

### Zadatak 161 (Igor, gimnazija)

Koliki je promjer manganinske žice duge 31.4 m, kroz koju teče struja 0.8 A, ako je napon između krajeva 80 V? (električna otpornost manganina  $\rho = 0.42 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ )

#### Rješenje 161

$$l = 31.4 \text{ m}, \quad I = 0.8 \text{ A}, \quad U = 80 \text{ V}, \quad \rho = 0.42 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m, \quad d = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Ploština kruga promjera d dana je formulom

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Računamo promjer žice.

$$\left. \begin{array}{l} R = \frac{U}{I} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R = \frac{U}{I} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R = \frac{U}{I} \\ R = \rho \cdot \frac{4 \cdot l}{d^2 \cdot \pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{U}{I} = \rho \cdot \frac{4 \cdot l}{d^2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{U}{I} = \rho \cdot \frac{4 \cdot l}{d^2 \cdot \pi} \cdot \frac{d^2 \cdot I}{d^2 \cdot I} \Rightarrow d^2 = \rho \cdot \frac{4 \cdot l \cdot I}{U \cdot \pi} \Rightarrow d^2 = \rho \cdot \frac{4 \cdot l \cdot I}{U \cdot \pi} \sqrt{\quad} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d = \sqrt{\rho \cdot \frac{4 \cdot l \cdot I}{U \cdot \pi}} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\rho \cdot \frac{l \cdot I}{U \cdot \pi}} = 2 \cdot \sqrt{0.42 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m \cdot \frac{31.4 \text{ m} \cdot 0.8 \text{ A}}{80 \text{ V} \cdot \pi}} = 0.00041 \text{ m} = 0.41 \text{ mm}.$$

### Vježba 161

Koliki je promjer manganinske žice duge 31.4 m, kroz koju teče struja 0.4 A, ako je napon između krajeva 40 V? (električna otpornost manganina  $\rho = 0.42 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ )

**Rezultat:** 0.41 mm.

### Zadatak 162 (Maks, gimnazija)

Polovi baterije napona 120 V spojeni su bakrenom žicom duljine 1 dm i presjeka  $1 \text{ mm}^2$ . Koliku jakost ima struja dok teče žicom? (električna otpornost bakra  $\rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ )

#### Rješenje 162

$$U = 120 \text{ V}, \quad l = 1 \text{ dm} = 0.1 \text{ m}, \quad S = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2, \quad \rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m, \quad I = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Ploština kruga promjera d dana je formulom

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Računamo struju I.

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{R} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{U}{\rho \cdot \frac{l}{S}} \Rightarrow I = \frac{U \cdot S}{\rho \cdot l} =$$

$$= \frac{120 \text{ V} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot 0.1 \text{ m}} = 6.98 \cdot 10^4 \text{ A}$$

Napomena: Rezultat je veliki broj jer je baterija kratko spojena

### Vježba 162

Polovi baterije napona 240 V spojeni su bakrenom žicom duljine 2 dm i presjeka 1 mm<sup>2</sup>. Koliku jakost ima struja dok teče žicom? (električna otpornost bakra  $\rho = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ )

**Rezultat:**  $6.98 \cdot 10^4 \text{ A}$

### Zadatak 163 (Mira, gimnazija)

Za koliko će vremena potrošiti 1 kWh žarulja snage 75 W?

#### Rješenje 163

$$E = 1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ W} \cdot \text{s}, \quad P = 75 \text{ W}, \quad t = ?$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je P snaga trošila.

SI – jedinica za električnu energiju je džul (J), za snagu vat (W). Električnu energiju često izražavamo vatsatom (Ws) ili vatsatom (Wh).

$$E = P \cdot t \Rightarrow E = P \cdot t \cdot \frac{1}{P} \Rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{3600000 \text{ W} \cdot \text{s}}{75 \text{ W}} = 48000 \text{ s} = [48000 : 3600] =$$

$$= 13.33333333 \text{ h} = 13 \text{ h} + 0.33333333 \text{ h} = 13 \text{ h} + 0.33333333 \cdot 60 \text{ min} = 13 \text{ h} + 20 \text{ min} = 13 \text{ h} 20 \text{ min}.$$



### Vježba 163

Za koliko će vremena potrošiti 2 kWh žarulja snage 150 W?

**Rezultat:** 13 h 20 min.

### Zadatak 164 (Any, gimnazija)

Pločasti kondenzator s pločama u obliku kvadrata stranice 21 cm i razmakom ploča 2 mm priključen je na izvor napona 750 V. Između ploča nalazi se staklena ploča debljine 2 mm. Kolika će biti jakost struje koja poteče krugom kad staklenu ploču izvlačimo iz prostora između ploča kondenzatora stalnom brzinom 8 cm/s? Relativna dielektričnost stakla je 7. (dielektričnost praznine

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

### Rješenje 164

$$a = 21 \text{ cm} = 0.21 \text{ m}, \quad d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}, \quad U = 750 \text{ V}, \quad d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}, \\ v = 8 \text{ cm/s} = 0.08 \text{ m/s}, \quad \epsilon_r = 7, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C} / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad I = ?$$

Ploština kvadrata duljine stranice a izračunava se po formuli

$$S = a^2.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednažbom

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan ploštini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča. Njegov kapacitete u zraku je

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

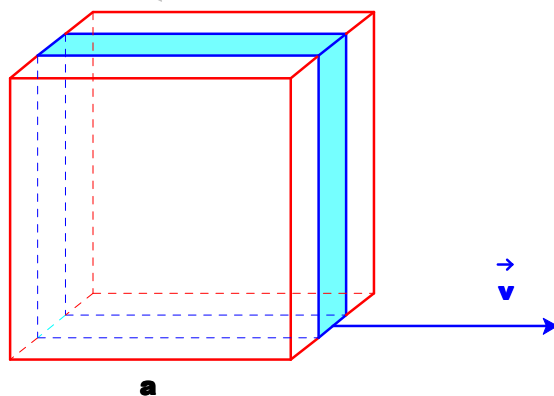
a u sredstvu

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je  $\epsilon_r$  relativna permitivnost sredstva,  $\epsilon_0$  dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuuma), S površina ploče, d razmak među pločama.

Jakost električne struje I kvocijent je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$



Vrijeme za koje staklenu ploču izvučemo iz prostora između ploča kondenzatora duljine a jednako je:

$$t = \frac{a}{v}.$$

Kapacitet kondenzatora iznosi:

- kada je staklena ploča između ploča kondenzatora

$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{a^2}{d}$$

- kada staklena ploča nije između ploča kondenzatora

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d}$$

Pritom je promjena kapaciteta kondenzatora jednaka

$$\Delta C = C_2 - C_1 \Rightarrow \Delta C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{a^2}{d} - \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d} \Rightarrow \Delta C = \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d} \cdot (\epsilon_r - 1),$$

a kroz električni krug je potekao naboj

$$Q = U \cdot \Delta C \Rightarrow Q = U \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d} \cdot (\epsilon_r - 1).$$

Zbog toga je jakost struje u krugu:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow I = \frac{U \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d} \cdot (\epsilon_r - 1)}{\frac{a}{v}} \Rightarrow I = \frac{U \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{a^2}{d} \cdot (\epsilon_r - 1)}{\frac{a}{v}} \Rightarrow I = \frac{U \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{a}{d} \cdot (\epsilon_r - 1)}{\frac{1}{v}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{U \cdot \epsilon_0 \cdot a \cdot v \cdot (\epsilon_r - 1)}{d} = \frac{750 \text{ V} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 0.21 \text{ m} \cdot 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (7 - 1)}{0.002 \text{ m}} = 3.35 \cdot 10^{-7} \text{ A}.$$

### Vježba 164

Pločasti kondenzator s pločama u obliku kvadrata stranice 2.1 dm i razmakom ploča 0.2 cm priključen je na izvor napona 750 V. Između ploča nalazi se staklena ploča debljine 0.2 cm. Kolika će biti jakost struje koja poteče krugom kad staklenu ploču izvlačimo iz prostora između ploča kondenzatora stalnom brzinom 0.8 dm/s? Relativna dielektričnost stakla je 7. (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

**Rezultat:**  $3.35 \cdot 10^{-7} \text{ A}$ .

### Zadatak 165 (Maturant2014, tehnička škola)

Na izvor struje usporedno (paralelno) je spojeno 9 jednakih otpornika. Struja koja prolazi kroz izvor ima jakost 7.2 A, dok je napon na krajevima izvora 72 V. Koliki je otpor svakog pojedinog otpornika?

