

### Zadatak 141 (Blowndiff, gimnazija)

Četiri otpornika otpora  $1 \Omega$ ,  $2 \Omega$ ,  $3 \Omega$  i  $4 \Omega$  spojena su tako na izvor stalnog napona da je njihov ukupni otpor  $1 \Omega$ . Kolika struja prolazi kroz otpornik otpora  $2 \Omega$ , ako kroz otpornik od  $3 \Omega$  prolazi struja jakosti  $3 \text{ A}$ ?

### Rješenje 141

$R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$ ,  $R_4 = 4 \Omega$ ,  $R = 1 \Omega$ ,  $I_3 = 3 \text{ A}$ ,  $I_2 = ?$   
Ukupni je otpor od  $n$  serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni otpor  $R$  što ga pruža  $n$  vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Pri paralelnom spajanju vodiča pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

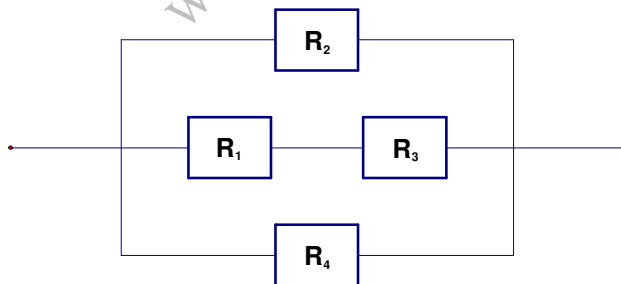
Vodiče možemo spajati u seriju i paralelno. Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti. Pri usporednom (paralelnom) spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Jakosti struja u pojedinim granama odnose se obrnuto razmjerno s otporima vodiča u tim granama, tj.

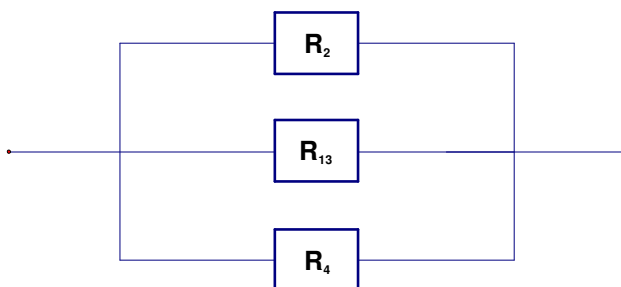
$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots : I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \dots : \frac{1}{R_n}.$$

Da bi rezultatni (ukupni) otpor četiri otpornika  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  iznosio  $1 \Omega$  moramo ih spojiti na sljedeći način.



Otpornici  $R_1$  i  $R_3$  spojeni su u seriju pa je njihov rezultatni otpor  $R_{13}$ .

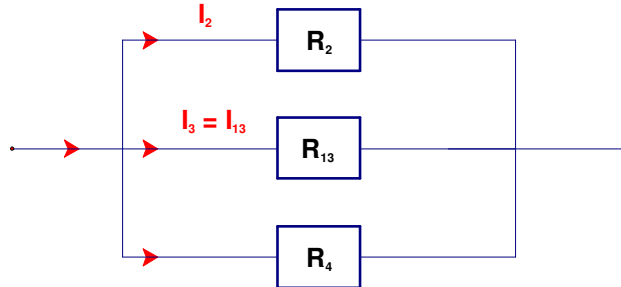
$$R_{13} = R_1 + R_3 = 1 \Omega + 3 \Omega = 4 \Omega.$$



Otpornici  $R_2$ ,  $R_{13}$  i  $R_4$  spojeni su u paralelu pa njihov rezultatni otpor  $R$  iznosi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{2+1+1}{4 \Omega} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{4}{4 \Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{4 \Omega}{4} \Rightarrow R = 1 \Omega.$$



Budući da kod serijskog spoja kroz sve otpornike prolazi jednaka struja, znači da kroz otpornike  $R_1$  i  $R_3$  teče struja jakosti 3 A. Kako je otpornik  $R_2$  dva puta manjeg otpora od otpornika  $R_{13}$  struja koja teče otpornikom  $R_2$  bit će dva puta veća, tj.

$$I_2 = 2 \cdot I_3 = 2 \cdot 3 \text{ A} = 6 \text{ A}.$$

### Vježba 141

Četiri otpornika otpora 1  $\Omega$ , 2  $\Omega$ , 3  $\Omega$  i 4  $\Omega$  spojena su tako na izvor stalnog napona da je njihov ukupni otpor 1  $\Omega$ . Kolika struja prolazi kroz otpornik otpora 2  $\Omega$ , ako kroz otpornik od 1  $\Omega$  prolazi struja jakosti 4 A?

**Rezultat:** 8 A.

### Zadatak 142 (Viky, gimnazija)

Električni grijač ima snagu  $P = 300 \text{ W}$  pri naponu  $U = 220 \text{ V}$ , a načinjen je od konstantana, žice promjera  $d = 0.2 \text{ mm}$ , otpornosti  $\rho = 0.5 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ . Izračunajte duljinu žice.

### Rješenje 142

$$P = 300 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad d = 2 \cdot r = 0.2 \text{ mm} \Rightarrow r = 0.1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m},$$

$$\rho = 0.5 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m} = 5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}, \quad l = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je  $U$  napon na krajevima trošila,  $R$  otpor trošila.

