

Zadatak 041 (Vedrana, gimnazija)

Koliki mora biti otpor žice električnog kuhala kojim litra vode temperature 20 °C može za 8 minuta zavreti? Kuhalo je priključeno na 220 V, a toplinski kapacitet vode iznosi 4.186 kJ/kgK. Zanemarite otpor dovodnih žica.

Rješenje 041

$$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t = 8 \text{ min} = 480 \text{ s}, \quad t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad U = 220 \text{ V}, \\ c = 4.186 \text{ kJ/kgK} = 4186 \text{ J/kgK}, \quad R = ?$$

Za zagrijavanje vode utrošena je električna energija:

$$W = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Unutarnja energija vode povećala se za:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

Pretpostavimo li da je sva električna energija utrošena na zagrijavanje vode, slijedi:

$$W = Q \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \quad / \cdot R \Rightarrow U^2 \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \cdot R \Rightarrow R = \frac{U^2 \cdot t}{m \cdot c \cdot \Delta t} \Rightarrow R = \frac{U^2 \cdot t}{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)} = \\ = \frac{(220 \text{ V})^2 \cdot 480 \text{ s}}{1 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K}} = 69.4 \Omega.$$

Vježba 041

Koliki mora biti otpor žice električnog kuhala kojim litra vode temperature 20 °C može za 4 minute zavreti? Kuhalo je priključeno na 220 V, a toplinski kapacitet vode iznosi 4.186 kJ/kgK. Zanemarite otpor dovodnih žica.

Rezultat: 34.7 Ω.

Zadatak 042 (Vedrana, gimnazija)

Električni otpor vodiča presjeka 3 mm² je 0.2 Ω. Koliki je presjek vodiča istog materijala i iste duljine ako mu je otpor 1 Ω?

Rješenje 042

$$S_1 = 3 \text{ mm}^2, \quad R_1 = 0.2 \Omega, \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho, \quad l_1 = l_2 = l, \quad R_2 = 1 \Omega, \quad S_2 = ?$$

1. inačica

Uporabom formule za električni otpor $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, proizlazi:

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = \rho_1 \cdot \frac{l_1}{S_1} \\ R_2 = \rho_2 \cdot \frac{l_2}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 = \rho \cdot \frac{l}{S_1} \\ R_2 = \rho \cdot \frac{l}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot \frac{l}{S_1}}{\rho \cdot \frac{l}{S_2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{S_2}{S_1} \quad / \cdot R_2 \cdot S_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow R_1 \cdot S_1 = R_2 \cdot S_2 \Rightarrow S_2 = \frac{R_1 \cdot S_1}{R_2} = \frac{0.2 \Omega \cdot 3 \text{ mm}^2}{1 \Omega} = 0.6 \text{ mm}^2.$$

2. inačica

Budući da su otpornost ρ i duljina l stalni, slijedi da su otpor R i poprečni presjek vodiča S obrnuto proporcionalne veličine:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \text{konstantno}, \quad l = \text{konstantno} \\ R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow R \sim \frac{1}{S}.$$

Otpor je pet puta porastao:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 \Omega}{0.2 \Omega} = 5$$

pa poprečni presjek mora biti pet puta manji:

$$S_2 = \frac{1}{5} \cdot S_1 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{5} \cdot 3 \text{ mm}^2 = 0.6 \text{ mm}^2.$$

Vježba 042

Električni otpor vodiča presjeka 3 mm^2 je 0.3Ω . Koliki je presjek vodiča istog materijala i iste duljine ako mu je otpor 1Ω ?

Rezultat: 0.9 mm^2 .

Zadatak 043 (Budući student, gimnazija)

Kad na bateriju spojimo usporedno (paralelno) dva otpornika svaki otpora 2Ω , krugom teče struja jakosti 3 A . Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 1.2 A . Nađite unutarnji otpor baterije.

