

Zadatak 201 (Darko, tehnička škola)

Proton, mase $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg i naboja $1.6 \cdot 10^{-19}$ C, koji se ubrzao u električnom polju razlike potencijala 600 V uleti u homogeno magnetno polje indukcije 0.3 T i giba se po kružnici. Polumjer kružnice po kojoj se giba proton iznosi:

A. 2.7 mm B. 1.2 m C. $1.18 \cdot 10^{-2}$ m D. $2.7 \cdot 10^{-2}$ m

Rješenje 201

$$m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad U = 600 \text{ V}, \quad B = 0.3 \text{ T}, \quad r = ?$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v, onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Rad pri prijenosu naboja Q u homogenom električnom polju razlike potencijala U možemo naći iz izraza

$$W = Q \cdot U$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kako Lorentzova sila, koja djeluje na proton u magnetnom polju, ima ulogu centripetalne sile možemo napisati

$$F_{cp} = F \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v$$

Brzinu v proton postiže u električnom polju. Prema zakonu očuvanja energije rad sile električnog polja jednak je promjeni kinetičke energije protona. Budući da je brzina protona u električnom polju porasla od 0 do v možemo pisati

$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U$$

Iz sustava jednadžbi izračunam r.

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v \cdot \frac{r}{v} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \cdot \frac{2}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = B \cdot e \cdot r \\ v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} B \cdot e \cdot r = m \cdot v \\ v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} B \cdot e \cdot r &= m \cdot v \quad / \cdot \frac{1}{B \cdot e} \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} r &= \frac{m \cdot v}{B \cdot e} \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}}{B \cdot e} \Rightarrow r = \frac{m}{B \cdot e} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{m^2}{e^2} \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \Rightarrow r = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{m^2}{e^2} \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \Rightarrow r = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U}{e}} =$$

$$= \frac{1}{0.3 \text{ T}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 600 \text{ V}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}} = 1.18 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 201

Proton, mase $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ i naboja $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, koji se ubrzao u električnom polju razlike potencijala 2400 V uleti u homogeno magnetno polje indukcije 0.6 T i giba se po kružnici. Polumjer kružnice po kojoj se giba proton iznosi:

A. 2.7 mm B. 1.2 m C. $1.18 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ D. $2.7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Rezultat: C.

Zadatak 202 (Kristina, srednja škola)

Kad se struja promijeni brzinom 2 A / s u zavojnici se zbog samoindukcije inducira napon od 0.04 V. Koeficijent samoindukcije te zavojnice je u henrijima:

A. 0.02 B. 0.08 C. 0.01 D. 0.16

Rješenje 202

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = 2 \frac{\text{A}}{\text{s}}, \quad U = 0.04 \text{ V}, \quad L = ?$$

Inducirani napon samoindukcije razmjernan je s brzinom promjene jakosti struje:

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

gdje je L induktivnost zavojnice koja ovisi o njezinu obliku, veličini te svojstvu sredstva koje je ispunjava. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U \cdot \frac{1}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} \Rightarrow L = \frac{U}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{0.04 \text{ V}}{2 \frac{\text{A}}{\text{s}}} = 0.02 \text{ H.}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 202

Kad se struja promijeni brzinom 4 A / s u zavojnici se zbog samoindukcije inducira napon od 0.08 V. Koeficijent samoindukcije te zavojnice je u henrijima:

A. 0.02 B. 0.08 C. 0.01 D. 0.16

Rezultat: A.

Zadatak 203 (Martina, srednja škola)

Izmjenični napon maksimalne vrijednosti 100 V i frekvencije 100 Hz priključen je na potrošač otpora 10 Ω. Struja kroz potrošač je dana sa:

$$A. I = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \frac{1}{s} \cdot t\right) \quad B. I = 0.1 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

$$C. I = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(100 \frac{1}{s} \cdot t\right) \quad D. I = 0.1 \text{ A} \cdot \sin\left(100 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

Rješenje 203

$$U_0 = 100 \text{ V}, \quad \nu = 100 \text{ Hz}, \quad R = 10 \Omega, \quad I = ?$$

Za mnoge vodiče, osobito metale, jakost struje kroz vodič pri stalnoj temperaturi razmjerna je naponu na njegovim krajevima. Ta se činjenica naziva Ohmovim zakonom koji glasi

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost električne struje I je razmjerna s naponom U .
Ovisnost izmjeničnog napona o vremenu je

$$U = U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t),$$

gdje je U_0 najveća vrijednost napona, ν frekvencija.

Za trenutačnu vrijednost izmjenične struje vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{U_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t)}{R} \Rightarrow I = \frac{U_0}{R} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{100 \text{ V}}{10 \Omega} \cdot \sin\left(2 \cdot 3.14 \cdot 100 \frac{1}{s} \cdot t\right) \Rightarrow I = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \frac{1}{s} \cdot t\right).$$

Odgovor je pod A.

