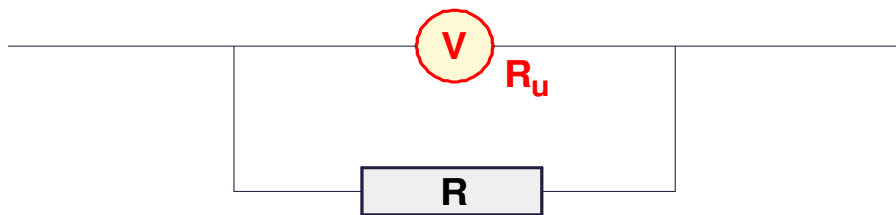


**Zadatak 021 (Ana, gimnazija)**

Voltmetar je baždaren tako da jedan djelić skale pokazuje napon 1 V. Ako se otpornik otpora 4000 Ω spoji paralelno s voltmetrom, isti djelić skale pokazuje napon 0.5 V. Koliki je unutarnji otpor voltmetra?

**Rješenje 021**

$$U = 1 \text{ V}, \quad R = 4000 \text{ } \Omega, \quad U_1 = 0.5 \text{ V}, \quad R_u = ?$$



Kada je voltmetar unutarnjeg otpora  $R_u$  u strujnom krugu po Ohmovom zakonu vrijedi:  $I = \frac{U}{R_u}$ .

Budući da su voltmetar i otpornik paralelno spojeni, ukupni otpor glasi:  $\frac{R \cdot R_u}{R + R_u}$ .

Sada je po Ohmovom zakonu jakost struje jednaka:

$$I = \frac{U_1}{\frac{R \cdot R_u}{R + R_u}} = \frac{(R + R_u) \cdot U_1}{R \cdot R_u}$$

Unutarnji otpor voltmetra iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{(R + R_u) \cdot U_1}{R \cdot R_u} &= \frac{U}{R_u} \quad | \cdot R \cdot R_u \Rightarrow (R + R_u) \cdot U_1 = U \cdot R \Rightarrow R \cdot U_1 + R_u \cdot U_1 = U \cdot R \Rightarrow \\ \Rightarrow R_u \cdot U_1 &= U \cdot R - R \cdot U_1 \Rightarrow R_u \cdot U_1 = R \cdot (U - U_1) \Rightarrow R_u = \frac{R \cdot (U - U_1)}{U_1} = \frac{4000 \text{ } \Omega \cdot (1 - 0.5) \text{ V}}{0.5 \text{ V}} = 4000 \text{ } \Omega. \end{aligned}$$

**Vježba 021**

Voltmetar je baždaren tako da jedan djelić skale pokazuje napon 1 V. Ako se otpornik otpora 6000 Ω spoji paralelno s voltmetrom, isti djelić skale pokazuje napon 0.5 V. Koliki je unutarnji otpor voltmetra?

**Rezultat:** 6000 Ω = 6 kΩ.

**Zadatak 022 (Andrija, tehnička škola)**

Koliki će pri istom naponu biti omjer snage, dviju žarulja po 110 Ω spojenih u seriju, prema snazi, kad su spojene usporedno?

**Rješenje 022**

$$R_1 = R_2 = 110 \text{ } \Omega, \quad P_1 : P_2 = ?$$

Budući da je napon isti, vrijedi:  $U_1 = U_2 = U$ . Snaga istosmjernje struje je:  $P = \frac{U^2}{R}$ .

Kad su žarulje spojene u seriju, slijedi:

$$R = R_1 + R_2 \Rightarrow P_1 = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$$

Kad su žarulje spojene u paralelu, slijedi:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow P_2 = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{U^2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2}$$

Omjer snaga glasi:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U^2}{R_1 + R_2}}{\frac{U^2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{110 \Omega \cdot 110 \Omega}{(110 \Omega + 110 \Omega)^2} = \frac{110^2 \Omega^2}{(2 \cdot 110 \Omega)^2} = \frac{110^2 \Omega^2}{4 \cdot 110^2 \Omega^2} = \frac{1}{4}$$

Generalizacija!

Budući da je napon isti, vrijedi:  $U_1 = U_2 = U$ . Snaga istosmjerne struje je:  $P = \frac{U^2}{R}$ .

Kad su žarulje spojene u seriju, slijedi:

$$R_1 = R_2 = R \Rightarrow R_s = R_1 + R_2 = 2 \cdot R \Rightarrow P_1 = \frac{U^2}{R_s} = \frac{U^2}{2 \cdot R}$$

Kad su žarulje spojene u paralelu, slijedi:

$$R_1 = R_2 = R \Rightarrow R_p = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R^2}{2 \cdot R} = \frac{R}{2} \Rightarrow P_2 = \frac{U^2}{R_p} = \frac{U^2}{\frac{R}{2}} = \frac{2 \cdot U^2}{R}$$

Omjer snaga glasi:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U^2}{2 \cdot R}}{\frac{2 \cdot U^2}{R}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot R}}{\frac{2}{R}} = \frac{R}{4 \cdot R} = \frac{1}{4}$$



### Vježba 022

Koliki će pri istom naponu biti omjer snage, dviju žarulja po  $100 \Omega$  spojenih u seriju, prema snazi, kad su spojene usporedno?

