

Zadatak 081 (Martina, gimnazija)

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 0.64Ω , a drugi put na otpornik otpora 2.25Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

Rješenje 081

$$R_1 = 0.64 \Omega, \quad R_2 = 2.25 \Omega, \quad R_u = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutrašnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Snaga P kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I jakost struje, a R otpor trošila.

Kada izvor struje elektromotornog napona ε priključimo na otpornik otpora R_1 jakost struje I_1 iznosi:

$$\varepsilon = I_1 \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow \varepsilon = I_1 \cdot (R_u + R_1) \cdot \frac{1}{R_u + R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_u + R_1}.$$

Kada izvor struje elektromotornog napona ε priključimo na otpornik otpora R_2 jakost struje I_2 iznosi:

$$\varepsilon = I_2 \cdot (R_u + R_2) \Rightarrow \varepsilon = I_2 \cdot (R_u + R_2) \cdot \frac{1}{R_u + R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{R_u + R_2}.$$

1. inačica

Budući da je u oba slučaja snaga na otpornicima jednaka, slijedi:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &\Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot \frac{1}{I_2^2 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}. \end{aligned}$$

Računamo unutarnji otpor R_u :

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \varepsilon &= I_1 \cdot (R_u + R_1) \\ \varepsilon &= I_2 \cdot (R_u + R_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 \cdot (R_u + R_1) = I_2 \cdot (R_u + R_2) \quad /: I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} \cdot (R_u + R_1) = R_u + R_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} \cdot R_u + \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1 &= R_u + R_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} \cdot R_u - R_u = R_2 - \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1 \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right) \cdot R_u = R_2 - \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right) \cdot R_u &= R_2 - \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1 \quad /: \left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right) \Rightarrow R_u = \frac{R_2 - \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1}{\frac{I_1}{I_2} - 1} \Rightarrow \left[\frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right] \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u &= \frac{R_2 - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \cdot R_1}{\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1} = \frac{2.25 \Omega - \sqrt{\frac{2.25 \Omega}{0.64 \Omega}} \cdot 0.64 \Omega}{\sqrt{\frac{2.25 \Omega}{0.64 \Omega}} - 1} = 1.2 \Omega. \end{aligned}$$

2. inačica

Budući da je u oba slučaja snaga na otpornicima jednaka, slijedi:

$$\begin{aligned}
 P_1 = P_2 &\Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{R_u + R_1} \right)^2 \cdot R_1 = \left(\frac{\varepsilon}{R_u + R_2} \right)^2 \cdot R_2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(R_u + R_1)^2} \cdot R_1 = \frac{\varepsilon^2}{(R_u + R_2)^2} \cdot R_2 \quad / \cdot \frac{1}{\varepsilon^2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{R_1}{(R_u + R_1)^2} = \frac{R_2}{(R_u + R_2)^2} \quad / \cdot (R_u + R_1)^2 \cdot (R_u + R_2)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot (R_u + R_2)^2 = R_2 \cdot (R_u + R_1)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot (R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_2 + R_2^2) = R_2 \cdot (R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_1 + R_1^2) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_2 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2^2 = R_2 \cdot R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_1^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_2 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2^2 = R_2 \cdot R_u^2 + 2 \cdot R_u \cdot R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_1^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot R_u^2 + R_1 \cdot R_2^2 = R_2 \cdot R_u^2 + R_2 \cdot R_1^2 \Rightarrow R_1 \cdot R_u^2 - R_2 \cdot R_u^2 = R_2 \cdot R_1^2 - R_1 \cdot R_2^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_u^2 \cdot (R_1 - R_2) = R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 - R_2) \Rightarrow [R_1 \neq R_2] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_u^2 \cdot (R_1 - R_2) = R_1 \cdot R_2 \cdot (R_1 - R_2) \quad / \cdot \frac{1}{R_1 - R_2} \Rightarrow R_u^2 = R_1 \cdot R_2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow R_u = \sqrt{R_1 \cdot R_2} = \\
 &= \sqrt{0.64 \, \Omega \cdot 2.25 \, \Omega} = 1.2 \, \Omega.
 \end{aligned}$$

3. inačica

Budući da je u oba slučaja snaga na otpornicima jednaka, slijedi:

$$\begin{aligned}
 P_1 = P_2 &\Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{R_u + R_1} \right)^2 \cdot R_1 = \left(\frac{\varepsilon}{R_u + R_2} \right)^2 \cdot R_2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(R_u + R_1)^2} \cdot R_1 = \frac{\varepsilon^2}{(R_u + R_2)^2} \cdot R_2 \quad / \cdot \frac{1}{\varepsilon^2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{R_1}{(R_u + R_1)^2} = \frac{R_2}{(R_u + R_2)^2} \quad / \cdot (R_u + R_1)^2 \cdot (R_u + R_2)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot (R_u + R_2)^2 = R_2 \cdot (R_u + R_1)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_1 \cdot (R_u + R_2)^2 = R_2 \cdot (R_u + R_1)^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \sqrt{R_1} \cdot (R_u + R_2) = \sqrt{R_2} \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow R_u \cdot \sqrt{R_1} + R_2 \cdot \sqrt{R_1} = R_u \cdot \sqrt{R_2} + R_1 \cdot \sqrt{R_2} \Rightarrow R_u \cdot \sqrt{R_1} - R_u \cdot \sqrt{R_2} = R_1 \cdot \sqrt{R_2} - R_2 \cdot \sqrt{R_1} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_u \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) &= (\sqrt{R_1})^2 \cdot \sqrt{R_2} - (\sqrt{R_2})^2 \cdot \sqrt{R_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) &= \sqrt{R_1} \cdot \sqrt{R_2} \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) &= \sqrt{R_1 \cdot R_2} \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) \Rightarrow [R_1 \neq R_2] \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) &= \sqrt{R_1 \cdot R_2} \cdot (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) / \cdot \frac{1}{\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u &= \sqrt{R_1 \cdot R_2} = \sqrt{0.64 \Omega \cdot 2.25 \Omega} = 1.2 \Omega. \end{aligned}$$

