

Zadatak 061 (Ivica, građevinska škola)

U nekom je vodiču pad napona 20 V. Za koliko se mora povećati jakost struje kroz vodič da pad napona naraste za 40%, ako je otpor vodiča 10 Ω?

Rješenje 061

$$U_1 = 20 \text{ V}, \quad U_2 = U_1 + \frac{40}{100} \cdot U_1 = U_1 + 0.40 \cdot U_1 = 1.40 \cdot U_1 = 1.40 \cdot 20 \text{ V} = 28 \text{ V},$$

$$R = 10 \text{ } \Omega, \quad \Delta I = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Povećanje jakosti struje iznosi:

$$\Delta I = I_2 - I_1 \Rightarrow \Delta I = \frac{U_2}{R} - \frac{U_1}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{1}{R} \cdot (U_2 - U_1) = \frac{1}{10 \text{ } \Omega} \cdot (28 \text{ V} - 20 \text{ V}) = 0.8 \text{ A}$$

Vježba 061

U nekom je vodiču pad napona 20 V. Za koliko se mora povećati jakost struje kroz vodič da pad napona naraste za 40%, ako je otpor vodiča 20 Ω?

Rezultat: 0.4 A.

Zadatak 062 (Krešimir, student)

Uz vanjski otpor R_1 napon izvora je 5 V. Ako se vanjski otpor poveća 6 puta, napon izvora se poveća 2 puta. Koliki je elektromotorni napon izvora?

Rješenje 062

$$R_1, \quad U_1 = 5 \text{ V}, \quad R_2 = 6 \cdot R_1, \quad U_2 = 2 \cdot U_1 = 2 \cdot 5 \text{ V} = 10 \text{ V}, \quad \varepsilon = ?$$

1. inačica

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($U = I \cdot R$) u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R.$$

Zbog toga je napon na stezaljkama izvora, priključenoga u strujni krug, manji od elektromotornog napona izvora onoliko koliko iznosi pad napona na unutrašnjem otporu izvora:

$$U = \varepsilon - I \cdot R_u.$$

Pomoću vanjskih otpora R_1 , R_2 i napona izvora U_1 , U_2 dobije se veza među strujama I_1 i I_2 :

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = I_1 \cdot R_1 \\ U_2 = I_2 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1 \cdot R_1}{I_2 \cdot R_2} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{I_1 \cdot R_1}{I_2 \cdot 6 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{I_1}{6 \cdot I_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot I_1 = 6 \cdot I_2 \quad /:2 \Rightarrow I_1 = 3 \cdot I_2.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se napon U_2 :

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = \varepsilon - I_1 \cdot R_u \\ U_2 = \varepsilon - I_2 \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = \varepsilon - 3 \cdot I_2 \cdot R_u \\ 10 = \varepsilon - I_2 \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = \varepsilon - 3 \cdot I_2 \cdot R_u \\ 10 = \varepsilon - I_2 \cdot R_u \quad /:(-3) \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = \varepsilon - 3 \cdot I_2 \cdot R_u \\ -30 = -3 \cdot \varepsilon + 3 \cdot I_2 \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow -25 = -2 \cdot \varepsilon \quad /:(-2) \Rightarrow \varepsilon = 12.5 \text{ V}.$$

2. inačica

Prva struja:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}.$$

Druga struja (izražena preko prve):

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{2 \cdot U_1}{6 \cdot R_1} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{U_1}{R_1}.$$

Unutrašnji otpor R_u izvora je razlika napona podijeljena s razlikom struja:

$$R_u = \frac{\Delta U}{\Delta I} \Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} \Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{\frac{U_1}{R_1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{U_1}{R_1}} \Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{\frac{2}{3} \cdot \frac{U_1}{R_1}} = \frac{10 - 5}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{R_1}} = \frac{5}{\frac{10}{3 \cdot R_1}} = \frac{15 \cdot R_1}{10} = 1.5 \cdot R_1$$

Elektromotorni napon izvora (ε) jednak je zbroju napona i pada napona na unutrašnjem otporu:

$$\varepsilon = U_1 + I_1 \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot 1.5 \cdot R_1 \Rightarrow \varepsilon = U_1 + 1.5 \cdot U_1 \Rightarrow \varepsilon = 2.5 \cdot U_1 = 2.5 \cdot 5 \text{ V} = 12.5 \text{ V}.$$

Vježba 062

Uz vanjski otpor R_1 napon izvora je 10 V. Ako se vanjski otpor poveća 6 puta, napon izvora se poveća 2 puta. Koliki je elektromotorni napon izvora?

Rezultat: 25 V.

Zadatak 063 (Maturant, gimnazija)

Kada se dva otpornika, nepoznatih otpora, spoje serijski i priključe na izvor električne struje elektromotornog napona 12 V, a zanemariva unutarnja otpora, jakost struje koju daje izvor iznosi 6 A. Kada se otpornici spoje paralelno (usporedno) jakost struje je četiri puta veća. Kolike su vrijednosti otpora?