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Ploština kruga polumjera  $r$  dana je formulom

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Duljina  $l$  žice iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{U^2}{R} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{U^2}{\rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}} \Rightarrow P = \frac{U^2}{\frac{\rho \cdot l}{r^2 \cdot \pi}} \Rightarrow P = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot U^2}{\rho \cdot l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot U^2}{\rho \cdot l} \quad / \cdot \frac{l}{P} \Rightarrow l = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot U^2}{\rho \cdot P} = \frac{(10^{-4} \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot (220 \text{ V})^2}{5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m} \cdot 300 \text{ W}} = 10.14 \text{ m}.$$

### Vježba 142

Električni grijač ima snagu  $P = 0.3 \text{ kW}$  pri naponu  $U = 220 \text{ V}$ , a načinjen je od konstantana, žice promjera  $d = 0.2 \text{ mm}$ , otpornosti  $\rho = 0.5 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ . Izračunajte duljinu žice.

**Rezultat:** 10.14 m.

### Zadatak 143 (Maturantica, medicinska škola)

Kroz potrošač otpora  $160 \Omega$  jedan sat teče struja  $20 \text{ mA}$ . Kolika se toplina pritom oslobodi?

### Rješenje 143

$$R = 160 \Omega, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad I = 20 \text{ mA} = 0.02 \text{ A}, \quad W = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = I^2 \cdot R \cdot t,$$

gdje je  $R$  otpor tog trošila, a  $I$  struja.

Količina topline koja se pritom oslobodi iznosi:

$$E = I^2 \cdot R \cdot t = (0.02 \text{ A})^2 \cdot 160 \Omega \cdot 3600 \text{ s} = 230.4 \text{ J}.$$

### Vježba 143

Kroz potrošač otpora  $320 \Omega$  jedan sat teče struja  $20 \text{ mA}$ . Kolika se toplina pritom oslobodi?

**Rezultat:** 460.8 J.

### Zadatak 144 (Maturantica, medicinska škola)

Kad na bateriju elektromotornog napona  $24 \text{ V}$  priključimo otpornik od  $2 \Omega$  krugom prolazi struja  $10 \text{ A}$ . Kolika je struja kad je baterija kratko spojena?

### Rješenje 144

$$\varepsilon = 24 \text{ V}, \quad R_v = 2 \Omega, \quad I = 10 \text{ A}, \quad I_{ks} = ?$$

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Ako je vanjski otpor  $R_v = 0$ , krugom prolazi maksimalna struja koju nazivamo strujom kratkog spoja:

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u}.$$

Struja, kad je baterija kratko spojena, iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I \cdot (R_v + R_u) \\ I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varepsilon = I \cdot (R_v + R_u) \quad / \cdot \frac{1}{I} \\ I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_v + R_u = \frac{\varepsilon}{I} \\ I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_u = \frac{\varepsilon}{I} - R_v \\ I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I_{ks} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I} - R_v} = \frac{24 \text{ V}}{\frac{24 \text{ V}}{10 \text{ A}} - 2 \Omega} = 60 \text{ A}.$$

### Vježba 144

Kad na bateriju elektromotornog napona  $24 \text{ V}$  priključimo otpornik od  $2.2 \Omega$  krugom prolazi struja  $10 \text{ A}$ . Kolika je struja kad je baterija kratko spojena?

**Rezultat:** 120 A.

**Zadatak 145 (Maturantica, medicinska škola)**

Kroz dva paralelno spojena otpornika struje se odnose kao  $I_1 : I_2 = 1 : 4$ . Kolike su struje ako je ukupna struja kroz izvor jednaka 10 A?

**Rješenje 145**

$$I_1 : I_2 = 1 : 4, \quad I = 10 \text{ A}, \quad I_1 = ?, \quad I_2 = ?$$

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

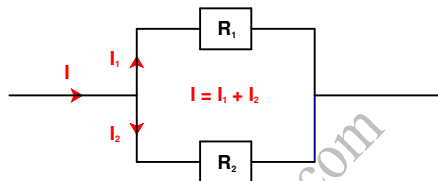
$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

**Prvo Kirchhoffovo pravilo**

Čvor je svaka točka u strujnom krugu gdje se struja može granati u barem tri vodiča. Struja koja ulazi u čvor jednaka je zbroju struja koje iz njega izlaze. Algebarski zbroj struja u čvoru jednak je nuli. Zbroj je struja koje ulaze u točku grananja jednak zbroju struja koje iz te točke izlaze.



1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = 1 : 4 \\ I = I_1 + I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_2 = 4 \cdot I_1 \\ I = I_1 + I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = I_1 + 4 \cdot I_1 \Rightarrow I = 5 \cdot I_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot I_1 = I \Rightarrow 5 \cdot I_1 = I / 5 \Rightarrow I_1 = \frac{I}{5} = \frac{10 \text{ A}}{5} = 2 \text{ A}.$$

Računamo struju  $I_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} I_2 = 4 \cdot I_1 \\ I_1 = 2 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 = 4 \cdot 2 \text{ A} = 8 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = 1 : 4 \\ I = I_1 + I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = t \\ I_2 = 4 \cdot t \\ I = I_1 + I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = t + 4 \cdot t \Rightarrow I = 5 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot t = I \Rightarrow 5 \cdot t = I / 5 \Rightarrow t = \frac{I}{5} = \frac{10 \text{ A}}{5} = 2 \text{ A}.$$

Struje  $I_1$  i  $I_2$  iznose:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = t \\ I_2 = 4 \cdot t \\ t = 2 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = 2 \text{ A} \\ I_2 = 4 \cdot 2 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = 2 \text{ A} \\ I_2 = 8 \text{ A} \end{array} \right\}.$$

**Vježba 145**

Kroz dva paralelno spojena otpornika struje se odnose kao  $I_1 : I_2 = 1 : 4$ . Kolike su struje ako je ukupna struja kroz izvor jednaka 20 A?