Vježba 081

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 2Ω , a drugi put na otpornik otpora 8Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

Rezultat: 4Ω .

Zadatak 082 (Irena, gimnazija)

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 40 W , priključenu na napon 220 V , prođe $3 \cdot 10^{19}$ elektrona. (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 082

$$P = 40 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad N = 3 \cdot 10^{19} \text{ elektrona}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Ukupni naboj Q bilo kojeg tijela (bilo pozitivno, bilo negativno nabijenog) jednak je cijelom broju N pomnoženom s elementarnim nabojem e . Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvanata elektriciteta.

$$Q = N \cdot e$$

Jakost električne struje I količnik je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Električna snaga P utrošena na vodiču umnožak je napona U na krajevima vodiča i jakosti struje I kroz vodič.

$$P = U \cdot I$$

Traženo vrijeme t iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e, \quad I = \frac{Q}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{N \cdot e}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow P = U \cdot \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow P = U \cdot \frac{N \cdot e}{t} / \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{U \cdot N \cdot e}{P} =$$

$$= \frac{220 \text{ V} \cdot 3 \cdot 10^{19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{40 \text{ W}} = 26.4 \text{ s.}$$

Vježba 082

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 40 W , priključenu na napon 110 V , prođe $3 \cdot 10^{19}$ elektrona. (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: 13.2 s .

Zadatak 083 (Jelena, srednja škola)

Bakreni vodič duljine 100 m ima otpor 52Ω . Kolika je njegova masa? (gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_{ot} = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$)

Rješenje 083

$$d = 100 \text{ m}, \quad R = 52 \Omega, \quad \rho = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{ot} = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad m = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljinu d vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ_{ot} :

$$R = \rho_{ot} \cdot \frac{d}{S}.$$

Budući da je vodič oblika valjka, njegov obujam iznosi:

$$V = S \cdot d.$$

Masa vodiča je:

$$\left. \begin{array}{l} R = \rho_{ot} \cdot \frac{d}{S} \\ m = \rho \cdot V \\ V = S \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R = \rho_{ot} \cdot \frac{d}{S} \cdot \frac{S}{R} \\ m = \rho \cdot S \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = \frac{\rho_{ot} \cdot d}{R} \\ m = \rho \cdot S \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow m = \rho \cdot \frac{\rho_{ot} \cdot d}{R} \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot \rho_{ot} \cdot \frac{d^2}{R} = 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{(100 \text{ m})^2}{52 \Omega} = 0.029 \text{ kg} = 29 \text{ g}.$$

Vježba 083

Bakreni vodič duljine 200 m ima otpor 52 Ω . Kolika je njegova masa? (gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_{ot} = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$)

Rezultat: 29 g.

Zadatak 084 (Jelena, srednja škola)

Elektron se giba električnim poljem između dviju točaka čiji su potencijali 50 V i 200 V. Početna mu je brzina $4.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Kolika mu je konačna brzina? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 084

$\varphi_1 = 50 \text{ V}$, $\varphi_2 = 200 \text{ V}$, $v_1 = 4.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, $Q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $v_2 = ?$

Razliku potencijala nazivamo naponom. Napon između dviju točaka 1 i 2 u električnom polju je

$$U_{21} = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Rad W pri prijenosu naboja Q iz jedne točke električnog polja 1 u drugu točku 2 kroz razliku potencijala (napon) U jednak je

$$W = Q \cdot U \Rightarrow W = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad električne sile koja djeluje na elektron povećat će mu kinetičku energiju. Rad je jednak promjeni kinetičke energije:

$$\Delta E_k = W \Rightarrow E_{k2} - E_{k1} = Q \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}{m} + v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}{m} + v_1^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (200 \text{ V} - 50 \text{ V})}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} + \left(4.2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 8.39 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 084

Elektron se giba električnim poljem između dviju točaka čiji su potencijali 50 V i 200 V. Početna mu je brzina $2 \cdot 10^6$ m/s. Kolika mu je konačna brzina? (naboj elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: $7.53 \cdot 10^6$ m/s.

Zadatak 085 (Biba, gimnazija)

Uz vanjski otpor R_1 napon izvora je 5 V. Ako se vanjski otpor poveća 6 puta, napon izvora poveća se 2 puta. Kolika je elektromotorna sila izvora?