Rješenje 043

$$R_1 = R_2 = 2 \Omega, \quad I_p = 3 \text{ A}, \quad I_s = 1.2 \text{ A}, \quad r = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{paralelni spoj } R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ \text{serijski spoj } R_s = R_1 + R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_p = \frac{2 \Omega \cdot 2 \Omega}{2 \Omega + 2 \Omega} \\ R_s = 2 \Omega + 2 \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_p = 1 \Omega \\ R_s = 4 \Omega \end{array} \right\}.$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($U = I \cdot R$) u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R.$$

Računamo unutarnji otpor r :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = I_p \cdot r + I_p \cdot R_p \\ \varepsilon = I_s \cdot r + I_s \cdot R_s \end{array} \right\} \Rightarrow I_p \cdot r + I_p \cdot R_p = I_s \cdot r + I_s \cdot R_s \Rightarrow I_p \cdot (r + R_p) = I_s \cdot (r + R_s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot (r + 1) = 1.2 \cdot (r + 4) \Rightarrow 3 \cdot r + 3 = 1.2 \cdot r + 4.8 \Rightarrow 3 \cdot r - 1.2 \cdot r = 4.8 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.8 \cdot r = 1.8 \quad /:1.8 \Rightarrow r = 1 \Omega.$$

Vježba 043

Kad na bateriju spojimo usporedno (paralelno) dva otpornika svaki otpora 2Ω , krugom teče struja jakosti 3 A . Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 1 A . Nađite unutarnji otpor baterije.

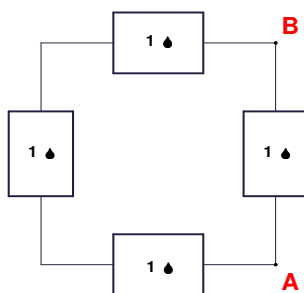
Rezultat: 0.5Ω .

Zadatak 044 (Budući student, gimnazija)

Stranice kvadrata su otpornici otpora 1Ω , međusobno povezani u vrhovima kvadrata. Koliki je ekvivalentni otpor između dvaju susjednih vrhova kvadrata?

Rješenje 044

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \Omega, \quad R_{AB} = ?$$



Ponovimo!

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od n paralelno spojenih vodiča

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Budući da su tri serijski spojena otpornika s jednim u paralelu, ekvivalentni otpor između dvaju susjednih vrhova kvadrata (točaka A i B) iznosi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{1\Omega + 1\Omega + 1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{1\Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1+3}{3\Omega} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{4}{3\Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{3}{4}\Omega = 0.75\Omega.$$

Vježba 044

Stranice kvadrata su otpornici otpora 2Ω , međusobno povezani u vrhovima kvadrata. Koliki je ekvivalentni otpor između dvaju susjednih vrhova kvadrata?

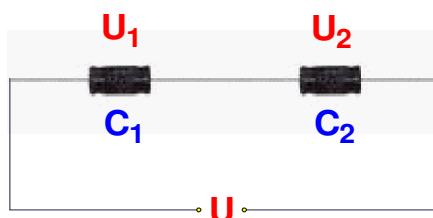
Rezultat: 1.5Ω .

Zadatak 045 (Anastazija, gimnazija)

Dva kondenzatora, jedan kapaciteta $2\mu\text{F}$, a drugi kapaciteta $3\mu\text{F}$, spojena su serijski na izvor istosmjernog napona od 100V . Kolika je energija pohranjena u kondenzatoru kapaciteta $2\mu\text{F}$?

Rješenje 045

$$C_1 = 2\mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6}\text{F}, \quad C_2 = 3\mu\text{F} = 3 \cdot 10^{-6}\text{F}, \quad U = 100\text{V}, \quad E_1 = ?$$



Pri serijskom spajanju ukupan napon jednak je zbroju padova napona na pojedinom elementu:

$$U_1 + U_2 = U.$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = C_1 \cdot U_1 \\ Q = C_2 \cdot U_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{(količina naboja je ista)} \\ \text{(na kondenzatorima)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$U_1 + U_2 = U$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \\ U_1 + U_2 = U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \\ U_2 = U - U_1 \end{array} \right\} \Rightarrow C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot (U - U_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U - C_2 \cdot U_1 \Rightarrow C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_1 = C_2 \cdot U \Rightarrow U_1 \cdot (C_1 + C_2) = C_2 \cdot U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{C_2 \cdot U}{C_1 + C_2}.$$

