

Zadatak 221 (Marijan, srednja škola)

Voltmetar je baždaren tako da jedan djelić skale pokazuje napon 1 V. Ako se otpornik otpora 4000 Ω spoji paralelno s voltmetrom, isti djelić skale pokazuje napon 0.5 V. Koliki je unutarnji otpor voltmetra?

Rješenje 221

$$U_1 = 1 \text{ V}, \quad R = 4000 \text{ } \Omega, \quad U_2 = 0.5 \text{ V}, \quad r = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

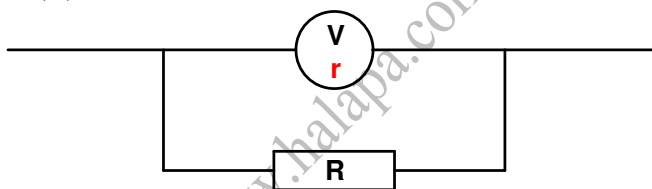
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).



Voltmetar unutarnjeg otpora r i otpornik otpora R paralelno su spojeni pa je ukupni (ekvivalentni) otpor jednak

$$R_u = \frac{r \cdot R}{r + R}.$$

Budući da je jakost struje stalna u krugu, slijedi:

$$\begin{aligned} I_1 = I_2 &\Rightarrow \frac{U_1}{r} = \frac{U_2}{R_u} \Rightarrow \frac{U_1}{r} = \frac{U_2}{\frac{r \cdot R}{r + R}} \Rightarrow \frac{U_1}{r} = \frac{U_2}{1} \cdot \frac{r + R}{r \cdot R} \Rightarrow \frac{U_1}{r} = \frac{U_2 \cdot (r + R)}{r \cdot R} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{U_1}{r} = \frac{U_2 \cdot (r + R)}{r \cdot R} \quad / \cdot r \cdot R \Rightarrow R \cdot U_1 = U_2 \cdot (r + R) \Rightarrow U_2 \cdot (r + R) = R \cdot U_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow U_2 \cdot r + U_2 \cdot R = R \cdot U_1 \Rightarrow U_2 \cdot r = R \cdot U_1 - U_2 \cdot R \Rightarrow U_2 \cdot r = (U_1 - U_2) \cdot R \Rightarrow \\ &\Rightarrow U_2 \cdot r = (U_1 - U_2) \cdot R \quad / \cdot \frac{1}{U_2} \Rightarrow r = \frac{(U_1 - U_2) \cdot R}{U_2} = \frac{(1 \text{ V} - 0.5 \text{ V}) \cdot 4000 \text{ } \Omega}{0.5 \text{ V}} = 4000 \text{ } \Omega = 4 \text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Vježba 221

Voltmetar je baždaren tako da jedan djelić skale pokazuje napon 2 V. Ako se otpornik otpora 4 kΩ spoji paralelno s voltmetrom, isti djelić skale pokazuje napon 1 V. Koliki je unutarnji otpor voltmetra?

Rezultat: 4 kΩ.

Zadatak 222 (Iva, medicinska škola)

Kroz potrošač otpora 160Ω jedan sat teče struja 20 mA . Kolika se toplina pritom oslobodi?

Rješenje 222

$$R = 160 \Omega, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad I = 20 \text{ mA} = 0.02 \text{ A}, \quad Q = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = I^2 \cdot R \cdot t,$$

gdje je R otpor tog trošila, I jakost struje.

$$Q = E = I^2 \cdot R \cdot t = (0.02 \text{ A})^2 \cdot 160 \Omega \cdot 3600 \text{ s} = 230.4 \text{ J}.$$

Vježba 222

Kroz potrošač otpora 80Ω dva sata teče struja 20 mA . Kolika se toplina pritom oslobodi?

Rezultat: 230.4 J.

Zadatak 223 (Petar, srednja škola)

Iz akumulatora, koji ima napon 12 V , može se dobiti električna struja od 5 A u vremenskom intervalu od 5 sati. Na koju se maksimalnu visinu može jednolikom brzinom podići teret težine $1.08 \cdot 10^4 \text{ N}$? Trenje zanemarite.

$$A. 0.03 \text{ m} \quad B. 15 \text{ m} \quad C. 100 \text{ m} \quad D. 150 \text{ m}$$

Rješenje 223

$$U = 12 \text{ V}, \quad I = 5 \text{ A}, \quad t = 5 \text{ h} = [5 \cdot 3600] = 18000 \text{ s}, \quad G = 1.08 \cdot 10^4 \text{ N}, \quad h = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$W = U \cdot I \cdot t,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, a I jakost struje.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{gp} = G \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Rad motora koji koristi pohranjenu električnu energiju iz akumulatora jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije tereta koji podižemo na visinu h .

$$W = E_{gp} \Rightarrow E_{gp} = W \Rightarrow G \cdot h = U \cdot I \cdot t \Rightarrow G \cdot h = U \cdot I \cdot t \cdot \frac{1}{G} \Rightarrow h = \frac{U \cdot I \cdot t}{G} =$$

$$= \frac{12 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} \cdot 18000 \text{ s}}{1.08 \cdot 10^4 \text{ N}} = 100 \text{ m.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 223

Iz akumulatora, koji ima napon 12 V, može se dobiti električna struja od 5 A u vremenskom intervalu od 5 sati. Na koju se maksimalnu visinu može jednolikom brzinom podići teret težine $1.08 \cdot 10^4 \text{ N}$? Trenje zanemarite.