Rješenje 063

$$\varepsilon = 12 \text{ V}, \quad R_u = 0 \Omega, \quad I_1 = 6 \text{ A}, \quad I_2 = 4 \cdot I_1, \quad R_1 = ?, \quad R_2 = ?$$

Ukupni otpor od dva serijski spojenih vodiča je

$$R_s = R_1 + R_2.$$

Ukupni otpor od dva paralelno (usporedno) spojenih vodiča je

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($U = I \cdot R$) u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R.$$

Ako je unutarnji otpor zanemariv, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R \\ R_u = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon = I \cdot 0 + I \cdot R \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}.$$

Kada su otpornici spojeni serijski jakost struje je

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_s} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2},$$

a kada su spojeni paralelno (usporedno) jakost struje iznosi

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_p} \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} \Rightarrow I_2 = \varepsilon \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}.$$

Budući da je prema uvjetu zadatka

$$I_2 = 4 \cdot I_1,$$

slijedi

$$\varepsilon \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \quad /: \varepsilon \Rightarrow \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{4}{R_1 + R_2} \Rightarrow (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2.$$

Iz sustava jednadžbi nademo R_2 :

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \\ (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{u jednadžbama možemo} \\ \text{izostaviti mjerne jedinice} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6 = \frac{12}{R_1 + R_2} \\ (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6 \cdot (R_1 + R_2) = 12 \quad /: 6 \\ (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 = 2 - R_2 \\ (R_1 + R_2)^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (2 - R_2 + R_2)^2 = 4 \cdot (2 - R_2) \cdot R_2 \Rightarrow 2^2 = 4 \cdot (2 - R_2) \cdot R_2 \Rightarrow 4 = 4 \cdot (2 - R_2) \cdot R_2 \quad /: 4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 = (2 - R_2) \cdot R_2 \Rightarrow 1 = 2 \cdot R_2 - R_2^2 \Rightarrow R_2^2 - 2 \cdot R_2 + 1 = 0 \Rightarrow (R_2 - 1)^2 = 0 \Rightarrow R_2 - 1 = 0 \Rightarrow R_2 = 1 \Omega.$$

Prvi otpor iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = 1 \Omega \\ I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{u jednadžbi možemo} \\ \text{izostaviti mjerne jedinice} \end{array} \right] \Rightarrow 6 = \frac{12}{R_1 + 1} \Rightarrow 6 \cdot (R_1 + 1) = 12 \quad /: 6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_1 + 1 = 2 \Rightarrow R_1 = 2 - 1 \Rightarrow R_1 = 1 \Omega.$$

Otpori su jednaki.

Vježba 063

Kada se dva otpornika, nepoznatih otpora, spoje serijski i priključe na izvor električne struje elektromotornog napona 24 V, a zanemariva unutarnja otpora, jakost struje koju daje izvor iznosi 12 A. Kada se otpornici spoje paralelno (usporedno) jakost struje je četiri puta veća. Kolike su vrijednosti otpora?

Rezultat: $R_1 = R_2 = 1 \Omega$.

Zadatak 064 (Ela, maturantica)

Koliki je unutarnji otpor baterije elektromotornog napona 12 V ako nakon priključenja potrošača otpora 5 Ω poteče struja jakosti 2.2 A?

Rješenje 064

$$\varepsilon = 12 \text{ V}, \quad R = 5 \Omega, \quad I = 2.2 \text{ A}, \quad R_u = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora, $I \cdot R_u$, i pad napona, $I \cdot R$, u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R.$$

Unutarnji otpor iznosi:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R \Rightarrow I \cdot R_u = \varepsilon - I \cdot R \quad /: I \Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon - I \cdot R}{I} \Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{I \cdot R}{I} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{12 \text{ V}}{2.2 \text{ A}} - 5 \Omega = 0.45 \Omega.$$

Vježba 064

Koliki je unutarnji otpor baterije elektromotornog napona 12 V ako nakon priključenja potrošača otpora 4Ω poteče struja jakosti 2.2 A?

Rezultat: 1.45Ω .

Zadatak 065 (Ela, maturantica)

Stranice peterokuta su žice spojene u vrhovima, svaka otpora 1Ω . Koliki je otpor između dva nesusjedna vrha peterokuta?

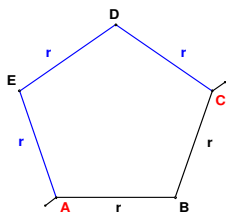
Rješenje 065

$$r = 1 \Omega, \quad R = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od n paralelno spojenih vodiča



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Sa slike vidi se:

$$R_{AE} = R_{ED} = R_{DC} = R_{AB} = R_{BC} = r.$$

Otpor između dva nesusjedna vrha peterokuta, na primjer R_{AC} , iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{AC}} &= \frac{1}{R_{AE} + R_{ED} + R_{DC}} + \frac{1}{R_{AB} + R_{BC}} \Rightarrow \frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{r+r+r} + \frac{1}{r+r} \Rightarrow \frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{3 \cdot r} + \frac{1}{2 \cdot r} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{R_{AC}} = \frac{2+3}{6 \cdot r} \Rightarrow \frac{1}{R_{AC}} = \frac{5}{6 \cdot r} \Rightarrow R_{AC} = \frac{6}{5} \cdot r = \frac{6}{5} \cdot 1 \Omega = 1.2 \Omega. \end{aligned}$$

Vježba 065

Stranice peterokuta su žice spojene u vrhovima, svaka otpora 2Ω . Koliki je otpor između dva nesusjedna vrha peterokuta?