Vježba 203

Izmjenični napon maksimalne vrijednosti 1000 V i frekvencije 100 Hz priključen je na potrošač otpora 100 Ω . Struja kroz potrošač je dana sa:

$$A. I = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \frac{1}{s} \cdot t\right) \quad B. I = 0.1 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

$$C. I = 10 \text{ A} \cdot \sin\left(100 \frac{1}{s} \cdot t\right) \quad D. I = 0.1 \text{ A} \cdot \sin\left(100 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

Rezultat: A.

Zadatak 204 (Goran, gimnazija)

U homogenom magnetnom polju gustoće toka 1.5 T jednoliko se giba vodič duljine 10 cm. Njime teče struja od 2 A, brzina mu je 1 m/s, a vodič je okomit na polje. Snaga potrebna za ovo gibanje je:

$$A. 3 \text{ W} \quad B. 40 \text{ W} \quad C. 0.3 \text{ W} \quad D. 1.5 \text{ W}$$

Rješenje 204

$$B = 1.5 \text{ T}, \quad l = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad I = 2 \text{ A}, \quad \nu = 1 \text{ m/s}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad P = ?$$

Sila (**Amperova sila**) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a B magnetna indukcija. Ako su smjerovi magnetnog polja i struje međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Može se izračunati izrazom

$$P = F \cdot v,$$

gdje je F sila u smjeru gibanja tijela, a v brzina tijela.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ P = F \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow P = B \cdot I \cdot l \cdot v = 1.5 \text{ T} \cdot 2 \text{ A} \cdot 0.1 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.3 \text{ W}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ W = F \cdot s \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = B \cdot I \cdot l \cdot s \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{B \cdot I \cdot l \cdot s}{t} \Rightarrow P = B \cdot I \cdot l \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow \left[v = \frac{s}{t} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = B \cdot I \cdot l \cdot v = 1.5 \text{ T} \cdot 2 \text{ A} \cdot 0.1 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.3 \text{ W}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 204

U homogenom magnetnom polju gustoće toka 3 T jednoliko se giba vodič duljine 10 cm. Njime teče struja od 1 A, brzina mu je 1 m / s, a vodič je okomit na polje. Snaga potrebna za ovo gibanje je:

- A. 3 W B. 40 W C. 0.3 W D. 1.5 W

Rezultat: A.

Zadatak 205 (Luka, tehnička škola)

Generator frekvencije 15000 Hz i napona na priključnicama od 300 V vezan je u krug struje u kojem su u seriju spojeni kondenzator od 0.05 μF, otpornik otpora 1 Ω i zavojnica promjenljivog induktiviteta. Koliki je induktivitet kad krugom teče maksimalna struja?

- A. 0.205 H B. 2.2 H C. 2.25 mH D. 1.75 mH

Rješenje 205

$v = 15000 \text{ Hz} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$, $U = 300 \text{ V}$, $C = 0.05 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ F}$, $R = 1 \Omega$,
 $L = ?$



Kondenzator kapaciteta C pruža izmjeničnoj struji kružne frekvencije ω kapacitivni otpor

$$R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}, \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot v, \quad v - \text{frekvencija.}$$



Zavojnica induktiviteta L pruža izmjeničnoj struji kružne frekvencije ω induktivni otpor

$$R_L = L \cdot \omega \quad , \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu \quad , \quad \nu - \text{frekvencija.}$$

Taj je otpor uzrokovan samoindukcijom koja nastaje u zavojnici zbog neprekidne promjene izmjenične struje.

Jakost izmjenične struje u krugu sa serijski spojenim trošilom, zavojnicom i kondenzatorom dana je Ohmovim zakonom za izmjeničnu struju:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}}$$

Ako je induktivni otpor R_L jednak kapacitivnom otporu R_C izraz u zagradi u nazivniku te formule poništi se

$$R_L = R_C \Rightarrow R_L - R_C = 0$$

i struja kroz strujni krug je maksimalna.

Kada krugom teče maksimalna struja induktivni i kapacitivni otpor su jednaki.

$$\begin{aligned} R_L = R_C &\Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \frac{1}{\omega} \Rightarrow L = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \Rightarrow L = \frac{1}{C \cdot (2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} = \\ &= \frac{1}{5 \cdot 10^{-8} \text{ F} \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot 1.5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}}\right)^2} = 2.25 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 2.25 \text{ mH}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 205

Generator frekvencije 15 kHz i napona na priključnicama od 250 V vezan je u krug struje u kojem su u seriju spojeni kondenzator od 0.05 μF , otpornik otpora 1 Ω i zavojnica promjenljivog induktiviteta. Koliki je induktivitet kad krugom teče maksimalna struja?

- A. 0.205 H B. 2.2 H C. 2.25 mH D. 1.75 mH

Rezultat: C.

Zadatak 206 (Zvonko, tehnička škola)

Omjer broja zavoja dviju zavojnica jednak je omjeru njihovih duljina. Kako se odnose jakosti struja u njima, ako je unutar zavojnica jednaka magnetna indukcija?