- A. 0.03 m B. 15 m C. 100 m D. 150 m

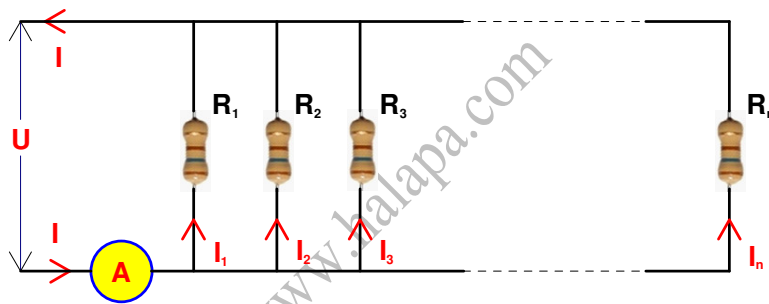
Rezultat: C.

Zadatak 224 (Doc, tehnička škola)

U zgradi su žarulje spojene na izvor napona 220 V. Snaga svake pojedine žarulje pritom naponu iznosi 40 W. Ampermetar spojen serijski na izvor mjeri jakost struje 16 A. Koliko je žarulja upaljeno?

Rješenje 224

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 40 \text{ W}, \quad I = 16 \text{ A}, \quad n = ?$$



Pri usporednom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I jakost struje.

Budući da kroz sve grane teku struje jednake jakosti I_1 (jer su žarulje jednakog otpora), vrijedi:

$$I = n \cdot I_1.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{P}{U} \\ I = n \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow I = n \cdot \frac{P}{U} \Rightarrow n \cdot \frac{P}{U} = I \Rightarrow n \cdot \frac{P}{U} = I \cdot \frac{U}{P} \Rightarrow n = \frac{I \cdot U}{P} =$$

$$= \frac{16 \text{ A} \cdot 220 \text{ V}}{40 \text{ W}} = 88.$$

Vježba 224

U zgradi su žarulje spojene na izvor napona 220 V. Snaga svake pojedine žarulje pritom naponu iznosi 80 W. Ampermetar spojen serijski na izvor mjeri jakost struje 32 A. Koliko je žarulja upaljeno?

Rezultat: 88.

Zadatak 225 (Doc, tehnička škola)

Tri otpornika otpora $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = 400 \Omega$, $R_3 = 600 \Omega$ serijski su spojeni u strujni krug. Na svakom od otpornika razvija se određena snaga P. Poredajte snage razvijene na tim otpornicima po veličini.

Rješenje 225

$$I, \quad R_1 = 200 \Omega, \quad R_2 = 400 \Omega, \quad R_3 = 600 \Omega, \quad P_1, \quad P_2, \quad P_3$$

Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja jednake jakosti. Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I jakost struje, R otpor tog trošila.

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = I^2 \cdot R_1 \\ P_2 = I^2 \cdot R_2 \\ P_3 = I^2 \cdot R_3 \end{array} \right\} \Rightarrow [R_1 < R_2 < R_3] \Rightarrow P_1 < P_2 < P_3.$$

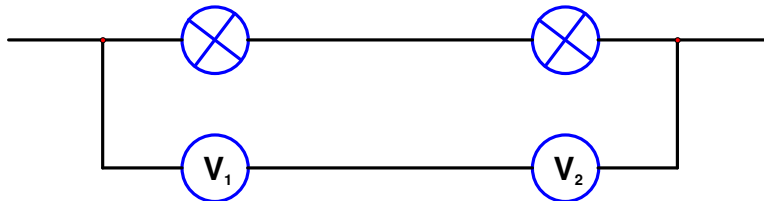
Vježba 225

Tri otpornika otpora $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 300 \Omega$, $R_3 = 500 \Omega$ serijski su spojeni u strujni krug. Na svakom od otpornika razvija se određena snaga P. Poredajte snage razvijene na tim otpornicima po veličini.

Rezultat: $P_1 < P_2 < P_3$.

Zadatak 226 (Tea, srednja škola)

Na dvije serijski spojene žarulje priključena su dva voltmetra kako je prikazano na slici. Voltmetar V_1 pokazuje napon 6 V, a voltmetar V_2 pokazuje 20 V. Otpor voltmetra V_1 je 4000Ω . Koliki je otpor voltmetra V_2 ?