Rezultat: 2.4Ω .

Zadatak 066 (Marina, gimnazija)

Dvije žarulje uključene su u krug usporedno. Otpor prve je 360Ω , a druge 240Ω . Koja troši veću snagu i koliko puta?

Rješenje 066

$$R_1 = 360 \Omega, \quad R_2 = 240 \Omega, \quad P_2 : P_1 = ?$$

Pad napona na krajevima n vodiča koji su spojeni usporedno (u paralelu) jednak je:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

Računamo omjer snaga P_2 i P_1 :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U^2}{R_2}}{\frac{U^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{360 \Omega}{240 \Omega} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.5 \Rightarrow P_2 = 1.5 \cdot P_1.$$

Vježba 066

Dvije žarulje uključene su u krug usporedno. Otpor prve je 720Ω , a druge 480Ω . Koja troši veću snagu i koliko puta?

Rezultat: $P_2 = 1.5 \cdot P_1.$

Zadatak 067 (Roby, gimnazija)

Elektromotorni napon izvora je 2 V , a unutarnji otpor 1Ω . Nađi jakost struje ako vanjski krug zahtijeva snagu 0.75 W .

Rješenje 067

$$\varepsilon = 2 \text{ V}, \quad r = 1 \Omega, \quad P = 0.75 \text{ W}, \quad I = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu r izvora ($r \cdot I$) i pad napona U u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = r \cdot I + U.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, I jakost struje.

Računamo jakost struje:

$$\begin{aligned} \varepsilon = r \cdot I + U &\Rightarrow U = \varepsilon - r \cdot I \quad | \cdot I \Rightarrow U \cdot I = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2 \Rightarrow P = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2 \Rightarrow r \cdot I^2 - \varepsilon \cdot I + P = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{aligned} 1 \cdot I^2 - 2 \cdot I + 0.75 = 0 \\ a = 1, b = -2, c = 0.75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a = 1, b = -2, c = 0.75 \\ I_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 0.75}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3}}{2} \Rightarrow I_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow I_{1,2} = \frac{2 \pm 1}{2} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 = \frac{2+1}{2} \\ I_2 = \frac{2-1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 = \frac{3}{2} \\ I_2 = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 = 1.5 \text{ A} \\ I_2 = 0.5 \text{ A} \end{aligned} \right\}. \end{aligned}$$

Zadatak ima dva rješenja.

Vježba 067

Elektromotorni napon izvora je 4 V , a unutarnji otpor 2Ω . Nađi jakost struje ako vanjski krug zahtijeva snagu 1.5 W .

Rezultat: $I_1 = 1.5 \text{ A}, \quad I_2 = 0.5 \text{ A}.$

Zadatak 068 (Tina, gimnazija)

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju i prijeđe put 0.5 m za $4 \mu\text{s}$. Kolika je jakost električnog polja? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 068

$$s = 0.5 \text{ m}, \quad t = 4 \mu\text{s} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad E = ?$$

Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila (II. Newtonov poučak):

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Budući da se elektron giba stalnom akceleracijom, njegov prijeđeni put je

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Jakost električnog polja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ F = m \cdot a \\ F = e \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ m \cdot a = e \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ a = \frac{e \cdot E}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 \quad | \cdot 2 \cdot m \Rightarrow 2 \cdot m \cdot s = e \cdot E \cdot t^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow E = \frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot t^2} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.5 \text{ m}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4 \cdot 10^{-6} \text{ s})^2} = 0.355 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Vježba 068

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju i prijeđe put 2 m za 8 μs. Kolika je jakost električnog polja? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $0.355 \frac{\text{N}}{\text{C}}$.

Zadatak 069 (Marko, tehnička škola)

Vodičem od volframa promjera 0.02 mm teče struja jakosti 0.2 A. Kolika je jakost električnog polja u vodiču? (električna otpornost volframa $\rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$)

Rješenje 069

$$2 \cdot r = 0.02 \text{ mm} \Rightarrow r = 0.01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}, \quad I = 0.2 \text{ A}, \quad \rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad E = ?$$

