

### Zadatak 181 (Tomislav, tehnička škola)

Vodič duljine 40 cm giba se okomito na magnetno polje brzinom 3 m/s. Električni je krug zatvoren preko otpora 5 Ω, a snaga potrebna za to gibanje je 200 mW. Kolika je indukcija magnetnog polja?

#### Rješenje 181

$$l = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad v = 3 \text{ m/s}, \quad R = 5 \text{ } \Omega, \quad P = 200 \text{ mW} = 0.2 \text{ W}, \quad B = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Može se izračunati izrazom

$$P = F \cdot v,$$

gdje je F sila u smjeru gibanja tijela, a v brzina tijela.

Sila (Amperova sila) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je  $\alpha$  kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a B magnetna indukcija. Ako su smjerovi magnetnog polja i struje međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I struja i R otpor trošila.

Računamo magnetnu indukciju B.

$$\left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ P = F \cdot v \\ P = I^2 \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ P = I^2 \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ P = I^2 \cdot R \cdot \frac{1}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ I^2 = \frac{P}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ I^2 = \frac{P}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ I = \sqrt{\frac{P}{R}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = B \cdot I \cdot l \cdot v \\ I = \sqrt{\frac{P}{R}} \end{array} \right\} \Rightarrow P = B \cdot \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{R}} \cdot l \cdot v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B \cdot \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{R}} \cdot l \cdot v = P \Rightarrow B \cdot \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{R}} \cdot l \cdot v = P \cdot \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{P \cdot l \cdot v}} \Rightarrow B = \frac{P \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{P \cdot l \cdot v}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B = \frac{P \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{P \cdot l \cdot v}} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{P \cdot R} \cdot \sqrt{R}}{l \cdot v} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{P \cdot R}}{l \cdot v} = \frac{\sqrt{0.2 \text{ W} \cdot 5 \text{ } \Omega}}{0.4 \text{ m} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.83 \text{ T}.$$

#### Vježba 181

Vodič duljine 4 dm giba se okomito na magnetno polje brzinom 6 m/s. Električni je krug zatvoren preko otpora 20 Ω, a snaga potrebna za to gibanje je 200 mW. Kolika je indukcija magnetnog polja?

**Rezultat:** 0.83 T.

### Zadatak 182 (Ružica, gimnazija)

Vodič duljine 80 cm nalazi se u magnetnom polju indukcije 0.8 T. Kolika sila djeluje na vodič kojim teče struja jakosti 220 mA, ako smjer struje sa smjerom magnetnog polja zatvara kut od 90°?

#### Rješenje 182

$$l = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}, \quad B = 0.8 \text{ T}, \quad I = 220 \text{ mA} = 0.22 \text{ A}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad F = ?$$

$$\sin 90^\circ = 1.$$

Sila (Amperova sila) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine l strujom jakosti I može se

odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je  $\alpha$  kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a B magnetna indukcija. Ako su smjerovi magnetnog polja i struje međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Računamo silu F.

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha = 0.8 \text{ T} \cdot 0.22 \text{ A} \cdot 0.8 \text{ m} \cdot \sin 90^\circ = 0.8 \text{ T} \cdot 0.22 \text{ A} \cdot 0.8 \text{ m} \cdot 1 = 0.14 \text{ N}.$$

### Vježba 182

Vodič duljine 160 cm nalazi se u magnetnom polju indukcije 0.4 T. Kolika sila djeluje na vodič kojim teče struja jakosti 220 mA, ako smjer struje sa smjerom magnetnog polja zatvara kut od  $90^\circ$ ?

**Rezultat:** 0.14 N.

### Zadatak 183 (Ružica, gimnazija)

Magnetna indukcija od 800 mT pada okomito na površinu i stvara magnetni tok od  $20 \mu\text{Wb}$ . Kolika je površina na koju magnetni tok pada?

#### Rješenje 183

$$B = 800 \text{ mT} = 0.8 \text{ T}, \quad \Phi = 20 \mu\text{Wb} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Wb} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}, \quad S = ?$$

Tok homogenog magnetnog polja  $\Phi$  kroz ravnu površinu S kad silnice prolaze okomito na površinu S jednak je

$$\Phi = B \cdot S,$$

gdje je B magnetna indukcija.