Rješenje 226

$$U_1 = 6 \text{ V}, \quad U_2 = 20 \text{ V}, \quad R_1 = 4000 \Omega, \quad R_2 = ?$$

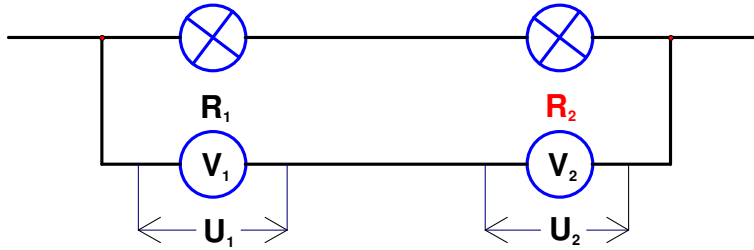
Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Voltmetar se spaja paralelno (usporedno) s trošilom odnosno između vodiča koji dovode struju trošilu. Voltmetar ima veliki unutarnji otpor.



Kroz voltmetre V_1 i V_2 prolazi struja I pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= I \cdot R_1 \\ U_2 &= I \cdot R_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I \cdot R_2}{I \cdot R_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I \cdot R_2}{I \cdot R_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot R_1 \Rightarrow R_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot R_1 = \frac{20 \text{ V}}{6 \text{ V}} \cdot 4000 \Omega = 13333.33 \Omega \approx 13 \text{ k}\Omega.$$

Vježba 226

Na dvije serijski spojene žarulje priključena su dva voltmetra kako je prikazano na slici. Voltmetar V_1 pokazuje napon 12 V, a voltmetar V_2 pokazuje 40 V. Otpor voltmetra V_1 je 4000 Ω . Koliki je otpor voltmetra V_2 ?

Rezultat: 13 k Ω .

Zadatak 227 (Tomislav, srednja škola)

Uz vanjski otpor R_1 napon izvora je 5 V. Ako se vanjski otpor poveća 6 puta, napon izvora poveća se 2 puta. Kolika je elektromotorna sila izvora?

- A. 12.5 V B. 15 V C. 10 V D. 9 V E. 7.3 V

Rješenje 227

$$R_1, \quad U_1 = 5 \text{ V}, \quad R_2 = 6 \cdot R_1, \quad U_2 = 2 \cdot U_1, \quad E = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

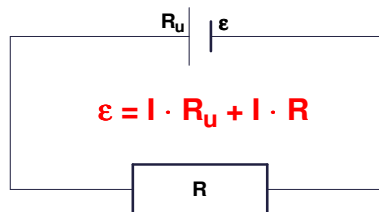
$$I = \frac{U}{R},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$



$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= I_1 \cdot (R_u + R_1) \\ \varepsilon &= I_2 \cdot (R_u + R_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 \cdot (R_u + R_1) = I_2 \cdot (R_u + R_2) \Rightarrow \frac{U_1}{R_1} \cdot (R_u + R_1) = \frac{U_2}{R_2} \cdot (R_u + R_2) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{U_1}{R_1} \cdot (R_u + R_1) &= \frac{2 \cdot U_1}{6 \cdot R_1} \cdot (R_u + 6 \cdot R_1) \Rightarrow \frac{U_1}{R_1} \cdot (R_u + R_1) = \frac{2 \cdot U_1}{6 \cdot R_1} \cdot (R_u + 6 \cdot R_1) \cdot \frac{3 \cdot R_1}{U_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot (R_u + R_1) &= R_u + 6 \cdot R_1 \Rightarrow 3 \cdot R_u + 3 \cdot R_1 = R_u + 6 \cdot R_1 \Rightarrow 3 \cdot R_u - R_u = 6 \cdot R_1 - 3 \cdot R_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot R_u = 3 \cdot R_1 \Rightarrow 2 \cdot R_u = 3 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{2 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{R_u}{R_1} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Sada je:

$$\begin{aligned} \varepsilon = I_1 \cdot (R_u + R_1) &\Rightarrow \varepsilon = \frac{U_1}{R_1} \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + \frac{R_1}{R_1} \right) \Rightarrow \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + \frac{R_1}{R_1} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1 \right) = 5 \text{ V} \cdot \left(\frac{3}{2} + 1 \right) = 12.5 \text{ V}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 227

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 228 (Ivana, gimnazija)

Kolika je jakost struje pri kruženju elektrona oko protona H, ako je polumjer kružnice $53 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ i brzina elektrona $2.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 228

$$r = 53 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad v = 2.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad I = ?$$

Jakost električne struje I količnik je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Opseg kružnice polumjera r iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

$$\left. \begin{array}{l} O = 2 \cdot r \cdot \pi \\ s = O \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = 2 \cdot r \cdot \pi \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{t} \cdot \frac{t}{v} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}.$$

Struja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v} \\ Q = e \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{e}{\frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}} \Rightarrow I = \frac{e \cdot v}{2 \cdot r \cdot \pi} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 53 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \pi} = 0.001 \text{ A} = 1 \text{ mA}$$

Vježba 228

Kolika je jakost struje pri kruženju elektrona oko protona H, ako je polumjer kružnice $53 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ i brzina elektrona $2.2 \cdot 10^3 \text{ km/s}$? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: 1 mA.