**Rezultat:**  $I_1 = 4 \text{ A}, I_2 = 16 \text{ A}.$

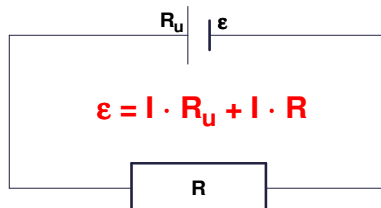
### Zadatak 146 (Ante, srednja škola)

U strujnom krugu s galvanskim člankom jedan otpornik stvara pad napona 2.5 V uz struju u krugu 2 A. Zamijenimo otpornik drugim koji ima pad napona 2 V uz struju 3 A. Koliki je unutarnji otpor izvora?

#### Rješenje 146

$$U_1 = 2.5 \text{ V}, \quad I_1 = 2 \text{ A}, \quad U_2 = 2 \text{ V}, \quad I_2 = 3 \text{ A}, \quad R_u = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $U = I \cdot R$ ) u vanjskom krugu:



$$\varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_u + U_v.$$

Iz uvjeta zadatka dobije se sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I_1 \cdot R_u + U_1 \\ \varepsilon = I_2 \cdot R_u + U_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow I_1 \cdot R_u + U_1 = I_2 \cdot R_u + U_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 \cdot R_u - I_2 \cdot R_u = U_2 - U_1 \Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot R_u = U_2 - U_1 \Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot R_u = U_2 - U_1 \cdot \frac{1}{I_1 - I_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} = \frac{2 \text{ V} - 2.5 \text{ V}}{2 \text{ A} - 3 \text{ A}} = 0.5 \Omega.$$

#### Vježba 146

U strujnom krugu s galvanskim člankom jedan otpornik stvara pad napona 3.5 V uz struju u krugu 2 A. Zamijenimo otpornik drugim koji ima pad napona 3 V uz struju 3 A. Koliki je unutarnji otpor izvora?

**Rezultat:**  $0.5 \Omega$ .

### Zadatak 147 (Ana, Mira, srednja škola)

Ampermetar ima mjerno područje 1 A i unutarnji otpor  $0.1 \Omega$ . Njime treba mjeriti struje iznosa do 3 A. Koliki je dodatni otpor potrebno spojiti s ampermetrom u strujnom krugu kako bi to bilo moguće?

#### Rješenje 147

$$I_1 = 1 \text{ A}, \quad R_u = 0.1 \Omega, \quad I = 3 \text{ A}, \quad R = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pad napona  $U$  na nekom otporniku otpora  $R$  razmjernan je jakosti struje  $I$  i otporu.

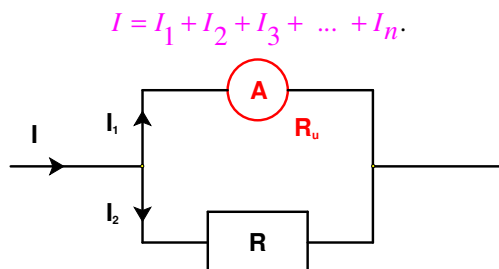
$$U = I \cdot R.$$

Pad napona na krajevima dva vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2.$$

Vodiče možemo spajati u seriju i paralelno. Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti. Pri usporednom (paralelnom) spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama

jednak je jakosti struje prije i poslije grananja



Dodatni otpor R mora se paralelno spojiti s ampermetrom pa struja kroz tu granu iznosi:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 = 3 \text{ A} - 1 \text{ A} = 2 \text{ A}.$$

Padovi napona na otporniku i ampermetru su:

$$U_R = I_2 \cdot R, \quad U_A = I_1 \cdot R_u.$$

Budući da su kod paralelnog spoja vodiča padovi napona na njihovim krajevima jednaki, vrijedi:

$$U_R = U_A \Rightarrow I_2 \cdot R = I_1 \cdot R_u \Rightarrow I_2 \cdot R = I_1 \cdot R_u \cdot \frac{1}{I_2} \Rightarrow R = \frac{I_1 \cdot R_u}{I_2} = \frac{1 \text{ A} \cdot 0.1 \Omega}{2 \text{ A}} = 0.05 \Omega.$$

### Vježba 147

Ampermetar ima mjerno područje 1 A i unutarnji otpor 0.2 Ω. Njime treba mjeriti struje iznosa do 3 A. Koliki je dodatni otpor potrebno spojiti s ampermetrom u strujnom krugu kako bi to bilo moguće?

**Rezultat:** 0.1 Ω.

### Zadatak 148 (TH, tehnička škola)

Dva otpornika otpora R i 4 · R, spojena su serijski s baterijom elektromotornog napona ε, unutarnjeg otpora R. Koliki je pad napona na otporniku otpora 4 · R?

A. ε      B.  $\frac{2}{3} \cdot \varepsilon$       C.  $\frac{1}{5} \cdot \varepsilon$       D.  $\frac{1}{6} \cdot \varepsilon$

### Rješenje 148

$$R_1 = R, \quad R_2 = 4 \cdot R, \quad \varepsilon, \quad R_u = R, \quad U_2 = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pad napona U na nekom otporniku otpora R razmjernan je jakosti struje I i otporu.

$$U = I \cdot R.$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Otpornici otpora  $R_1$  i  $R_2$  serijski su spojeni pa njihov ekvivalentni otpor  $R_v$  je:

$$R_v = R_1 + R_2 \Rightarrow R_v = R + 4 \cdot R \Rightarrow R_v = 5 \cdot R.$$

Iz Ohmovog zakona za cijeli strujni krug izračunamo struju I.