### Rješenje 165

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = R, \quad I = 7.2 \text{ A}, \quad U = 72 \text{ V}, \quad R = ?$$

Ukupni otpor što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

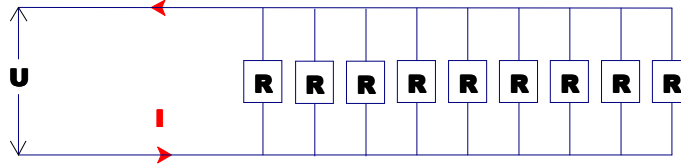
Ukupni otpor  $R_u$  što ga pruža 9 jednakih otpornika spojenih u paralelu iznosi:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{9}{R} \Rightarrow 9 \cdot R_u = R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \cdot R_u = R \quad /: 9 \Rightarrow R_u = \frac{R}{9}.$$

Uporabom Ohmovog zakona izračunamo otpor R jednog otpornika.

$$\left. \begin{array}{l} U = I \cdot R_u \\ R_u = \frac{R}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow U = I \cdot \frac{R}{9} \Rightarrow U = I \cdot \frac{R}{9} \cdot \frac{9}{I} \Rightarrow R = \frac{9 \cdot U}{I} = \frac{9 \cdot 72 \text{ V}}{7.2 \text{ A}} = 90 \Omega.$$



### Vježba 165

Na izvor struje usporedno (paralelno) je spojeno 9 jednakih otpornika. Struja koja prolazi kroz izvor ima jakost 6.4 A, dok je napon na krajevima izvora 64 V. Koliki je otpor svakog pojedinog otpornika?

**Rezultat:** 90 Ω.

### Zadatak 166 (Ivan, tehnička škola)

Električni vlak mase 200 t vozi brzinom 72 km/h. Otpori vuče (trenje, otpor zraka) iznose 0.6% težine, a napon 25 kV. Odredi jakost struje. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 166

$$m = 200 \text{ t} = 2 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad p = 0.6\% = 0.006, \\ U = 25 \text{ kV} = 2.5 \cdot 10^4 \text{ V}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad I = ?$$

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G težna sila, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Kako izračunati p% od x?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Za trenutačnu snagu možemo pisati

$$P = F \cdot v$$

pri čemu je v trenutačna brzina.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I struja.

### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Budući da otpor vuče iznosi p posto težine, prema prvom Newtonovom poučku vučna sila F mora po iznosu biti jednaka otporu vuče.

$$F = p \cdot G \Rightarrow F = p \cdot m \cdot g.$$

Potrebna snaga je

$$\left. \begin{array}{l} P = F \cdot v \\ F = p \cdot m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow P = p \cdot m \cdot g \cdot v$$

pa struja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{P}{U} \\ P = p \cdot m \cdot g \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{p \cdot m \cdot g \cdot v}{U} = \frac{0.006 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2.5 \cdot 10^4 \text{ V}} = 9.42 \text{ A.}$$

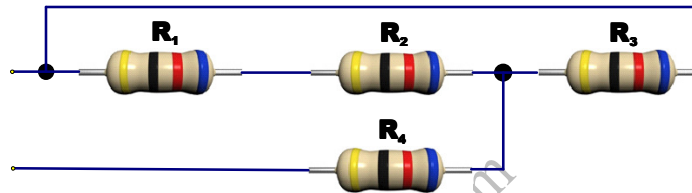
### Vježba 166

Električni vlak mase 400 t vozi brzinom 72 km/h. Otpori vuče (trenje, otpor zraka) iznose 0.6% težine, a napon 50 kV. Odredi jakost struje. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 9.42 A.

### Zadatak 167 (Marija, gimnazija)

Kolika je jakost struje koja teče otpornikom  $R_4$  u strujnom krugu prikazanom na slici, ako su otpori  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \Omega$ , a priključeni su na napon 6 V?



### Rješenje 167

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \Omega, \quad U = 6 \text{ V}, \quad I = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$

Ukupni otpor  $R$  što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor  $R$  što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

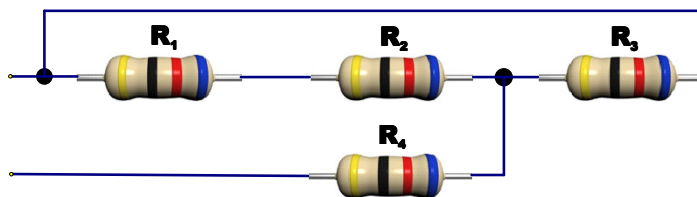
**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R},$$

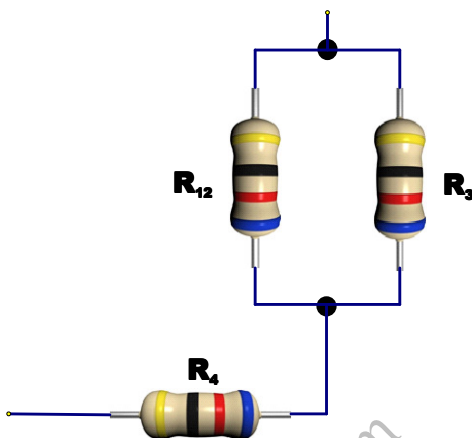
gdje je  $I$  jakost struje kroz strujni krug u amperima (A),  $U$  napon izvora u voltima (V),  $R$  ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Shemu otpornika postupno možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom.



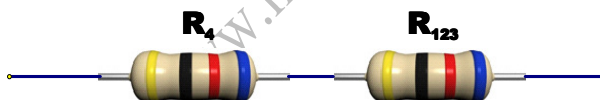
Otpornici  $R_1$  i  $R_2$  serijski su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{12}$ .

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 1 \Omega + 1 \Omega = 2 \Omega.$$



Otpornici  $R_{12}$  i  $R_3$  usporedno su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{123}$ .