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 10

Rješenje 206

$$N_1 : N_2 = l_1 : l_2, \quad B_1 = B_2, \quad I_1 : I_2 = ?$$

Ako su a i b brojevi, kažemo da je kvocijent a : b, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Neka je zavojnica vrlo dugačka i ima N navoja na duljini l. Magnetno polje B unutar zavojnice može se izraziti jednadžbom

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje su:

N – broj navoja zavojnice

l – duljina zavojnice

I – jakost električne struje koja prolazi zavojnicom

μ_0 – permeabilnost vakuuma, μ_r – relativna permeabilnost.

Budući da je omjer broja zavoja dviju zavojnica jednak omjeru njihovih duljina, vrijedi:

$$N_1 : N_2 = l_1 : l_2 \Rightarrow N_1 \cdot l_2 = N_2 \cdot l_1.$$

Ako je unutar zavojnica jednaka magnetna indukcija omjer jakosti struja iznosi:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} \\ B_2 &= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [B_1 = B_2] \Rightarrow \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \cdot \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_1 \cdot I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2 \cdot l_1}{N_1 \cdot l_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [N_1 \cdot l_2 = N_2 \cdot l_1] \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2 \cdot l_1}{N_1 \cdot l_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 206

Omjer broja zavoja dviju zavojnica jednak je omjeru njihovih duljina. Kako se odnose jakosti struja u njima, ako je unutar zavojnica magnetna indukcija prve zavojnice dva puta veća od magnetne indukcije druge zavojnice?

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 10

Rezultat: B.

Zadatak 207 (Niki, tehnička škola)

Dva titrajna kruga treba dovesti u rezonanciju. Prvi titrajni krug se sastoji od kondenzatora kapaciteta 12 pF i zavojnice induktiviteta 4.2 nH. Koliki mora biti kapacitet drugog titrajnog kruga, ako mu je induktivitet 6 nH?

Rješenje 207

$$C_1 = 12 \text{ pF} = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \quad L_1 = 4.2 \text{ nH} = 4.2 \cdot 10^{-9} \text{ H}, \quad L_2 = 6 \text{ nH} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ H}, \quad C_2 = ?$$

Rezonantna frekvencija titrajnog kruga s kapacitetom C, induktivitetom L i zanemarivim omskim otporom dana je Thomsonovom formulom

$$v = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}.$$

Ako su dva sustava u rezonanciji onda je

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}} \cdot 2 \cdot \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 \cdot C_2}} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \sqrt{L_1 \cdot C_1} = \sqrt{L_2 \cdot C_2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{L_2 \cdot C_2} &= \sqrt{L_1 \cdot C_1} \Rightarrow \sqrt{L_2 \cdot C_2} = \sqrt{L_1 \cdot C_1} / 2 \Rightarrow (\sqrt{L_2 \cdot C_2})^2 = (\sqrt{L_1 \cdot C_1})^2 / 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow L_2 \cdot C_2 &= L_1 \cdot C_1 / 2 \Rightarrow L_2 \cdot C_2 = L_1 \cdot C_1 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow C_2 = \frac{L_1 \cdot C_1}{2 \cdot L_2} = \\ &= \frac{4.2 \cdot 10^{-9} \text{ H} \cdot 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ F}}{6 \cdot 10^{-9} \text{ H}} = 8.4 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 8.4 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Vježba 207

Dva titrajna kruga treba dovesti u rezonanciju. Prvi titrajni krug se sastoji od kondenzatora kapaciteta 24 pF i zavojnice induktiviteta 4.2 nH. Koliki mora biti kapacitet drugog titrajnog kruga, ako mu je induktivitet 12 nH?

Rezultat: 8.4 pF.

Zadatak 208 (Niki, tehnička škola)

Pri kojoj se frekvenciji krug sastavljen od serijski spojene zavojnice od 30 Ω, induktiviteta 0.2 H i kondenzatora kapaciteta 0.2 μF nalazi u rezonanciji?

Rješenje 208

$$R = 30 \Omega, \quad L = 0.2 \text{ H}, \quad C = 0.2 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ F}, \quad \nu = ?$$

Rezonantna frekvencija titrajnog kruga s kapacitetom C, induktivitetom L i zanemarivim omskim otporom dana je Thomsonovom formulom

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0.2 \text{ H} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ F}}} = 796 \text{ Hz}.$$

Vježba 208

Pri kojoj se frekvenciji krug sastavljen od serijski spojene zavojnice od 10 Ω, induktiviteta 0.1 H i kondenzatora kapaciteta 0.4 μF nalazi u rezonanciji?

Rezultat: 796 Hz.

Zadatak 209 (Danijel, gimnazija)

U krugu izmjenične struje serijski su spojeni zavojnica otpora 20 Ω, induktivitet 0.17 H i kondenzator kapaciteta 0.15 μF. Za koju frekvenciju struje je otpor najmanji?

Rješenje 209

$$R = 20 \Omega, \quad L = 0.17 \text{ H}, \quad C = 0.15 \mu\text{F} = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ F}, \quad \nu = ?$$

Kružna frekvencija ω računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je ν frekvencija.

Ukupni otpor u krugu izmjenične struje zovemo impedancija.