Pohranjena energija na kondenzatoru C_1 iznosi:

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \left(\frac{C_2 \cdot U}{C_1 + C_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\text{F} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-6}\text{F} \cdot 100\text{V}}{2 \cdot 10^{-6}\text{F} + 3 \cdot 10^{-6}\text{F}} \right)^2 = 3.6 \cdot 10^{-3}\text{J}.$$

Vježba 045

Dva kondenzatora, jedan kapaciteta $2\mu\text{F}$, a drugi kapaciteta $3\mu\text{F}$, spojena su serijski na izvor istosmjernog napona od 200V . Kolika je energija pohranjena u kondenzatoru kapaciteta $2\mu\text{F}$?

Rezultat: $1.44 \cdot 10^{-2}\text{J}$

Zadatak 046 (Anastazija, gimnazija)

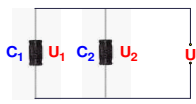
Dva kondenzatora, jedan kapaciteta $2\mu\text{F}$, a drugi kapaciteta $3\mu\text{F}$, spojena su paralelno na izvor istosmjernog napona od 100V . Kolika je energija pohranjena u kondenzatoru kapaciteta $2\mu\text{F}$?

Rješenje 046

$$C_1 = 2\mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6}\text{F}, \quad C_2 = 3\mu\text{F} = 3 \cdot 10^{-6}\text{F}, \quad U = 100\text{V}, \quad E_1 = ?$$

Pri paralelnom spajanju pad napona na krajevima svih elemenata jednak je

$$U_1 = U_2 = U.$$



$$\left. \begin{array}{l} U_1 = U \\ E_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (100 \text{ V})^2 = 10^{-2} \text{ J}.$$

Vježba 046

Dva kondenzatora, jedan kapaciteta $2 \mu\text{F}$, a drugi kapaciteta $3 \mu\text{F}$, spojena su paralelno na izvor istosmjernog napona od 200 V . Kolika je energija pohranjena u kondenzatoru kapaciteta $2 \mu\text{F}$?

Rezultat: $4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

Zadatak 047 (Anastazija, gimnazija)

Tijekom mjesec dana električni hladnjak priključen je na gradsku mrežu (220 V) 720 sati. Koliku energiju mjesečno troši hladnjak ako njime teče struja jakosti 3.2 A ? Rezultat izrazite u kilovatsatima.

Rješenje 047

$$U = 220 \text{ V}, \quad t = 720 \text{ h}, \quad I = 3.2 \text{ A}, \quad E = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = U \cdot I \cdot t,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, a I jakost struje.

$$E = U \cdot I \cdot t = 220 \text{ V} \cdot 3.2 \text{ A} \cdot 720 \text{ h} = 506880 \text{ Wh} = 506.9 \text{ kWh}.$$

Vježba 047

Tijekom mjesec dana električni hladnjak priključen je na gradsku mrežu (220 V) 720 sati. Koliku energiju mjesečno troši hladnjak ako njime teče struja jakosti 2 A ? Rezultat izrazite u kilovatsatima.

Rezultat: 316.8 kWh .

Zadatak 048 (Anastazija, gimnazija)

Električnu žarulju otpora 300Ω predviđenu za napon 110 V , potrebno je priključiti na napon gradske mreže (220 V , 50 Hz). Kolika treba biti induktivnost zavojnice, serijski spojene sa žaruljom, da žarulja ne bi pregorela?

Rješenje 048

$$R = 300 \Omega, \quad U = 110 \text{ V}, \quad U_{\text{gm}} = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad L = ?$$