Površina na koju magnetni tok pada iznosi:

$$\begin{aligned} \Phi = B \cdot S &\Rightarrow B \cdot S = \Phi \Rightarrow B \cdot S = \Phi \cdot \frac{1}{B} \Rightarrow S = \frac{\Phi}{B} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}}{0.8 \text{ T}} = \\ &= 0.000025 \text{ m}^2 = \left[ 1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2 \right] = 0.00025 \cdot 10000 \text{ cm}^2 = 2.5 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

### Vježba 183

Magnetna indukcija od 400 mT pada okomito na površinu i stvara magnetni tok od  $10 \mu\text{Wb}$ . Kolika je površina na koju magnetni tok pada?

**Rezultat:**  $2.5 \text{ cm}^2$ .

### Zadatak 184 (Ružica, gimnazija)

Električni naboj se giba u magnetnom polju indukcije 800 mT brzinom  $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , okomito na smjer magnetnog polja. Sila koja djeluje na naboj iznosi 20 nN. Koliki je naboj tijela?

#### Rješenje 184

$$B = 800 \text{ mT} = 0.8 \text{ T}, \quad v = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad F = 20 \text{ nN} = 20 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ N}, \quad Q = ?$$

$$\sin 90^\circ = 1.$$

#### Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v, onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je  $\alpha$  kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice.

Naboj tijela iznosi:

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha \Rightarrow B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha = F \Rightarrow B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha = F \cdot \frac{1}{B \cdot v \cdot \sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{F}{B \cdot v \cdot \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ N}}{0.8 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 90^\circ} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ N}}{0.8 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ N}}{0.8 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ C.}$$

### Vježba 184

Električni naboj se giba u magnetnom polju indukcije 400 mT brzinom  $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , okomito na smjer magnetnog polja. Sila koja djeluje na naboj iznosi 10 nN. Koliki je naboj tijela?

**Rezultat:**  $5 \cdot 10^{-15} \text{ C.}$

### Zadatak 185 (Maturant, tehnička škola)

Ako trenutna vrijednost napona izmjenične struje u vremenu  $\frac{T}{3}$  iznosi 32.4 V, kolika je trenutna vrijednost napona u vremenu  $\frac{T}{12}$ ?

### Rješenje 185

$$t_1 = \frac{T}{3}, \quad u_1 = 32.4 \text{ V}, \quad t_2 = \frac{T}{12}, \quad u_2 = ?$$

Sinusoidalna izmjenična struja jest ona kojoj se napon s vremenom mijenja prema zakonu

$$u = U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje je  $U_0$  maksimalna vrijednost napona,  $T$  perioda,  $t$  vrijeme.

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_1\right) \\ u_2 = U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_2\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_2\right)}{U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_1\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_2\right)}{U_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_1\right)} \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_2\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_1\right)} \quad / \cdot u_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_2\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_1\right)} \cdot u_1 = \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \frac{T}{12}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \frac{T}{3}\right)} \cdot 32.4 \text{ V} = \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \cdot 32.4 \text{ V} =$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \cdot 32.4 \text{ V} = \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \cdot 32.4 \text{ V} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \cdot 32.4 \text{ V} =$$



$$= \begin{bmatrix} \text{mode} \\ \text{RAD} \end{bmatrix} = 18.71 \text{ V}.$$

### Vježba 185

Ako trenutna vrijednost napona izmjenične struje u vremenu  $\frac{T}{3}$  iznosi 32.4 V, kolika je trenutna vrijednost napona u vremenu  $\frac{T}{12}$ ?

**Rezultat:** 37.41 V.

### Zadatak 186 (Maturant, tehnička škola)

U zavojnici induktivnosti 0.6 H promjenom jakosti struje inducira se napon 2.8 V. Kolika je srednja brzina promjene jakosti struje?

#### Rješenje 186

$$L = 0.6 \text{ H}, \quad U_i = 2.8 \text{ V}, \quad \frac{\Delta I}{\Delta t} = ?$$

Ako se mijenja magnetni tok kroz površinu ograničenu nekim zavojem zbog mijenjanja jakosti struje u tom zavoju, u njemu se inducira napon samoindukcije

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

gdje je L induktivnost zavojnice. Predznak minus pokazuje smjer  $U_i$  (Lenzovo pravilo) i često ga u rezultatima ne pišemo.