**Rezultat:**  $\frac{1}{4}$ .

### Zadatak 023 (Ivan, tehnička škola)

Automobilski akumulator od  $12 \text{ V}$  napaja dva reflektora i zadnje pozicijsko svjetlo kojemu je otpor tri puta veći od otpora jednog reflektora. Sve tri žarulje spojene su u paralelu. Koliki je otpor svakog reflektora ako kroz akumulator teče struja  $8 \text{ A}$ ?

### Rješenje 023

$$U = 12 \text{ V}, \quad I = 8 \text{ A}, \quad \left[ \begin{array}{l} r - \text{otpor reflektora} \\ R - \text{otpor svjetla} \end{array} \right], \quad R = 3 \cdot r, \quad r = ?$$

Budući da su sve tri žarulje spojene u paralelu, ukupan otpor iznosi:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{3 \cdot r} \Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{7}{3 \cdot r} \Rightarrow R_p = \frac{3 \cdot r}{7}$$

Uporabom Ohmovog zakona dobije se otpor reflektora:

$$I = \frac{U}{R_p} \Rightarrow I \cdot R_p = U \Rightarrow I \cdot \frac{3 \cdot r}{7} = U \quad / \cdot \frac{7}{3 \cdot I} \Rightarrow r = \frac{7 \cdot U}{3 \cdot I} = \frac{7 \cdot 12 \text{ V}}{3 \cdot 8 \text{ A}} = \frac{7 \cdot \overbrace{12}^1 \text{ V}}{\underbrace{3 \cdot 8}_{2} \text{ A}} = \frac{7}{2} \Omega = 3.5 \Omega$$

### Vježba 023

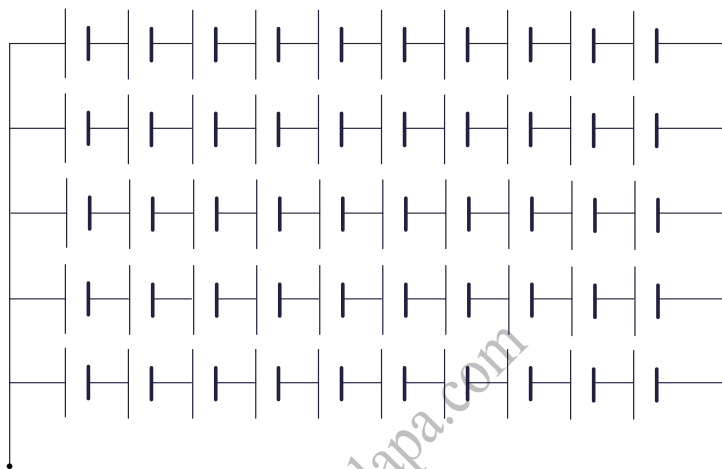
Automobilski akumulator od 24 V napaja dva reflektora i zadnje pozicijsko svjetlo kojemu je otpor tri puta veći od otpora jednog reflektora. Sve tri žarulje spojene su u paralelu. Koliki je otpor svakog reflektora ako kroz akumulator teče struja 8 A?

### Zadatak 024 (Ana, gimnazija)

Baterija se sastoji od 5 usporednih vezanih grupa od 10 serijski vezanih galvanskih elemenata. Elektromotorna sila svakog elementa je 1.1 V, a unutarnji otpor 0.1 Ω. Kolika je jakost struje kroz svaki element ako je baterija priključena na otpornik od niklene žice ( $\rho = 0.42 \mu\Omega\text{m}$ ) presjeka  $0.5 \text{ mm}^2$  i duljine 50 m?

### Rješenje 024

$$m = 5, \quad n = 10, \quad \varepsilon_1 = 1.1 \text{ V}, \quad R_1 = 0.1 \Omega, \quad \rho = 0.42 \mu\Omega\text{m} = 4.2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}, \\ S = 0.5 \text{ mm}^2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2, \quad l = 50 \text{ m}, \quad I_1 = ?$$



Elektromotorna sila skupine od 10 serijskih vezanih elemenata je:

$$\varepsilon = n \cdot \varepsilon_1 = 10 \cdot 1.1 \text{ V} = 11 \text{ V},$$

a ukupan unutarnji otpor iznosi:

$$R = n \cdot R_1 = 10 \cdot 0.1 \Omega = 1 \Omega.$$

Budući da gledamo paralelni spoj od pet jednakih izvora, jakost struje bit će:

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{m} + \rho \cdot \frac{l}{S}}.$$