Rješenje 085

$$R_1, \quad U_1 = 5 \text{ V}, \quad U_2 = 2 \cdot U_1 = 2 \cdot 5 \text{ V} = 10 \text{ V}, \quad R_2 = 6 \cdot R_1, \quad \varepsilon = ?$$

elektromotorna sila = elektromotorni napon

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutrašnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Kada je u strujnom krugu vanjski otpor R_1 elektromotorni napon iznosi:

$$\varepsilon = I_1 \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow \varepsilon = \frac{U_1}{R_1} \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + \frac{R_1}{R_1}\right) \Rightarrow \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1\right).$$

Kada je u strujnom krugu vanjski otpor R_2 elektromotorni napon iznosi:

$$\varepsilon = I_2 \cdot (R_u + R_2) \Rightarrow \varepsilon = \frac{U_2}{R_2} \cdot (R_u + R_2) \Rightarrow \varepsilon = U_2 \cdot \left(\frac{R_u}{R_2} + \frac{R_2}{R_2}\right) \Rightarrow \varepsilon = U_2 \cdot \left(\frac{R_u}{R_2} + 1\right).$$

Iz sustava jednadžbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1\right) \\ \varepsilon = U_2 \cdot \left(\frac{R_u}{R_2} + 1\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1\right) = U_2 \cdot \left(\frac{R_u}{R_2} + 1\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} U_1 = 5 \\ U_2 = 10 \\ R_2 = 6 \cdot R_1 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1\right) = 10 \cdot \left(\frac{R_u}{6 \cdot R_1} + 1\right) \Rightarrow 5 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1\right) = 10 \cdot \left(\frac{R_u}{6 \cdot R_1} + 1\right) \quad /: 5 \Rightarrow \frac{R_u}{R_1} + 1 = 2 \cdot \left(\frac{R_u}{6 \cdot R_1} + 1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_u}{R_1} + 1 = \frac{2 \cdot R_u}{6 \cdot R_1} + 2 \Rightarrow \frac{R_u}{R_1} + 1 = \frac{R_u}{3 \cdot R_1} + 2 \Rightarrow \frac{R_u}{R_1} - \frac{R_u}{3 \cdot R_1} = 2 - 1 \Rightarrow \frac{3 \cdot R_u - R_u}{3 \cdot R_1} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot R_u}{3 \cdot R_1} = 1 \quad / \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{R_u}{R_1} = \frac{3}{2}.$$

Elektromotorni napon ε iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = 5 \text{ V} , \frac{R_u}{R_1} = \frac{3}{2} \\ \varepsilon = U_1 \cdot \left(\frac{R_u}{R_1} + 1 \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon = 5 \text{ V} \cdot \left(\frac{3}{2} + 1 \right) \Rightarrow \varepsilon = 12.5 \text{ V}.$$

Vježba 085

Uz vanjski otpor R_1 napon izvora je 4 V. Ako se vanjski otpor poveća 6 puta, napon izvora poveća se 2 puta. Kolika je elektromotorna sila izvora?

Rezultat: 10 V.

Zadatak 086 (Robert, tehnička škola)

U nekom vodiču, otpora 10Ω , pad napona je 20 V. Za koliko se mora pojačati struja kroz vodič da pad napona naraste za 40%?

Rješenje 086

$$R = 10 \Omega, \quad U_1 = 20 \text{ V}, \quad U_2 = U_1 + 40\% \cdot U_1 = U_1 + 0.40 \cdot U_1 = 1.40 \cdot U_1, \quad \Delta I = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi:



Ohmov zakon: $I = \frac{U}{R}$ mnemotehnika



Budući da se pad napona, uz isti otpor R , promijenio od U_1 na U_2 , pojačanje struje ΔI iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta I = I_2 - I_1 &\Rightarrow \Delta I = \frac{U_2}{R} - \frac{U_1}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{U_2 - U_1}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{1.40 \cdot U_1 - U_1}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{0.40 \cdot U_1}{R} = \\ &= \frac{0.40 \cdot 20 \text{ V}}{10 \Omega} = 0.8 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vježba 086

U nekom vodiču, otpora 20Ω , pad napona je 40 V. Za koliko se mora pojačati struja kroz vodič da pad napona naraste za 40%?

Rezultat: 0.8 A.

Zadatak 087 (Janja, srednja škola)

Na žarulji stoji oznaka 220 V, 60 W. Kolika će se snaga razviti u toj žarulji ako je priključena na napon 110 V?

Rješenje 087

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 60 \text{ W}, \quad U_1 = 110 \text{ V}, \quad P_1 = ?$$

Snaga P kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

Otpor žarulje R iznosi:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{P} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}.$$

Budući da je žarulja otpora R priključena na napon U_1 , u njoj će se razviti snaga P_1 :

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \\ R = \frac{U^2}{P} \end{array} \right\} \Rightarrow P_1 = \frac{U_1^2}{\frac{U^2}{P}} \Rightarrow P_1 = \frac{P \cdot U_1^2}{U^2} \Rightarrow P_1 = P \cdot \left(\frac{U_1}{U}\right)^2 = 60 \text{ W} \cdot \left(\frac{110 \text{ V}}{220 \text{ V}}\right)^2 = 15 \text{ W}.$$

Vježba 087

Na žarulji stoji oznaka 220 V, 80 W. Kolika će se snaga razviti u toj žarulji ako je priključena na napon 110 V?