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U_i \Rightarrow L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = U_i \cdot \frac{1}{L} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{U_i}{L} = \frac{2.8 \text{ V}}{0.6 \text{ H}} = 4.67 \frac{\text{A}}{\text{s}}.$$

### Vježba 186

U zavojnici induktivnosti 0.3 H promjenom jakosti struje inducira se napon 1.4 V. Kolika je srednja brzina promjene jakosti struje?

**Rezultat:** 4.67 A / s.

### Zadatak 187 (Maturant, tehnička škola)

Zavojnicom sa 200 zavoja teče struja jakosti 0.2 A uzrokujući magnetni tok  $2 \cdot 10^{-3}$  Wb. Kolika je induktivnost zavojnice?

#### Rješenje 187

$$N = 200, \quad I = 0.2 \text{ A}, \quad \Phi = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \quad L = ?$$

Ako je magnetno polje uzrokovano strujom I kroz neki zavoj, tada je magnetni tok kroz površinu omeđenu tim zavojem proporcionalan jakosti struje:

$$\Phi = L \cdot I.$$

Za zavojnicu sa N zavoja vrijedi

$$N \cdot \Phi = L \cdot I,$$

gdje je L induktivnost (koeficijent samoindukcije).

$$\begin{aligned} N \cdot \Phi = L \cdot I &\Rightarrow L \cdot I = N \cdot \Phi \Rightarrow L \cdot I = N \cdot \Phi \cdot \frac{1}{I} \Rightarrow L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \\ &= \frac{200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}{0.2 \text{ A}} = 2 \text{ H}. \end{aligned}$$

### Vježba 187

Zavojnicom sa 400 zavoja teče struja jakosti 0.4 A uzrokujući magnetni tok  $2 \cdot 10^{-3}$  Wb.

Kolika je induktivnost zavojnice?

**Rezultat:** 2 H.

**Zadatak 188 (Tina, gimnazija)**

Zavojnica je spojena na izvor napona  $u = (220 \cdot \sqrt{2}) V \cdot \sin(314 \cdot t \text{ s}^{-1})$ . Zavojnicom prolazi maksimalna struja  $2 \cdot \sqrt{2} \text{ A}$ . Kolika je impedancija strujnog kruga?

**Rješenje 188**

$$u = (220 \cdot \sqrt{2}) V \cdot \sin(314 \cdot t \text{ s}^{-1}), \quad I_0 = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ A}, \quad Z = ?$$

Ako se tanka zavojnica (okvir) jednoliko vrti kutnom brzinom  $\omega$  u homogenom magnetnom polju gustoće toka B inducira se izmjenični napon. Trenutačna vrijednost izmjeničnog napona je

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

gdje je  $U_0$  amplituda, odnosno maksimalna vrijednost napona. Ohmov zakon za izmjeničnu struju glasi:

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow Z = \frac{U}{I},$$

gdje je  $Z$  impedancija (ukupni otpor u strujnom krugu izmjenične struje). Iz zadane jednadžbe očitamo maksimalni napon  $U_0$ .

$$\left. \begin{array}{l} u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ u = (220 \cdot \sqrt{2}) V \cdot \sin(314 \cdot t \text{ s}^{-1}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ u = (220 \cdot \sqrt{2}) V \cdot \sin(314 \cdot t \text{ s}^{-1}) \end{array} \right\} \Rightarrow U_0 = 220 \cdot \sqrt{2} \text{ V}.$$

Impedancija strujnog kruga iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = 220 \cdot \sqrt{2} \text{ V} \\ I_0 = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ Z = \frac{U_0}{I_0} \right] \Rightarrow Z = \frac{220 \cdot \sqrt{2} \text{ V}}{2 \cdot \sqrt{2} \text{ A}} = 110 \Omega.$$

**Vježba 188**

Zavojnica je spojena na izvor napona  $u = (330 \cdot \sqrt{2}) V \cdot \sin(314 \cdot t \text{ s}^{-1})$ . Zavojnicom prolazi maksimalna struja  $3 \cdot \sqrt{2} \text{ A}$ . Kolika je impedancija strujnog kruga?