Tada jakost struje u svakoj grani iznosi:

$$I_1 = \frac{1}{5} \cdot I = \frac{1}{5} \cdot \frac{\varepsilon}{\frac{R}{m} + \rho \cdot \frac{l}{S}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{11 \text{ V}}{\frac{1 \Omega}{5} + 4.2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m} \cdot \frac{50 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2}} = 0.052 \text{ A} = 52 \text{ mA}.$$

### Vježba 024

Baterija se sastoji od 5 usporednih vezanih grupa od 10 serijski vezanih galvanskih elemenata. Elektromotorna sila svakog elementa je 1.1 V, a unutarnji otpor 0.1 Ω. Kolika je jakost struje kroz svaki element ako je baterija priključena na otpornik od niklene žice ( $\rho = 0.42 \mu\Omega\text{m}$ ) presjeka  $0.5 \text{ mm}^2$  i duljine 25 m?

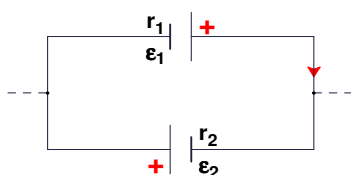
**Rezultat:** 0.104 A.

### Zadatak 025 (Mira, gimnazija)

Dva električna izvora elektromotornih sila  $\varepsilon_1 = 4 \text{ V}$  i  $\varepsilon_2 = 6 \text{ V}$  i unutarnjih otpora  $r_1 = 0.1 \Omega$  i  $r_2 = 0.2 \Omega$  vezani su paralelno tako da im se polovi ne poklapaju. Nađi struju u tom strujnom krugu.

### Rješenje 025

$$\varepsilon_1 = 4 \text{ V}, \quad \varepsilon_2 = 6 \text{ V}, \quad r_1 = 0.1 \Omega, \quad r_2 = 0.2 \Omega, \quad I = ?$$



Po Ohmovom zakonu jakost struje jednaka je:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{4 \text{ V} + 6 \text{ V}}{0.1 \Omega + 0.2 \Omega} = 33.33 \text{ A.}$$

### Vježba 025

Dva električna izvora elektromotornih sila  $\varepsilon_1 = 3 \text{ V}$  i  $\varepsilon_2 = 7 \text{ V}$  i unutarnjih otpora  $r_1 = 0.1 \Omega$  i  $r_2 = 0.2 \Omega$  vezani su paralelno tako da im se polovi ne poklapaju. Nađi struju u tom strujnom krugu.

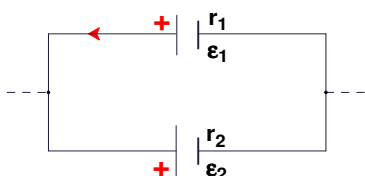
**Rezultat:** 33.33 A.

### Zadatak 026 (Mira, gimnazija)

Dva električna izvora  $\varepsilon_1 = 4 \text{ V}$  i  $\varepsilon_2 = 6 \text{ V}$ , čiji su unutarnji otpori  $r_1 = 0.1 \Omega$  i  $r_2 = 0.2 \Omega$ , vezani su paralelno i to tako da im se polovi poklapaju. Nađi jakost struje u tom strujnom krugu.

### Rješenje 026

$$\varepsilon_1 = 4 \text{ V}, \quad \varepsilon_2 = 6 \text{ V}, \quad r_1 = 0.1 \Omega, \quad r_2 = 0.2 \Omega, \quad I = ?$$



Po Ohmovom zakonu jakost struje jednaka je:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{4 \text{ V} - 6 \text{ V}}{0.1 \Omega + 0.2 \Omega} = -6.67 \text{ A.}$$

### Vježba 026

Dva električna izvora  $\varepsilon_1 = 5 \text{ V}$  i  $\varepsilon_2 = 7 \text{ V}$ , čiji su unutarnji otpori  $r_1 = 0.1 \Omega$  i  $r_2 = 0.2 \Omega$ , vezani su paralelno i to tako da im se polovi poklapaju. Nađi jakost struje u tom strujnom krugu.

**Rezultat:** -6.67 A.

### Zadatak 027 (Mira, gimnazija)

Pod djelovanjem konstantnog električnog polja jakosti  $1 \text{ V/m}$  elektron je pokrenut iz stanja mirovanja te je prošao put  $1 \text{ m}$ . Za koje je vrijeme elektron prevalio taj put? ( $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

### Rješenje 027

$$E = 1 \text{ V/m}, \quad s = 1 \text{ m}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad t = ?$$

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} F &= m \cdot a \\ F &= e \cdot E \\ s &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \cdot a = e \cdot E \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} = e \cdot E \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot E} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot E}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}}} = 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.37 \mu\text{s.}$$