Zadatak 229 (Vesna, srednja škola)

Izračunajte rad električne struje koja teče željeznom žicom duljine 100 m, poprečnog presjeka 2 mm^2 , za vrijeme od 0.5 sati, ako je napon na krajevima žice 220 V, a otpornost željeza iznosi $\rho = 0.12 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

Rješenje 229

$$l = 100 \text{ m}, \quad S = 2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad t = 0.5 \text{ h} = 1800 \text{ s}, \quad U = 220 \text{ V},$$

$$\rho = 0.12 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad W = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$W = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

$$\left. \begin{array}{l} R = \rho \cdot \frac{l}{S} \\ W = \frac{U^2}{R} \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{U^2}{\rho \cdot \frac{l}{S}} \cdot t \Rightarrow W = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot l} \cdot t = \frac{(220 \text{ V})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{0.12 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot 100 \text{ m}} \cdot 1800 \text{ s} = 1.45 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Vježba 229

Izračunajte rad električne struje koja teče željeznom žicom duljine 1000 dm, poprečnog presjeka 2 mm^2 , za vrijeme od 0.5 sati, ako je napon na krajevima žice 220 V, a otpornost željeza iznosi $\rho = 0.12 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

Rezultat: $1.45 \cdot 10^7 \text{ J}$.

Zadatak 230 (Ivica, tehnička škola)

Kada kroz akumulator teče struja od 10 A, napon na stezaljkama je 6 V. Pri struji od 30 A, napon je 5 V. Koliki je unutarnji otpor akumulatora?

$$A. 0.02 \Omega \quad B. 0.25 \Omega \quad C. 0.04 \Omega \quad D. 0.05 \Omega$$

Rješenje 230

$$I_1 = 10 \text{ A}, \quad U_1 = 6 \text{ V}, \quad I_2 = 30 \text{ A}, \quad U_2 = 5 \text{ V}, \quad R_u = ?$$

Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na

pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = U + I \cdot R_u.$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \Rightarrow U_1 + I_1 \cdot R_u = U_2 + I_2 \cdot R_u \Rightarrow I_1 \cdot R_u - I_2 \cdot R_u = U_2 - U_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot R_u = U_2 - U_1 \Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot R_u = U_2 - U_1 \cdot \frac{1}{I_1 - I_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} = \frac{5 \text{ V} - 6 \text{ V}}{10 \text{ A} - 30 \text{ A}} = 0.05 \Omega.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 230

Kada kroz akumulator teče struja od 20 A, napon na stezaljkama je 12 V. Pri struji od 60 A, napon je 10 V. Koliki je unutarnji otpor akumulatora?

- A. 0.02 Ω B. 0.25 Ω C. 0.04 Ω D. 0.05 Ω

Rezultat: D.

Zadatak 231 (Marijan, tehnička škola)

Kad na bateriju spojimo paralelno dva otpornika, svaki otpora 2 Ω , krugom teče struja jakosti 3 A. Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 1.2 A. Unutarnji otpor baterije iznosi:

- A. 1 Ω B. 1.8 Ω C. 2 Ω D. 0.5 Ω

Rješenje 231

$$R_1 = R_2 = R = 2 \Omega, \quad I_1 = 3 \text{ A}, \quad I_2 = 1.2 \text{ A}, \quad R_u = ?$$

Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

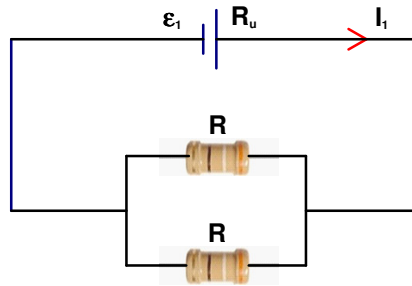
$$R = R_1 + R_2.$$

Ako na bateriju spojimo usporedno (paralelno) dva otpornika, svaki otpora R , ekvivalentni otpor je

$$R_p = \frac{R \cdot R}{R + R} \Rightarrow R_p = \frac{R \cdot R}{2 \cdot R} \Rightarrow R_p = \frac{R \cdot R}{2 \cdot R} \Rightarrow R_p = \frac{R}{2}.$$

Elektromotorni napon iznosi:

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot (R_u + R_p) \Rightarrow \varepsilon_1 = I_1 \cdot \left(R_u + \frac{R}{2} \right).$$

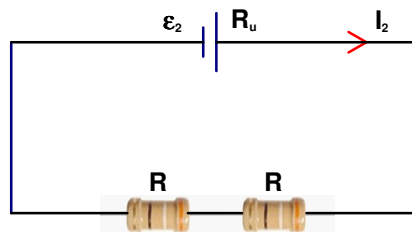


Ako na bateriju spojimo serijski dva otpornika, svaki otpora R , ekvivalentni otpor je

$$R_s = R + R \Rightarrow R_s = 2 \cdot R.$$

Elektromotorni napon iznosi:

$$\varepsilon_2 = I_2 \cdot (R_u + R_s) \Rightarrow \varepsilon_2 = I_2 \cdot (R_u + 2 \cdot R).$$



Računamo R_u .