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{2 \Omega \cdot 1 \Omega}{2 \Omega + 1 \Omega} = \frac{2}{3} \Omega.$$



Otpornici  $R_4$  i  $R_{123}$  serijski su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{1234}$ .

$$R_{1234} = R_4 + R_{123} = 1 \Omega + \frac{2}{3} \Omega = \frac{5}{3} \Omega.$$

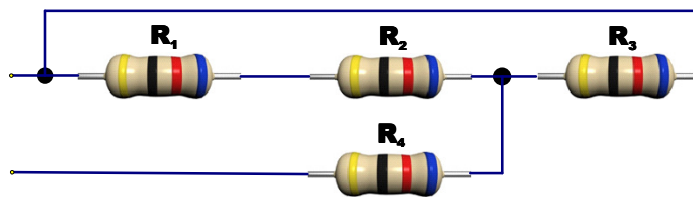


Jakost struje koja teče otpornikom  $R_4$  (cijelim strujnim krugom) dobije se pomoću Ohmovog zakona za strujni krug.

$$I = \frac{U}{R_{1234}} = \frac{6 \text{ V}}{\frac{5}{3} \Omega} = \frac{6 \text{ V}}{\frac{5}{3} \Omega} = \frac{18}{5} \text{ A} = 3.6 \text{ A}.$$

### Vježba 167

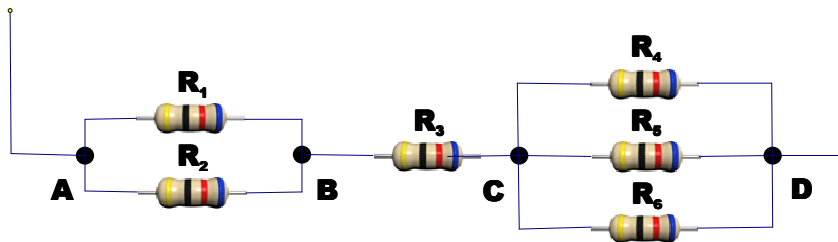
Kolika je jakost struje koja teče otpornikom  $R_4$  u strujnom krugu prikazanom na slici, ako su otpori  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \Omega$ , a priključeni su na napon 12 V?



**Rezultat:** 7.2 A.

**Zadatak 168 (Marija, gimnazija)**

Odredite jakost struje u pojedinim vodičima povezanim u strujni krug prema shemi na slici, ako je  $U_{AD} = 49 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_3 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$ ,  $R_5 = 10 \Omega$  i  $R_6 = 5 \Omega$ .



**Rješenje 168**

$U_{AD} = 49 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_3 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$ ,  $R_5 = 10 \Omega$ ,  $R_6 = 5 \Omega$ ,  
 $I_1 = ?$ ,  $I_2 = ?$ ,  $I_3 = ?$ ,  $I_4 = ?$ ,  $I_5 = ?$ ,  $I_6 = ?$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 3 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pružaju 2 ili 3 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz sljedećih izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}.$$

**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je.

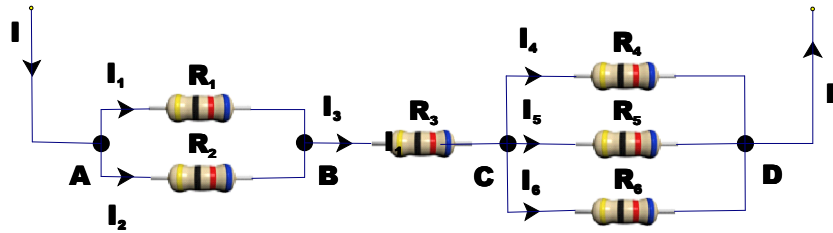
Prolaskom struje kroz bilo koji otpornik ili vodič, na otporniku ili vodiču nastaje pad napona jednak umnošku jakosti struje i otpora među mjernim točkama.

**Kirchhoffov zakon**

U svakom čvoru električne mreže zbroj električnih struja koje ulaze u čvor jednak je zbroju struja koje izlaze iz čvora, tj. zbroj struja u svakom čvorištu strujnog kruga mora biti nula.

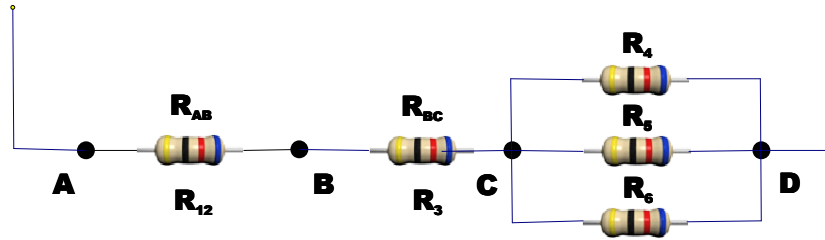
Shemu otpornika postupno možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom.





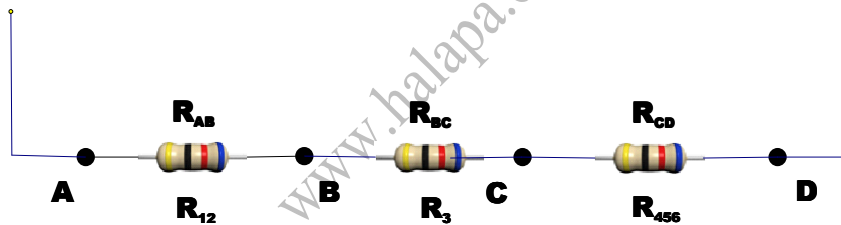
Otpornici  $R_1$  i  $R_2$  usporedno su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{AB} = R_{12}$ .

$$R_{AB} = R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \Omega \cdot 6 \Omega}{3 \Omega + 6 \Omega} = 2 \Omega.$$



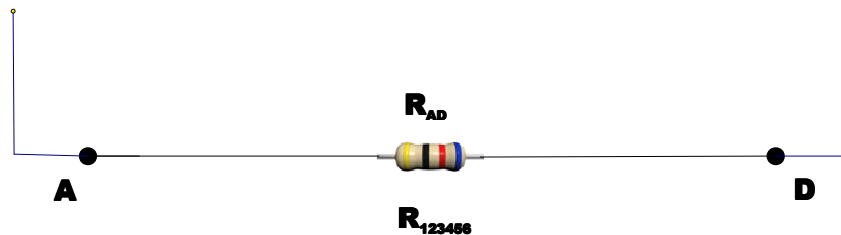
Otpornici  $R_4$ ,  $R_5$  i  $R_6$  usporedno su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{CD} = R_{456}$ .

$$R_{CD} = R_{456} = \frac{R_4 \cdot R_5 \cdot R_6}{R_4 \cdot R_5 + R_4 \cdot R_6 + R_5 \cdot R_6} = \frac{5 \Omega \cdot 10 \Omega \cdot 5 \Omega}{5 \Omega \cdot 10 \Omega + 5 \Omega \cdot 5 \Omega + 10 \Omega \cdot 5 \Omega} = 2 \Omega.$$



Otpornici  $R_{AB}$ ,  $R_{BC}$  i  $R_{CD}$  serijski su spojeni pa ih možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom  $R_{AD}$ .

$$R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 2 \Omega + 3 \Omega + 2 \Omega = 7 \Omega.$$



Našavši ukupni otpor  $R_{AD}$  strujnog kruga, pomoću Ohmovog zakona, izračunamo jakost struje  $I$  u krugu.

$$I = \frac{U_{AD}}{R_{AD}} = \frac{49 \Omega}{7 \Omega} = 7 \Omega.$$

Dakle, ekvivalentni otpor između točaka:

- **A i B** je  $R_{AB} = R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2 \Omega$

- **B i C** je  $R_{BC} = R_3 = 3 \Omega$
- **C i D** je  $R_{CD} = R_{456} = \frac{R_4 \cdot R_5 \cdot R_6}{R_4 \cdot R_5 + R_4 R_5 + R_5 \cdot R_6} = 2 \Omega$ .