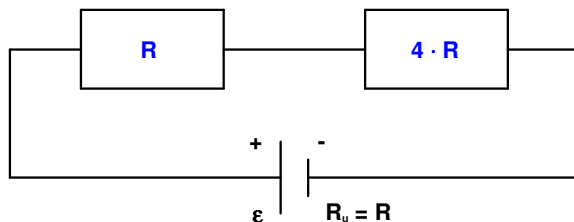
$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \cdot \frac{1}{R_u + R_v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + 5 \cdot R} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{6 \cdot R}.$$

Pad napona na otporniku otpora  $R_2$  iznosi:

$$U_2 = I \cdot R_2 \Rightarrow U_2 = \frac{\varepsilon}{6 \cdot R} \cdot 4 \cdot R \Rightarrow U_2 = \frac{\varepsilon}{6 \cdot R} \cdot 4 \cdot R \Rightarrow U_2 = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon.$$

Odgovor je pod B.



### Vježba 148

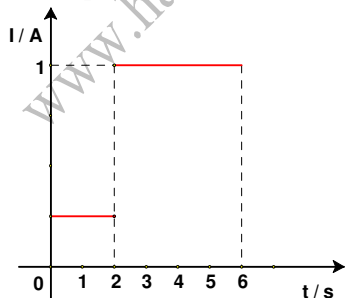
Dva otpornika otpora  $R$  i  $4 \cdot R$ , spojena su serijski s baterijom elektromotornog napona  $\varepsilon$ , unutarnjeg otpora  $R$ . Koliki je pad napona na otporniku otpora  $R$ ?

- A.  $\varepsilon$       B.  $\frac{2}{3} \cdot \varepsilon$       C.  $\frac{1}{5} \cdot \varepsilon$       D.  $\frac{1}{6} \cdot \varepsilon$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 149 (Goran, srednja škola)

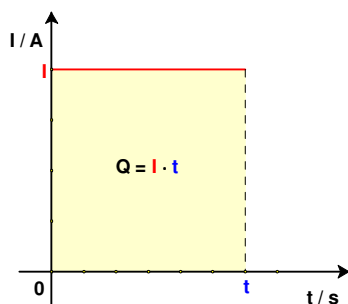
Struja  $I$  koja prolazi kroz otpornik otpora  $R$  tijekom vremena  $t$  mijenja se kako je prikazano na grafu. Kolika količina naboja prođe kroz otpornik za 6 sekundi?



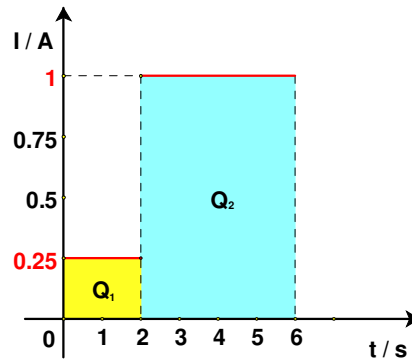
### Rješenje 149

Jakost električne struje  $I$  količnik je električnog naboja  $Q$  i vremenskog intervala  $t$  u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t.$$



U  $I, t$  – grafu ploština ispod krivulje jednaka je količini naboja  $Q$ .



Sa slike vidi se:

$$t_1 = 0 \text{ s}, \quad t_2 = 2 \text{ s}, \quad t_3 = 6 \text{ s}, \quad I_1 = 0.25 \text{ A}, \quad I_2 = 1 \text{ A}, \quad Q = ?$$

Vremenski intervali su:

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 2 \text{ s} - 0 \text{ s} = 2 \text{ s}, \quad \Delta t_2 = t_3 - t_2 = 6 \text{ s} - 2 \text{ s} = 4 \text{ s}.$$

Računamo količine naboja u svakom vremenskom intervalu.

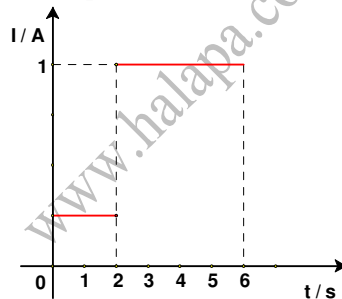
$$Q_1 = I_1 \cdot \Delta t_1, \quad Q_2 = I_2 \cdot \Delta t_2.$$

Količina naboja Q koja prođe kroz otpornik za 6 sekundi iznosi:

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = I_1 \cdot \Delta t_1 + I_2 \cdot \Delta t_2 = 0.25 \text{ A} \cdot 2 \text{ s} + 1 \text{ A} \cdot 4 \text{ s} = 4.5 \text{ C}.$$

### Vježba 149

Struja I koja prolazi kroz otpornik otpora R tijekom vremena t mijenja se kako je prikazano na grafu. Kolika količina naboja prođe kroz otpornik za 4 sekunde?



**Rezultat:** 2.5 C.

### Zadatak 150 (Nino, srednja škola)

Struja kratkoga spoja za bateriju elektromotornoga napona 20 V iznosi 25 A. Kolika je jakost struje u krugu ako se na bateriju spoji vodič otpora 4 Ω?

### Rješenje 150

$$\varepsilon = 20 \text{ V}, \quad I_{ks} = 25 \text{ A}, \quad R_v = 4 \Omega, \quad I = ?$$

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Ako je vanjski otpor  $R_v = 0$ , krugom prolazi maksimalna struja koju nazivamo strujom kratkog spoja:

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u}.$$

Pomoću formule za struju kratkog spoja izračunamo unutarnji otpor baterije.

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \Rightarrow I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \cdot \frac{R_u}{I_{ks}} \Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon}{I_{ks}}.$$



Tada je:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \cdot \frac{1}{R_u + R_v} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ R_u = \frac{\varepsilon}{I_{ks}} \right] \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I_{ks}} + R_v} = \frac{20 \text{ V}}{\frac{20 \text{ V}}{25 \text{ A}} + 4 \Omega} = 4.17 \text{ A.}$$



### Vježba 150

Struja kratkoga spoja za bateriju elektromotornoga napona 20 V iznosi 25 A. Kolika je jakost struje u krugu ako se na bateriju spoji vodič otpora 8 Ω?