Budući da je žarulja predviđena za napon U , jakost struje je:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Žarulju želimo priključiti na napon gradske mreže U_{gm} pa ju moramo serijski spojiti sa zavojnicom, kako bi jakost struje ostala ista:

$$\begin{aligned} \frac{U}{R} &= \frac{U_{\text{gm}}}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \Rightarrow \frac{110 \text{ V}}{R} = \frac{220 \text{ V}}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \cdot \frac{1}{110 \text{ V}} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{2}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \Rightarrow \sqrt{R^2 + R_L^2} = 2 \cdot R \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{R^2 + R_L^2} = 2 \cdot R \quad / \quad ^2 \Rightarrow R^2 + R_L^2 = 4 \cdot R^2 \Rightarrow R_L^2 = 3 \cdot R^2 \quad / \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow R_L = R \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow L \cdot \omega = R \cdot \sqrt{3} \Rightarrow L = \frac{R \cdot \sqrt{3}}{\omega} \Rightarrow L = \frac{R \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{300 \Omega \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}} = 1.654 \text{ H}. \end{aligned}$$

Vježba 048

Električnu žarulju otpora 600Ω predviđenu za napon 110 V , potrebno je priključiti na napon gradske mreže (220 V , 50 Hz). Kolika treba biti induktivnost zavojnice, serijski spojene sa žaruljom, da žarulja ne bi pregorela?

Rezultat: 3.308 H .

Zadatak 049 (Anastazija, gimnazija)

Nenabijeni kondenzator kapaciteta $50 \mu\text{F}$ serijski je spojen s otpornikom otpora 300Ω na izvor istosmjernog napona. Nakon koliko će vremena naboj na kondenzatoru doseći četvrtinu maksimalne vrijednosti?

Rješenje 049

$$C = 50 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad R = 300 \Omega, \quad Q = \frac{1}{4} \cdot Q_0, \quad t = ?$$

Punjenje kondenzatora dano je formulom

$$Q = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

gdje je Q_0 maksimalna vrijednost naboja, τ vremenska konstanta, $\tau = R \cdot C$. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ Q = \frac{1}{4} \cdot Q_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot Q_0 = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad /: Q_0 \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{3}{4} \quad / \ln \Rightarrow \ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln \frac{3}{4} \quad / \cdot (-\tau) \Rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{3}{4} \Rightarrow \left[-\ln \frac{a}{b} = \ln \frac{b}{a} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \tau \cdot \ln \frac{4}{3} \Rightarrow t = R \cdot C \cdot \ln \frac{4}{3} = 300 \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot \ln \frac{4}{3} = 0.0043 \text{ s} = 4.3 \text{ ms.}$$

Vježba 049

Nenabijeni kondenzator kapaciteta $50 \mu\text{F}$ serijski je spojen s otpornikom otpora 600Ω na izvor istosmjernog napona. Nakon koliko će vremena naboj na kondenzatoru doseći četvrtinu maksimalne vrijednosti?

Rezultat: 8.6 ms.

Zadatak 050 (Medicinka, medicinska škola)

Grijač vode snage 1000 W uronjen je u posudu sa zaleđenom vodom. Kolika količina zaleđene vode će se zagrijati do $10 \text{ }^\circ\text{C}$ u 5 minuta, ako je zaleđena voda bila na $0 \text{ }^\circ\text{C}$? ($c_l = 2100 \text{ J/kgK}$)

Rješenje 050

$$P = 1000 \text{ W}, \quad t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}, \quad t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_l = 2100 \text{ J/kgK}, \quad m = ?$$

Budući da je rad struje ovdje toplina, slijedi

$$Q = W \Rightarrow m \cdot c_l \cdot \Delta t = P \cdot t \Rightarrow m = \frac{P \cdot t}{c_l \cdot \Delta t} \Rightarrow m = \frac{P \cdot t}{c_l \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{1000 \text{ W} \cdot 300 \text{ s}}{2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10 - 0) \text{ K}} = 14.3 \text{ kg.}$$

Vježba 050

Grijač vode snage 2000 W uronjen je u posudu sa zaleđenom vodom. Kolika količina zaleđene vode će se zagrijati do $10 \text{ }^\circ\text{C}$ u 5 minuta, ako je zaleđena voda bila na $0 \text{ }^\circ\text{C}$? ($c_l = 2100 \text{ J/kgK}$)

Rezultat: 28.6 kg.