Rezultat: 20 W.

Zadatak 088 (Ivy, maturantica)

Kapacitet elementa Ni–Cd akumulatora je 0.4 Ah, a napon 1.25 V. Koliko je takvih elemenata potrebno usporedno spojiti da bi mogli davati struju kroz trošilo od 10 Ω za vrijeme od 300 sati?

Rješenje 088

$$Q = 0.4 \text{ Ah} = [0.4 \cdot 3600] = 1440 \text{ C}, \quad U = 1.25 \text{ V}, \quad R = 10 \Omega, \quad t = 300 \text{ h} = [300 \cdot 3600] = 1080000 \text{ s}, \quad n = ?$$

Ako nekim presjekom vodiča prođe naboj ΔQ u vremenu Δt, jakost struje I definira se kao omjer naboja ΔQ i vremena Δt:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Stalna struja je struja čija se jakost tijekom vremena ne mijenja. Za nju vrijedi:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Ohmov zakon:



Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između krajeva vodiča, a obrnuto razmjerna otporu vodiča.

da je žarulja otpora R priključena na napon U₁, u njoj će se razviti snaga P₁:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Budući da su elementi akumulatora paralelno spojeni, ukupna količina naboja iznosi

$$n \cdot Q.$$



$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{n \cdot Q}{t} \\ I = \frac{U}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{n \cdot Q}{t} = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{n \cdot Q}{t} = \frac{U}{R} \cdot \frac{t}{Q} \Rightarrow n = \frac{U \cdot t}{R \cdot Q} =$$

$$= \frac{1.25 \text{ V} \cdot 1080000 \text{ s}}{10 \Omega \cdot 1440 \text{ C}} = 93.75 \approx 94.$$

Vježba 088

Kapacitet elementa Ni–Cd akumulatora je 0.4 Ah, a napon 2.5 V. Koliko je takvih elemenata potrebno usporedno spojiti da bi mogli davati struju kroz trošilo od 20 Ω za vrijeme od 300 sati?

Rezultat: 94.

Zadatak 089 (Ivy, maturantica)

Dva jednaka otpornika otpora 5 Ω spojena su paralelno na napon od 8 V. Kolika se količina topline oslobodi na jednom otporniku u vremenu od 2 s?

Rješenje 089

$$R_1 = R_2 = R = 5 \Omega, \quad U = 8 \text{ V}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad E = ?$$

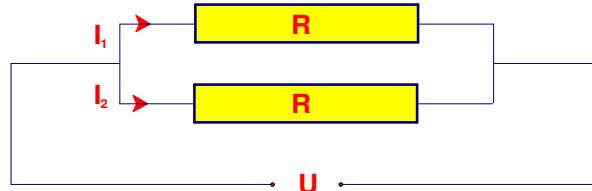
Pad napona na krajevima dva vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = U \cdot I \cdot t, \quad E = I^2 \cdot R \cdot t, \quad E = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila, a I jakost struje.



Budući da je pad napona U na krajevima svakog otpornika koji su spojeni u paralelu jednak, količina topline koja se oslobodi na jednom otporniku otpora R u vremenu t iznosi:

$$E = \frac{U^2}{R} \cdot t = \frac{(8 \text{ V})^2}{5 \Omega} \cdot 2 \text{ s} = 25.6 \text{ J}.$$

Vježba 089

Dva jednaka otpornika otpora 5Ω spojena su paralelno na napon od 10 V . Kolika se količina topline oslobodi na jednom otporniku u vremenu od 4 s ?

Rezultat: 80 J.

Zadatak 090 (Franjo, srednja škola)

Električni motor priključen je na akumulator napona 6 V . Ako je jakost struje 0.5 A , koliki je rad motora kroz 5 minuta? Kolika je snaga motora?

Rješenje 090

$$U = 6 \text{ V}, \quad I = 0.5 \text{ A}, \quad t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}, \quad W = ?, \quad P = ?$$

Napon između dvije točke električnog polja jednak je radu W što ga treba utrošiti pri prenošenju naboja Q iz jedne točke u drugu.

$$U = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Električna je struja usmjereno gibanje električnog naboja. Ako za vrijeme Δt presjekom vodiča prođe električni naboj ΔQ , tada je jakost električne struje

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Za stalnu struju vrijedi

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t.$$

Rad motora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} W = Q \cdot U \\ Q = I \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow W = I \cdot t \cdot U = 0.5 \text{ A} \cdot 300 \text{ s} \cdot 6 \text{ V} = 900 \text{ J}.$$

Računamo snagu motora:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = I \cdot t \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{I \cdot t \cdot U}{t} \Rightarrow P = \frac{I \cdot t \cdot U}{t} \Rightarrow P = I \cdot U = 0.5 \text{ A} \cdot 6 \text{ V} = 3 \text{ W}.$$

Vježba 090

Električni motor priključen je na akumulator napona 3 V. Ako je jakost struje 1 A, koliki je rad motora kroz 5 minuta?

Rezultat: 900 J.

Zadatak 091 (Maturant, gimnazija)

Na nekome električnome uređaju stoje oznake 220 V, 50 W. Koliki je otpor toga uređaja?