**Rezultat:** 110  $\Omega$ .

**Zadatak 189 (Anamarija, srednja škola)**

Koliki rad treba obaviti da bi se vodič duljine 0.4 m sa strujom jakosti 21 A pomaknuo za 0.25 m u homogenom magnetnom polju magnetne indukcije 1.2 T? Vodič se pomiče jednoliko i okomito na magnetne silnice polja.

**Rješenje 189**

$$l = 0.4 \text{ m}, \quad I = 21 \text{ A}, \quad s = 0.25 \text{ m}, \quad B = 1.2 \text{ T}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad W = ?$$

$$\sin 90^\circ = 1.$$

Sila (Amperova sila) kojom magnetno polje djeluje na vodič duljine  $l$  strujom jakosti  $I$  može se odrediti iz izraza

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

gdje je  $\alpha$  kut između smjera magnetnog polja i smjera struje, a  $B$  magnetna indukcija. Ako su smjerovi magnetnog polja i struje međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru

gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Računamo obavljenu rad.

$$\left. \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = B \cdot I \cdot l \cdot s = 1.2 \text{ T} \cdot 21 \text{ A} \cdot 0.4 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m} = 2.52 \text{ J}.$$

### Vježba 189

Koliki rad treba obaviti da bi se vodič duljine 0.2 m sa strujom jakosti 21 A pomaknuo za 0.25 m u homogenom magnetnom polju magnetne indukcije 2.4 T? Vodič se pomiče jednoliko i okomito na magnetne silnice polja.

**Rezultat:** 2.52 J.

### Zadatak 190 (Ivan, tehnička škola)

Primarnom zavojnicom transformatora teče struja 5 A. Omjer zavoja sekundarne i primarne zavojnice iznosi 1 : 10. Kolika je jakost transformirane struje?

#### Rješenje 190

$$I_1 = 5 \text{ A}, \quad \frac{N_2}{N_1} = 1 : 10 = \frac{1}{10}, \quad I_2 = ?$$

Za transformator bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su  $U_1, I_1, N_1$  i  $U_2, I_2, N_2$  napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 = \left[ \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 10 \right] = 10 \cdot 5 \text{ A} = 50 \text{ A}.$$

### Vježba 190

Primarnom zavojnicom transformatora teče struja 5 A. Omjer zavoja sekundarne i primarne zavojnice iznosi 2 : 20. Kolika je jakost transformirane struje?

**Rezultat:** 50 A.

### Zadatak 191 (Ivan, tehnička škola)

Transformator za električno zvono smanjuje napon od 110 V na 6 V. Koliko zavoja ima sekundarna zavojnica ako primarna ima 220 zavoja?

#### Rješenje 191

$$U_1 = 110 \text{ V}, \quad U_2 = 6 \text{ V}, \quad N_1 = 220, \quad N_2 = ?$$

Za transformator bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su  $U_1, I_1, N_1$  i  $U_2, I_2, N_2$  napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} &\Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 = \\ &= \frac{6 \text{ V}}{110 \text{ V}} \cdot 220 = 12 \text{ zavoja.} \end{aligned}$$

### Vježba 191

Transformator za električno zvono smanjuje napon od 220 V na 6 V. Koliko zavoja ima sekundarna zavojnica ako primarna ima 440 zavoja?

**Rezultat:** 12 zavoja.

### Zadatak 192 (Marin, srednja škola)

Primar transformatora ima 1500 zavoja i priključen je na gradsku mrežu. Snaga transformatora je 500 W. Izračunajte jakost struje u sekundaru koji ima 500 zavoja žice. Gubitke zanemariti.

#### Rješenje 192

$$N_1 = 1500, \quad U_1 = 220 \text{ V gradska mreža}, \quad P_1 = P_2 = P = 500 \text{ W}, \quad N_2 = 500, \quad I_2 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I struja.