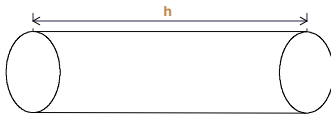
Zadatak 051 (Medicinka, medicinska škola)

Bakreni vodič promjera 2 mm namotan je na valjak čiji je promjer 2 cm . Navoji su namotani točno jedan do drugog u visini od 24 cm duž cijele visine valjka. Koliki je otpor ove žice? ($\rho = 0.017 \mu\Omega \cdot \text{m}$)

Rješenje 051

$$2 \cdot r = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m} \Rightarrow r = 0.001 \text{ m}, \quad 2 \cdot r_v = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad h = 24 \text{ cm} = 0.24 \text{ m},$$

$$\rho = 0.017 \mu\Omega \cdot \text{m} = 0.017 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, \quad R = ?$$



Budući da je visina valjka h , a promjer žice $2 \cdot r$, to će ona obaviti valjak n puta:

$$n = \frac{h}{2 \cdot r} = \frac{0.24 \text{ m}}{0.002 \text{ m}} = 120.$$

Opseg jednog namotaja žice iznosi

$$O = 2 \cdot r_v \cdot \pi$$

pa je dužina cijele žice jednaka:

$$l = n \cdot O \Rightarrow l = n \cdot 2 \cdot r_v \cdot \pi.$$

Otpor žice je:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot n \cdot 2 \cdot r_v \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot n \cdot 2 \cdot r_v}{r^2} = \frac{0.017 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot 120 \cdot 0.02 \text{ m}}{(0.001 \text{ m})^2} = 0.041 \Omega.$$

Vježba 051

Željezni vodič promjera 2 mm namotan je na valjak čiji je promjer 2 cm. Navoji su namotani točno jedan do drugog u visini od 24 cm duž cijele visine valjka. Koliki je otpor ove žice? ($\rho = 0.120 \mu\Omega \cdot \text{m}$)

Rezultat: 0.288 Ω .

Zadatak 052 (Mario, tehnička škola)

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju pri čemu prijeđe put 0.5 m za vrijeme 4 μs . Kolika je jakost električnog polja? ($m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 052

$$s = 0.5 \text{ m}, \quad t = 4 \mu\text{s} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad E = ?$$

Budući da se elektron giba stalnom akceleracijom, njegov prijeđeni put iznosi:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ m \cdot a &= e \cdot E \end{aligned} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2.$$

Jakost električnog polja ima vrijednost:

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 \Rightarrow E = \frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot t^2} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.5 \text{ m}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4 \cdot 10^{-6} \text{ s})^2} = 0.36 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Vježba 052

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju pri čemu prijeđe put 1 m za vrijeme 4 μs . Kolika je jakost električnog polja? ($m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $0.71 \frac{\text{N}}{\text{C}}$.

Zadatak 053 (Maturant, gimnazija)

Koliki je pad napona duž bakrene žice duljine 500 m i promjera 2 mm, ako kroz nju prolazi struja jakosti 2 A? (specifični otpor bakra $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$)

Rješenje 053

$$l = 500 \text{ m}, \quad 2 \cdot r = 2 \text{ mm} \Rightarrow r = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad I = 2 \text{ A}, \quad \rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}, \quad U = ?$$

$$\left. \begin{aligned} U &= I \cdot R \\ R &= \rho \cdot \frac{l}{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U = I \cdot \rho \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow U = I \cdot \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi} = 2 \text{ A} \cdot 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{500 \text{ m}}{(0.001 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 5.41 \text{ V}.$$

Vježba 053

Koliki je pad napona duž bakrene žice duljine 500 m i promjera 2 mm, ako kroz nju prolazi struja jakosti 4 A? (specifični otpor bakra $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$)

Rezultat: 10.83 V.

Zadatak 054 (Maturant, gimnazija)

Kada se dva otpornika spoje serijski na izvor elektromotorne sile od 12 V (unutarnji otpor se zanemaruje) jakost struje koju daje izvor je 6 A. Ako se otpornici spoje paralelno, jakost struje je 4 puta veća. Koliki su otpori spojenih otpornika?