Pad napona između točaka:

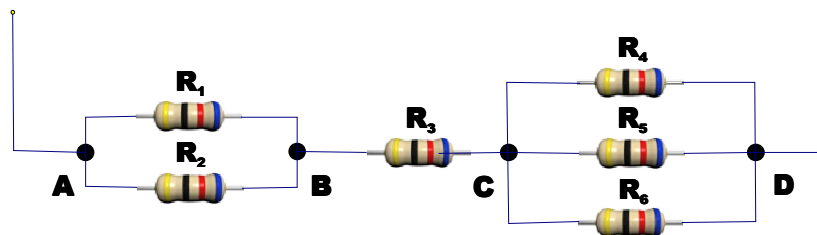
- **A i B** je  $U_{AB} = I \cdot R_{AB}$
- **B i C** je  $U_{BC} = I \cdot R_{BC}$
- **C i D** je  $U_{CD} = I \cdot R_{CD}$ .

Sada računamo jakost struje u pojedinim vodičima povezanim u strujni krug prema shemi na slici.

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} U_{AB} &= I \cdot R_{AB} \\ I_1 &= \frac{U_{AB}}{R_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = \frac{I \cdot R_{AB}}{R_1} = \frac{7 \text{ A} \cdot 2 \Omega}{3 \Omega} = 4.67 \text{ A.} \\
 & \left. \begin{aligned} U_{AB} &= I \cdot R_{AB} \\ I_2 &= \frac{U_{AB}}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_2 = \frac{I \cdot R_{AB}}{R_2} = \frac{7 \text{ A} \cdot 2 \Omega}{6 \Omega} = 2.33 \text{ A.} \\
 & \left. \begin{aligned} U_{BC} &= I \cdot R_{BC} \\ I_3 &= \frac{U_{BC}}{R_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_3 = \frac{I \cdot R_{BC}}{R_3} = \frac{7 \text{ A} \cdot 3 \Omega}{3 \Omega} = 7 \text{ A.} \\
 & \left. \begin{aligned} U_{CD} &= I \cdot R_{CD} \\ I_4 &= \frac{U_{CD}}{R_4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_4 = \frac{I \cdot R_{CD}}{R_4} = \frac{7 \text{ A} \cdot 2 \Omega}{5 \Omega} = 2.80 \text{ A.} \\
 & \left. \begin{aligned} U_{CD} &= I \cdot R_{CD} \\ I_5 &= \frac{U_{CD}}{R_5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_5 = \frac{I \cdot R_{CD}}{R_5} = \frac{7 \text{ A} \cdot 2 \Omega}{10 \Omega} = 1.40 \text{ A.} \\
 & \left. \begin{aligned} U_{CD} &= I \cdot R_{CD} \\ I_6 &= \frac{U_{CD}}{R_6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_6 = \frac{I \cdot R_{CD}}{R_6} = \frac{7 \text{ A} \cdot 2 \Omega}{5 \Omega} = 2.80 \text{ A.}
 \end{aligned}$$

### Vježba 168

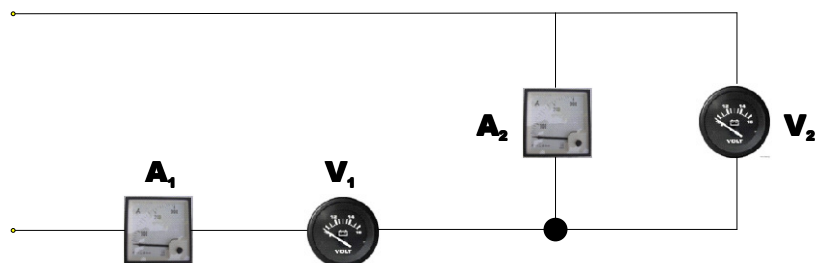
Odredite jakost struje u strujnom krugu prema shemi na slici, ako je  $U_{AD} = 63 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_3 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$ ,  $R_5 = 10 \Omega$  i  $R_6 = 5 \Omega$ .



**Rezultat:** 9 A.

### Zadatak 169 (Marija, gimnazija)

U shemu prikazanu na slici uključena su dva mikroampermetra i dva jednaka voltmetra. Mikroampermetri pokazuju vrijednosti  $I_1 = 100 \mu\text{A}$  i  $I_2 = 99 \mu\text{A}$ . Voltmetar  $V_1$  pokazuje  $U_1 = 10 \text{ V}$ . Koliki napon pokazuje voltmetar  $V_2$ ?



### Rješenje 169

$$I_1 = 100 \mu\text{A} = 10^{-4} \text{ A}, \quad I_2 = 99 \mu\text{A} = 9.9 \cdot 10^{-5} \text{ A}, \quad U_1 = 10 \text{ V}, \quad U_2 = ?$$

**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

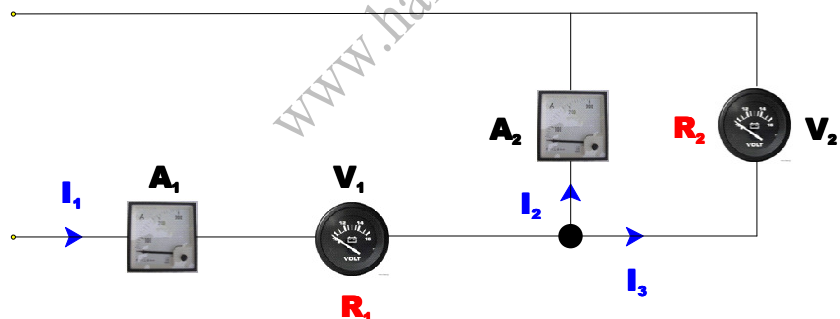
$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je  $I$  jakost struje kroz strujni krug u amperima (A),  $U$  napon izvora u voltima (V),  $R$  ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Prolaskom struje kroz bilo koji otpornik ili vodič, na otporniku ili vodiču nastaje pad napona jednak umnošku jakosti struje i otpora među mjernim točkama.

**Kirchhoffov zakon**

U svakom čvoru električne mreže zbroj električnih struja koje ulaze u čvor jednak je zbroju struja koje izlaze iz čvora, tj. zbroj struja u svakom čvorištu strujnog kruga mora biti nula.



Otpor  $R_1$  voltmetra  $V_1$  iznosi:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10 \text{ V}}{10^{-4} \text{ A}} = 10^5 \Omega.$$

Budući da su voltmetri  $V_1$  i  $V_2$  jednaki imaju jednake otpore.

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = R_1 \\ R_1 = 10^5 \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow R_2 = 10^5 \Omega.$$

Pomoću Kirchhoffova zakona izračuna se struja  $I_3$  koja prolazi voltmetrom  $V_2$ .

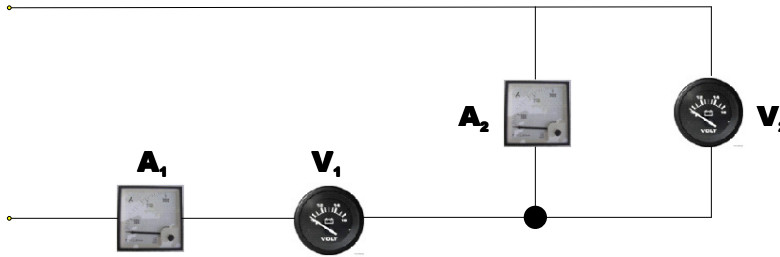
$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 10^{-4} \text{ A} - 9.9 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 10^{-6} \text{ A}.$$

Napon  $U_2$  koji pokazuje voltmetar  $V_2$  jednak je

$$U_2 = I_3 \cdot R_2 = 10^{-6} \text{ A} \cdot 10^5 \Omega = 10^{-1} \text{ V} = 0.1 \text{ V}.$$

### Vježba 169

U shemu prikazanu na slici uključena su dva mikroampermetra i dva jednaka voltmetra. Mikroampermetri pokazuju vrijednosti  $I_1 = 100 \mu\text{A}$  i  $I_2 = 90 \mu\text{A}$ . Voltmetar  $V_1$  pokazuje  $U_1 = 10 \text{ V}$ . Koliki napon pokazuje voltmetar  $V_2$ ?



