 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.04 \text{ m}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 3.17 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$



Kinetička energija izražena u MeV iznosi:

$$\begin{aligned} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= \frac{1}{2} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3.17 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 4.577 \cdot 10^{-16} \text{ J} = \\ &= \left[\frac{4.577 \cdot 10^{-16}}{1.602 \cdot 10^{-19}} \right] = 2857 \text{ eV} = 0.002857 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Vježba 255

Staza snopa elektrona u katodnoj cijevi zavinuta je u kružnicu polumjera 2 cm magnetnim poljem 4.5 mT. Kolika je brzina elektrona? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $1.58 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

Zadatak 256 (Maturant, srednja škola)

Štap otpora 0.01Ω giba se u magnetskom polju 0.5 T okomito na silnice. Kolika je brzina ako štapom dugim 2 m teče struja 0.1 A?

Rješenje 256

$$R = 0.01 \Omega, \quad B = 0.5 \text{ T}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad l = 2 \text{ m}, \quad I = 0.1 \text{ A}, \quad v = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Ako se u magnetskom polju magnetske indukcije B giba vodič duljine l brzinom v, kojega smjer čini kut α s vektorom magnetske indukcije, onda se iznos induciranog napona može odrediti izrazom

$$U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha.$$

Ako je $\alpha = 90^\circ$, iznos induciranog napona može se odrediti izrazom

$$U_i = B \cdot l \cdot v.$$

$$\left. \begin{array}{l} U = B \cdot l \cdot v \\ U = I \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow B \cdot l \cdot v = I \cdot R \Rightarrow B \cdot l \cdot v = I \cdot R \cdot \frac{1}{B \cdot l} \Rightarrow v = \frac{I \cdot R}{B \cdot l} =$$

$$= \frac{0.1 \text{ A} \cdot 0.01 \text{ } \Omega}{0.5 \text{ T} \cdot 2 \text{ m}} = 0.001 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Vježba 256

Štap otpora $0.02 \text{ } \Omega$ giba se u magnetskom polju 0.5 T okomito na silnice. Kolika je brzina ako štapom dugim 4 m teče struja 0.1 A ?

Rezultat: 1 mm / s .

Zadatak 257 (Maturant, srednja škola)

Kroz dvije ravne, jednako dugačke zavojnice, teku električne struja jakosti I_1 i I_2 . Prva zavojnica ima N_1 zavoja, a druga N_2 zavoja po jedinici duljine. Ako je unutar prve zavojnice magnetska indukcija 4 puta veća od magnetske indukcije unutar druge zavojnice, tada je omjer jakosti

električnih struja kroz zavojnice, $\frac{I_1}{I_2}$, jednak:

A. $\frac{4 \cdot N_1}{N_2}$ B. $\frac{2 \cdot N_2}{N_1}$ C. $\frac{4 \cdot N_2}{N_1}$ D. $\frac{N_1}{N_2}$

Rješenje 257

$$l_1 = l_2 = l, \quad I_1, \quad I_2, \quad N_1, \quad N_2, \quad B_1 = 4 \cdot B_2, \quad \frac{I_1}{I_2} = ?$$

Magnetsko polje B unutar relativno dugačke zavojnice dano je izrazom

$$B = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je μ permeabilnost, N broj navoja zavojnice, I jakost električne struje koja prolazi zavojnicom, l duljina zavojnice.

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = \mu \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} \\ B_2 = \mu \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} B_1 = \mu \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l} \\ B_2 = \mu \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l} \end{array} \right\} \Rightarrow [B_1 = 4 \cdot B_2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l} = 4 \cdot \mu \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l} \Rightarrow \mu \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l} = 4 \cdot \mu \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l} \cdot \frac{l}{\mu \cdot N_1 \cdot I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{4 \cdot N_2}{N_1}.$$

Vježba 257

Kroz dvije ravne, jednako dugačke zavojnice, teku električne struja jakosti I_1 i I_2 . Prva zavojnica ima N_1 zavoja, a druga N_2 zavoja po jedinici duljine. Ako je unutar prve zavojnice magnetska indukcija 2 puta veća od magnetske indukcije unutar druge zavojnice, tada je omjer jakosti električnih struja kroz zavojnice, $\frac{I_1}{I_2}$, jednak:

$$A. \frac{4 \cdot N_1}{N_2} \quad B. \frac{2 \cdot N_2}{N_1} \quad C. \frac{4 \cdot N_2}{N_1} \quad D. \frac{N_1}{N_2}$$

Rezultat: B.

Zadatak 258 (Darko, srednja škola)

U akceleratoru čestica proton naboja $e = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ima količinu gibanja $4.8 \cdot 10^{-16} \text{ kg m / s}$ i giba se po kružnici polumjera 1 km. Kolika je indukcija magnetskog polja koje proizvodi ovakvo gibanje?

$$A. 1 \text{ T} \quad B. 2 \text{ T} \quad C. 3 \text{ T} \quad D. 4 \text{ T}$$

Rješenje 258

$$Q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad p = 4.8 \cdot 10^{-16} \text{ kg m / s}, \quad r = 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}, \quad B = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na česticu proton u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, indukciju magnetskog polja možemo izračunati iz odnosa

$$F_L = F_{cp} \Rightarrow B \cdot Q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot e \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot e \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \frac{1}{e \cdot v} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot e} \Rightarrow [p = m \cdot v] \Rightarrow B = \frac{p}{r \cdot e} = \frac{4.8 \cdot 10^{-16} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10^3 \text{ m} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3 \text{ T}.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 258

U akceleratoru čestica proton naboja $e = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ima količinu gibanja $3.2 \cdot 10^{-16} \text{ kg m/s}$ i giba se po kružnici polumjera 1 km. Kolika je indukcija magnetskog polja koje proizvodi ovakvo gibanje?