Rješenje 054

$$U = 12 \text{ V}, \quad I = 6 \text{ A}, \quad R_1 = ?, \quad R_2 = ?$$

Dva su otpornika spojena serijski:

$$R_1 + R_2 = \frac{U}{I}.$$

Dva su otpornika spojena paralelno:

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U}{4 \cdot I}.$$

Rješavamo sustav jednačbi:

$$\left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \\ \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U}{4 \cdot I} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = \frac{12}{6} \\ \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12}{4 \cdot 6} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ 2 \cdot R_1 \cdot R_2 = R_1 + R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ 2 \cdot R_1 \cdot R_2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2 \\ R_1 \cdot R_2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ R_1 \cdot R_2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ R_1 \cdot (2 - R_1) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ 2 \cdot R_1 - R_1^2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ -R_1^2 + 2 \cdot R_1 - 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ R_1^2 - 2 \cdot R_1 + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ (R_1 - 1)^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_2 = 2 - R_1 \\ R_1 = 1 \Omega \end{array} \right\}.$$

Vježba 054

Kada se dva otpornika spoje serijski na izvor elektromotorne sile od 24 V (unutarnji otpor se zanemaruje) jakost struje koju daje izvor je 12 A. Ako se otpornici spoje paralelno, jakost struje je 4 puta veća. Koliki su otpori spojenih otpornika?

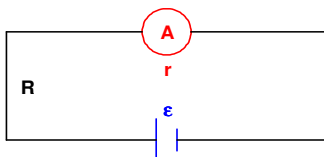
Rezultat: $R_1 = 1 \Omega, R_2 = 1 \Omega$.

Zadatak 055 (Maturant, gimnazija)

Baterija elektromotornog napona $\varepsilon = 6 \text{ V}$ i zanemarivog unutarnjeg otpora stvara kroz električni krug struju jakosti $I = 4.61 \text{ A}$ izmjerenu ampermetrom čiji je unutarnji otpor $r = 0.1 \Omega$. Kolika je jakost struje kroz krug ako se ampermetar isključiti?

Rješenje 055

$$\varepsilon = 6 \text{ V}, \quad I = 4.61 \text{ A}, \quad r = 0.1 \Omega, \quad I_0 = ?$$



Kada je ampermetar u strujnom krugu vrijedi:

$$\varepsilon = (R + r) \cdot I \Rightarrow R + r = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow R = \frac{\varepsilon}{I} - r. \text{ otpor kruga}$$

Kada je ampermetar isključen struja iznosi:

$$\varepsilon = R \cdot I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I} - r} = \frac{6 \text{ V}}{\frac{6 \text{ V}}{4.61 \text{ A}} - 0.1 \Omega} = 4.99 \text{ A}$$

Vježba 055

Baterija elektromotornog napona $\varepsilon = 6 \text{ V}$ i zanemarivog unutarnjeg otpora stvara kroz električni krug struju jakosti $I = 4.61 \text{ A}$ izmjerenu ampermetrom čiji je unutarnji otpor $r = 0.2 \Omega$. Kolika je jakost struje kroz krug ako se ampermetar isključi?

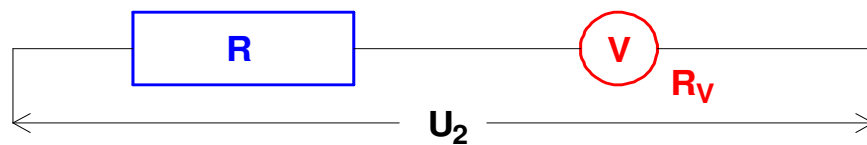
Rezultat: 5.45 A.

Zadatak 056 (Tony, maturant gimnazije)

Voltmetar skale do 5 V ima unutarnji otpor 200Ω . Odredi otpor otpornika što ga treba priključiti voltmetru da bi mogao mjeriti napon do 100 V.