**Rezultat:** 2.27 A.

### Zadatak 151 (Ante, tehnička škola)

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu 1 Ω, napon na bateriji je 1.5 V. Kad se vanjski otpor udvostruči, napon baterije je 2 V. Koliki je unutarnji otpor baterije?

### Rješenje 151

$$R_1 = 1 \Omega, \quad U_1 = 1.5 \text{ V}, \quad R_2 = 2 \cdot R_1 = 2 \cdot 1 \Omega = 2 \Omega, \quad U_2 = 2 \text{ V}, \quad R_u = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pad napona U na nekom otporniku otpora R razmjeran je jakosti struje I i otporu.

$$U = I \cdot R.$$

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R<sub>u</sub> izvora (I · R<sub>u</sub>) i pad napona (I · R<sub>v</sub>) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_u + U.$$

Unutarnji otpor baterije iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I_1 \cdot R_u + U_1 \\ \varepsilon = I_2 \cdot R_u + U_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} I_1 = \frac{U_1}{R_1} \\ I_2 = \frac{U_2}{R_2} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u + U_1 \\ \varepsilon = \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u + U_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon - \varepsilon = \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u + U_1 - \left( \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u + U_2 \right) \Rightarrow 0 = \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u + U_1 - \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u - U_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u - \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u = U_1 - U_2 \Rightarrow R_u \cdot \left( \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1} \right) = U_1 - U_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u \cdot \left( \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1} \right) = U_1 - U_2 \cdot \frac{1}{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}} \Rightarrow R_u = \frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}} = \frac{1.5 \text{ V} - 2 \text{ V}}{\frac{2 \text{ V}}{2 \Omega} - \frac{1.5 \text{ V}}{1 \Omega}} = 1 \Omega.$$

### Vježba 151

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu  $1 \Omega$ , napon na bateriji je  $3 \text{ V}$ . Kad se vanjski otpor udvostruči, napon baterije je  $4 \text{ V}$ . Koliki je unutarnji otpor baterije?

**Rezultat:**  $1 \Omega$ .

### Zadatak 152 (Marija, gimnazija)

Otpornici  $R_1 = 15 \Omega$  i  $R_2 = 5 \Omega$  spojeni su u seriju i priključeni na izvor elektromotornog napona  $12 \text{ V}$  i unutarnjeg otpora  $1 \Omega$ . Kolika je snaga koju daje izvor?

### Rješenje 152

$$R_1 = 15 \Omega, \quad R_2 = 5 \Omega, \quad \varepsilon = 12 \text{ V}, \quad R_u = 1 \Omega, \quad P = ?$$

Ukupni je otpor od  $n$  serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od dva serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$

### Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I, \quad P = R^2 I^2,$$

gdje je  $U$  napon na krajevima trošila,  $I$  struja i  $R$  otpor trošila.

1. inačica

Otpornici  $R_1$  i  $R_2$  spojeni su u seriju pa njihov ekvivalentni otpor  $R$  iznosi (to je vanjski otpor strujnog kruga):

$$R = R_1 + R_2.$$

Uporabom Ohmovog zakona za cijeli strujni krug izračunamo struju  $I$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon = I \cdot (R_u + R) &\Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_1 + R_2) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_1 + R_2) / \cdot \frac{1}{R_u + R_1 + R_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2}. \end{aligned}$$

Snaga  $P$  koju daje izvor je:

$$P = \varepsilon \cdot I \Rightarrow P = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{R_u + R_1 + R_2} = \frac{(12 \text{ V})^2}{1 \Omega + 15 \Omega + 5 \Omega} = 6.857 \text{ W}.$$

2. inačica

Otpornici  $R_1$  i  $R_2$  spojeni su u seriju pa njihov ekvivalentni otpor  $R$  iznosi (to je vanjski otpor strujnog kruga):

$$R = R_1 + R_2.$$

Uporabom Ohmovog zakona za cijeli strujni krug izračunamo struju  $I$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon = I \cdot (R_u + R) &\Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_1 + R_2) \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_1 + R_2) / \cdot \frac{1}{R_u + R_1 + R_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2}. \end{aligned}$$

Računamo snagu utrošenu na:

- otporu  $R_1$

$$P_1 = R_1 \cdot I^2 \Rightarrow P_1 = R_1 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2} \right)^2 = 15 \Omega \cdot \left( \frac{12 \text{ V}}{1 \Omega + 15 \Omega + 5 \Omega} \right)^2 = 4.898 \text{ W}$$

- otporu  $R_2$

$$P_2 = R_2 \cdot I^2 \Rightarrow P_2 = R_2 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2} \right)^2 = 5 \Omega \cdot \left( \frac{12 \text{ V}}{1 \Omega + 15 \Omega + 5 \Omega} \right)^2 = 1.633 \text{ W}$$

- unutarnjem otporu izvora  $R_u$

$$P_3 = R_u \cdot I^2 \Rightarrow P_3 = R_u \cdot \left( \frac{\varepsilon}{R_u + R_1 + R_2} \right)^2 = 1 \Omega \cdot \left( \frac{12 \text{ V}}{1 \Omega + 15 \Omega + 5 \Omega} \right)^2 = 0.327 \text{ W}.$$

Tada je ukupna snaga koju daje izvor jednaka:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 4.898 \text{ W} + 1.633 \text{ W} + 0.327 \text{ W} = 6.858 \text{ W}.$$

### Vježba 152

Otpornici  $R_1 = 60 \Omega$  i  $R_2 = 20 \Omega$  spojeni su u seriju i priključeni na izvor elektromotornog napona 24 V i unutarnjeg otpora 4  $\Omega$ . Kolika je snaga koju daje izvor?