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2},$$

R je radni ili omski otpor,

$$R_L = L \cdot \omega \Rightarrow R_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \text{ je induktivni otpor,}$$

$$R_C = \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow R_C = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu} \text{ je kapacitivni otpor.}$$

Impedancija

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

bit će najmanja, ako je

$$R_L - R_C = 0 \Rightarrow R_L = R_C.$$

Tada frekvencija struje iznosi:

$$\begin{aligned} R_L = R_C &\Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} / \cdot C \cdot \omega \Rightarrow L \cdot C \cdot \omega^2 = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow L \cdot C \cdot \omega^2 &= 1 / \cdot \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} / \sqrt{} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \\ \Rightarrow [\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu] &\Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} / \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0.17 \text{ H} \cdot 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ F}}} = 997 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

Vježba 209

U krugu izmjenične struje serijski su spojeni zavojnica otpora 20Ω , induktivitet 0.34 H i kondenzator kapaciteta $7.5 \cdot 10^{-8} \text{ F}$. Za koju frekvenciju struje je otpor najmanji?

Rezultat: 997 Hz.

Zadatak 210 (Tri sirene ☺, gimnazija)

Elektron energije 300 eV uleti okomito u magnetno polje indukcije 2 mT . Koliki je polumjer kružne staze ovog elektrona? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $1 \text{ elektronvolt} \dots 1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

Rješenje 210

$$E_k = 300 \text{ eV} = [300 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] = 4.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad B = 2 \text{ mT} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}, \\ q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad r = ?$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

Budući da je zadana kinetička energija E_k elektrona, možemo izračunati njegovu brzinu v .

$$\begin{aligned} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{2 \cdot E_k}{m} / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.027 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Kako Lorentzova sila koja djeluje na elektron u magnetnom polju, ima ulogu centripetalne sile,

polumjer kružne staze možemo naći iz odnosa

$$F_L = F_{cp} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{r}{B \cdot q \cdot v} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} =$$

$$= \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.027 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0.0292 \text{ m} = 2.92 \text{ cm}.$$

2.inačica

Budući da je zadana kinetička energija E_k elektrona, možemo naći izraz za njegovu brzinu v .

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}.$$

Kako Lorentzova sila koja djeluje na elektron u magnetnom polju, ima ulogu centripetalne sile, polumjer kružne staze možemo naći iz odnosa

$$F_L = F_{cp} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{r}{B \cdot q \cdot v} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} =$$

$$\Rightarrow r = \frac{m}{B \cdot q} \cdot v \Rightarrow \left[v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \right] \Rightarrow r = \frac{m}{B \cdot q} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \Rightarrow r = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m}} \Rightarrow r = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}} = 0.0292 \text{ m} = 2.92 \text{ cm}.$$

Vježba 210

Elektron energije 0.3 keV uleti okomito u magnetno polje indukcije 2 mT. Koliki je polumjer kružne staze ovog elektrona? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, 1 elektronvolt ... 1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

Rezultat: 2.92 cm.

Zadatak 211 (Tri sirene 😊, gimnazija)

Proton se giba po kružnici polumjera 2 mm brzinom $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Ravnina gibanja protona okomita je na silnice magnetnog polja. Kolika je indukcija magnetnog polja? Koliko vremena treba protonu da napravi jedan puni krug? (naboj protona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rješenje 211

$$r = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad v = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad B = ?, \quad t = ?$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

Opseg kružnice polumjera r iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Budući da Lorentzova sila F_L daje protonu centripetalnu akceleraciju i prisiljava ga da se giba po kružnici polumjera r , slijedi:

$$\begin{aligned} F_L = F_{cp} &\Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{1}{q \cdot v} \Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot q} = \\ &= \frac{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 26.13 \text{ T}. \end{aligned}$$

Kada proton napravi jedan puni krug prijeđeni put jednak je opsegu kružnice polumjera r :

$$\left. \begin{aligned} s &= 2 \cdot r \cdot \pi \\ t &= \frac{s}{v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \pi}{5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2.51 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 2.51 \text{ ns}.$$

Vježba 211

Proton se giba po kružnici polumjera 0.2 cm brzinom $5 \cdot 10^3 \text{ km/s}$. Ravnina gibanja protona okomita je na silnice magnetnog polja. Kolika je indukcija magnetnog polja? Koliko vremena treba protonu da napravi jedan puni krug? (naboj protona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rezultat: 26.13 T, 2.51 ns.

Zadatak 212 (Tri sirene ☺, gimnazija)

Jednstruko ionizirani atomi dušika masa $21.596 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ i $23.25 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ energije 2.5 keV okomito ulijeću na magnetno polje indukcije 0.4 T i izlijeću iz njega opisujući polukružnice. Koliki su polumjeri staza? Koliki će biti razmak snopova pri izlasku iz magnetnog polja? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 212

$$\begin{aligned} q &= e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \text{ jednostruko ionizirani atom,} & m_1 &= 21.596 \cdot 10^{-27} \text{ kg,} \\ m_2 &= 23.25 \cdot 10^{-27} \text{ kg,} & E_k &= 2.5 \text{ keV} = 2500 \text{ eV} = [2500 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] = 4 \cdot 10^{-16} \text{ J,} & \alpha &= 90^\circ, \\ B &= 0.4 \text{ T,} & r_1 &= ?, & r_2 &= ?, & d &= ? \end{aligned}$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Budući da je zadana kinetička energija atoma, može se izračunati njegova brzina.