Jakost električnog polja u vodiču duljine l dana je izrazom

$$E = \frac{U}{l},$$

gdje je U napon na krajevima vodiča.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Napon U na krajevima vodiča možemo izraziti pomoću Ohmova zakona i zakona električnog otpora:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{R} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U = I \cdot R \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow U = I \cdot \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Jakost električnog polja E u vodiču iznosi:

$$E = \frac{U}{l} \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho \cdot \frac{l}{S}}{l} \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho}{S} \Rightarrow \left[S = r^2 \cdot \pi \right] \Rightarrow E = \frac{I \cdot \rho}{r^2 \cdot \pi} = \frac{0.2 \text{ A} \cdot 0.055 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}}{(10^{-5} \text{ m})^2 \cdot \pi} = 35 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 069

Vodičem od volframa promjera 0.02 mm teče struja jakosti 0.4 A. Kolika je jakost električnog polja u vodiču? (električna otpornost volframa $\rho = 0.055 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$)

Rezultat: $70 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

Zadatak 070 (Tyna, gimnazija)

Na koju temperaturu treba zagrijati bakrenu žicu temperature $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ da se njezin otpor udvostruči? (temperaturni koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$)

Rješenje 070

$$R_0, \quad R_t = 2 \cdot R_0, \quad \alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni koeficijent otpora.

Računamo temperaturu t na koju treba zagrijati bakrenu žicu da se njezin otpor udvostruči:

$$\left. \begin{array}{l} R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \\ R_t = 2 \cdot R_0 \end{array} \right\} \Rightarrow R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = 2 \cdot R_0 \quad /: R_0 \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t = 2 \Rightarrow \alpha \cdot t = 2 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot t = 1 \quad /: \alpha \Rightarrow t = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}} = 232.56\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Vježba 070

Na koju temperaturu treba zagrijati bakrenu žicu temperature $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ da se njezin otpor utrostruči? (temperaturni koeficijent otpora bakra $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$)

Rezultat: $465.12\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 071 (Maja, gimnazija)

Koliko elektrona prođe svake sekunde kroz žarnu nit žarulje, snage 60 W , ako je priključena na napon 220 V ? ($e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$)

Rješenje 071

$$t = 1\text{ s}, \quad P = 60\text{ W}, \quad U = 220\text{ V}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}, \quad n = ?$$

Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvanata elektriciteta

$$Q = n \cdot e,$$

gdje je n cijeli broj, e elementarni naboj.

Prođe li određenim presjekom vodiča naboj Q u vremenu t , jakost je električne struje

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I.$$

Računamo broj elektrona n :

$$\left. \begin{array}{l} Q = n \cdot e \\ I = \frac{Q}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{n \cdot e}{t} \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow P = U \cdot \frac{n \cdot e}{t} \quad /: \frac{t}{e \cdot U} \Rightarrow n = \frac{P \cdot t}{e \cdot U} = \frac{60\text{ W} \cdot 1\text{ s}}{1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C} \cdot 220\text{ V}} = 1.702 \cdot 10^{18}.$$

Vježba 071

Koliko elektrona prođe svake sekunde kroz žarnu nit žarulje, snage 120 W , ako je priključena na napon 220 V ? ($e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$)

Rezultat: $3.405 \cdot 10^{18}$.

Zadatak 072 (Edin, gimnazija)

Odredi omjer otpora aluminijskog i bakrenog vodiča, jednakih masa i promjera. (gustoća aluminijska $\rho_{\text{Al}} = 2700\text{ kg/m}^3$, gustoća bakra $\rho_{\text{Cu}} = 8900\text{ kg/m}^3$, električna otpornost aluminijska $\rho_a = 0.028 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega\text{ m}$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega\text{ m}$)

Rješenje 072

$$\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_a = 0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad \rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m},$$

$$\frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = ?$$

Obujam (volumen) valjka površine baze B i visine h iznosi:

$$V = B \cdot h.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Budući da vodiči imaju jednake promjere, njihovi presjeci su jednaki:

$$S_{Al} = S_{Cu} = S.$$

Iz uvjeta da su im i mase jednake, dobije se:

$$m_{Al} = m_{Cu} \Rightarrow \rho_{Al} \cdot V_{Al} = \rho_{Cu} \cdot V_{Cu} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{vodiči imaju} \\ \text{oblik valjka} \end{array} \right] \Rightarrow \rho_{Al} \cdot S_{Al} \cdot l_{Al} = \rho_{Cu} \cdot S_{Cu} \cdot l_{Cu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{Al} \cdot S \cdot l_{Al} = \rho_{Cu} \cdot S \cdot l_{Cu} \quad /: S \Rightarrow \rho_{Al} \cdot l_{Al} = \rho_{Cu} \cdot l_{Cu} \quad /: l_{Cu} \cdot \rho_{Al} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l_{Al}}{l_{Cu}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}}.$$



Sada računamo omjer otpora aluminijskog i bakrenog vodiča:

$$\frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_a \cdot \frac{l_{Al}}{S_{Al}}}{\rho_b \cdot \frac{l_{Cu}}{S_{Cu}}} \Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_a \cdot \frac{l_{Al}}{S}}{\rho_b \cdot \frac{l_{Cu}}{S}} \Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_a \cdot l_{Al}}{\rho_b \cdot l_{Cu}} \Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{l_{Al}}{l_{Cu}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = \frac{0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}}{0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}} \cdot \frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{R_{Al}}{R_{Cu}} = 5.366.$$

Vježba 072

Odredi omjer otpora bakrenog i aluminijskog vodiča, jednakih masa i promjera. (gustoća aluminija $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$, gustoća bakra $\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost aluminija $\rho_a = 0.028 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$)

Rezultat: 0.186.