**Rezultat:** 6.857 W.

### Zadatak 153 (Ante, srednja škola)

Žarulja je predviđena da radi na naponu od 12 V i pritom ima otpor  $R$ . Na raspolaganju imamo izvor napona od 36 V, zanemarivog unutarnjeg otpora i promjenljivi otpornik. Koliki mora biti otpor promjenljivog otpornika da bi žarulja normalno svijetlila?

$$A. \frac{R}{2} \quad B. \frac{R}{3} \quad C. \frac{2 \cdot R}{3} \quad D. 2 \cdot R$$

### Rješenje 153

$$U_1 = 12 \text{ V}, \quad R_1 = R, \quad U_2 = 36 \text{ V}, \quad R_2 = ?$$

Ukupni je otpor od  $n$  serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od dva serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$

### Ohmov zakon za dio strujnog kruga

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Struja u žarulji, kada je na naponu  $U_1$ , je

$$I = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow I = \frac{U_1}{R}.$$

Promjenljivi otpornik otpora  $R_2$  serijski je spojen sa žaruljom otpora  $R_1$  pa ekvivalentni otpor u krugu iznosi:

$$R_e = R_1 + R_2 \Rightarrow R_e = R + R_2.$$

Da bi žarulja normalno svijetlila mora biti

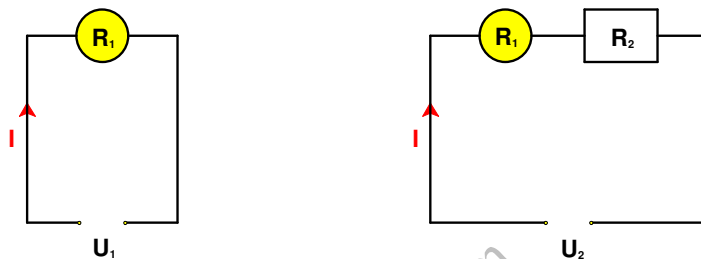
$$I = \frac{U_2}{R_e} \Rightarrow I = \frac{U_2}{R + R_2}.$$

Iz sustava jednačbi dobije se  $R_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U_1}{R} \\ I = \frac{U_2}{R + R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R + R_2} \Rightarrow \frac{12}{R} = \frac{36}{R + R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{12}{R} = \frac{36}{R + R_2} \cdot \frac{R \cdot (R + R_2)}{12} \Rightarrow R + R_2 = 3 \cdot R \Rightarrow R_2 = 3 \cdot R - R \Rightarrow R_2 = 2 \cdot R.$$

Odgovor je pod D.



### Vježba 153

Žarulja je predviđena da radi na naponu od 12 V i pritom ima otpor  $R$ . Na raspolaganju imamo izvor napona od 24 V, zanemarivog unutarnjeg otpora i promjenljivi otpornik. Koliki mora biti otpor promjenljivog otpornika da bi žarulja normalno svijetlila?

- A.  $\frac{R}{2}$       B.  $R$       C.  $3 \cdot R$       D.  $\frac{R}{4}$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 154 (Sun, gimnazija)

Voltmetar unutarnjeg otpora  $40 \Omega$  može mjeriti napone do 100 V. Koliki otpor treba vezati u seriju s voltmetrom da bi mu se mjerno područje povećalo 6 puta?

### Rješenje 154

$$R_u = 40 \Omega, \quad U = 100 \text{ V}, \quad U_1 = 6 \cdot U = 6 \cdot 100 \text{ V} = 600 \text{ V}, \quad R = ?$$

### Ohmov zakon za dio strujnog kruga

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Struja kroz vodič bit će veća što je veći napon  $U$  među njegovim krajevima i što je manji otpor  $R$  strujnog kruga u koji je vodič uključen.

### Ohmov zakon za cijeli strujni krug

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Voltmetar unutarnjeg otpora  $R_u$  može mjeriti napone do  $U$ . Pomoću Ohmovog zakona za dio strujnog kruga dobije se struja  $I$ .

$$I = \frac{U}{R_u}$$

Kada se otpornik otpora R veže u seriju s voltmetrom mjerno područje poveća se do  $U_1$ . Pomoću Ohmovog zakona za cijeli strujni krug izračuna se otpor R.

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{U}{R_u} \\ U_1 &= I \cdot (R_u + R) \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_1 = \frac{U}{R_u} \cdot (R_u + R) \Rightarrow U_1 = \frac{U}{R_u} \cdot (R_u + R) \cdot \frac{R_u}{U} \Rightarrow R_u + R = \frac{U_1}{U} \cdot R_u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_1}{U} \cdot R_u - R_u \Rightarrow R = \left( \frac{U_1}{U} - 1 \right) \cdot R_u = \left( \frac{600 \text{ V}}{100 \text{ V}} - 1 \right) \cdot 40 \Omega = 200 \Omega.$$

### Vježba 154

Voltmetar unutarnjeg otpora  $40 \Omega$  može mjeriti napone do  $100 \text{ V}$ . Koliki otpor treba vezati u seriju s voltmetrom da bi mu se mjerno područje povećalo 5 puta?

**Rezultat:**  $160 \Omega$ .

### Zadatak 155 (Mira, srednja škola)

Motor korisne snage  $2 \text{ kW}$  priključen je na električnu mrežu napona  $U = 220 \text{ V}$ . Iskoristivost motora je  $\eta = 95\%$ . Kolika je struja? Koliko je potrošeno električne energije za vrijeme  $t = 1 \text{ h}$ ?