**Rezultat:** 1 V.

### Zadatak 170 (DJ, gimnazija)

Bakrena žica duljine 1000 m ima otpor  $1 \Omega$ . Kolika je masa žice? Otpornost bakra je  $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , a gustoća  $8900 \text{ kg/m}^3$ .

#### Rješenje 170

$l = 1000 \text{ m}$ ,  $R = 1 \Omega$ ,  $\rho_1 = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  – otpornost,  $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$  – gustoća,  $m = ?$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

#### Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak ploštine osnovke (baze)  $S$  i visine  $v$  imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Prvo odredimo poprečni presjek  $S$  žice.

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho_2 \cdot V \\ V = S \cdot l \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow m = \rho_2 \cdot S \cdot l \Rightarrow \rho_2 \cdot S \cdot l = m \Rightarrow \rho_2 \cdot S \cdot l = m / \frac{1}{\rho_2 \cdot l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{m}{\rho_2 \cdot l}.$$

Iz formule za električnu otpornost dobije se masa  $m$  žice.

$$\left. \begin{array}{l} R = \rho_1 \cdot \frac{l}{S} \\ S = \frac{m}{\rho_2 \cdot l} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow R = \rho_1 \cdot \frac{l}{\frac{m}{\rho_2 \cdot l}} \Rightarrow R = \rho_1 \cdot \frac{l}{m} \cdot \frac{l}{\rho_2 \cdot l} \Rightarrow R = \rho_1 \cdot \frac{l^2 \cdot \rho_2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \rho_1 \cdot \frac{l^2 \cdot \rho_2}{m} / \cdot \frac{m}{R} \Rightarrow m = \rho_1 \cdot \frac{l^2 \cdot \rho_2}{R} = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{(1000 \text{ m})^2 \cdot 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 \Omega} = 151.30 \text{ kg}.$$

### Vježba 170

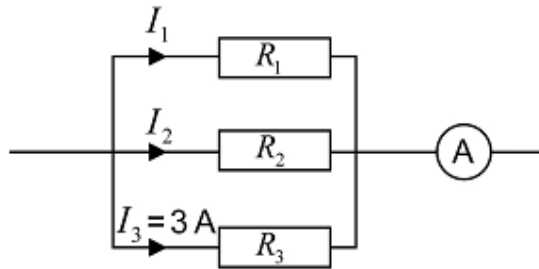
Bakrena žica duljine 2000 m ima otpor  $1 \Omega$ . Kolika je masa žice? Otpornost bakra je  $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , a gustoća  $8900 \text{ kg/m}^3$ .

**Rezultat:** 605.20 kg.

### Zadatak 171 (Ana, gimnazija)

Na crtežu je prikazan dio strujnog kruga. Omjer otpora je  $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 4$ . Struja koja prolazi kroz otpornik  $R_3$  iznosi  $I_3 = 3 \text{ A}$ . Koliku struju pokazuje ampermetar A?

- A. 3 A      B. 6 A      C. 12 A      D. 21 A



### Rješenje 171

$$R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 4, \quad I_3 = 3 \text{ A}, \quad I = ?$$

Pri usporednom (paralelnom) spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Jakosti struja u pojedinim granama odnose se obrnuto razmjerno s otporima vodiča u tim granama, tj.

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}.$$

Iz omjera otpora

$$R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 4$$

vidi se da je:

- otpor  $R_1$  četiri puta manji od otpora  $R_3$

$$R_1 : R_3 = 1 : 4$$

- otpor  $R_2$  dva puta manji od otpora  $R_3$

$$R_2 : R_3 = 2 : 4.$$

Zato je:

- struja  $I_1$  četiri puta veća od struje  $I_3$

$$I_1 = 4 \cdot I_3 = 4 \cdot 3 \text{ A} = 12 \text{ A}$$

- struja  $I_2$  dva puta veća od struje  $I_3$

$$I_2 = 2 \cdot I_3 = 2 \cdot 3 \text{ A} = 6 \text{ A}.$$

Ukupna struja  $I$  koju pokazuje ampermetar iznosi:

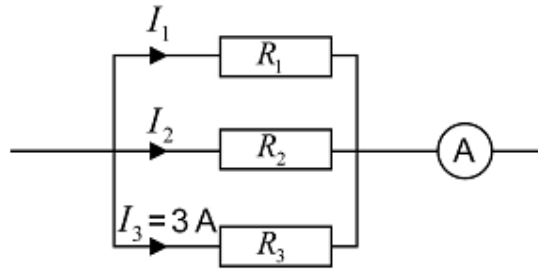
$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 12 \text{ A} + 6 \text{ A} + 3 \text{ A} = 21 \text{ A}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 171

Na crtežu je prikazan dio strujnog kruga. Omjer otpora je  $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 3 : 6$ . Struja koja prolazi kroz otpornik  $R_3$  iznosi  $I_3 = 3 \text{ A}$ . Koliku struju pokazuje ampermetar A?

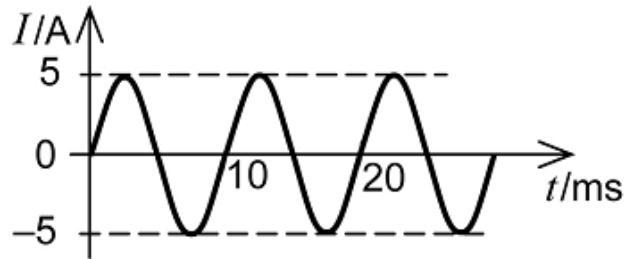
- A. 12 A      B. 15 A      C. 21 A      D. 27 A



**Rezultat:** D.

**Zadatak 172 (Hana, medicinska škola)**

Otpornik otpora  $100 \Omega$  spojen je u krug izmjenične struje. Graf prikazuje struju koja prolazi kroz otpornik u ovisnosti o vremenu. Koliki je maksimalni napon na otporniku?



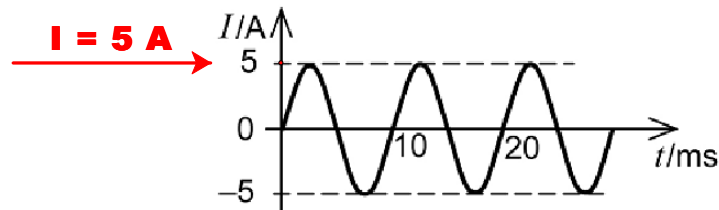
- A. 5 V    B. 10 V    C. 50 V    D. 500 V

**Rješenje 172**

$R = 100 \Omega, \quad I = 5 \text{ A}, \quad U = ?$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$



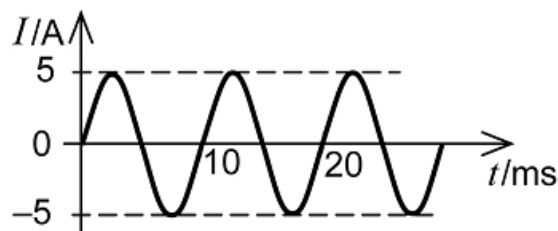
Graf prikazuje struju koja prolazi kroz otpornik u ovisnosti o vremenu i njezina maksimalna vrijednost je  $I = 5 \text{ A}$ . Maksimalni napon na otporniku iznosi:

$U = I \cdot R = 5 \text{ A} \cdot 100 \Omega = 500 \text{ V}.$

Odgovor je pod D.