Rješenje 091

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 50 \text{ W}, \quad R = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Otpor uređaja iznosi:

1. inačica

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{P} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{50 \text{ W}} = 968 \Omega.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} P = U \cdot I \\ I = \frac{U}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = U \cdot \frac{U}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{P} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{50 \text{ W}} = 968 \Omega.$$

Vježba 091

Na nekome električnome uređaju stoje oznake 220 V, 25 W. Koliki je otpor toga uređaja?

Rezultat: 1936 Ω .

Zadatak 092 (Branka, gimnazija)

Koliko naponskih članaka elektromotornog napona 1.5 V i unutrašnjeg otpora 0.25 Ω treba serijski povezati da bi strujnim krugom s vanjskim otporom od 10 Ω tekla struja jakosti 2 A?

Rješenje 092

$$E = 1.5 \text{ V}, \quad R_u = 0.25 \Omega, \quad R_v = 10 \Omega, \quad I = 2 \text{ A}, \quad n = ?$$

Pri serijskom spajanju izvora struje različitih elektromotornih napona i unutrašnjih otpora, jakost struje u krugu određujemo iz izraza

$$I = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n}{R_{u1} + R_{u2} + R_{u3} + \dots + R_{un} + R_v}.$$

Spajamo li izvore jednakih elektromotornih napona E i unutrašnjih otpora R_u , bit će

$$I = \frac{n \cdot E}{n \cdot R_u + R_v},$$

gdje je n broj serijskih spojenih izvora.

Računamo broj n naponskih članaka koje treba serijski povezati.

$$\begin{aligned} I &= \frac{n \cdot E}{n \cdot R_u + R_v} \Rightarrow I = \frac{n \cdot E}{n \cdot R_u + R_v} / (n \cdot R_u + R_v) \Rightarrow I \cdot (n \cdot R_u + R_v) = n \cdot E \Rightarrow \\ &\Rightarrow I \cdot n \cdot R_u + I \cdot R_v = n \cdot E \Rightarrow I \cdot R_v = n \cdot E - I \cdot n \cdot R_u \Rightarrow I \cdot R_v = n \cdot (E - I \cdot R_u) \Rightarrow \\ &\Rightarrow n \cdot (E - I \cdot R_u) = I \cdot R_v \Rightarrow n \cdot (E - I \cdot R_u) = I \cdot R_v / \frac{1}{E - I \cdot R_u} \Rightarrow n = \frac{I \cdot R_v}{E - I \cdot R_u} = \\ &= \frac{2 \text{ A} \cdot 10 \ \Omega}{1.5 \text{ V} - 2 \text{ A} \cdot 0.25 \ \Omega} = 20. \end{aligned}$$

Vježba 092

Koliko naponskih članaka elektromotornog napona 3 V i unutrašnjeg otpora 0.25 Ω treba serijski povezati da bi strujnim krugom s vanjskim otporom od 10 Ω tekla struja jakosti 4 A?

Rezultat: 20.

Zadatak 093 (Branka, gimnazija)

Od bakrenog štapa mase 1.5 kg želi se napraviti žica otpora 250 Ω . Kolika je duljina žice ako je električna otpornost bakra $0.0172 \cdot 10^{-6} \ \Omega \cdot \text{m}$, a gustoća bakra 8900 kg/m^3 ?

Rješenje 093

$m = 1.5 \text{ kg}$, $R = 250 \ \Omega$, $\rho_0 = 0.0172 \cdot 10^{-6} \ \Omega \cdot \text{m}$, $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$, $l = ?$
Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ_0 :

$$R = \rho_0 \cdot \frac{l}{S}.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$



Budući da vodič gustoće ρ , mase m i duljine l ima oblik valjka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} V = S \cdot l \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot l \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot l / \frac{1}{\rho \cdot l} \Rightarrow S = \frac{m}{\rho \cdot l}.$$

Duljina žice iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} R = \rho_0 \cdot \frac{l}{S} \\ S = \frac{m}{\rho \cdot l} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow R = \rho_0 \cdot \frac{l}{\frac{m}{\rho \cdot l}} \Rightarrow R = \rho_0 \cdot \frac{\rho \cdot l^2}{m} \Rightarrow R = \rho_0 \cdot \frac{\rho \cdot l^2}{m} / \frac{m}{\rho_0 \cdot \rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l^2 = \frac{R \cdot m}{\rho_0 \cdot \rho} \Rightarrow l^2 = \frac{R \cdot m}{\rho_0 \cdot \rho} / \sqrt{\quad} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{R \cdot m}{\rho_0 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{250 \ \Omega \cdot 1.5 \text{ kg}}{0.0172 \cdot 10^{-6} \ \Omega \cdot \text{m} \cdot 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 1565 \text{ m}.$$

Vježba 093

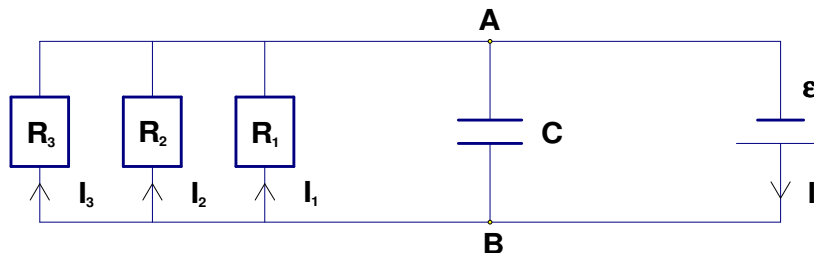
Od bakrenog štapa mase 1500 g želi se napraviti žica otpora 0.25 k Ω . Kolika je duljina žice ako je električna otpornost bakra $0.0172 \cdot 10^{-6} \ \Omega \cdot \text{m}$, a gustoća bakra 8900 kg/m^3 ?