Za transformator bez gubitaka vrijedi

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$

gdje su  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $N_1$  i  $U_2$ ,  $I_2$ ,  $N_2$  napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Računamo struju  $I_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = U_1 \cdot I_1 \\ \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = U_1 \cdot I_1 \\ \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_1 \cdot I_1 = P \\ I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_1 \cdot I_1 = P \cdot \frac{1}{U_1} \\ I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{P}{U_1} \\ I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{P}{U_1} = \frac{1500}{500} \cdot \frac{500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 6.82 \text{ A}.$$

### Vježba 192

Primar transformatora ima 1500 zavoja i priključen je na gradsku mrežu. Snaga transformatora je 600 W. Izračunajte jakost struje u sekundaru koji ima 600 zavoja žice. Gubitke zanemariti.

**Rezultat:** 6.82 A.

### Zadatak 193 (Marin, srednja škola)

Pomoću transformatora smanjuje se napon gradske mreže na 22 V. Snaga transformatora je 1200 W. Kolika je jakost struje u primaru i u sekundaru, ako gubitke zanemarimo?

#### Rješenje 193

$$U_1 = 220 \text{ V gradska mreža}, \quad U_2 = 22 \text{ V}, \quad P_1 = P_2 = P = 1200 \text{ W}, \quad I_1 = 500, \quad I_2 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I struja.

Računamo struje  $I_1$  i  $I_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = U_1 \cdot I_1 \\ P_2 = U_2 \cdot I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = U_1 \cdot I_1 \\ P = U_2 \cdot I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_1 \cdot I_1 = P \\ U_2 \cdot I_2 = P \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_1 \cdot I_1 = P \cdot \frac{1}{U_1} \\ U_2 \cdot I_2 = P \cdot \frac{1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{P}{U_1} = \frac{1200 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 5.45 \text{ A} \\ I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{1200 \text{ W}}{22 \text{ V}} = 54.55 \text{ A} \end{array} \right\}$$

### Vježba 193

Pomoću transformatora smanjuje se napon gradske mreže na 22 V. Snaga transformatora je 2400 W. Kolika je jakost struje u primaru i u sekundaru, ako gubitke zanemarimo?

**Rezultat:**  $I_1 = 10.91 \text{ A}$ ,  $I_2 = 109.09 \text{ A}$ .

### Zadatak 194 (Ana, srednja škola)

U zavojnici nastaje magnetni tok od 15 mWb kada kroz njezine zavoje prolazi struja 6 A. Koliko zavoja ima zavojnica, ako je njezin induktivitet 0.05 H?

#### Rješenje 194

$$\Phi = 15 \text{ mWb} = 0.015 \text{ Wb}, \quad I = 6 \text{ A}, \quad L = 0.05 \text{ H}, \quad N = ?$$

Magnetno polje i magnetni tok u zavojnici proporcionalni su struji kroz zavojnicu. Vežu između magnetnog toka i struje kroz zavojnicu od jednog zavoja možemo prikazati u obliku:

$$\Phi = L \cdot I$$

Koeficijent proporcionalnosti L naziva se induktivitetom. Za zavojnicu od N zavoja ta relacija ima oblik:

$$N \cdot \Phi = L \cdot I,$$

gdje je  $\Phi$  tok kroz jedan zavoj zavojnice, a L induktivitet cijele zavojnice.

$$N \cdot \Phi = L \cdot I \Rightarrow N \cdot \Phi = L \cdot I \cdot \frac{1}{\Phi} \Rightarrow N = \frac{L \cdot I}{\Phi} = \frac{0.05 \text{ H} \cdot 6 \text{ A}}{0.015 \text{ Wb}} = 20.$$



### Vježba 194

U zavojnici nastaje magnetni tok od 30 mWb kada kroz njezine zavoje prolazi struja 12 A. Koliko zavoja ima zavojnica, ako je njezin induktivitet 0.05 H?

**Rezultat:** 20.

### Zadatak 195 (Ivana, medicinska škola)

Zavojnica i otpornik otpora 25  $\Omega$  serijski su spojeni na izvor izmjeničnoga napona 20 V i frekvencije 50 Hz. Omski otpor zavojnice je 10  $\Omega$ , a njezin induktivitet 0.1 H. Kolika struja prolazi zavojnicom?