**Vježba 172**

Otpornik otpora  $10 \Omega$  spojen je u krug izmjenične struje. Graf prikazuje struju koja prolazi kroz otpornik u ovisnosti o vremenu. Koliki je maksimalni napon na otporniku?



A. 5 V      B. 10 V      C. 50 V      D. 500 V

**Rezultat:** C.

**Zadatak 173 (Ivan, tehnička škola)**

Grijač predviđen za 220 V ima snagu 750 W. Koliko će se posto smanjiti snaga grijača ako napon padne na 210 V? Pretpostavite da se pritom ne promijeni otpor grijača.

**Rješenje 173**

$$U_1 = 220 \text{ V}, \quad P_1 = 750 \text{ W}, \quad U_2 = 210 \text{ V}, \quad R_1 = R_2 = R, \quad p = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

Kako zapisati "za koliko se posto veličina  $a_2$  smanjila u odnosu na istovrsnu veličinu  $a_1$ "?

$$p = \frac{\Delta a}{a_1} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{a_1 - a_2}{a_1} \cdot 100\%.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ p = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100\% \right] \Rightarrow p = \frac{\frac{U_1^2}{R} - \frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{\frac{U_1^2 - U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \left( \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1^2} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left( \frac{U_1^2}{U_1^2} - \frac{U_2^2}{U_1^2} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left( 1 - \frac{U_2^2}{U_1^2} \right) \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \left( 1 - \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left( 1 - \left( \frac{210 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right)^2 \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = 8.88\%.$$

2. inačica

Izračunamo otpor grijača.

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} \Rightarrow P_1 = \frac{U_1^2}{R} \cdot \frac{R}{P_1} \Rightarrow R = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{(220 \text{ V})^2}{750 \text{ W}} = 64.53 \Omega.$$

Kada napon padne na 210 V snaga će, uz jednaki otpor grijača, iznositi:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R} = \frac{(210 \text{ V})^2}{64.53 \Omega} = 683.40 \text{ W}.$$

Računamo postotak smanjenja snage grijača.

$$p = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{750 \text{ W} - 683.40 \text{ W}}{750 \text{ W}} \cdot 100\% \Rightarrow p = 8.88\%.$$

### Vježba 173

Grijač predviđen za 220 V ima snagu 750 W. Koliko će se posto smanjiti snaga grijača ako napon padne na 215 V? Pretpostavite da se pritom ne promijeni otpor grijača.

**Rezultat:** 4.49%.

### Zadatak 174 (Mario, gimnazija)

Koliki je otpor željezne cijevi vanjskog promjera 25.6 mm, unutarnjeg promjera 23.4 mm, duljine 10 m? (električna otpornost željeza  $\rho = 0.1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ )

### Rješenje 174

$$2 \cdot r_1 = 25.6 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = 12.8 \text{ mm} = 0.0128 \text{ m}, \quad 2 \cdot r_2 = 23.4 \text{ mm} \Rightarrow r_2 = 11.7 \text{ mm} = 0.0117 \text{ m}, \quad l = 10 \text{ m}, \quad \rho = 0.1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}, \quad R = ?$$

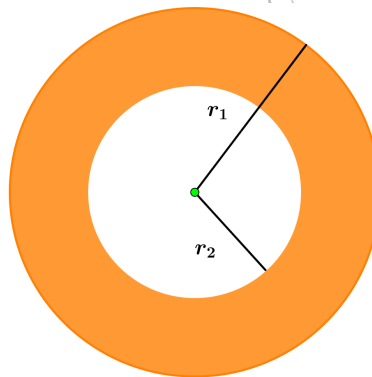
Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

### Površina kružnog vijenca

Neka su zadane dvije koncentrične kružnice polumjera  $r_1$  i  $r_2$  ( $r_1 > r_2$ ), tj. kružnice s istim središtem. Kružni vijenac je dio ravnine omeđen tim kružnicama i njegova površina računa se po formuli:

$$S = (r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi.$$



Otpor željezne cijevi iznosi:

$$\left. \begin{aligned} S &= (r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi \\ R &= \rho \cdot \frac{l}{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{l}{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi} =$$

$$= 10^{-7} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{10 \text{ m}}{\left( (0.0128 \text{ m})^2 - (0.0117 \text{ m})^2 \right) \cdot \pi} = 0.012 \Omega.$$

### Vježba 174

Koliki je otpor željezne cijevi vanjskog promjera 25.6 mm, unutarnjeg promjera 23.4 mm, duljine 20 m? (električna otpornost željeza  $\rho = 0.1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ )

**Rezultat:** 0.025  $\Omega$ .



### Zadatak 175 (Mario, gimnazija)

Pad napona na krajevima 100 m dugog bakrenog vodiča iznosi 1.02 V. Koncentracija slobodnih elektrona je  $8.4 \cdot 10^{22}$  po  $\text{cm}^3$ , otpornost  $17 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ . Kolika je brzina elektrona? (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

#### Rješenje 175

$$l = 100 \text{ m}, \quad U = 1.02 \text{ V}, \quad n = 8.4 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 8.4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}, \\ \rho = 17 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m} = 17 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad v = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R},$$

gdje je U razlika potencijala (napon) na krajevima vodiča, a R otpor vodiča. Iz te formule izlazi da je razlika potencijala (pad napona) U na dijelu strujnog kruga otpora R jednak

$$U = I \cdot R.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Vodičem površine presjeka S, u kojem ima n slobodnih elektrona po jedinici volumena naboja e i koji se djelovanjem električnog polja gibaju brzinom v, teče struja jakosti:

$$I = n \cdot e \cdot v \cdot S.$$

Računamo brzinu elektrona.

$$\left. \begin{array}{l} I = n \cdot e \cdot v \cdot S \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \\ U = I \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow U = n \cdot e \cdot v \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow U = n \cdot e \cdot v \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow U = n \cdot e \cdot v \cdot \rho \cdot l \Rightarrow \\ \Rightarrow n \cdot e \cdot v \cdot \rho \cdot l = U \Rightarrow n \cdot e \cdot v \cdot \rho \cdot l = U \cdot \frac{1}{n \cdot e \cdot \rho \cdot l} \Rightarrow v = \frac{U}{n \cdot e \cdot \rho \cdot l} = \\ = \frac{1.02 \text{ V}}{8.4 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 17 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m} \cdot 100 \text{ m}} = 4.46 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 175

Pad napona na krajevima 200 m dugog bakrenog vodiča iznosi 2.04 V. Koncentracija slobodnih elektrona je  $8.4 \cdot 10^{22}$  po  $\text{cm}^3$ , otpornost  $17 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ . Kolika je brzina elektrona? (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $4.46 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

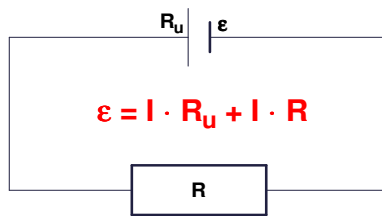
### Zadatak 176 (Tomer181, tehnička škola)

Električni izvor ima elektromotorni napon 12 V i unutarnji otpor 0.6  $\Omega$ . Na izvor je priključen otpornik 10  $\Omega$ . Odrediti jakost struje i napon.