### Rješenje 155

$P_k = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W}$ ,  $U = 220 \text{ V}$ ,  $\eta = 95\% = 0.95$ ,  $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ ,  $I = ?$ ,  
 $W = ?$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je  $U$  napon između krajeva promatranog trošila,  $I$  struja.

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ :

$$\eta = \frac{W_k}{W_u}, \quad \eta = \frac{P_k}{P_u}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = U \cdot I \cdot t,$$

gdje je  $U$  napon između krajeva promatranog trošila, a  $I$  struja.

Računamo struju  $I$ .

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{P_k}{P_u} \\ P_u &= U \cdot I \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \eta = \frac{P_k}{U \cdot I} \Rightarrow \eta = \frac{P_k}{U \cdot I} \cdot \frac{I}{\eta} \Rightarrow I = \frac{P_k}{U \cdot \eta} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0.95} = 9.57 \text{ A}.$$

Računamo potrošenu električnu energiju.

1. inačica

Potrošena električna energija jednaka je obavljenom radu električnog motora.

$$\left. \begin{aligned} W &= P_u \cdot t \\ \eta &= \frac{P_k}{P_u} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= P_u \cdot t \\ \eta &= \frac{P_k}{P_u} \cdot \frac{P_u}{\eta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= P_u \cdot t \\ P_u &= \frac{P_k}{\eta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow W = \frac{P_k}{\eta} \cdot t =$$

$$= \frac{2000 \text{ W}}{0.95} \cdot 3600 \text{ s} = 7.58 \cdot 10^6 \text{ J} = 7.58 \text{ MJ}.$$

2. inačica

$$E = U \cdot I \cdot t = 220 \text{ V} \cdot 9.57 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} = 7.58 \cdot 10^6 \text{ J} = 7.58 \text{ MJ}.$$

### Vježba 155

Motor korisne snage 2 kW priključen je na električnu mrežu napona  $U = 220 \text{ V}$ . Iskoristivost motora je  $\eta = 90\%$ . Kolika je jakost struje? Koliko je potrošeno električne energije za vrijeme  $t = 1 \text{ h}$ ?

**Rezultat:** 10.10 A, 8 MJ.

### Zadatak 156 (Ivan, srednja škola)

Dvije električne žarulje spojene su paralelno u strujni krug. Otpor prve žarulje je  $360 \Omega$ , a druge  $240 \Omega$ . Koja žarulja ima veću snagu?

#### Rješenje 156

$$R_1 = 360 \Omega, \quad R_2 = 240 \Omega, \quad P_2 : P_1 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je  $U$  napon na krajevima trošila,  $R$  otpor trošila.

Pri paralelnom spajanju vodiča pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

Budući da su električne žarulje spojene paralelno imaju jednaki napon pa vrijedi:

- snaga prve žarulje  $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$

- snaga druge žarulje  $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$

Računamo omjer snaga žarulja:

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_1} &= \frac{\frac{U^2}{R_2}}{\frac{U^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{360 \Omega}{240 \Omega} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.5 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.5 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 1.5 \cdot P_1. \end{aligned}$$

Žarulja sa manjim otporom  $R_2$  ima 1.5 puta veću snagu od žarulje sa većim otporom  $R_1$ .

### Vježba 156

Dvije električne žarulje spojene su paralelno u strujni krug. Otpor prve žarulje je  $720 \Omega$ , a druge  $480 \Omega$ . Koja žarulja ima veću snagu?

**Rezultat:**  $P_2 = 1.5 \cdot P_1$ .

### Zadatak 157 (Ivan, srednja škola)

Električni vlak giba se brzinom  $36 \text{ km/h}$  i razvije prosječnu vučnu silu  $5 \cdot 10^4 \text{ N}$ . Nadite struju koja prolazi motorom električnog vlaka, ako je na njemu napon  $500 \text{ V}$ . (Gubitke zanemarite.)

### Rješenje 157

$$v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad F = 5 \cdot 10^4 \text{ N}, \quad U = 500 \text{ V}, \quad I = ?$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Za trenutnu snagu možemo pisati

$$P = F \cdot v$$

pri čemu je  $v$  trenutna brzina.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je  $U$  napon između krajeva promatranog trošila,  $I$  struja.

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$W = U \cdot I \cdot t,$$

gdje je  $U$  napon između krajeva promatranog trošila, a  $I$  jakost struje.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

1. inačica

Zbog zakona očuvanja energije mehanički rad

$$W_1 = F \cdot s$$

koji obavi vlak jednak je radu električne energije

$$W_2 = U \cdot I \cdot t$$

koja pokreće motor električnog vlaka pa slijedi:

$$W_1 = W_2 \Rightarrow F \cdot s = U \cdot I \cdot t \Rightarrow F \cdot s = U \cdot I \cdot t / \frac{1}{U \cdot t} \Rightarrow I = \frac{F \cdot s}{U \cdot t}.$$

Budući da se vlak giba jednoliko pravocrtno, brzina  $v$  dana je izrazom:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Tada vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{F \cdot s}{U \cdot t} \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{F}{U} \cdot \frac{s}{t} \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{F}{U} \cdot v = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ N}}{500 \text{ V}} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1000 \text{ A} = 1 \text{ kA}.$$

2. inačica

Električni vlak giba se brzinom  $v$  i razvije prosječnu vučnu silu  $F$  pa je njegova snaga

$$P_1 = F \cdot v.$$

Ako je na motoru električnog vlaka napon  $U$ , a njime prolazi struja  $I$ , tada je snaga kojom se u motoru

električna energija pretvara u mehaničku energiju

$$P_2 = U \cdot I.$$

Budući da nema gubitaka energije, vrijedi:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow F \cdot v = U \cdot I \Rightarrow F \cdot v = U \cdot I \cdot \frac{1}{U} \Rightarrow I = \frac{F \cdot v}{U} = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{500 \text{ V}} = 1000 \text{ A} = 1 \text{ kA}.$$



### Vježba 157

Električni vlak giba se brzinom 72 km/h i razvije prosječnu vučnu silu  $5 \cdot 10^4$  N. Nađite struju koja prolazi motorom električnog vlaka, ako je na njemu napon 1000 V. (Gubitke zanemarite.)