#### Rješenje 195

$$R_1 = 25 \Omega, \quad U = 20 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad R_2 = 10 \Omega, \quad L = 0.1 \text{ H}, \quad I = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$



U krugu izmjenične struje osim omskog, javlja se:

- induktivni otpor:

$$R_L = L \cdot \omega \Rightarrow R_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu$$

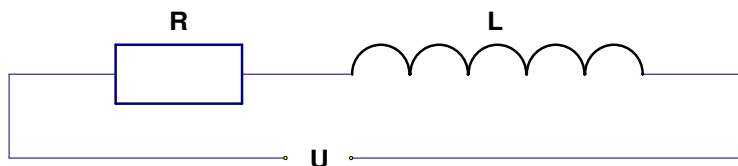
Ako se u krugu izmjenične struje nalazi serijski spoj omskog i induktivnog otpora impedancija Z iznosi

$$Z = \sqrt{R^2 + R_L^2},$$

gdje je R omski (radni) otpor,  $R_L$  induktivni otpor koji se računa po formuli

$$R_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je L induktivitet zavojnice,  $\nu$  frekvencija.



Ohmov zakon za krug izmjenične struje glasi:

$$Z = \frac{U}{I} = konst.$$

Zavojnica i otpornik serijski su spojeni pa je ukupni omski (radni) otpor jednak:

$$R = R_1 + R_2 = 25 \Omega + 10 \Omega = 35 \Omega.$$

Struja koja prolazi zavojnicom iznosi:

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L)^2}} = \\ &= \frac{20 \text{ V}}{\sqrt{(35 \Omega)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0.1 \text{ H}\right)^2}} = 0.43 \text{ A.} \end{aligned}$$

### Vježba 195

Zavojnica i otpornik otpora  $25 \Omega$  serijski su spojeni na izvor izmjeničnoga napona  $40 \text{ V}$  i frekvencije  $50 \text{ Hz}$ . Omski otpor zavojnice je  $10 \Omega$ , a njezin induktivitet  $0.1 \text{ H}$ . Kolika struja prolazi zavojnicom?

**Rezultat:**  $0.85 \text{ A}$ .

### Zadatak 196 (Ante, tehnička škola)

Na gradsku mrežu ( $U = 220 \text{ V}$ ,  $\nu = 50 \text{ Hz}$ ) priključen je serijski spoj omskog otpora od  $100 \Omega$ , kondenzatora kapaciteta  $10 \mu\text{F}$  i zavojnice induktiviteta  $0.7 \text{ H}$ . Koliki je pad napona na kondenzatoru?

### Rješenje 196

$$U = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad R = 100 \Omega, \quad C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad L = 0.7 \text{ H}, \quad U_C = ?$$

Pad napona na vodiču (trošilu) otpora R jednak je umnošku jakosti struje I i otpora R.

$$U = I \cdot R.$$

Kružna frekvencija  $\omega$  računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je  $\nu$  frekvencija izmjenične struje.

Ohmov zakon za izmjeničnu struju glasi:

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}\right)^2}},$$

gdje je R radni otpor,  $R_L$  induktivni otpor,  $R_C$  kapacitivni otpor.

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{Z} \\ U_C = I \cdot R_C \end{array} \right\} \Rightarrow U_C = \frac{U}{Z} \cdot R_C \Rightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}} \cdot R_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow U_C = \frac{U}{\omega \cdot C \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{U}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C \cdot \sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}\right)^2}} =$$

$$= \frac{220 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot \sqrt{(100 \Omega)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0.7 \text{ H} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 10^{-5} \text{ F}}\right)^2}} = 499.16 \text{ V}.$$

### Vježba 196

Na gradsku mrežu ( $U = 220 \text{ V}$ ,  $\nu = 50 \text{ Hz}$ ) priključen je serijski spoj omskog otpora od  $0.1 \text{ k}\Omega$ , kondenzatora kapaciteta  $10 \mu\text{F}$  i zavojnice induktiviteta  $0.7 \text{ H}$ . Koliki je pad napona na kondenzatoru?

**Rezultat:** 499.16 V.

### Zadatak 197 (Ante, tehnička škola)

Serijski spoj kondenzatora od  $8 \mu\text{F}$  i zavojnice od  $2 \text{ H}$ , zanemarivog omskog otpora, priključen je na izmjenični efektivni napon  $110 \text{ V}$ , frekvencije  $50 \text{ Hz}$ . Koliki je efektivni napon na zavojnici i kondenzatoru?