Zadatak 073 (Ivica, tehnička škola)

Kakvog oblika mora biti vodič, određene mase i duljine, da mu je otpor minimalan?

Rješenje 073

$$m, \quad l, \quad R_{\min} = ?$$

Ako razlomci imaju jednake brojnike, najmanji je onaj razlomak koji ima najveći nazivnik:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{m}, \frac{b}{n} \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{b}{m} < \frac{b}{n}.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Budući da je površina kruga veća od površine bilo kojeg drugog geometrijskog lika istog opsega, poprečni presjek S vodiča mora biti krug. Dakle, vodič ima najmanji otpor, uz određenu masu i duljinu, ako je valjkastog oblika.

Vježba 073

Kakvog oblika mora biti vodič, određenog opsega poprečnog presjeka i duljine, da mu je otpor minimalan?

Rezultat: Valjkasti oblik.

Zadatak 074 (Melita, gimnazija)

Bakreni vodič, duljine 100 m, ima električni otpor 52 Ω . Kolika je njegova masa? (gustoća bakra $\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$)

Rješenje 074

$$l = 100 \text{ m}, \quad R = 52 \Omega, \quad \rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}, \quad m = ?$$

Obujam (volumen) valjka površine baze B i visine h iznosi:

$$V = B \cdot h.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Površina S poprečnog presjeka bakrenog vodiča dana je izrazom:

$$R = \rho_b \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow R \cdot S = \rho_b \cdot l \Rightarrow S = \rho_b \cdot \frac{l}{R}.$$

Budući da vodič ima oblik valjka, njegov obujam je:

$$V = S \cdot l.$$

Masa bakrenog vodiča iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} V = S \cdot l, \quad m = \rho_{Cu} \cdot V \\ S = \rho_b \cdot \frac{l}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho_{Cu} \cdot S \cdot l \\ S = \rho_b \cdot \frac{l}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \rho_{Cu} \cdot \rho_b \cdot \frac{l}{R} \cdot l \Rightarrow m = \rho_{Cu} \cdot \rho_b \cdot \frac{l^2}{R} =$$

$$= 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{(100 \text{ m})^2}{52 \Omega} = 0.0294 \text{ kg}.$$

Vježba 074

Bakreni vodič, duljine 100 m, ima električni otpor 104 Ω . Kolika je njegova masa? (gustoća bakra $\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$)

Rezultat: 0.0147 kg.

Zadatak 075 (Ana, gimnazija)

Masa bakrene kocke iznosi 1 kg. Koliki je otpor između njezinih nasuprotnih strana? (gustoća bakra $\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$)

Rješenje 075

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}, \quad R = ?$$

Obujam (volumen) kocke (heksaedra) duljine brida a:

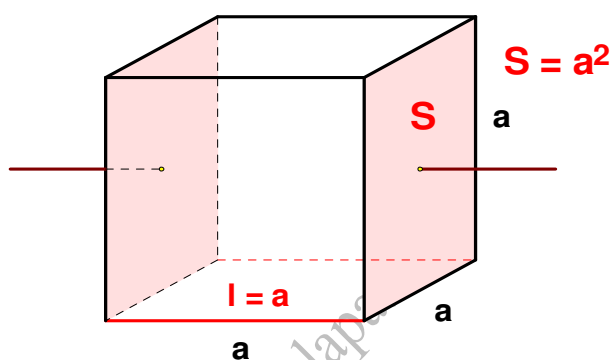
$$V = a^3.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$



Uporabom formule za gustoću tijela i formule za obujam kocke dobije se duljina brida a bakrene kocke kao funkcija mase kocke i gustoće bakra:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho_{Cu} \cdot V \\ V = a^3 \end{array} \right\} \Rightarrow m = \rho_{Cu} \cdot a^3 \Rightarrow a^3 = \frac{m}{\rho_{Cu}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho_{Cu}}}.$$

Otpor bakrene kocke između nasuprotnih strana iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} l = a, \quad S = a^2 \\ R = \rho_b \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow R = \rho_b \cdot \frac{a}{a^2} \Rightarrow R = \rho_b \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow R = \rho_b \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{m}{\rho_{Cu}}}} \Rightarrow R = \rho_b \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_{Cu}}{m}} =$$

$$= 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot \sqrt[3]{\frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 \text{ kg}}} = 3.56 \cdot 10^{-7} \Omega.$$