Rezultat: 1565 m.

Zadatak 094 (Berina, srednja škola ©)

Ploče kondenzatora imaju oblik kruga promjera 20 cm. Ploče su međusobno udaljene 0.2 mm i među njima je zrak. Ploče su u točkama A i B, kao na slici, spojene otpornicima $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 0.5 \Omega$. Jakost struje koja prolazi strujnim krugom iznosi 40 A. Izračunaj:

- jakost struje u svakoj grani
- razliku potencijala u točkama A i B
- naboj na pločama
- koliko se puta poveća naboj na pločama kondenzatora ako se između ploča nalazi tinjac ($\epsilon_r = 7$)?
($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)



Rješenje 094

$2 \cdot r = 20 \text{ cm} \Rightarrow r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$, $d = 0.2 \text{ mm} = 0.0002 \text{ m}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$,
 $R_3 = 0.5 \Omega$, $I = 40 \text{ A}$, $\epsilon_r = 7$, $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$, $I_1 = ?$, $I_2 = ?$, $I_3 = ?$,
 $U_{AB} = ?$, $Q = ?$, $Q_1 = ?$

Pri usporednom (paralelnom) spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je.

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča.

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_r relativna permitivnost sredstva, ϵ_0 dielektričnost praznine (vakuuma). Kada je među pločama kondenzatora zrak kapacitet iznosi:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}.$$

Kapacitet C dvaju vodiča (kondenzatora) je

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboja na jednom od vodiča (naboj kondenzatora), $U = \varphi_1 - \varphi_2$ je razlika potencijala (napon) među vodičima.

a) Jakost struje u svakoj grani nađe se iz sustava od tri jednačbe sa tri nepoznanice I_1 , I_2 i I_3 .

$$\left. \begin{array}{l} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ I_2 \cdot R_2 = I_1 \cdot R_1 \\ I_3 \cdot R_3 = I_1 \cdot R_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ I_2 \cdot R_2 = I_1 \cdot R_1 \quad /: R_2 \\ I_3 \cdot R_3 = I_1 \cdot R_1 \quad /: R_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ I_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1 \\ I_3 = \frac{R_1}{R_3} \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1 + \frac{R_1}{R_3} \cdot I_1 = I \Rightarrow I_1 \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right) = I \Rightarrow I_1 \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right) = I / : \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{I}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}} = \frac{40 \text{ A}}{1 + \frac{5 \Omega}{2 \Omega} + \frac{5 \Omega}{0.5 \Omega}} = 2.96 \text{ A.}$$

Računamo struju I_2 :

$$I_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1 = \frac{5 \Omega}{2 \Omega} \cdot 2.96 \text{ A} = 7.4 \text{ A.}$$

Računamo struju I_3 :

$$I_3 = \frac{R_1}{R_3} \cdot I_1 = \frac{5 \Omega}{0.5 \Omega} \cdot 2.96 \text{ A} = 29.6 \text{ A.}$$

b) Da bismo našli razliku potencijala U_{AB} u točkama A i B (napon) najprije odredimo ekvivalentni otpor tri paralelno spojena otpornika.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} =$$

$$= \frac{5 \Omega \cdot 2 \Omega \cdot 0.5 \Omega}{5 \Omega \cdot 2 \Omega + 5 \Omega \cdot 0.5 \Omega + 2 \Omega \cdot 0.5 \Omega} = 0.37 \Omega.$$

Razlika potencijala je:

$$U_{AB} = I \cdot R = 40 \text{ A} \cdot 0.37 \Omega = 14.8 \text{ V.}$$

c) Naboj na pločama kondenzatora iznosi:

$$Q = U_{AB} \cdot C \Rightarrow Q = U_{AB} \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga} \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow Q = U_{AB} \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{r^2 \cdot \pi}{d} =$$

$$= 14.8 \text{ V} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{(0.1 \text{ m})^2 \cdot \pi}{0.0002 \text{ m}} = 2.06 \cdot 10^{-8} \text{ C.}$$

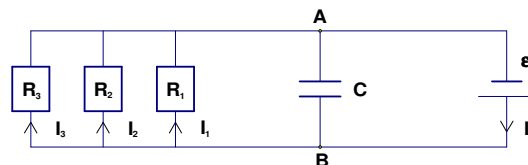
d) Ako se između ploča kondenzatora nalazi tinjac, naboj na pločama povećat će se sedam puta.

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \\ Q_1 = U_{AB} \cdot C_1 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 = U_{AB} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow Q_1 = U_{AB} \cdot \epsilon_r \cdot C \Rightarrow Q_1 = \epsilon_r \cdot (U_{AB} \cdot C) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \epsilon_r \cdot Q = 7 \cdot 2.06 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 1.44 \cdot 10^{-7} \text{ C.}$$

Vježba 094

Ploče kondenzatora su u točkama A i B, kao na slici, spojene otpornicima $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$. Jakost struje koja prolazi strujnim krugom iznosi 40 A. Izračunaj jakost struje u svakoj grani.