#### Rješenje 176

$$\varepsilon = 12 \text{ V}, \quad R_u = 0.6 \Omega, \quad R_v = 10 \Omega, \quad I = ?, \quad U = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $U = I \cdot R$ ) u vanjskom krugu:



$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_u + U_v.$$

Računamo struju u strujnom krugu.

$$\begin{aligned} \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) &\Rightarrow I \cdot (R_u + R_v) = \varepsilon \Rightarrow I \cdot (R_u + R_v) = \varepsilon \cdot \frac{1}{R_u + R_v} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v} = \\ &= \frac{12 \text{ V}}{0.6 \Omega + 10 \Omega} = 1.132 \text{ A}. \end{aligned}$$

Tada je:

- pad napona na unutarnjem otporu izvora:

$$U_u = I \cdot R_u = 1.132 \text{ A} \cdot 0.6 \Omega = 0.68 \text{ V}$$

- pad napona u vanjskom krugu:

$$U_v = I \cdot R_v = 1.132 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 11.32 \text{ V}$$

ili

$$U_u + U_v = \varepsilon \Rightarrow U_v = \varepsilon - U_u = 12 \text{ V} - 0.68 \text{ V} = 11.32 \text{ V}.$$

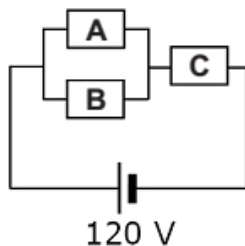
### Vježba 176

Električni izvor ima elektromotorni napon 24 V i unutarnji otpor 1.2 Ω. Na izvor je priključen otpornik 20 Ω. Odrediti jakost struje.

**Rezultat:** 11.32 V.

### Zadatak 177 (Jurica, gimnazija)

U krug istosmjernje struje napona 120 V uključena su tri jednaka otpornika, otpornik A, otpornik B i otpornik C, kao što je prikazano na crtežu. Odredite napon na krajevima svakoga otpornika.



### Rješenje 177

$$U = 120 \text{ V}, \quad R_A = R_B = R_C = R, \quad U_A = ?, \quad U_B = ?, \quad U_C = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pad napona  $U$  na nekom otporniku otpora  $R$  razmjernan je jakosti struje  $I$  i otporu.

$$U = I \cdot R.$$

Pri paralelnom spajanju vodiča pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Ukupni je otpor od  $n$  serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni pad napona na serijskome spoju jednak je zbroju pojedinih padova napona.

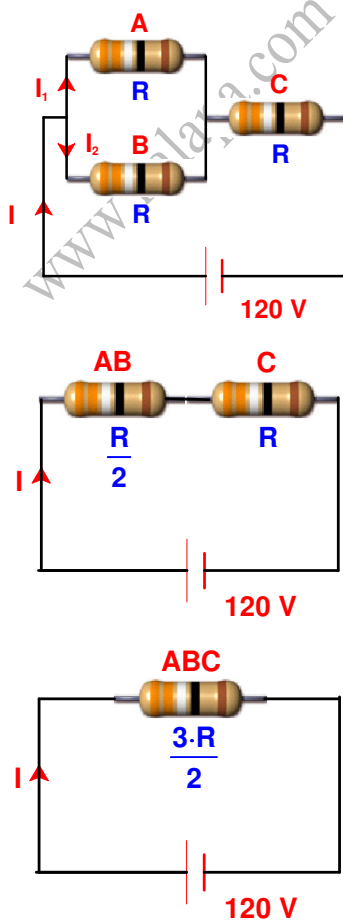
$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n.$$

Vodiče možemo spajati u seriju i paralelno. Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti. Pri usporednom (paralelnom) spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Jakosti struja u pojedinim granama odnose se obrnuto razmjerno s otporima vodiča u tim granama, tj.

$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots : I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \dots : \frac{1}{R_n}.$$



1.inačica

Otpornici A i B spojeni su paralelno pa njihov ekvivalentni otpor  $R_{AB}$  iznosi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

Padovi napona na otpornicima AB i C su:

$$\left. \begin{array}{l} U_{AB} = I \cdot R_{AB} \\ U_C = I \cdot R_C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_{AB} = I \cdot \frac{R}{2} \\ U_C = I \cdot R \end{array} \right\}$$

Iz kvocijenta napona  $U_C$  i  $U_{AB}$  dobije se:

$$\frac{U_C}{U_{AB}} = \frac{I \cdot R}{I \cdot \frac{R}{2}} \Rightarrow \frac{U_C}{U_{AB}} = \frac{I \cdot R}{I \cdot \frac{R}{2}} \Rightarrow \frac{U_C}{U_{AB}} = 2 \Rightarrow \frac{U_C}{U_{AB}} = 2 \cdot U_{AB} \Rightarrow U_C = 2 \cdot U_{AB}$$

Budući da je zbroj padova napona u strujnome krugu jednak ukupnom naponu, za strujni krug prikazan na slici je

$$U_{AB} + U_C = U$$

pa vrijedi sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} U_{AB} + U_C = U \\ U_C = 2 \cdot U_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_{AB} + U_C = 120 \\ U_C = 2 \cdot U_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow U_{AB} + 2 \cdot U_{AB} = 120 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot U_{AB} = 120 \Rightarrow 3 \cdot U_{AB} = 120 \text{ } /: 3 \Rightarrow U_{AB} = 40 \text{ V.}$$

Računamo  $U_C$ .

$$\left. \begin{array}{l} U_{AB} = 40 \text{ V} \\ U_C = 2 \cdot U_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow U_C = 2 \cdot 40 \text{ V} = 80 \text{ V.}$$

Padovi napona kod paralelnog spoja međusobno su jednaki i zato je:

$$U_{AB} = 40 \text{ V} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_A = 40 \text{ V} \\ U_B = 40 \text{ V} \end{array} \right\}$$

2. inačica

Otpornici A i B spojeni su paralelno pa njihov ekvivalentni otpor  $R_{AB}$  iznosi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

Otpornici AB i C spojeni su serijski pa je ukupni otpor  $R_{ABC}$  strujnog kruga jednak:

$$R_{ABC} = R_{AB} + R_C \Rightarrow R_{ABC} = \frac{R}{2} + R \Rightarrow R_{ABC} = \frac{3 \cdot R}{2}$$

Struja u električnom krugu je:

$$I = \frac{U}{R_{ABC}} \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{40}{\frac{R}{2}} \Rightarrow I = \frac{80}{R}$$

Pad napona  $U_C$  ima vrijednost:

$$U_C = I \cdot R_C \Rightarrow U_C = \frac{80}{R} \cdot R \Rightarrow U_C = \frac{80}{R} \cdot R \Rightarrow U_C = 80 \text{ V.}$$

Pad napona  $U_{AB}$  iznosi:

$$U_{AB} + U_C = U \Rightarrow U_{AB} = U - U_C = 120 \text{ V} - 80 \text{ V} = 40 \text{ V.}$$

Padovi napona kod paralelnog spoja međusobno su jednaki i zato je:

$$U_{AB} = 40 \text{ V} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_A = 40 \text{ V} \\ U_B = 40 \text{ V} \end{array} \right\}$$

3. inačica

Otpornici A i B spojeni su paralelno pa njihov ekvivalentni otpor  $R_{AB}$  iznosi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

Otpornici AB i C spojeni su serijski pa je ukupni otpor  $R_{ABC}$  strujnog kruga jednak:

$$R_{ABC} = R_{AB} + R_C \Rightarrow R_{ABC} = \frac{R}{2} + R \Rightarrow R_{ABC} = \frac{3 \cdot R}{2}$$

Struja u električnom krugu je:

$$I = \frac{U}{R_{ABC}} \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{\frac{3 \cdot R}{2}} \Rightarrow I = \frac{120}{3 \cdot R} \Rightarrow I = \frac{40}{R} \Rightarrow I = \frac{80}{R}$$