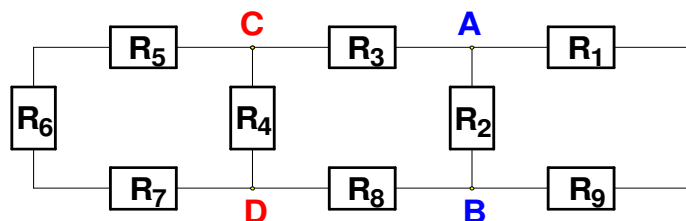
Vježba 075

Masa bakrene kocke iznosi 8 kg. Koliki je otpor između njezinih nasuprotnih strana? (gustoća bakra $\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, električna otpornost bakra $\rho_b = 0.0172 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$)

Rezultat: $1.78 \cdot 10^{-7} \Omega.$

Zadatak 076 (Vlado, gimnazija)

Nadi otpor strujnog kruga prikazanog na slici ako je $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R_8 = R_9 = R_7 = 1 \Omega$,
 $R_2 = R_6 = 2 \Omega$.

**Rješenje 076**

$$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R_8 = R_9 = R_7 = 1 \Omega, \quad R_2 = R_6 = 2 \Omega, \quad R = ?$$

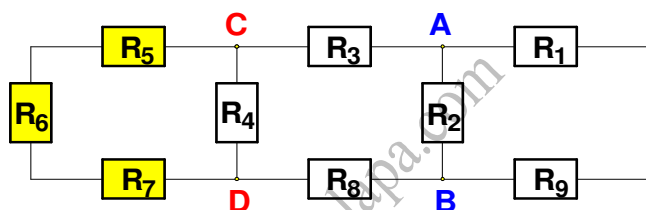
Ukupni je otpor n serijskih spojenih vodiča:

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor n paralelno spojenih vodiča:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Zadan je strujni krug:

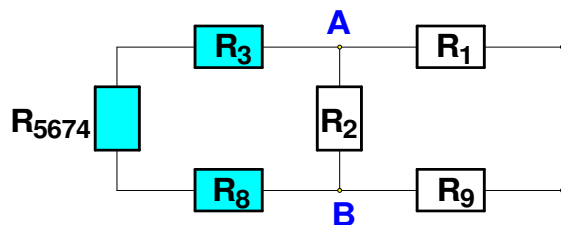


Otpori R_5 , R_6 i R_7 čine serijski spoj i njihov ukupni (ekvivalentan) otpor R_{567} iznosi:

$$R_{567} = R_5 + R_6 + R_7 = 1 \Omega + 2 \Omega + 1 \Omega = 4 \Omega.$$

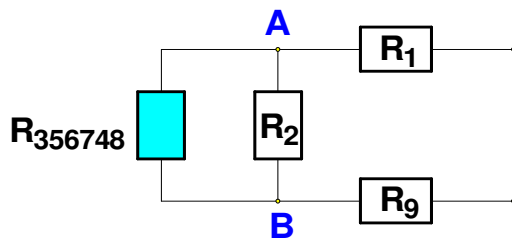
Otpore R_{567} i R_4 , paralelno spojene, priključene na točke C i D, možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom R_{5674} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{5674}} &= \frac{1}{R_{567}} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R_{5674}} = \frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{1 \Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{5674}} = \frac{1+4}{4 \Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{5674}} = \frac{5}{4 \Omega} \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_{5674} = \frac{4}{5} \Omega \Rightarrow R_{5674} = 0.8 \Omega. \end{aligned}$$



Otpori R_3 , R_{5674} i R_8 čine serijski spoj i njihov ukupni (ekvivalentan) otpor R_{356748} iznosi:

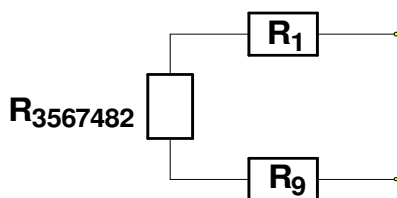
$$R_{356748} = R_3 + R_{5674} + R_8 = 1 \Omega + 0.8 \Omega + 1 \Omega = 2.8 \Omega.$$



Otpore R_{356748} i R_2 , paralelno spojene, priključene na točke A i B, možemo zamijeniti ekvivalentnim otporom $R_{3567482}$:

$$\frac{1}{R_{3567482}} = \frac{1}{R_{356748}} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{3567482}} = \frac{1}{2.8 \Omega} + \frac{1}{2 \Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{3567482}} = \frac{1+1.4}{2.8 \Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{3567482}} = \frac{2.4}{4 \Omega} \Rightarrow R_{3567482} = \frac{2.8}{2.4} \Omega \Rightarrow R_{3567482} = 1.17 \Omega.$$

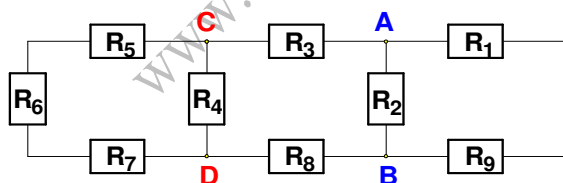


Otpori R_1 , $R_{3567482}$ i R_9 čine serijski spoj i njihov ukupni (ekvivalentan) otpor R , a time i otpor strujnog kruga je:

$$R = R_1 + R_{3567482} + R_9 = 1 \Omega + 1.17 \Omega + 1 \Omega = 3.17 \Omega.$$

Vježba 076

Nađi otpor strujnog kruga prikazanog na slici ako je $R_1 = R_3 = R_5 = R_8 = R_9 = R_7 = 1 \Omega$, $R_2 = R_4 = R_6 = 2 \Omega$.