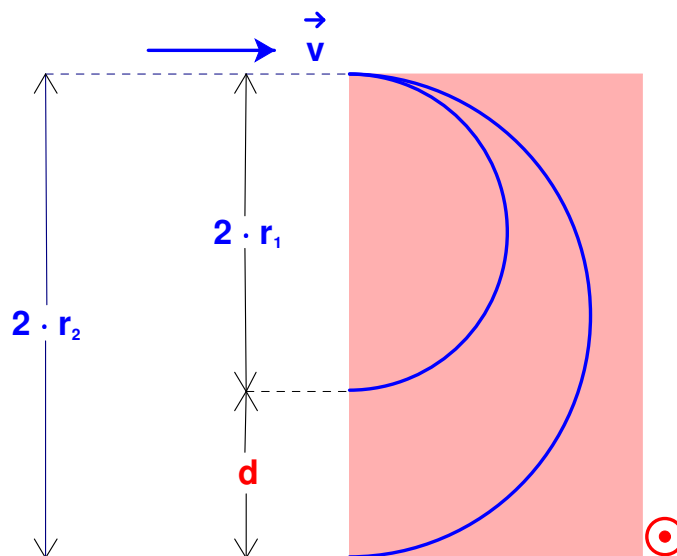
Kako Lorentzova sila koja djeluje na ionizirane atome dušika u magnetnom polju, ima ulogu centripetalne sile, polumjere kružnih staza možemo naći iz odnosa:

$$\begin{aligned} \bullet \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \\ F_L &= F_{cp} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 &= E_k \\ B \cdot q \cdot v_1 &= m_1 \cdot \frac{v_1^2}{r_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 &= E_k \quad / \cdot \frac{2}{m_1} \\ B \cdot q \cdot v_1 &= m_1 \cdot \frac{v_1^2}{r_1} \quad / \cdot \frac{r_1}{v_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1^2 &= \frac{2 \cdot E_k}{m_1} \\ B \cdot q \cdot r_1 &= m_1 \cdot v_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1^2 &= \frac{2 \cdot E_k}{m_1} \quad / \sqrt{} \\ B \cdot q \cdot r_1 &= m_1 \cdot v_1 \quad / \cdot \frac{1}{B \cdot q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m_1}} \\ r_1 &= \frac{m_1 \cdot v_1}{B \cdot q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow r_1 &= \frac{m_1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m_1}} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m_1^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m_1}} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m_1^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m_1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow r_1 &= \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{2 \cdot m_1 \cdot E_k} = \frac{1}{0.4 \text{ T} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{2 \cdot 21.596 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 4 \cdot 10^{-16} \text{ J}} = \\ &= 0.0649 \text{ m} = 6.49 \text{ cm}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \\ F_L &= F_{cp} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 &= E_k \\ B \cdot q \cdot v_2 &= m_2 \cdot \frac{v_2^2}{r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 &= E_k \quad / \cdot \frac{2}{m_2} \\ B \cdot q \cdot v_2 &= m_2 \cdot \frac{v_2^2}{r_2} \quad / \cdot \frac{r_2}{v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_2^2 &= \frac{2 \cdot E_k}{m_2} \\ B \cdot q \cdot r_2 &= m_2 \cdot v_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_2^2 &= \frac{2 \cdot E_k}{m_2} \quad / \sqrt{} \\ B \cdot q \cdot r_2 &= m_2 \cdot v_2 \quad / \cdot \frac{1}{B \cdot q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m_2}} \\ r_2 &= \frac{m_2 \cdot v_2}{B \cdot q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow r_2 &= \frac{m_2}{B \cdot q} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m_2}} \Rightarrow r_2 = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m_2^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m_2}} \Rightarrow r_2 = \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{m_2^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m_2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow r_2 &= \frac{1}{B \cdot q} \cdot \sqrt{2 \cdot m_2 \cdot E_k} = \frac{1}{0.4 \text{ T} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{2 \cdot 23.25 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 4 \cdot 10^{-16} \text{ J}} = \\ &= 0.0674 \text{ m} = 6.74 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Razmak snopova bit će jednak razlici promjera kružnih staza.

$$d = 2 \cdot r_2 - 2 \cdot r_1 \Rightarrow d = 2 \cdot (r_2 - r_1) = 2 \cdot (6.74 \text{ cm} - 6.49 \text{ cm}) = 0.5 \text{ cm}.$$



Vježba 212

Jednstruko ionizirani atomi dušika masa $21.596 \cdot 10^{-24}$ g i $23.25 \cdot 10^{-24}$ g energije 2.5 keV okomito ulijeću na magnetno polje indukcije 400 mT i izlijeću iz njega opisujući polukružnice. Koliki su polumjeri staza? Koliki će biti razmak snopova pri izlasku iz magnetnog polja? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $r_1 = 6.49$ cm, $r_2 = 6.74$ cm, $d = 0.5$ cm.