Za struje  $I_1$  i  $I_2$  vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = \frac{1}{R_A} : \frac{1}{R_B} \\ I_1 + I_2 = I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = \frac{1}{R} : \frac{1}{R} \\ I_1 + I_2 = \frac{80}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = 1 \\ I_1 + I_2 = \frac{80}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = I_2 \\ I_1 + I_2 = \frac{80}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

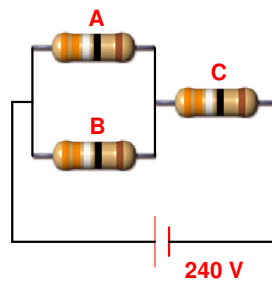
$$\Rightarrow I_1 + I_2 = \frac{80}{R} \Rightarrow 2 \cdot I_2 = \frac{80}{R} \Rightarrow 2 \cdot I_2 = \frac{80}{R} \quad /: 2 \Rightarrow I_2 = \frac{40}{R} \Rightarrow I_1 = \frac{40}{R}$$

Računamo padove napona na otpornicima A, B i C.

$$\left. \begin{array}{l} U_A = I_1 \cdot R_A \\ U_B = I_2 \cdot R_B \\ U_C = I \cdot R_C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_A = \frac{40}{R} \cdot R \\ U_B = \frac{40}{R} \cdot R \\ U_C = \frac{80}{R} \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_A = \frac{40}{R} \cdot R \\ U_B = \frac{40}{R} \cdot R \\ U_C = \frac{80}{R} \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_A = 40 \text{ V} \\ U_B = 40 \text{ V} \\ U_C = 80 \text{ V} \end{array} \right\}$$

### Vježba 177

U krug istosmjerne struje napona 240 V uključena su tri jednaka otpornika, otpornik A, otpornik B i otpornik C, kao što je prikazano na crtežu. Odredite napon na krajevima svakoga otpornika.



**Rezultat:**  $U_A = 80 \text{ V}$ ,  $U_B = 80 \text{ V}$ ,  $U_C = 160 \text{ V}$ .

### Zadatak 178 (Mario, tehnička škola)

Grijalica predviđena za napon  $U$  ima  $n$  spirala od kojih svaka pri radnoj temperaturi ima otpor  $R$ . Koliku će snagu trošiti grijalica ako je svih  $n$  spirala spojeno paralelno?

#### Rješenje 178

$$U, \quad n, \quad R_1 = R_2 = \dots = R_n = R, \quad P = ?$$

Ukupni otpor  $R$  što ga pruža  $n$  vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je  $U$  napon na krajevima trošila,  $R$  otpor trošila.

U slučaju paralelnog spoja  $n$  jednakih otpornika ekvivalentni je otpor  $R_e$ :

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{n}{R} \Rightarrow R_e = \frac{R}{n}.$$

Snaga koju troši grijalica iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{U^2}{R_e} \\ R_e = \frac{R}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{U^2}{\frac{R}{n}} \Rightarrow P = \frac{U^2}{\frac{R}{n}} \Rightarrow P = \frac{n \cdot U^2}{R} \Rightarrow P = n \cdot \frac{U^2}{R}.$$

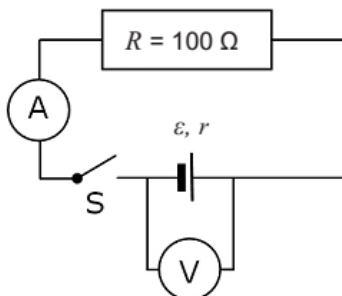
### Vježba 178

Grijalica predviđena za napon  $220 \text{ V}$  ima  $2$  spirale od kojih svaka pri radnoj temperaturi ima otpor  $100 \Omega$ . Koliku će snagu trošiti grijalica ako su spirale spojene paralelno?

**Rezultat:**  $P = 968 \text{ W}$ .

### Zadatak 179 (Tina, gimnazija)

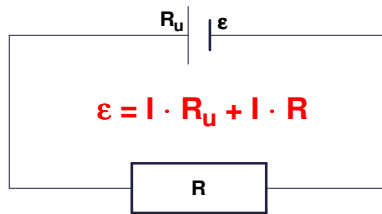
Otpornik otpora  $R = 100 \Omega$  preko sklopke  $S$  spojen je na izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $r$ , kao što je prikazano na crtežu. Ako je sklopka  $S$  otvorena, voltmetar pokazuje  $4.5 \text{ V}$ . Ako je sklopka zatvorena, ampermetar pokazuje  $0.04 \text{ A}$ . Pretpostavite da su ampermetar i voltmetar idealni. Koliki je unutarnji otpor baterije  $r$ ?



#### Rješenje 179

$$R = 100 \Omega, \quad \varepsilon = 4.5 \text{ V}, \quad I = 0.04 \text{ A}, \quad r = ?$$

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.



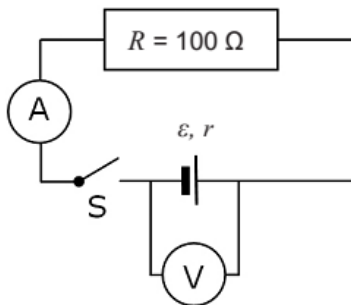
$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Iz uvjeta zadatka dobije:

$$\begin{aligned} \varepsilon = I \cdot (R + r) &\Rightarrow I \cdot (R + r) = \varepsilon \Rightarrow I \cdot (R + r) = \varepsilon \cdot \frac{1}{I} \Rightarrow R + r = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow \\ \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I} - R &= \frac{4.5 \text{ V}}{0.04 \text{ A}} - 100 \Omega = 12.5 \Omega. \end{aligned}$$

### Vježba 179

Otpornik otpora  $R = 100 \Omega$  preko sklopke  $S$  spojen je na izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $r$ , kao što je prikazano na crtežu. Ako je sklopka  $S$  otvorena, voltmetar pokazuje 9 V. Ako je sklopka zatvorena, ampermetar pokazuje 0.08 A. Pretpostavite da su ampermetar i voltmetar idealni. Koliki je unutarnji otpor baterije  $r$ ?



**Rezultat:**  $r = 12.5 \Omega$ .

### Zadatak 180 (Martin, tehnička škola)

Za koliko će posto pasti snaga uređaja ako napon padne za 20%, a otpor se pritom smanji za 5%?

#### Rješenje 180

$$U, \quad U_1 = U - 20\% \cdot U = U - 0.20 \cdot U = 0.80 \cdot U, \quad R, \quad R_1 = R - 5\% \cdot R = R - 0.05 \cdot R = 0.95 \cdot R, \quad P, \quad P_1 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je  $U$  napon između krajeva promatranog trošila,  $R$  otpor tog trošila.

Izrazit ćemo novu snagu uređaja  $P_1$  pomoću stare snage  $P$ .

$$\begin{aligned} P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} &\Rightarrow P_1 = \frac{(0.80 \cdot U)^2}{0.95 \cdot R} \Rightarrow P_1 = \frac{0.80^2 \cdot U^2}{0.95 \cdot R} \Rightarrow P_1 = \frac{0.80^2}{0.95} \cdot \frac{U^2}{R} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[ P = \frac{U^2}{R} \right] &\Rightarrow P_1 = \frac{0.80^2}{0.95} \cdot P \Rightarrow P_1 = 0.6737 \cdot P \Rightarrow P_1 = P - 0.3263 \cdot P \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_1 = P - 32.63\% \cdot P \Rightarrow P_1 = P - 32.63\% \cdot P. \end{aligned}$$

Snaga će pasti za 32.63%.

**Vježba 180**

Za koliko će postojati snaga uređaja ako napon padne za 10%, a otpor se pritom smanji za 5%?

**Rezultat:** Snaga će pasti za 14.74%.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)