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 &\Rightarrow I_1 \cdot \left(R_u + \frac{R}{2} \right) = I_2 \cdot (R_u + 2 \cdot R) \Rightarrow I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot \frac{R}{2} = I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot 2 \cdot R \Rightarrow \\ &\Rightarrow I_1 \cdot R_u - I_2 \cdot R_u = 2 \cdot I_2 \cdot R - I_1 \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow R_u \cdot (I_1 - I_2) = R \cdot \left(2 \cdot I_2 - \frac{I_1}{2} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_u \cdot (I_1 - I_2) = R \cdot \left(2 \cdot I_2 - \frac{I_1}{2} \right) \cdot \frac{1}{I_1 - I_2} \Rightarrow R_u = \frac{R \cdot \left(2 \cdot I_2 - \frac{I_1}{2} \right)}{I_1 - I_2} = \\ &= \frac{2 \Omega \cdot \left(2 \cdot 1.2 \text{ A} - \frac{3 \text{ A}}{2} \right)}{3 \text{ A} - 1.2 \text{ A}} = 1 \Omega. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 231

Kad na bateriju spojimo paralelno dva otpornika, svaki otpora 2Ω , krugom teče struja jakosti 6 A . Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 2.4 A . Unutarnji otpor baterije iznosi:

- A. 1Ω B. 1.8Ω C. 2Ω D. 0.5Ω

Rezultat: A.

Zadatak 232 (Domagoj, tehnička škola)

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 0.64Ω , a drugi puta na otpornik otpora 2.25Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

- A. 0.8Ω B. 1Ω C. 1.2Ω D. 1.4Ω E. 1.6Ω

Rješenje 232

$$R_1 = 0.64 \Omega, \quad R_2 = 2.25 \Omega, \quad P_1 = P_2, \quad R_u = ?$$

Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I jakost struje, R otpor tog trošila.

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I_1 \cdot (R_1 + R_u) \\ \varepsilon = I_2 \cdot (R_2 + R_u) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 \cdot (R_1 + R_u) = \varepsilon \\ I_2 \cdot (R_2 + R_u) = \varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 \cdot (R_1 + R_u) = \varepsilon \cdot \frac{1}{R_1 + R_u} \\ I_2 \cdot (R_2 + R_u) = \varepsilon \cdot \frac{1}{R_2 + R_u} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_u} \\ I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_u} \end{array} \right\}.$$

Budući da je snaga na otpornicima jednaka, slijedi:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &\Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + R_u} \right)^2 \cdot R_1 = \left(\frac{\varepsilon}{R_2 + R_u} \right)^2 \cdot R_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(R_1 + R_u)^2} \cdot R_1 = \frac{\varepsilon^2}{(R_2 + R_u)^2} \cdot R_2 \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(R_1 + R_u)^2} \cdot R_1 = \frac{\varepsilon^2}{(R_2 + R_u)^2} \cdot R_2 \quad /: \varepsilon^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{R_1}{(R_1 + R_u)^2} = \frac{R_2}{(R_2 + R_u)^2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_1 \cdot (R_2 + R_u)^2 = R_2 \cdot (R_1 + R_u)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_1 \cdot (R_2^2 + 2 \cdot R_2 \cdot R_u + R_u^2) = R_2 \cdot (R_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_u + R_u^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_1 \cdot R_2^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_u + R_1 \cdot R_u^2 = R_2 \cdot R_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_u + R_2 \cdot R_u^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_1 \cdot R_2^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_u + R_1 \cdot R_u^2 = R_2 \cdot R_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_u + R_2 \cdot R_u^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_1 \cdot R_2^2 + R_1 \cdot R_u^2 = R_2 \cdot R_1^2 + R_2 \cdot R_u^2 \Rightarrow R_1 \cdot R_u^2 - R_2 \cdot R_u^2 = R_2 \cdot R_1^2 - R_1 \cdot R_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (R_1 - R_2) \cdot R_u^2 = R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 - R_2) \Rightarrow (R_1 - R_2) \cdot R_u^2 = R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 - R_2) \quad /: \frac{1}{R_1 - R_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_u^2 = R_1 \cdot R_2 \Rightarrow R_u^2 = R_1 \cdot R_2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow R_u = \sqrt{R_1 \cdot R_2} = \sqrt{0.64 \, \Omega \cdot 2.25 \, \Omega} = 1.2 \, \Omega. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 232

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 0.32Ω , a drugi puta na otpornik otpora 4.5Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

- A. 0.8Ω B. 1Ω C. 1.2Ω D. 1.4Ω E. 1.6Ω

Rezultat: C.

Zadatak 233 (Domagoj, tehnička škola)

Kad na bateriju elektromotornog napona 24 V priključimo otpor od 2Ω , krugom teče struja jakosti 10 A . Kolika je jakost struje kad je baterija kratko spojena?