2. inačica

$$E = \frac{U}{s} \Rightarrow U = E \cdot s = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ V.}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= e \cdot U \quad / \cdot 2 \\ s &= \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \quad / \cdot 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} m \cdot v^2 &= 2 \cdot e \cdot U \\ 2 \cdot s &= v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \cdot \left( \frac{2 \cdot s}{t} \right)^2 = 2 \cdot e \cdot U \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot s^2}{t^2} = 2 \cdot e \cdot U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{4 \cdot m \cdot s^2}{2 \cdot e \cdot U} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot m \cdot s^2}{e \cdot U} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot s^2}{e \cdot U}} = s \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m}{e \cdot U}} =$$

$$= 1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V}}} = 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.37 \text{ } \mu\text{s}.$$

### Vježba 027

Pod djelovanjem konstantnog električnog polja jakosti 2 V/m elektron je pokrenut iz stanja mirovanja te je prošao put 2 m. Za koje je vrijeme elektron prevalio taj put? ( $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

**Rezultat:** 3.37  $\mu\text{s}$ .

### Zadatak 028 (Fredy, gimnazija)

Litru vode grijemo od temperature 20 °C do temperature 100 °C električnim ronilom snage 800 W priključenim na napon 220 V. Grijanje traje 7.4 min. Kolika je termička korisnost? (Specifični toplinski kapacitet vode je  $c = 4200 \text{ J/kgK}$ )

#### Rješenje 028

$$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad P = 800 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V},$$

$$t = 7.4 \text{ min} = [7.4 \cdot 60] = 444 \text{ s}, \quad \eta = ?$$

Termička je korisnost omjer dobivene energije za zagrijavanje  $Q$  i energije  $W$  dobivene protokom struje:

$$\eta = \frac{Q}{W}.$$

Energija koju daje električni grijač ronila je:

$$W = P \cdot t.$$

Energija potrebna za zagrijavanje vode je:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

Računamo termičku korisnost:

$$\eta = \frac{Q}{W} \Rightarrow \eta = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{P \cdot t} \Rightarrow \eta = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{P \cdot t} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K}}{800 \text{ W} \cdot 444 \text{ s}} = 0.95 = \frac{95}{100} = 95\%.$$

### Vježba 028

Litru vode grijemo od temperature 10 °C do temperature 90 °C električnim ronilom snage 800 W priključenim na napon 220 V. Grijanje traje 7.4 min. Kolika je termička korisnost? (Specifični toplinski kapacitet vode je  $c = 4200 \text{ J/kgK}$ )

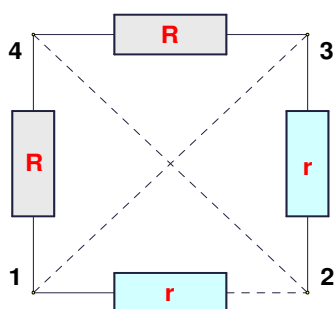
**Rezultat:** 95%.

### Zadatak 029 (Fredy, gimnazija)

Četiri otpornika čine stranice kvadrata. Dva i dva otpornika jednaka su. Ukupni otpor na krajevima jedne dijagonale iznosi 1  $\Omega$ , a na krajevima druge dijagonale 2  $\Omega$ . Odredite vrijednost otpora u spoju.

#### Rješenje 029

$$R_{13} = 1 \text{ } \Omega, \quad R_{24} = 2 \text{ } \Omega, \quad r = ?, \quad R = ?$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_{13}} &= \frac{1}{2 \cdot r} + \frac{1}{2 \cdot R} \\ \frac{1}{R_{24}} &= \frac{1}{r+R} + \frac{1}{r+R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot r} + \frac{1}{2 \cdot R} &= \frac{1}{1} \\ \frac{1}{r+R} + \frac{1}{r+R} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) &= 1 \\ \frac{2}{r+R} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{r} + \frac{1}{R} &= 2 \\ r+R &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{r} + \frac{1}{R} &= 2 \\ R &= 4 - r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{r} + \frac{1}{4-r} = 2 \quad / \cdot r \cdot (4-r) \Rightarrow$$

$$4 - r + r = 2 \cdot r \cdot (4-r) \Rightarrow 4 = 8 \cdot r - 2 \cdot r^2 \Rightarrow 2 \cdot r^2 - 8 \cdot r + 4 = 0 \quad / : 2 \Rightarrow$$

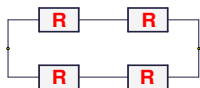
$$\Rightarrow r^2 - 4 \cdot r + 2 = 0 \Rightarrow r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow r_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} \Rightarrow r_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow r_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4 \cdot 2}}{2} \Rightarrow r_{1,2} = \frac{4 \pm 2 \cdot \sqrt{2}}{2} \Rightarrow r_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} r = 0.586 \Omega \\ R = 4 - r = 3.414 \Omega \end{array} \right\}$$

### Vježba 029

Četiri jednaka otpornika otpora R spoji tako da ukupni otpor bude R.