Rješenje 056

$$U_1 = 5 \text{ V}, \quad R_V = 200 \Omega, \quad U_2 = 100 \text{ V}, \quad R = ?$$



Ohmov zakon za krug istosmjerne struje glasi:

$$I = \frac{U}{R},$$

gdje je R otpor vodiča. Maksimalna jakost struje koja može proći voltmetrom dana je sa

$$I = \frac{U_1}{R_V}.$$

Kada serijski uključimo u krug otpornik otpora R , krugom smije poteći struja koje je najveća jakost

$$I = \frac{U_2}{R_V + R}$$

pa možemo pisati:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U_1}{R_V} \\ I = \frac{U_2}{R_V + R} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_1}{R_V} = \frac{U_2}{R_V + R} \Rightarrow U_1 \cdot (R_V + R) = U_2 \cdot R_V \Rightarrow R_V + R = \frac{U_2 \cdot R_V}{U_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_2 \cdot R_V}{U_1} - R_V = \frac{100 \text{ V} \cdot 200 \Omega}{5 \text{ V}} - 200 \Omega = 3800 \Omega = 3.8 \text{ k}\Omega.$$

Vježba 056

Voltmetar skale do 10 V ima unutarnji otpor 200Ω . Odredi otpor otpornika što ga treba priključiti voltmetru da bi mogao mjeriti napon do 200 V.

Rezultat: 3800 Ω .

Zadatak 057 (Lidija, gimnazija)

Dva otpora R_1 i R_2 serijski su spojeni i priključeni na istosmjerni izvor struje. Pri tome strujnim krugom teče struja jakosti 1.5 A, a pad napona na otporu R_1 iznosi 15 V. Budući da je treći otpor $R_3 = 20 \Omega$ paralelno spojen ovom serijskom spoju, ukupna struja u strujnom krugu porasla je na 6 A. Odredite R_2 .

Rješenje 057

$$I = 1.5 \text{ A}, \quad U_1 = 15 \text{ V}, \quad R_3 = 20 \text{ } \Omega, \quad I' = 6 \text{ A}, \quad R_2 = ?$$

Ponovimo!

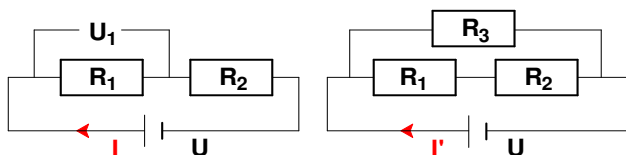
Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od n paralelno spojenih vodiča:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Ohmov zakon: $I = \frac{U}{R}$. Pad napona: $U = I \cdot R$.



Najprije izračunamo

otpor R_1 :

$$U_1 = I \cdot R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{15 \text{ V}}{1.5 \text{ A}} = 10 \text{ } \Omega.$$

Ukupni otpor u prvom strujnom krugu je:

$$R = R_1 + R_2.$$

Ukupni otpor u drugom strujnom krugu iznosi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{R_3 + R_1 + R_2}{(R_1 + R_2) \cdot R_3} \Rightarrow R = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Budući da je elektromotorna sila ista, za otpor R_2 dobije se:

$$\left. \begin{aligned} U &= I \cdot (R_1 + R_2) \\ U &= I' \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I \cdot (R_1 + R_2) = I' \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = I' \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = I' \cdot R_3 \Rightarrow 1.5 \cdot (10 + R_2 + 20) = 6 \cdot 20 \Rightarrow 1.5 \cdot (R_2 + 30) = 120 \quad /:1.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 + 30 = 80 \Rightarrow R_2 = 80 - 30 \Rightarrow R_2 = 50 \text{ } \Omega.$$

Vježba 057

Dva otpora R_1 i R_2 serijski su spojeni i priključeni na istosmjerni izvor struje. Pri tome strujnim krugom teče struja jakosti 1.5 A, a pad napona na otporu R_1 iznosi 15 V. Budući da je treći otpor $R_3 = 30 \text{ } \Omega$ paralelno spojen ovom serijskom spoju, ukupna struja u strujnom krugu porasla je na 6 A. Odredite R_2 .

Rezultat: $R_2 = 80 \text{ } \Omega$.

Zadatak 058 (Vlado, građevinska škola)

Na izvor struje, elektromotornog napona $U = 3.6 \text{ V}$ i unutarnjeg otpora $r = 0.2 \text{ } \Omega$, priključen je otpornik otpora $R = 1 \text{ } \Omega$. Za koje će vrijeme kroz električni krug proći količina naboja $Q = 21 \text{ C}$?