Rezultat: $I_1 = 2.96 \text{ A}$, $I_2 = 7.4 \text{ A}$, $I_3 = 29.6 \text{ A}$.

Zadatak 095 (Josipa, srednja škola)

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 40 W priključenu na napon 220 V prođe $3 \cdot 10^{19}$ elektrona. ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C)

Rješenje 095

$$P = 40 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad N = 3 \cdot 10^{19}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Prođe li određenim presjekom vodiča naboj Q u vremenu t, jakost je električne struje

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{I}$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U}$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I jakost struje.

Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvantata elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj (broj elementarnih naboja), e elementarni naboj.



Vrijeme za koje kroz žarulju prođe zadani broj elektrona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{Q}{I} \\ I = \frac{P}{U} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow t = \frac{N \cdot e}{\frac{P}{U}} \Rightarrow t = \frac{N \cdot e \cdot U}{P} = \frac{3 \cdot 10^{19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 220 \text{ V}}{40 \text{ W}} = 26.4 \text{ s.}$$

Vježba 095

Odredite vrijeme za koje kroz žarulju od 80 W priključenu na napon 220 V prođe $6 \cdot 10^{19}$ elektrona. ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: 26.4 s.

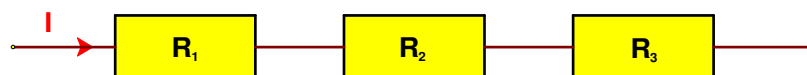
Zadatak 096 (Bero, tehnička škola)

Na izvor napona priključeni su u seriju potrošači različitih otpora. Jakost električne struje u krugu je:

- A) najveća uz + pol izvora
- B) najveća uz – pol izvora
- C) jednaka u svakoj točki strujnog kruga
- D) najmanja kroz potrošač najvećeg otpora
- E) najmanja kroz potrošač najmanjeg otpora.

Rješenje 096

Vodiče možemo spajati u seriju i paralelno. Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti.



Dakle, jakost struje u krugu jednaka je u svakoj točki strujnog kruga. Odgovor je pod C.

Vježba 096

Na izvor napona priključeni su u seriju potrošači istih otpora. Jakost električne struje u krugu je:

- A) najveća uz + pol izvora
- B) najveća uz – pol izvora
- C) jednaka u svakoj točki strujnog kruga
- D) najmanja kroz potrošač najvećeg otpora
- E) najmanja kroz potrošač najmanjeg otpora.

Rezultat: C.

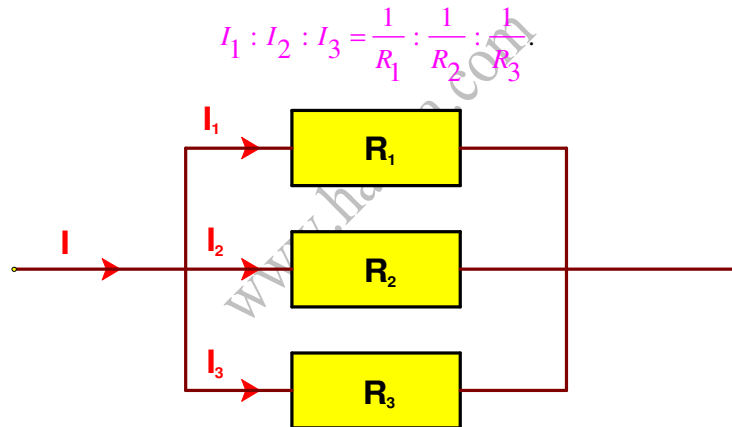
Zadatak 097 (Bero, tehnička škola)

Na izvor napona priključeni su paralelno potrošači različitih otpora. Jakost električne struje u krugu je:

- A) najveća uz + pol izvora
- B) najveća uz – pol izvora
- C) jednaka u svakoj točki strujnog kruga
- D) najmanja kroz potrošač najvećeg otpora
- E) najmanja kroz potrošač najmanjeg otpora.

Rješenje 097

Vodiče možemo spajati u seriju i paralelno. Pri usporednom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja. Jakosti struja u pojedinim granama odnose se obrnuto razmjerno s otporima vodiča u tim granama, tj.



Dakle, jakost struje u krugu najmanja je kroz potrošač najvećeg otpora. Odgovor je pod D.

Vježba 097

Na izvor napona priključeni su paralelno potrošači različitih otpora. Jakost električne struje u krugu je:

- A) najveća uz + pol izvora
- B) najveća uz – pol izvora
- C) jednaka u svakoj točki strujnog kruga
- D) najveća kroz potrošač najmanjeg otpora
- E) najmanja kroz potrošač najmanjeg otpora.

Rezultat: D.

Zadatak 098 (Tihana, srednja škola)

Otpor bakrenog vodiča pri $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ iznosi $60\ \Omega$. Koliki će biti njegov otpor pri $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$? (termički koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$)

Rješenje 098

$$t_1 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad R_1 = 60\ \Omega, \quad t_2 = -40\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad \alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}, \quad R_2 = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri 0°C , R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni koeficijent otpora (termički koeficijent otpora).