Zadatak 213 (Nix, gimnazija)

Struja koja prolazi kroz zavojnicu induktiviteta 0.1 H dana je izrazom

$i = 5 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \cdot t - \frac{\pi}{4}\right)$. Uz zanemarivi omski otpor zavojnice napišite izraz za napon na krajevima zavojnice.

Rješenje 213

$$L = 0.1 \text{ H}, \quad i = 5 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \cdot t - \frac{\pi}{4}\right), \quad u = ?$$

Zbog samoindukcije zavojnica se u krugu izmjenične struje ponaša kao otpor

$$R_L = \omega \cdot L,$$

gdje je ω kružna frekvencija, L induktivitet zavojnice.

Ukupan otpor (impedancija) u krugu izmjenične struje dobije se po formuli

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2},$$

gdje je R radni otpor, R_L induktivni otpor i R_C kapacitivni otpor. Ako je $R = R_C = 0$, tada je $Z = R_L$. Ohmov zakon za izmjeničnu struju glasi:

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow U = I \cdot Z.$$

Trenutačna vrijednost struje i, napona u, u nekom određenom trenutku t dana je izrazima:

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1), \quad u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2),$$

gdje je I_0 maksimalna vrijednost struje, U_0 maksimalna vrijednost napona, ω kružna frekvencija, φ_1 i φ_2 pomaci u fazi.

Kada je zavojnica zanemarivog omskog otpora $R = 0$, koeficijenta samoindukcije L priključena na izvor izmjeničnog napona kroz nju prolazi struja koja se mijenja tijekom vremena po smjeru i iznosu.

U zavojnici se zbog toga inducira elektromotorni napon koji se protivi uzroku indukcije. Struja kroz zavojnicu ima jednaku frekvenciju kao i priključeni napon, ali je u odnosu na njega pomaknuta u fazi za 90° , odnosno $\frac{\pi}{2}$ rad.

$$\left. \begin{array}{l} i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) \\ i = 5 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \cdot t - \frac{\pi}{4}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) \\ i = 5 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \cdot t - \frac{\pi}{4}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_0 = 5 \text{ A} \\ \omega = 628 \text{ s}^{-1} \\ \varphi_1 = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right\}.$$

Računamo induktivni otpor R_L .

$$R_L = \omega \cdot L = 628 \text{ s}^{-1} \cdot 0.1 \text{ H} = 62.8 \ \Omega.$$

Tada je maksimalni napon U_0 jednak

$$U_0 = I_0 \cdot R_L = 5 \text{ A} \cdot 62.8 \ \Omega = 314 \text{ V}.$$

Izraz za napon na krajevima zavojnice glasi:

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} U_0 = 314 \text{ V} \\ \omega = 628 \text{ s}^{-1} \\ \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \\ \text{jer napon prethodi struji za } 90^\circ, \text{ odnosno } \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = 314 \text{ V} \cdot \sin\left(628 \cdot t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Vježba 213

Struja koja prolazi kroz zavojnicu induktiviteta 100 mH dana je izrazom $i = 5 \text{ A} \cdot \sin\left(628 \cdot t - \frac{\pi}{4}\right)$. Uz zanemarivi omski otpor zavojnice napišite izraz za napon na krajevima zavojnice.

Rezultat: $u = 314 \text{ V} \cdot \sin\left(628 \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Zadatak 214 (Frenky, gimnazija)

Na izvor sinusnog napona $U = 8 \text{ V}$, frekvencije $\nu = 50 \text{ Hz}$ uključen je otpor od $250 \ \Omega$. Napišite jednadžbu za jakost struje i napon.

Rješenje 214

$U = 8 \text{ V}$, $\nu = 50 \text{ Hz}$, $R = 250 \ \Omega$, $u = ?$, $i = ?$
Efektivna vrijednost napona izmjenične struje odgovara onom naponu istosmjerne struje koji bi na promatranom otporu razvijao istu toplinsku snagu kao ta izmjenična struja. Za izmjenične struje efektivni napon U iznosi:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_0 = U \cdot \sqrt{2},$$

gdje je U_0 maksimalna vrijednost napona.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Sinusoidalna izmjenična struja jest ona kojoj se jakost s vremenom mijenja prema zakonu

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

gdje je I_0 najveća vrijednost struje, tj. amplituda, ω kružna frekvencija.

Ovisnost izmjeničnog napona o vremenu je

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

gdje je U_0 najveća vrijednost napona.

Kružna frekvencija računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je ν frekvencija struje.