### Rezultat:



### Zadatak 030 (Fredy, gimnazija)

Elektron u točki električnog polja s potencijalom 6000 V gibajući se u smjeru polja ima brzinu  $3 \cdot 10^7$  m/s. Odredite potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti 0. (Masa elektrona  $9.1 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj  $1.6 \cdot 10^{-19}$  C)

### Rješenje 030

$$\varphi_1 = 6000 \text{ V}, \quad v_1 = 3 \cdot 10^7 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}, \quad m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \varphi_2 = ?$$

Budući da je kinetička energija elektrona utrošena na svladavanje potencijalne razlike, dobije se:

$$\Delta E_k = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \quad / \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} = \varphi_2 - \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} = 6000 \text{ V} - \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3441 \text{ V}.$$

### Vježba 030

Elektron u točki električnog polja s potencijalom 5000 V gibajući se u smjeru polja ima brzinu  $3 \cdot 10^7$  m/s. Odredite potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti 0. (Masa elektrona  $9.1 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj  $1.6 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:** 2441 V.

### Zadatak 031 (Mira, gimnazija)

Izvor istosmjerne struje unutarnjeg otpora  $1.5 \Omega$  spojen je s promjenjivim otpornikom čiji se otpor može mijenjati od  $R_1 = 3 \Omega$  do  $R_2 = 7.5 \Omega$ . Koliko se puta pri tome promijeni snaga oslobođena na promjenjivom otporniku?

### Rješenje 031

$$r = 1.5 \Omega, \quad R_1 = 3 \Omega, \quad R_2 = 7.5 \Omega, \quad \frac{P_2}{P_1} = ?$$

Ponovimo!

Ohmov zakon za cijeli strujni krug glasi:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v},$$

gdje je  $\varepsilon$  elektromotorna sila izvora,  $R_u$  unutarnji otpor izvora,  $R_v$  vanjski otpor izvora.

Snaga istosmjerne struje definira se:

$$P = I^2 \cdot R.$$

Računamo omjer snaga  $P_2$  i  $P_1$ :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2 \cdot R_2}{I_1^2 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \left[ I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_1}, I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R_2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\frac{\mathcal{E}}{r+R_2}}{\frac{\mathcal{E}}{r+R_1}} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{r+R_1}{r+R_2} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{1.5 \Omega + 3 \Omega}{1.5 \Omega + 7.5 \Omega} \right)^2 \cdot \frac{7.5 \Omega}{3 \Omega} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 0.625.$$

### Vježba 031

Izvor istosmjerne struje unutarnjeg otpora  $2.5 \Omega$  spojen je s promjenjivim otpornikom čiji se otpor može mijenjati od  $R_1 = 3 \Omega$  do  $R_2 = 7.5 \Omega$ . Koliko se puta pri tome promijeni snaga oslobođena na promjenjivom otporniku?

**Rezultat:** 0.75625.

### Zadatak 032 (Ancy, gimnazija)

Na izvor napona, čiji je unutarnji otpor  $R_u = 1 \Omega$ , priključen je otpor  $R_1 = 10 \Omega$ . Koliko puta će se smanjiti jakost struje kroz otpor  $R_1$  ako se paralelno s otporom  $R_1$  u strujni krug ukopča otpor  $R_2 = 5 \Omega$ ?

### Rješenje 032

$$R_u = 1 \Omega, \quad R_1 = 10 \Omega, \quad R_2 = 5 \Omega, \quad \frac{I}{I_1} = ?$$

Ponovimo!

- Ohmov zakon glasi:  $I = \frac{U}{R}$ ,

gdje je  $I$  jakost struje kroz vodič,  $U$  napon između krajeva vodiča,  $R$  otpor vodiča.

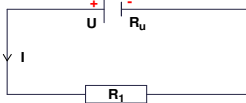
- Ukupni otpor što ga pružaju dva vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

- Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je:

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Kada je na izvor napona  $U$  i unutarnjeg otpora  $R_u$  priključen otpor  $R_1$  struja iznosi:



$$I = \frac{U}{R_1 + R_u}.$$

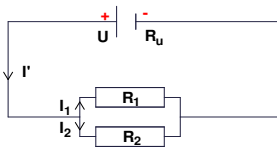
Budući da je s otporom  $R_1$  paralelno spojen otpor  $R_2$ , struja u krugu je:

$$I' = \frac{U}{R + R_u}, \quad R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Kako je pri usporednom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak jakosti struje prije i poslije grananja (prvo Kirchhoffovo pravilo), dobije se:

$$I' = I_1 + I_2.$$

Računamo jakost struje  $I_1$  kroz otpor  $R_1$ :