### Rješenje 197

$$C = 8 \mu\text{F} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}, \quad L = 2 \text{ H}, \quad U = 110 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad U_L = ?, \quad U_C = ?$$

Pad napona na vodiču (trošilu) otpora R jednak je umnošku jakosti struje I i otpora R.

$$U = I \cdot R.$$

Kružna frekvencija  $\omega$  računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je  $\nu$  frekvencija izmjenične struje.

Ohmov zakon za izmjeničnu struju glasi:

- ako su u krug serijski uključena sva tri otpora (R radni otpor,  $R_L$  induktivni otpor,  $R_C$  kapacitivni otpor)

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}\right)^2}}$$

- ako u krugu nema kondenzatora

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L)^2}}$$

- ako u krugu nema zavojnice

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + R_C^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}\right)^2}}$$

- ako u krugu nema radnog otpora

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I = \frac{U}{R_L - R_C} \Rightarrow I = \frac{U}{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}} \Rightarrow I = \frac{U}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}}$$

Efektivni napon na zavojnici je:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{Z} \\ U_L = I \cdot R_L \end{array} \right\} \Rightarrow U_L = \frac{U}{Z} \cdot R_L \Rightarrow U_L = \frac{U}{R_L - R_C} \cdot R_L \Rightarrow U_L = \frac{U}{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}} \cdot \omega \cdot L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_L = \frac{U \cdot \omega \cdot L}{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}} \Rightarrow U_L = \frac{U \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C}} =$$

$$= \frac{110 \text{ V} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2 \text{ H}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2 \text{ H} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 299.94 \text{ V.}$$

Efektivni napon na kondenzatoru je:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{Z} \\ U_C = I \cdot R_C \end{array} \right\} \Rightarrow U_C = \frac{U}{Z} \cdot R_C \Rightarrow U_C = \frac{U}{R_L - R_C} \cdot R_C \Rightarrow U_C = \frac{U}{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{U}{\omega \cdot C \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)} \Rightarrow U_C = \frac{U}{\omega^2 \cdot C \cdot L - 1} \Rightarrow U_C = \frac{U}{(2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \cdot C \cdot L - 1} =$$

$$= \frac{110 \text{ V}}{\left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 2 \text{ H} - 1} = 189.94 \text{ V.}$$

### Vježba 197

Serijski spoj kondenzatora od 0.008 mF i zavojnice od 2 H, zanemarirovog omskog otpora, priključen je na izmjenični efektivni napon 110 V, frekvencije 50 Hz. Koliki je efektivni napon na zavojnici i kondenzatoru?

**Rezultat:**  $U_L = 299.94 \text{ V}$ ,  $U_C = 189.94 \text{ V}$ .

### Zadatak 198 (Miro, tehnička škola)

Efektivna jakost izmjenične električne struje u krugu s otpornikom od 50  $\Omega$  iznosi 5 A. Koliki je maksimalni napon na otporniku?

- A. 250 V      B. 370 V      C. 354 V      D. 380 V

### Rješenje 198

$$R = 50 \Omega, \quad I_{ef} = 5 \text{ A}, \quad U_0 = ?$$

Za mnoge vodiče, osobito metale, jakost struje kroz vodič pri stalnoj temperaturi razmjerna je naponu na njegovim krajevima. Ta se činjenica naziva Ohmovim zakonom koji glasi

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost električne struje  $I$  je razmjerna s naponom  $U$ .

Efektivna vrijednost izmjenične struje jednaka je po veličini onoj stalnoj istosmjernoj struji  $I = I_{ef}$  koja za isto vrijeme na jednakom otporniku razvija jednaku količinu topline.

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}},$$

gdje je  $I_0$  maksimalna vrijednost struje.

Za efektivni napon  $U_{ef}$  dobijemo

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}},$$

gdje je  $U_0$  maksimalna vrijednost napona.

$$\left. \begin{array}{l} I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R} \text{ Ohmov zakon} \\ U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{U_{ef}}{R} = I_{ef} \\ \frac{U_0}{\sqrt{2}} = U_{ef} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{U_{ef}}{R} = I_{ef} \cdot R \\ \frac{U_0}{\sqrt{2}} = U_{ef} \cdot \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_{ef} = I_{ef} \cdot R \\ U_0 = U_{ef} \cdot \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_0 = I_{ef} \cdot R \cdot \sqrt{2} = 5 \text{ A} \cdot 50 \Omega \cdot \sqrt{2} = 354 \text{ V}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 198

Efektivna jakost izmjenične električne struje u krugu s otpornikom od 25  $\Omega$  iznosi 10 A. Koliki je maksimalni napon na otporniku?