Maksimalni napon je

$$U_0 = U \cdot \sqrt{2} = 8 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 11.31 \text{ V}.$$

Kružna frekvencija iznosi

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 100 \cdot \pi \text{ s}^{-1}.$$

Trenutačna vrijednost napona dana je jednadžbom

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} U_0 = 11.31 \text{ V} \\ \omega = 100 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right] \Rightarrow u = 11.31 \text{ V} \cdot \sin(100 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \cdot t).$$

Maksimalna struja ima vrijednost:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{U \cdot \sqrt{2}}{R} = \frac{8 \text{ V} \cdot \sqrt{2}}{250 \Omega} = 0.0453 \text{ A}.$$

Trenutačna vrijednost struje dana je jednadžbom

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} I_0 = 0.0453 \text{ A} \\ \omega = 100 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right] \Rightarrow i = 0.0453 \text{ A} \cdot \sin(100 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \cdot t).$$

Vježba 214

Na izvor sinusnog napona $U = 8 \text{ V}$, frekvencije $\nu = 100 \text{ Hz}$ uključen je otpor od 250Ω . Napišite jednadžbu za jakost struje i napon.

Rezultat: $u = 11.31 \text{ V} \cdot \sin(200 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \cdot t), i = 0.0453 \text{ A} \cdot \sin(200 \cdot \pi \text{ s}^{-1} \cdot t).$

Zadatak 215 (Ivan, medicinska škola)

Odredi periodu gibanja protona po kružnici u homogenom magnetnom polju indukcije 0.006 T . (masa protona $m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 215

$$B = 0.006 \text{ T}, \quad m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad T = ?$$

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r obodnom brzinom v , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog

polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Obodna (linearna) brzina v na udaljenosti r od središta vrtnje brzina je u smjeru staze.

Perioda gibanja dana je formulom

$$T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}.$$

Kako Lorentzova sila, koja djeluje na proton u magnetnom polju, ima ulogu centripetalne sile, vrijedi:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_L &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \cdot \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow v = \frac{B \cdot Q \cdot r}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m}. \end{aligned}$$

Perioda gibanja protona po kružnici iznosi:

$$\begin{aligned} T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v} &\Rightarrow \left[v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m} \right] \Rightarrow T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{\frac{B \cdot e \cdot r}{m}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{\frac{1}{m}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{\frac{1}{B \cdot e \cdot r}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{B \cdot e}{m}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{B \cdot e} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{0.006 \text{ T} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1.09 \cdot 10^{-5} \text{ s}. \end{aligned}$$

Vježba 215

Odredi periodu gibanja protona po kružnici u homogenom magnetnom polju indukcije 6 mT. (masa protona $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $1.09 \cdot 10^{-5}$ s.

Zadatak 216 (Marta, srednja škola)

Pomoću ampermetra je izmjerena struja u primarnoj zavojnici transformatora $I_1 = 0.1$ A, a u sekundarnoj $I_2 = 1$ A.

- Snižava li se ili povećava napon ovim transformatorom?
- Koliki je omjer broja zavoja primarne i sekundarne zavojnice ovog transformatora?

Rješenje 216

$$I_1 = 0.1 \text{ A}, \quad I_2 = 1 \text{ A}, \quad \frac{U_1}{U_2} = ?, \quad \frac{N_1}{N_2} = ?$$

Za transformatore bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su U_1, I_1, N_1 i U_2, I_2, N_2 napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

a)

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 0.1 \text{ A} \\ I_2 = 1 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{0.1 \text{ A}}{1 \text{ A}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 0.1 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{10}{1}.$$

Omjer napona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{I_2}{I_1} = \frac{10}{1} \\ \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{10}{1}.$$

Napon se snižava.

b)

Omjer broja zavoja je:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{I_2}{I_1} = \frac{10}{1} \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{10}{1}.$$

Vježba 216

Pomoću ampermetra je izmjerena struja u primarnoj zavojnici transformatora $I_1 = 0.01$ A, a u sekundarnoj $I_2 = 1$ A. Koliki je omjer broja zavoja primarne i sekundarne zavojnice ovog transformatora?

Rezultat: 100 : 1.

Zadatak 217 (Marta, srednja škola)

Omjer broja zavoja primarne i sekundarne zavojnice iznosi 100. Koliki je:

- a) omjer napona primarne i sekundarne zavojnice
b) omjer struja primarne i sekundarne zavojnice?

Rješenje 217

$$\frac{N_1}{N_2} = 100, \quad \frac{U_1}{U_2} = ?, \quad \frac{I_1}{I_2} = ?$$

Za transformatore bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su U_1 , I_1 , N_1 i U_2 , I_2 , N_2 napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

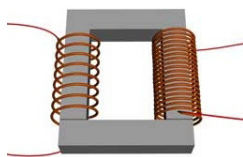
a) Omjer napona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{N_1}{N_2} = 100 \\ \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = 100 \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{100}{1}.$$

b)

Omjer struja je:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{N_1}{N_2} = 100 \\ \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{100}{1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{100}.$$



Vježba 217

Omjer broja zavoja primarne i sekundarne zavojnice iznosi 10. Koliki je omjer napona primarne i sekundarne zavojnice?

Rezultat: 10 : 1.

Zadatak 218 (Antun, srednja škola)

U zavojnici malog transformatora sa 1200 zavoja prekidom struje inducira se napon 60 V. Izračunaj brzinu promjene magnetnog toka.

Rješenje 218

$$N = 1200, \quad U = 60 \text{ V}, \quad \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = ?$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetnog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetno polje nastoji poništiti promjenu magnetnog toka koja ju je proizvela.