1. inačica

Otpor bakrenog vodiča iznosi:

$$\left. \begin{aligned} R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \\ R_1 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \cdot R_1 \Rightarrow R_2 = R_1 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} =$$

$$= 60 \, \Omega \cdot \frac{1 + 4.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot (-40) \text{ K}}{1 + 4.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 10 \text{ K}} = 47.63 \, \Omega.$$

2. inačica

Iz jednadžbe

$$R_1 = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)$$

izračunamo otpor R_0 :

$$R_1 = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow R_1 = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t_1} \Rightarrow R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1}.$$

Otpor R_2 iznosi:

$$\left. \begin{aligned} R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \\ R_0 &= \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 = R_1 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} = 60 \, \Omega \cdot \frac{1 + 4.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot (-40) \text{ K}}{1 + 4.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 10 \text{ K}} = 47.63 \, \Omega.$$

Vježba 098

Otpor bakrenog vodiča pri 10°C iznosi $120 \, \Omega$. Koliki će biti njegov otpor pri -40°C ? (termički koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: $95.26 \, \Omega$.

Zadatak 099 (Tihana, srednja škola)

Vodičem od volframa promjera 0.02 mm teče struja jakosti 0.2 A . Kolika je jakost električnog polja u vodiču? (električna otpornost volframa $\rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$)

Rješenje 099

$2 \cdot r = 0.02 \text{ mm} \Rightarrow r = 0.01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}$, $I = 0.2 \text{ A}$, $\rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$, $E = ?$
Jakost električnog polja u vodiču duljine l dana je formulom

$$E = \frac{U}{l}.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Jakost električnog polja u vodiču iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{U}{l} \\ U = I \cdot R \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E = \frac{I \cdot R}{l} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho \cdot \frac{l}{S}}{l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho \cdot \frac{l}{S}}{l} \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho}{S} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kružnog} \\ \text{presjeka } S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho}{r^2 \cdot \pi} =$$

$$= \frac{0.2 \text{ A} \cdot 0.055 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot \text{m}}{(10^{-5} \text{ m})^2 \cdot \pi} = 35 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 099

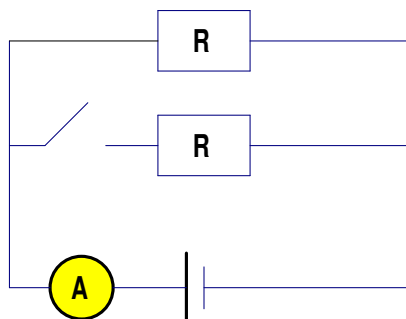
Vodičem od volframa promjera 0.02 mm teče struja jakosti 200 mA. Kolika je jakost električnog polja u vodiču? (električna otpornost volframa $\rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$)

Rezultat: 35 V/m.

Zadatak 100 (Mira, gimnazija)

Kad se prekidač zatvori u krugu prikazanom na slici, ampermetar će pokazati:

- A) veću jakost struje nego prije
- B) manju jakost struje nego prije
- C) jednaku jakost struje kao i prije.



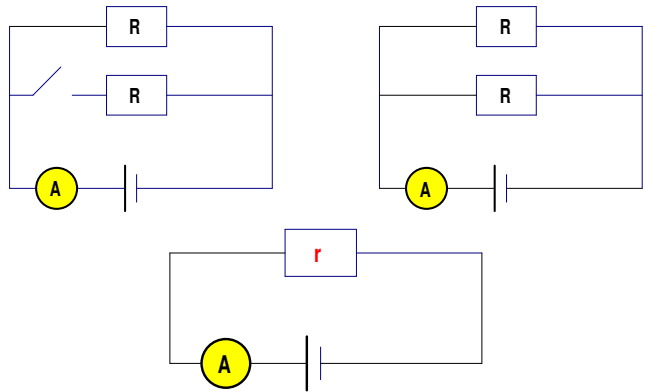
Rješenje 100

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Ukupni otpor što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$



Kada je prekidač otvoren u krugu, ampermetar prikazuje struju

$$I = \frac{U}{R}.$$

Kada se prekidač zatvori u krugu prikazanom na slici, dobiju se dva otpornika jednakih otpora R koji su paralelno spojeni pa njihov ukupni otpor r ima vrijednost:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{2}{R} \Rightarrow r = \frac{R}{2}.$$

Sada jakost struje u krugu iznosi:

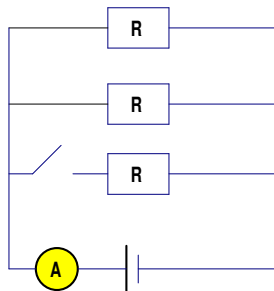
$$\left. \begin{array}{l} I' = \frac{U}{r} \\ r = \frac{R}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow I' = \frac{U}{\frac{R}{2}} \Rightarrow I' = 2 \cdot \frac{U}{R} \Rightarrow I' = 2 \cdot I.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 100

Kad se prekidač zatvori u krugu prikazanom na slici, ampermetar će pokazati:

- A) veću jakost struje nego prije
- B) manju jakost struje nego prije
- C) jednaku jakost struje kao i prije.



Rezultat: A.