$$\left. \begin{array}{l} I' = I_1 + I_2 \\ I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = I' - I_2 \\ I_2 = \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = I' - \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2} \Rightarrow \left[ I' = \frac{U}{R + R_u} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U}{R + R_u} - \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2} \Rightarrow I_1 + \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2} = \frac{U}{R + R_u} \Rightarrow I_1 \cdot \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{U}{R + R_u} \Rightarrow I_1 \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_2} = \frac{U}{R + R_u} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{U}{R + R_u} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{U}{R + R_u} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Gledamo omjer jakosti struja I i I<sub>1</sub>:

$$\frac{I}{I_1} = \frac{\frac{U}{R_1 + R_u}}{\frac{U}{R + R_u} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \Rightarrow \frac{I}{I_1} = \frac{\frac{1}{R_1 + R_u}}{\frac{1}{R + R_u} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \Rightarrow \frac{I}{I_1} = \frac{(R + R_u) \cdot (R_1 + R_2)}{R_2 \cdot (R_1 + R_u)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_1} = \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_u\right) \cdot (R_1 + R_2)}{R_2 \cdot (R_1 + R_u)} \Rightarrow \frac{I}{I_1} = \frac{\left(\frac{10 \Omega \cdot 5 \Omega}{10 \Omega + 5 \Omega} + 1 \Omega\right) \cdot (10 \Omega + 5 \Omega)}{5 \Omega \cdot (10 \Omega + 1 \Omega)} \Rightarrow \frac{I}{I_1} = 1.18.$$

### Vježba 032

Na izvor napona, čiji je unutarnji otpor R<sub>u</sub> = 2 Ω, priključen je otpor R<sub>1</sub> = 10 Ω. Koliko puta će se smanjiti jakost struje kroz otpor R<sub>1</sub> ako se paralelno s otporom R<sub>1</sub> u strujni krug ukopča otpor R<sub>2</sub> = 5 Ω?

**Rezultat:** 1.33.

### Zadatak 033 (Ancy, gimnazija)

Kad na bateriju elektromotornog napona 24 V priključimo otpor 2 Ω, krugom teče struja jakosti 10 A. Kolika je jakost struje kad je baterija kratko spojena?

### Rješenje 033

$$\varepsilon = 24 \text{ V}, \quad R_v = 2 \Omega, \quad I = 10 \text{ A}, \quad I_{ks} = ?$$

Ponovimo!

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R<sub>u</sub> izvora (I · R<sub>u</sub>) i pad napona (U = I · R<sub>v</sub>) u vanjskome krugu:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v.$$

Računamo unutarnji otpor R<sub>u</sub>:

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow I \cdot R_u = \varepsilon - I \cdot R_v \Rightarrow I \cdot R_u = \varepsilon - I \cdot R_v \quad /: I \Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon}{I} - R_v.$$

U kratkom spoju je:

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \Rightarrow I_{ks} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I} - R_v} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{razlomak} \\ \text{proširimo s } I \end{array} \right] \Rightarrow I_{ks} = \frac{\varepsilon \cdot I}{\varepsilon - I \cdot R_v} = \frac{24 \text{ V} \cdot 10 \text{ A}}{24 \text{ V} - 10 \text{ A} \cdot 2 \Omega} = 60 \text{ A}.$$

### Vježba 033

Kad na bateriju elektromotornog napona 24 V priključimo otpor 2 Ω, krugom teče struja jakosti 5 A. Kolika je jakost struje kad je baterija kratko spojena?

**Rezultat:** 8.57 A.

### Zadatak 034 (Maja, gimnazija)

Električni grijač ima dvije jednake spirale. Kada je samo jedna od njih uključena, voda proključa nakon 6 minuta. Koliko je vremena potrebno da voda proključa ako su obje spirale spojene na isti izvor napona paralelno? (Otpor se ne mijenja s temperaturom!)

### Rješenje 034

$$t_1 = 6 \text{ min}, \quad R_1 = R_2 = r, \quad t = ?$$

Ako su spirale spojene paralelno, ukupni je otpor:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{2}{r} \Rightarrow R = \frac{r}{2} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot r.$$

Za zagrijavanje iste količine vode trebat će ista količina električne energije. Budući da je napon isti, slijedi:

$$\frac{U^2}{r} \cdot t_1 = \frac{U^2}{R} \cdot t \Rightarrow \frac{U^2}{r} \cdot t_1 = \frac{U^2}{R} \cdot t \quad /: \frac{U^2}{r} \Rightarrow t = \frac{R}{r} \cdot t_1 \Rightarrow t = \frac{\frac{1}{2} \cdot r}{r} \cdot 6 \text{ min} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ min} = 3 \text{ min}.$$



### Vježba 034

Električni grijač ima dvije jednake spirale. Kada je samo jedna od njih uključena, voda proključa nakon 8 minuta. Koliko je vremena potrebno da voda proključa ako su obje spirale spojene na isti izvor napona paralelno? (Otpor se ne mijenja s temperaturom!)