Iz formule za inducirani napon izračunat ćemo brzinu promjene magnetnog toka. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

$$U = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U \Rightarrow N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U \cdot \frac{1}{N} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{U}{N} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{60 \text{ V}}{1200} = 0.05 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}.$$

Vježba 218

U zavojnici malog transformatora sa 600 zavoja prekidom struje inducira se napon 30 V. Izračunaj brzinu promjene magnetnog toka.

Rezultat: 0.05 Wb / s.

Zadatak 219 (Amira, gimnazija)

Kroz električni uređaj čiji je otpor 0.5 kΩ prolazi struja jakosti $i = 6 \text{ A} \cdot \sin(376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t)$.

Odredite efektivnu vrijednost napona.

Rješenje 219

$$R = 0.5 \text{ k}\Omega = 500 \Omega, \quad i = 6 \text{ A} \cdot \sin(376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t) \Rightarrow I_0 = 6 \text{ A}, \quad U_{ef} = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R,$$

gdje je I jakost struje, U napon na krajevima vodiča, R električni otpor vodiča.

Sinusoidalna izmjenična struja jest ona kojoj se jakost s vremenom mijenja prema zakonu

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

gdje je I_0 najveća vrijednost struje, tj. amplituda, a ω kružna frekvencija.

Efektivna vrijednost izmjeničnog napona je

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}},$$

gdje je U_0 najveća vrijednost napona.

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = I_0 \cdot R \\ U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow U_{ef} = \frac{I_0 \cdot R}{\sqrt{2}} = \frac{6 \text{ A} \cdot 500 \text{ } \Omega}{\sqrt{2}} = 2121.32 \text{ V.}$$

Vježba 219

Kroz električni uređaj čiji je otpor $0.5 \text{ k}\Omega$ prolazi struja jakosti $i = 6 \text{ A} \cdot \sin(128.4 \text{ s}^{-1} \cdot t)$.

Odredite efektivnu vrijednost napona.

Rezultat: 2121.32 V.

Zadatak 220 (Iris, gimnazija)

Vodič duljine 40 cm giba se okomito na magnetsko polje brzinom 3 m/s. Električni je krug zatvoren preko otpora $5 \text{ } \Omega$, a snaga potrebna za to gibanje je 200 mW. Kolika je indukcija magnetskog polja?

Rješenje 220

$l = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$, $\alpha = 90^\circ$, $v = 3 \text{ m/s}$, $R = 5 \text{ } \Omega$, $P = 200 \text{ mW} = 0.2 \text{ W}$,
 $B = ?$

Sila (Amperova sila) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a B magnetna indukcija. Ako su smjerovi magnetnog polja i struje međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Može se izračunati izrazom

$$P = F \cdot v,$$

gdje je F sila u smjeru gibanja tijela, a v brzina tijela.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I struja i R otpor trošila.

Izračunamo I^2 na dva načina:

$$\begin{aligned} \bullet \left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ P = F \cdot v \end{array} \right\} &\Rightarrow P = B \cdot I \cdot l \cdot v \Rightarrow B \cdot I \cdot l \cdot v = P \Rightarrow B \cdot I \cdot l \cdot v = P \cdot \frac{1}{B \cdot l \cdot v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \frac{P}{B \cdot l \cdot v} \Rightarrow I = \frac{P}{B \cdot l \cdot v} \cdot \frac{1}{v} \Rightarrow I^2 = \left(\frac{P}{B \cdot l \cdot v} \right)^2 \Rightarrow I^2 = \frac{P^2}{(B \cdot l \cdot v)^2} \\ \bullet \quad P = I^2 \cdot R &\Rightarrow I^2 \cdot R = P \Rightarrow I^2 \cdot R = P \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow I^2 = \frac{P}{R}. \end{aligned}$$

Iz sustava jednadžbi dobije se B .

$$\left. \begin{array}{l} I^2 = \frac{P}{R} \\ I^2 = \frac{P^2}{(B \cdot l \cdot v)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P}{R} = \frac{P^2}{(B \cdot l \cdot v)^2} \Rightarrow \frac{P}{R} = \frac{P^2}{(B \cdot l \cdot v)^2} \cdot \frac{R \cdot (B \cdot l \cdot v)^2}{P} \Rightarrow \\ \Rightarrow (B \cdot l \cdot v)^2 = P \cdot R \Rightarrow (B \cdot l \cdot v)^2 = P \cdot R \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow B \cdot l \cdot v = \sqrt{P \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B \cdot l \cdot v = \sqrt{P \cdot R} \cdot \frac{1}{l \cdot v} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{P \cdot R}}{l \cdot v} = \frac{\sqrt{0.2 \text{ W} \cdot 5 \Omega}}{0.4 \text{ m} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.83 \text{ T}.$$

Vježba 220

Vodič duljine 40 cm giba se okomito na magnetsko polje brzinom 6 m / s. Električni je krug zatvoren preko otpora 10 Ω, a snaga potrebna za to gibanje je 200 mW. Kolika je indukcija magnetskog polja?

Rezultat: 0.83 T.

www.halapa.com