**Rezultat:** 1 kA.

### Zadatak 158 (Lilly, medicinska škola)

Iz baterije od 10 članaka, spojenih u seriju svaki elektromotornog napona 1.8 V i 0.4  $\Omega$  unutarnjeg otpora, teče struja kroz vanjski otpor od 1.5  $\Omega$ . Kolika je struja?

#### Rješenje 158

$$n = 10, \quad \varepsilon = 1.8 \text{ V}, \quad R_u = 0.4 \Omega, \quad R_v = 1.5 \Omega, \quad I = ?$$

Pri serijskom spajanju n jednakih izvora elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $R_u$  bit će

$$I = \frac{n \cdot \varepsilon}{n \cdot R_u + R_v},$$

gdje je n broj serijskih spojenih izvora,  $R_v$  vanjski otpor.

Računamo struju I.

$$I = \frac{n \cdot \varepsilon}{n \cdot R_u + R_v} = \frac{10 \cdot 1.8 \text{ V}}{10 \cdot 0.4 \Omega + 1.5 \Omega} = 3.27 \text{ A}.$$

### Vježba 158

Iz baterije od 10 članaka, spojenih u seriju svaki elektromotornog napona 3.6 V i 0.8  $\Omega$  unutarnjeg otpora, teče struja kroz vanjski otpor od 3  $\Omega$ . Kolika je struja?

**Rezultat:** 3.27 A.

### Zadatak 159 (Lilly, medicinska škola)

Iz baterije od 10 članaka, spojenih u paralelu svaki elektromotornog napona 1.8 V i 0.4  $\Omega$  unutarnjeg otpora, teče struja kroz vanjski otpor od 1.5  $\Omega$ . Kolika je struja?

#### Rješenje 159

$$n = 10, \quad \varepsilon = 1.8 \text{ V}, \quad R_u = 0.4 \Omega, \quad R_v = 1.5 \Omega, \quad I = ?$$

Pri usporednom (paralelnom) spajanju n jednakih izvora elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $R_u$  bit će

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{n} + R_v},$$

gdje je n broj paralelno spojenih izvora,  $R_v$  vanjski otpor.

Računamo struju I.



$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{n} + R_v} = \frac{1.8 \text{ V}}{\frac{0.4 \Omega}{10} + 1.5 \Omega} = 1.17 \text{ A.}$$

### Vježba 159

Iz baterije od 10 članaka, spojenih u paralelu svaki elektromotornog napona 3.6 V i 0.8 Ω unutarnjeg otpora, teče struja kroz vanjski otpor od 3 Ω. Kolika je struja?

**Rezultat:** 1.17 A.

### Zadatak 160 (Zizy, elektrotehnička škola)

Aluminijska žica duljine 750 m ima određeni otpor. Koliko bi trebala biti duga bakrena žica četiri puta manje površine presjeka da bi se kroz nju ostvario dva puta veći električni otpor?

(električna otpornost aluminijske žice  $\rho_1 = 0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ , električna otpornost bakra  $\rho_2 = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ )

### Rješenje 160

$$l_1 = 750 \text{ m}, \quad S_1 = 4 \cdot S_2, \quad R_2 = 2 \cdot R_1, \quad \rho_1 = 0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \\ \rho_2 = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad l_2 = ?$$

Kako zapisati da je broj b "n puta" manji od broja a?

$$b = \frac{a}{n}, \quad n \cdot b = a, \quad \frac{b}{a} = \frac{1}{n}.$$

Kako zapisati da je broj b "n puta" veći od broja a?

$$b = n \cdot a, \quad \frac{b}{n} = a, \quad \frac{b}{a} = n.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Budući da otpor bakrene žice  $R_2$  mora biti dva puta veći od otpora aluminijske žice  $R_1$ , slijedi:

$$R_2 = 2 \cdot R_1 \Rightarrow \rho_2 \cdot \frac{l_2}{S_2} = 2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{l_1}{S_1} \Rightarrow [S_1 = 4 \cdot S_2] \Rightarrow \rho_2 \cdot \frac{l_2}{S_2} = 2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{l_1}{4 \cdot S_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_2 \cdot \frac{l_2}{S_2} = 2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{l_1}{4 \cdot S_2} \cdot \frac{S_2}{\rho_2} \Rightarrow l_2 = 2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{l_1}{4 \cdot \rho_2} \Rightarrow l_2 = 2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{l_1}{4 \cdot \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow l_2 = \frac{\rho_1 \cdot l_1}{2 \cdot \rho_2} = \frac{0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot 750 \text{ m}}{2 \cdot 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}} = \frac{0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot 750 \text{ m}}{2 \cdot 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}} = \frac{0.028 \cdot 750 \text{ m}}{2 \cdot 0.0172} = 610.47 \text{ m}.$$

### Vježba 160

Aluminijska žica duljine 1500 m ima određeni otpor. Koliko bi trebala biti duga bakrena žica četiri puta manje površine presjeka da bi se kroz nju ostvario dva puta veći električni otpor?

(električna otpornost aluminijske žice  $\rho_1 = 0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ , električna otpornost bakra  $\rho_2 = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ )

**Rezultat:** 1220.93 m.