Rješenje 058

$$U = 3.6 \text{ V}, \quad r = 0.2 \text{ } \Omega, \quad R = 1 \text{ } \Omega, \quad Q = 21 \text{ C}, \quad t = ?$$

Budući da je jakost struje kroz električni krug

$$I = \frac{U}{r + R},$$

vrijeme, za koje će kroz krug proći količina naboja Q, iznosi:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{I} \Rightarrow t = \frac{Q}{\frac{U}{r + R}} \Rightarrow t = \frac{Q \cdot (r + R)}{U} = \frac{21 \text{ C} \cdot (0.2 \Omega + 1 \Omega)}{3.6 \text{ V}} = 7 \text{ s}.$$

Vježba 058

Na izvor struje, elektromotornog napona $U = 7.2 \text{ V}$ i unutarnjeg otpora $r = 0.2 \Omega$, priključen je otpornik otpora $R = 1 \Omega$. Za koje će vrijeme kroz električni krug proći količina naboja $Q = 42 \text{ C}$?

Rezultat: 7 s.

Zadatak 059 (Vlado, građevinska škola)

Baterija, elektromotornog napona $U = 110 \text{ V}$, daje struju 10 A kada se na nju priključi otpornik 2Ω . Koliki je unutarnji otpor baterije?

Rješenje 059

$$U = 110 \text{ V}, \quad I = 10 \text{ A}, \quad R = 2 \Omega, \quad r = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona U priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu r izvora ($I \cdot r$) i pad napona ($I \cdot R$) u vanjskome krugu:

$$U = I \cdot r + I \cdot R.$$

Unutarnji otpor baterije iznosi:

$$U = I \cdot r + I \cdot R \Rightarrow I \cdot r = U - I \cdot R \quad / : I \Rightarrow r = \frac{U - I \cdot R}{I} \Rightarrow r = \frac{U}{I} - R = \frac{110 \text{ V}}{10 \text{ A}} - 2 \Omega = 9 \Omega.$$

Vježba 059

Baterija, elektromotornog napona $U = 110 \text{ V}$, daje struju 10 A kada se na nju priključi otpornik 3Ω . Koliki je unutarnji otpor baterije?

Rezultat: 8 Ω .

Zadatak 060 (Denis, gimnazija)

U strujni krug napona 220 V uključeno je 10 žarulja, svaka otpora 24Ω i predviđena za napon 12 V . U seriju sa žaruljama uključen je otpornik. Kolika je jakost struje koja teče krugom i koliki otpor ima otpornik?

Rješenje 060

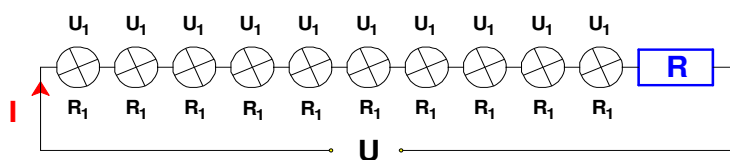
$$U = 220 \text{ V}, \quad n = 10, \quad R_1 = 24 \Omega, \quad U_1 = 12 \text{ V}, \quad I = ?, \quad R = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Ukupni otpor od n serijski spojenih vodiča iznosi:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$



Jakost struje koja teče krugom je:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{24 \Omega} = 0.5 \text{ A}.$$

Uključeni otpornik ima otpor R :

$$U = n \cdot U_1 + I \cdot R \Rightarrow I \cdot R = U - n \cdot U_1 \quad /:I \Rightarrow R = \frac{U - n \cdot U_1}{I} = \frac{220 \text{ V} - 10 \cdot 12 \text{ V}}{0.5 \text{ A}} = 200 \Omega.$$

Vježba 060

U strujni krug napona 220 V uključeno je 15 žarulja, svaka otpora 24Ω i predviđena za napon 12 V. U seriju sa žaruljama uključen je otpornik. Kolika je jakost struje koja teče krugom i koliki otpor ima otpornik?

Rezultat: $I = 0.5 \text{ A}$, $R = 80 \Omega$.

www.halapa.com