- A. 0 A B. 13.33 A C. 30 A D. 60 A E. ∞

Rješenje 233

$$\varepsilon = 24 \text{ V}, \quad R = 2 \Omega, \quad I = 10 \text{ A}, \quad I_k = ?$$

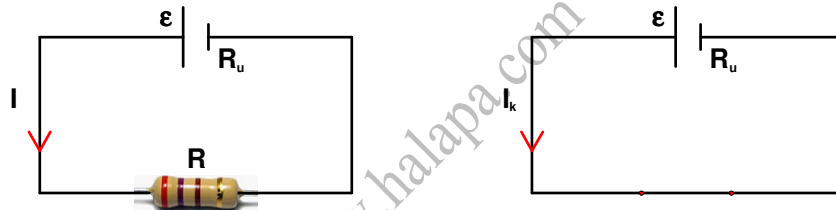
Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot (R_v + R_u) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_v + I \cdot R_u.$$

Ako je vanjski otpor $R = 0$, krugom prolazi maksimalna struja koju nazivamo strujom kratkog spoja I_k :

$$I_k = \frac{\varepsilon}{R_u}.$$



$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I_k \cdot R_u \\ \varepsilon = I \cdot R + I \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_k \cdot R_u = \varepsilon \\ \varepsilon = I \cdot R + I \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_k \cdot R_u = \varepsilon \cdot \frac{1}{I_k} \\ \varepsilon = I \cdot R + I \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_u = \frac{\varepsilon}{I_k} \\ \varepsilon = I \cdot R + I \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = I \cdot R + I \cdot \frac{\varepsilon}{I_k} \Rightarrow \varepsilon - I \cdot R = I \cdot \frac{\varepsilon}{I_k} \Rightarrow \varepsilon - I \cdot R = I \cdot \frac{\varepsilon}{I_k} \cdot \frac{I_k}{\varepsilon - I \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_k = \frac{I \cdot \varepsilon}{\varepsilon - I \cdot R} = \frac{10 \text{ A} \cdot 24 \text{ V}}{24 \text{ V} - 10 \text{ A} \cdot 2 \Omega} = 60 \text{ A}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 233

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 234 (Domagoj, tehnička škola)

Broj jednakih kondenzatora kapaciteta $1 \mu\text{F}$, koji treba paralelno povezati u bateriju da bi se uz napon od 2.5 kV u nju mogao spremati naboj od 0.1 C , iznosi:

- A. 100 B. 20 C. 40 D. 30 E. 10

Rješenje 234

$$C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_n = C = 1 \mu\text{F} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}, \quad U = 2.5 \text{ kV} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ V}, \quad Q = 0.1 \text{ C},$$

$n = ?$

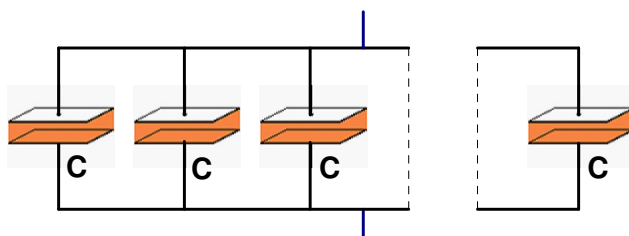
Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednažbom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora. Ukupni kapacitet od n paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.



$$\left. \begin{array}{l} C_p = n \cdot C \\ C_p = \frac{Q}{U} \end{array} \right\} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} : C \Rightarrow n = \frac{Q}{U \cdot C} = \frac{0.1 \text{ C}}{2.5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 40.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 234

Broj jednakih kondenzatora kapaciteta 2 μF , koji treba paralelno povezati u bateriju da bi se uz napon od 2.5 kV u nju mogao spremati naboj od 0.2 C iznosi:

- A. 100 B. 20 C. 40 D. 30 E. 10

Rezultat: C.

Zadatak 235 (Vinko, tehnička škola)

Žarulja od 40 W povezana je paralelno s žaruljom od 25 W i priključena na gradsku mrežu od 220 V. Koliki je ukupni otpor?

- A. 800 Ω B. 914 Ω C. 745 Ω D. 220 Ω E. 25 Ω

Rješenje 235

$$P_1 = 40 \text{ W}, \quad P_2 = 25 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad R = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

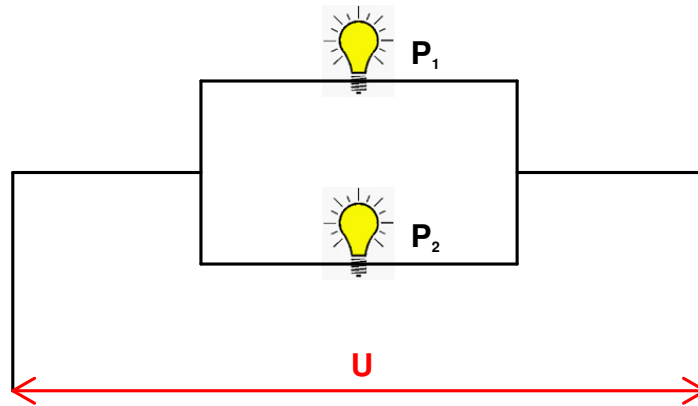
Ukupni otpor R što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.