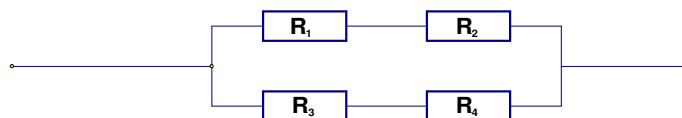


Rezultat: 3.25 Ω .

Zadatak 077 (Željko, srednja škola)

U kojem će se vodiču razviti najviše topline za isto vrijeme?

$$R_1 = 1 \Omega, \quad R_2 = 2 \Omega, \quad R_3 = 2 \Omega, \quad R_4 = 4 \Omega$$



Rješenje 077

$R_1 = 1 \Omega, \quad R_2 = 2 \Omega, \quad R_3 = 2 \Omega, \quad R_4 = 4 \Omega, \quad E_1 = ?, \quad E_2 = ?, \quad E_3 = ?, \quad E_4 = ?$
 Ukupni otpor od dva serijski spojena vodiča je

$$R = R_1 + R_2.$$

Pri usporednom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja:

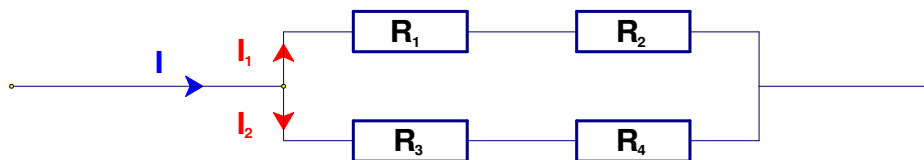
$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Jakosti struja u pojedinim granama odnose se obrnuto razmjerno s otporima vodiča u tim granama:

$$I_1 : I_2 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2}.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je:

$$E = I^2 \cdot R \cdot t.$$



Izračunamo ukupni otpor u prvoj i drugoj grani:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 1 \Omega + 2 \Omega = 3 \Omega \quad , \quad R_{34} = R_3 + R_4 = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega.$$

Tada omjer jakosti struja u obje grane iznosi:

$$I_1 : I_2 = \frac{1}{R_{12}} : \frac{1}{R_{34}} \Rightarrow I_1 : I_2 = \frac{1}{R_{12}} \cdot R_{34} \Rightarrow I_1 : I_2 = \frac{1}{3 \Omega} \cdot 6 \Omega \Rightarrow I_1 : I_2 = 2 \Rightarrow I_1 = 2 \cdot I_2.$$

Računamo količinu topline koja se razvija na svakom otporniku za isto vrijeme t :

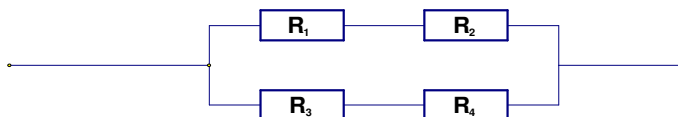
- $E_1 = I_1^2 \cdot R_1 \cdot t \Rightarrow E_1 = (2 \cdot I_2)^2 \cdot R_1 \cdot t \Rightarrow E_1 = 4 \cdot I_2^2 \cdot 1 \Omega \cdot t \Rightarrow E_1 = 4 \cdot I_2^2 \cdot t \Omega$
- $E_2 = I_1^2 \cdot R_2 \cdot t \Rightarrow E_2 = (2 \cdot I_2)^2 \cdot R_2 \cdot t \Rightarrow E_2 = 4 \cdot I_2^2 \cdot 2 \Omega \cdot t \Rightarrow E_2 = 8 \cdot I_2^2 \cdot t \Omega$
- $E_3 = I_2^2 \cdot R_3 \cdot t \Rightarrow E_3 = I_2^2 \cdot 2 \Omega \cdot t \Rightarrow E_3 = 2 \cdot I_2^2 \cdot t \Omega$
- $E_4 = I_2^2 \cdot R_4 \cdot t \Rightarrow E_4 = I_2^2 \cdot 4 \Omega \cdot t \Rightarrow E_4 = 4 \cdot I_2^2 \cdot t \Omega.$

Najviše topline će se razviti u vodiču otpora $R_2 = 2 \Omega$.

Vježba 077

U kojem će se vodiču razviti najmanje topline za isto vrijeme?

$$R_1 = 1 \Omega \quad , \quad R_2 = 2 \Omega \quad , \quad R_3 = 2 \Omega \quad , \quad R_4 = 4 \Omega$$



Rezultat: U vodiču otpora $R_3 = 2 \Omega$.