- A. 250 V      B. 370 V      C. 354 V      D. 380 V

**Rezultat:** C.

### Zadatak 199 (Miro, tehnička škola)

Efektivna jakost izmjenične električne struje u krugu s otpornikom od 50  $\Omega$  iznosi 5 A. Kolika je maksimalna električna struja kroz otpornik?

- A. 6.03 A      B. 7.07 A      C. 5.5 A      D. 8 A

### Rješenje 199

$$R = 50 \Omega, \quad I_{ef} = 5 \text{ A}, \quad I_0 = ?$$

Efektivna vrijednost izmjenične struje jednaka je po veličini onoj stalnoj istosmjernoj struji  $I = I_{ef}$  koja za isto vrijeme na jednakom otporniku razvija jednaku količinu topline.

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}},$$

gdje je  $I_0$  maksimalna vrijednost struje.

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_{ef} \Rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_{ef} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow I_0 = I_{ef} \cdot \sqrt{2} = 5 \text{ A} \cdot \sqrt{2} = 7.07 \text{ A}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 199

Efektivna jakost izmjenične električne struje u krugu s otpornikom od  $30 \Omega$  iznosi 5 A. Kolika je maksimalna električna struja kroz otpornik?

- A. 6.03 A      B. 7.07 A      C. 5.5 A      D. 8 A

**Rezultat:** B.

### Zadatak 200 (Miro, tehnička škola)

Na valjak od neferomagnetskog materijala, polumjera 2.5 cm, namotano je 200 zavoja žice. Magnetno polje paralelno je osi zavojnice i promijeni se zakretanjem valjka za  $90^\circ$  oko osi okomite na uzdužnu os zavojnice sa  $B_2 = 0.12 \text{ T}$  na  $B_1 = 0 \text{ T}$  u vremenu 0.3 s. Odredi inducirani napon.

### Rješenje 200

$$r = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}, \quad N = 200, \quad B_2 = 0.12 \text{ T}, \quad B_1 = 0 \text{ T}, \quad \Delta t = 0.3 \text{ s}, \quad U = ?$$

Ploština kruga polumjera  $r$  dana je izrazom

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Tok homogenog magnetnog polja  $\Phi$  kroz ravnju površinu  $S$  kad silnice prolaze okomito na površinu  $S$  jednak je

$$\Phi = B \cdot S,$$

gdje je  $B$  magnetna indukcija.

Napon koji se inducira u zavojnici s  $N$  zavoja razmjernan je brzini promjene magnetnog toka  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ .

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetno polje nastoji poništiti promjenu magnetnog toka koja ju je proizvela.

Tok polja je  $\Phi = B \cdot S$ , gdje se površina  $S$  kojom prolazi tok ne mijenja. Prema tome je

$$\left. \begin{array}{l} \Delta B = B_2 - B_1 \\ S = r^2 \cdot \pi \\ \Delta\Phi = \Delta B \cdot S \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\Phi = (B_2 - B_1) \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Inducirani napon  $U$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\Phi = (B_2 - B_1) \cdot r^2 \cdot \pi \\ U = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow U = N \cdot \frac{(B_2 - B_1) \cdot r^2 \cdot \pi}{\Delta t} =$$

$$= 200 \cdot \frac{(0.12 \text{ T} - 0 \text{ T}) \cdot (0.025 \text{ m})^2 \cdot \pi}{0.3 \text{ s}} = 0.157 \text{ V}.$$

### Vježba 200

Na valjak od neferomagnetskog materijala, polumjera 2.5 cm, namotano je 400 zavoja žice. Magnetno polje paralelno je osi zavojnice i promijeni se zakretanjem valjka za  $90^\circ$  oko osi okomite na uzdužnu os zavojnice sa  $B_2 = 0.12$  T na  $B_1 = 0$  T u vremenu 0.6 s. Odredi inducirani napon.

**Rezultat:** 0.157 V.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)