**Rezultat:** 4 min.

### Zadatak 035 (Maja, gimnazija)

Kolika je jakost struje pri kruženju elektrona oko protona u atomu vodika ako je polumjer kružnice  $53 \cdot 10^{-12}$  m i brzina  $2.2 \cdot 10^6$  m/s? ( $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C)

#### Rješenje 035

$$r = 53 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad v = 2.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad I = ?$$

Period kruženja elektrona oko protona u atomu vodika iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \text{obodna brzina} \\ v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}$$

Jakost struje je:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \Delta t = T \\ \Delta Q = e \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{e}{T} \Rightarrow I = \frac{e}{\frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v}} \Rightarrow I = \frac{e \cdot v}{2 \cdot r \cdot \pi} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2.2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 53 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \pi} = 1.06 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

### Vježba 035

Kolika je jakost struje pri kruženju elektrona oko protona u atomu vodika ako je polumjer kružnice  $106 \cdot 10^{-12}$  m i brzina  $2.2 \cdot 10^6$  m/s? ( $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:**  $5.29 \cdot 10^{-4}$  A.

### Zadatak 036 (Ivana, gimnazija)

Pri naponu mreže od 220 V snaga električnog kuhala je 1000 W. Koliko se promijeni snaga električnog kuhala ako se napon mreže promijeni za 5%?

#### Rješenje 036

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 1000 \text{ W}, \quad p = 5, \quad \Delta P = ?$$

Budući da se napon mreže  $U$  promijeni za 5%, novi napon  $U_1$  iznosi:

$$U_1 = U + 0.05 \cdot U = 1.05 \cdot U.$$



$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{U^2}{R} \\ P_1 = \frac{U_1^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta P = P_1 - P \Rightarrow \Delta P = \frac{U_1^2}{R} - \frac{U^2}{R} \Rightarrow \Delta P = \frac{(1.05 \cdot U)^2}{R} - \frac{U^2}{R} \Rightarrow \Delta P = \frac{1.05^2 \cdot U^2}{R} - \frac{U^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{U^2}{R} \cdot (1.05^2 - 1) \Rightarrow \Delta P = P \cdot (1.1025 - 1) \Rightarrow \Delta P = 0.1025 \cdot P \Rightarrow \Delta P = 10.25\% \cdot P.$$

### Vježba 036

Pri naponu mreže od 220 V snaga električnog kuhala je 1500 W. Koliko se promijeni snaga električnog kuhala ako se napon mreže promijeni za 5%?

**Rezultat:** 10%.

### Zadatak 037 (Megy, farmaceutska škola)

Koliko elektrona prođe kroz metalnu žicu tijekom 10 sekundi? Pri tome se u žici razvije toplina od 1 kJ. Otpor žice je  $0.39 \Omega$  (naboj elektrona je  $1.6 \cdot 10^{-19}$  C).

#### Rješenje 037

$$t = 10 \text{ s}, \quad W = 1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}, \quad R = 0.39 \Omega, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Dobivena je toplina jednaka potrošenoj električnoj energiji:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Iz formula za jakost struje i kvantizaciju naboja dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{Q}{t} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t}.$$

Računamo broj elektrona koji prođe kroz metalnu žicu:

$$\left. \begin{array}{l} W = I^2 \cdot R \cdot t \\ I = \frac{N \cdot e}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow W = \left( \frac{N \cdot e}{t} \right)^2 \cdot R \cdot t \Rightarrow W = \frac{N^2 \cdot e^2}{t^2} \cdot R \cdot t \Rightarrow W = \frac{N^2 \cdot e^2}{t} \cdot R / t \Rightarrow W \cdot t = N^2 \cdot e^2 \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N^2 = \frac{W \cdot t}{e^2 \cdot R} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow N = \sqrt{\frac{W \cdot t}{e^2 \cdot R}} \Rightarrow N = \frac{1}{e} \cdot \sqrt{\frac{W \cdot t}{R}} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{\frac{1000 \text{ J} \cdot 10 \text{ s}}{0.39 \Omega}} = 10^{21}.$$

### Vježba 037

Koliko elektrona prođe kroz metalnu žicu tijekom 40 sekundi? Pri tome se u žici razvije toplina od 1 kJ. Otpor žice je 0.39 Ω (naboj elektrona je 1.6 · 10<sup>-19</sup> C).