$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U^2}{R_1} \\ P_2 = \frac{U^2}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U^2}{R_1} \cdot \frac{R_1}{P_1} \\ P_2 = \frac{U^2}{R_2} \cdot \frac{R_2}{P_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 = \frac{U^2}{P_1} \\ R_2 = \frac{U^2}{P_2} \end{array} \right\}.$$

Ukupni otpor R iznosi:

$$\begin{aligned} R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} &\Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{P_1} \cdot \frac{U^2}{P_2}}{\frac{U^2}{P_1} + \frac{U^2}{P_2}} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{P_1} \cdot \frac{U^2}{P_2}}{U^2 \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right)} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{P_1} \cdot \frac{U^2}{P_2}}{U^2 \cdot \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}}}{\frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 \cdot P_2}} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}}}{\frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 + P_2}} \Rightarrow R = \frac{U^2}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}} = \frac{(220 \text{ V})^2}{40 \text{ W} + 25 \text{ W}} = 745 \Omega. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 235

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 236 (Dalibor, tehnička škola)

U vodiču, otpora 10Ω , pad napona je 20 V . Za koliko se mora pojačati struja kroz vodič da pad napona naraste za 40% ?

Rješenje 236

$$R = 10 \Omega, \quad U_1 = 20 \text{ V}, \quad U_2 = U_1 + \frac{40}{100} \cdot U_1 = 1.4 \cdot U_1, \quad \Delta I = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj

jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

1. inačica

Povećani pad napona iznosi:

$$U_2 = 1.4 \cdot U_1 = 1.4 \cdot 20 \text{ V} = 28 \text{ V}.$$

Računamo povećanje struje ΔI .

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{U_1}{R} \\ I_2 = \frac{U_2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow [\Delta I = I_2 - I_1] \Rightarrow \Delta I = \frac{U_2}{R} - \frac{U_1}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{1}{R} \cdot (U_2 - U_1) =$$

$$= \frac{1}{10 \Omega} \cdot (28 \text{ V} - 20 \text{ V}) = 0.8 \text{ A}.$$

2. inačica

$$U_2 = 1.4 \cdot U_1 \Rightarrow I_2 \cdot R = 1.4 \cdot I_1 \cdot R \Rightarrow I_2 \cdot R = 1.4 \cdot I_1 \cdot R \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow I_2 = 1.4 \cdot I_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [I_2 = I_1 + \Delta I] \Rightarrow I_1 + \Delta I = 1.4 \cdot I_1 \Rightarrow \Delta I = 1.4 \cdot I_1 - I_1 \Rightarrow \Delta I = 0.4 \cdot I_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta I = 0.4 \cdot \frac{U_1}{R} = 0.4 \cdot \frac{20 \text{ V}}{10 \Omega} = 0.8 \text{ A}.$$

Vježba 236

U vodiču, otpora 20Ω , pad napona je 40 V . Za koliko se mora pojačati struja kroz vodič da pad napona naraste za 40% ?

Rezultat: 0.8 A .

Zadatak 237 (Tomislav, tehnička škola)

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 40 W , priključenu na napon 220 V , prođe $3 \cdot 10^{19}$ elektrona. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 237

$$P = 40 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad N = 3 \cdot 10^{19}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Elektron je negativno nabijena subatomska (izgrađuje atom) čestica. Elektroni se nalaze u elektronskom omotaču atoma. Naboj jedne čestice elektrona iznosi $-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Proton je subatomska (izgrađuje atom) nukleonska (sastavni dio jezgre atoma) pozitivna čestica, naboja $+1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj **kvantiziran**, sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj, e elementarni naboj.

Jakost električne struje I količnik je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I struja.

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e \\ I = \frac{Q}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{N \cdot e}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow P = U \cdot \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow P = U \cdot \frac{N \cdot e}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{U \cdot N \cdot e}{P} =$$
$$= \frac{220 \text{ V} \cdot 3 \cdot 10^{19} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{40 \text{ W}} = 26.4 \text{ s}.$$

Vježba 237

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 80 W, priključenu na napon 220 V, prođe $6 \cdot 10^{19}$ elektrona. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: 26.4 s.

Zadatak 238 (Zvonimir, tehnička škola)

Pri temperaturi 20°C i naponu 60 V zavojnicom teče struja 5 A. Nakon što se namotaji zagriju, uz isti napon teče struja 4.8 A. Temperaturni koeficijent za bakar iznosi $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Kolika je radna temperatura?

Rješenje 238

$$t_1 = 20^\circ\text{C}, \quad U = 60 \text{ V}, \quad I_1 = 5 \text{ A}, \quad I_2 = 4.8 \text{ A}, \quad \alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad t_2 = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I}.$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri 0°C , R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni (termički) koeficijent otpora pri 0°C za vodič.

Otpor vodiča raste s temperaturom za približno $\alpha \cdot R_1$ za svaki stupanj. Ako je R_1 otpor na temperaturi t_1 onda je otpor na temperaturi $t_2 = t_1 + \Delta t$:

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t).$$

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1°C , što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C}).$$

1. inačica

Najprije odredimo otpore u zavojnici kada njome, uz isti napon U , teku struje I_1 i I_2 .

$$R_1 = \frac{U}{I_1}, \quad R_2 = \frac{U}{I_2}.$$

Računamo povećanje temperature Δt .