Zadatak 078 (Vesna, srednja škola)

Žarulja od 40 W povezana je paralelno s žaruljom od 25 W i priključena na gradsku mrežu od 220 V. Koliki je ukupni otpor?

Rješenje 078

$$P_1 = 40 \text{ W}, \quad P_2 = 25 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad R = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}.$$

Ukupni otpor što ga pružaju dva vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Otpori žarulja su:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}, \quad R_2 = \frac{U^2}{P_2}$$

Ukupni otpor paralelno povezanih žarulja iznosi:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{U^2}{P_1}, \quad R_2 = \frac{U^2}{P_2} \\ R &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^2}{P_1} \cdot \frac{U^2}{P_2}}{\frac{U^2}{P_1} + \frac{U^2}{P_2}} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^4}{P_1 \cdot P_2}}{U^2 \cdot \frac{P_2 + P_1}{P_1 \cdot P_2}} \Rightarrow R = \frac{\frac{U^4}{P_1 \cdot P_2}}{U^2 \cdot \frac{P_2 + P_1}{P_1 \cdot P_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{U^2}{\frac{P_1 + P_2}{P_1 \cdot P_2}} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P_1 + P_2} = \frac{(220 \text{ V})^2}{40 \text{ W} + 25 \text{ W}} = 744.62 \, \Omega \approx 745 \, \Omega$$

Vježba 078

Žarulja od 35 W povezana je paralelno s žaruljom od 30 W i priključena na gradsku mrežu od 220 V. Koliki je ukupni otpor?

Rezultat: 745 Ω.

Zadatak 079 (Sanela, gimnazija)

Baterija kondenzatora kapaciteta 200 μF nabijena je na 220 V. Ako obloge spojimo vlažnim koncem, napon za 8 s padne na 200 V. Kolika je prosječna jakost struje?

Rješenje 079

$$C = 200 \, \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F}, \quad U_1 = 220 \text{ V}, \quad \Delta t = 8 \text{ s}, \quad U_2 = 200 \text{ V}, \quad I = ?$$

Električna je struja usmjereno gibanje električnog naboja. Ako za vrijeme Δt presjekom vodiča prođe električni naboj ΔQ, tada je jakost električne struje

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Kapacitet pločastog kondenzatora je

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je U napon između ploča.

Prosječna jakost struje iznosi:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{Q_1 - Q_2}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{C \cdot U_1 - C \cdot U_2}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{C \cdot (U_1 - U_2)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot (220 \text{ V} - 200 \text{ V})}{8 \text{ s}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 0.5 \text{ mA}$$

Vježba 079

Baterija kondenzatora kapaciteta 400 μF nabijena je na 220 V. Ako obloge spojimo vlažnim koncem, napon za 8 s padne na 200 V. Kolika je prosječna jakost struje?

Rezultat: 1 mA.

Zadatak 080 (Boris, gimnazija)

Razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_1 je 300 V, a razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_2 je 100 V. Koliki je omjer njihovih kapaciteta C_1 / C_2 , ako je nakon njihovog paralelnog spajanja razlika potencijala 250V?

Rješenje 080

$$U_1 = 300 \text{ V}, \quad U_2 = 100 \text{ V}, \quad U = 250 \text{ V}, \quad \frac{C_1}{C_2} = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora je

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je U napon između ploča.

Spojimo li n kondenzatora u paralelu, ukupan će kapacitet biti

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n.$$

Na prvom kondenzatoru kapaciteta C_1 pohranjena je količina naboja Q_1 :

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1.$$

Na drugom kondenzatoru kapaciteta C_2 pohranjena je količina naboja Q_2 :

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2.$$

Kapacitet C paralelno spojenih kondenzatora kapaciteta C_1 i C_2 iznosi:

$$C = C_1 + C_2,$$

a njihova ukupna količina naboja Q jednaka je

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Na paralelno spojenim kondenzatorima ukupnog kapaciteta C pohranjena je količina naboja Q :

$$Q = C \cdot U.$$

Računamo omjer kapaciteta C_1 i C_2 :

$$\begin{aligned} Q = Q_1 + Q_2 &\Rightarrow C \cdot U = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 \Rightarrow [C = C_1 + C_2] \Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot U = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot 250 = C_1 \cdot 300 + C_2 \cdot 100 \quad /: 50 \Rightarrow 5 \cdot (C_1 + C_2) = 6 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5 \cdot C_1 + 5 \cdot C_2 = 6 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \Rightarrow 5 \cdot C_2 - 2 \cdot C_2 = 6 \cdot C_1 - 5 \cdot C_1 \Rightarrow 3 \cdot C_2 = C_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow C_1 = 3 \cdot C_2 \quad /: \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = 3. \end{aligned}$$

Vježba 080

Razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_1 je 600 V, a razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_2 je 200 V. Koliki je omjer njihovih kapaciteta C_1 / C_2 , ako je nakon njihovog paralelnog spajanja razlika potencijala 500V?

Rezultat: $\frac{C_1}{C_2} = 3.$