**Rezultat:** 2 · 10<sup>21</sup>.

### Zadatak 038 (Megy, farmaceutska škola)

Koliko elektrona prođe kroz poprečni presjek vodiča površine 4 mm<sup>2</sup> za 2 minute ako je gustoća struje u vodiču 100 A/cm<sup>2</sup>? (e = 1.6 · 10<sup>-19</sup> C)

#### Rješenje 038

$$S = 4 \text{ mm}^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}, \quad J = 100 \text{ A/cm}^2 = 10^6 \text{ A/m}^2, \quad N = ?$$

Uporabom formula za gustoću struje i jakost struje dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} J = \frac{I}{S} \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow J = \frac{Q}{S \cdot t} \Rightarrow J = \frac{Q}{S \cdot t}.$$

Primjenom formule za kvantizaciju naboja broj elektrona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} J = \frac{Q}{S \cdot t} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow J = \frac{N \cdot e}{S \cdot t} / S \cdot t \Rightarrow J \cdot S \cdot t = N \cdot e \Rightarrow N = \frac{J \cdot S \cdot t}{e} = \frac{10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 120 \text{ s}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3 \cdot 10^{21}.$$

### Vježba 038

Koliko elektrona prođe kroz poprečni presjek vodiča površine 4 mm<sup>2</sup> za 4 minute ako je gustoća struje u vodiču 100 A/cm<sup>2</sup>? (e = 1.6 · 10<sup>-19</sup> C)

**Rezultat:** 6 · 10<sup>21</sup>.

### Zadatak 039 (Mira, gimnazija)

Električna peč priključena je na gradsku mrežu napona 220 V. Peć ima 3 m dugu grijaću nit i za 20 minuta povisi u prostoriji temperaturu za 20 °C. Koliko mora biti dugačka ta nit ako isto povišenje temperature u prostoriji želimo postići za 15 minuta?

#### Rješenje 039

$$U = 220 \text{ V}, \quad l_1 = 3 \text{ m}, \quad t_1 = 20 \text{ min}, \quad \Delta t = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 15 \text{ min}, \quad l_2 = ?$$

Budući da je sva električna energija utrošena na zagrijavanje zraka u prostoriji, slijedi:

$$W = Q \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t / R \Rightarrow U^2 \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \cdot R \Rightarrow \Delta t = \frac{U^2 \cdot t}{m \cdot c \cdot R}.$$

Iz uvjeta zadaje vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \frac{U^2 \cdot t_1}{m \cdot c \cdot R_1} \\ \Delta t &= \frac{U^2 \cdot t_2}{m \cdot c \cdot R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{U^2 \cdot t_1}{m \cdot c \cdot R_1} = \frac{U^2 \cdot t_2}{m \cdot c \cdot R_2} \cdot \frac{m \cdot c}{U^2} \Rightarrow \frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2} \Rightarrow t_1 \cdot R_2 = t_2 \cdot R_1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{15 \text{ min}}{20 \text{ min}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4} \cdot R_1 \Rightarrow R_2 = \frac{3}{4} \cdot R_1.$$

Kako je električni otpor dan formulom

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S},$$

proizlazi:

$$R_2 = \frac{3}{4} \cdot R_1 \Rightarrow \rho \cdot \frac{l_2}{S} = \frac{3}{4} \cdot \rho \cdot \frac{l_1}{S} \Rightarrow \rho \cdot \frac{l_2}{S} = \frac{3}{4} \cdot \rho \cdot \frac{l_1}{S} \cdot \frac{S}{\rho} \Rightarrow l_2 = \frac{3}{4} \cdot l_1 = \frac{3}{4} \cdot 3 \text{ m} = 2.25 \text{ m}.$$

### Vježba 039

Električna peć priključena je na gradsku mrežu napona 220 V. Peć ima 4 m dugu grijaću nit i za 20 minuta povisi u prostoriji temperaturu za 20 °C. Koliko mora biti dugačka ta nit ako isto povišenje temperature u prostoriji želimo postići za 15 minuta?

**Rezultat:** 3 m.

### Zadatak 040 (Ivan, strojarska škola)

Koliko iznosi rad električne struje za vrijeme 0.5 sati, koja protiče željeznom žicom duljine 100 m te presjeka 2 mm<sup>2</sup> i otpornosti 0.12 μΩm ako je napon na krajevima žice 220 V?

### Rješenje 040

$$t = 0.5 \text{ h} = 1800 \text{ s}, \quad l = 100 \text{ m}, \quad S = 2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad \rho = 0.12 \text{ μΩm} = 0.12 \cdot 10^{-6} \text{ Ωm},$$

$$U = 220 \text{ V}, \quad W = ?$$

Rad električne struje jednak je:

$$W = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Zato je:

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{U^2}{R} \cdot t \\ R &= \rho \cdot \frac{l}{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = \frac{U^2}{\rho \cdot \frac{l}{S}} \cdot t \Rightarrow W = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot l} \cdot t = \frac{(220 \text{ V})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{0.12 \cdot 10^{-6} \text{ Ωm} \cdot 100 \text{ m}} \cdot 1800 \text{ s} = 1.452 \cdot 10^7 \text{ J}.$$

### Vježba 040

Koliko iznosi rad električne struje za vrijeme 0.5 sati, koja protiče željeznom žicom duljine 200 m te presjeka 2 mm<sup>2</sup> i otpornosti 0.12 μΩm ako je napon na krajevima žice 220 V?

**Rezultat:** 7.26 · 10<sup>6</sup> J.