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) \Rightarrow R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = R_2 \Rightarrow R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = R_2 \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} - 1 \Rightarrow \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} - 1 \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right).$$

Radna temperatura t_2 iznosi:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \Delta t \Rightarrow t_2 = \Delta t + t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) + t_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} R_2 = \frac{U}{I_2} \\ R_1 = \frac{U}{I_1} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{\frac{U}{I_2}}{\frac{U}{I_1}} - 1 \right) + t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) + t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{I_1}{I_2} - 1 \right) + t_1 =$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}} \cdot \left(\frac{5 \text{ A}}{4.8 \text{ A}} - 1 \right) + 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 30.42 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

2. inačica

Najprije odredimo otpore u zavojnici kada njome, uz isti napon U , teku struje I_1 i I_2 .

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{60 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 12 \text{ } \Omega, \quad R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{60 \text{ V}}{4.8 \text{ A}} = 12.5 \text{ } \Omega.$$

Računamo povećanje temperature Δt .

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) \Rightarrow R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = R_2 \Rightarrow R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = R_2 \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} - 1 \Rightarrow \alpha \cdot \Delta t = \frac{R_2}{R_1} - 1 \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) =$$

$$= \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}} \cdot \left(\frac{5 \text{ A}}{4.8 \text{ A}} - 1 \right) = 10.42 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Radna temperatura t_2 iznosi:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \Delta t \Rightarrow t_2 = \Delta t + t_1 = 10.42 \text{ } ^\circ\text{C} + 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 30.42 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 238

Pri temperaturi $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ i naponu 120 V zavojnicom teče struja 10 A . Nakon što se namotaji zagriju, uz isti napon teče struja 9.6 A . Temperaturni koeficijent za bakar iznosi $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Kolika je radna temperatura?

Rezultat: $30.42 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Zadatak 239 (Ivan, tehnička škola)

Kružni vodič (prsten), polumjera 2 m , napravljen je od bakrene žice. Poprečni presjek je 4 mm^2 . Priključen je na izvor elektromotornog napona 2 V i unutarnjeg otpora $0.1 \text{ } \Omega$. Kolika je magnetska indukcija u središtu vodiča? (električna otpornost bakra $\rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ (T} \cdot \text{m) / A}$)

Rješenje 239

$$a = 2 \text{ m}, \quad S = 4 \text{ mm}^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad \varepsilon = 2 \text{ V}, \quad R_u = 0.1 \Omega, \quad \rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \\ \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} (\text{T} \cdot \text{m}) / \text{A}, \quad B = ?$$

Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v}.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Magnetsko polje u središtu prstena, polumjera a , kojim prolazi struja jakosti I iznosi u vakuumu:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot a}.$$

Kružnica je skup svih točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane točke (središta).

Polumjer ili radijus je dužina koja spaja središte kružnice s bilo kojom točkom kružnice. Duljina polumjera označava se slovom r .

Opseg kružnice polumjera r iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$



Jakost struje kroz vodič je:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v} \Rightarrow \left[R_v = \rho \cdot \frac{l}{S} \right] \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + \rho \cdot \frac{l}{S}} \Rightarrow [l = 2 \cdot a \cdot \pi] \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + \rho \cdot \frac{2 \cdot a \cdot \pi}{S}} = \\ \Rightarrow I = \frac{2 \text{ V}}{0.1 \Omega + 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot \pi}{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}} = 12.98 \text{ A}.$$

Tada magnetska indukcija iznosi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot a} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{12.98 \text{ A}}{2 \cdot 2 \text{ m}} = 4.08 \cdot 10^{-6} \text{ T} \approx 4 \mu\text{T}.$$

Vježba 239

Kružni vodič, polumjera 20 dm, napravljen je od bakrene žice. Poprečni presjek je 4 mm². Priključen je na izvor elektromotornog napona 2 V i unutarnjeg otpora 0.1 Ω. Kolika je magnetska indukcija u središtu vodiča? (električna otpornost bakra $\rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, permeabilnost praznine $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} (\text{T} \cdot \text{m}) / \text{A}$)

Rezultat: 4 μT.

Zadatak 240 (Višnja, srednja škola)

Na koju temperaturu treba zagrijati bakrenu žicu temperature 0 °C da se njezin otpor udvostruči? (termički koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 240

$$R = 2 \cdot R_0, \quad \alpha = 4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri $0\text{ }^\circ\text{C}$, R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni koeficijent otpora.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od $1\text{ }^\circ\text{C}$, što izražavamo jednažbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

$$\left. \begin{array}{l} R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \\ R = 2 \cdot R_0 \end{array} \right\} \Rightarrow R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = 2 \cdot R_0 \Rightarrow R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = 2 \cdot R_0 \quad /: R_0 \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot t = 2 - 1 \Rightarrow \alpha \cdot t = 1 \Rightarrow \alpha \cdot t = 1 \quad /: \alpha \Rightarrow t = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = 232.56\text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 240

Na koju temperaturu treba zagrijati bakrenu žicu temperature $0\text{ }^\circ\text{C}$ da se njezin otpor utrostruči? (termički koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: $465.12\text{ }^\circ\text{C}$.