- A. 1 T B. 2 T C. 3 T D. 4 T

Rezultat: B.

Zadatak 259 (Darko, srednja škola)

Kolika je kinetička energija protona koji se u magnetskom polju 1 T giba po kružnici polumjera 1 m? (naboj protona $e = +1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rješenje 259

$$B = 1 \text{ T}, \quad r = 1 \text{ m}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad E_k = ?$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na česticu proton u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, brzinu protona možemo izračunati iz odnosa

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_L &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v}{r} = B \cdot e \Rightarrow m \cdot \frac{v}{r} = B \cdot Q \cdot v / \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m}. \end{aligned}$$

Kinetička energija iznosi:

$$\begin{aligned} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{B \cdot e \cdot r}{m} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(B \cdot e \cdot r)^2}{m^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(B \cdot e \cdot r)^2}{m^2} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(B \cdot e \cdot r)^2}{m} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 \text{ T} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ m})^2}{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 7.67 \cdot 10^{-12} \text{ J}. \end{aligned}$$

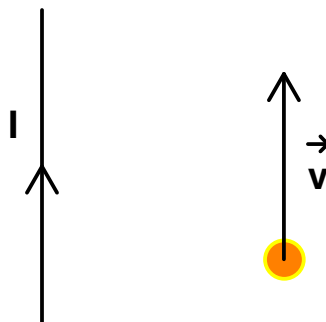
Vježba 259

Kolika je kinetička energija protona koji se u magnetskom polju 2 T giba po kružnici polumjera 50 cm? (naboj protona $e = +1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rezultat: $7.67 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.

Zadatak 260 (MM, gimnazija)

Elektron se giba brzinom $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ paralelno s ravnim vodičem kroz koji prolazi električna struja jakosti 2 A. Smjer struje i smjer brzine elektrona prikazani su na slici. Kolikom silom vodič djeluje na elektron ako su oni udaljeni 3 cm? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

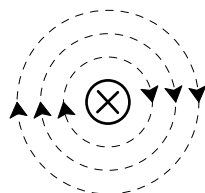


Rješenje 260

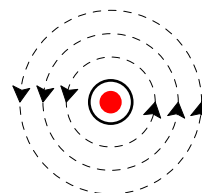
$Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, $I = 2 \text{ A}$, $\alpha = 90^\circ$, $r = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$,
 $F = ?$

Magnetsko polje ravnog vodiča kojim teče struja prikazujemo magnetskim silnicama koje imaju oblik koncentričnih kružnica sa središtem u osi vodiča, a leže u ravnini okomitoj na vodič. Smjer polja određen je smjerom tangenta na silnicu u svakoj točki polja. Smjer magnetskog polja određujemo pravilom desne ruke:

Obuhvatimo li žicu kojom prolazi struja dlanom desne ruke tako da palac pokazuje smjer struje, tada će savijeni prsti pokazivati smjer magnetskog polja.



Struja ima smjer od nas
i ulazi u ravninu crtnje.



Struja ima smjer prema nama
i izlazi iz ravnine crtnje

Za ravan je vodič kojim teče struja I magnetska indukcija u sredstvu relativne permeabilnosti μ_r dana izrazom

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

gdje je r udaljenost točke u kojoj mjerimo jakost polja do vodiča, μ_0 permeabilnost vakuumu koja iznosi

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

U vakuumu (ili zraku) vrijedi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

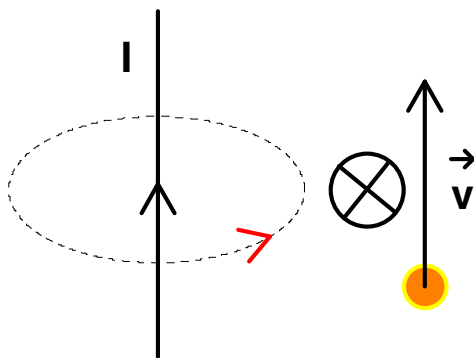
Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

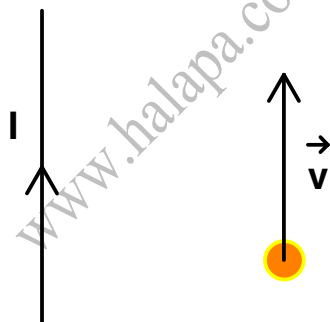


Sa slike vidimo da su magnetske silnice okomite na smjer brzine v elektrona pa možemo napisati:

$$\left. \begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \\ F &= B \cdot Q \cdot v \end{aligned} \right\} \Rightarrow [Q = e] \Rightarrow \left. \begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \\ F &= B \cdot e \cdot v \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot e \cdot v = \\
 &= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{2 A}{2 \cdot \pi \cdot 0.03 m} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{m}{s} = 1.07 \cdot 10^{-17} N.$$

Vježba 260

Elektron se giba brzinom 5000 km / s paralelno s ravnim vodičem kroz koji prolazi električna struja jakosti 2 A. Smjer struje i smjer brzine elektrona prikazani su na slici. Kolikom silom vodič djeluje na elektron ako su oni udaljeni 30 mm? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$)



Rezultat: $1.07 \cdot 10^{-17} N.$